IUT de Paris - Rives de Seine
Université Paris Cité

# Séries chronologiques - Partie 3

## Désaisonnalisation et calcul des coefficients saisonniers

BUT Science des Données, deuxième année

# Contexte

On dispose d'une série chronologique $(y_i)_{i=1,\dots,n}$ où les composantes présentes sont

- La tendance.
- La saisonnalité (composante périodique).
- La composante résiduelle.

On considèrera deux types de modèles :

- Le modèle additif.
- Le modèle multiplicatif.

# Le modèle additif

Soit $(y_i)_{i=1,\dots,n}$ une série chronologique.
On considère le modèle :

$$y_i = f_i + s_i + e_i \quad \text{pour} \quad i = 1, \dots, n$$

où :

- $(f_i)_{i=1,\dots,n}$ désigne la tendance.
- $(s_i)_{i=1,\dots,n}$ désigne la composante saisonnière de période $p$ telle que :

$$\sum_{j=1}^{p} s_j \;=\; 0.$$

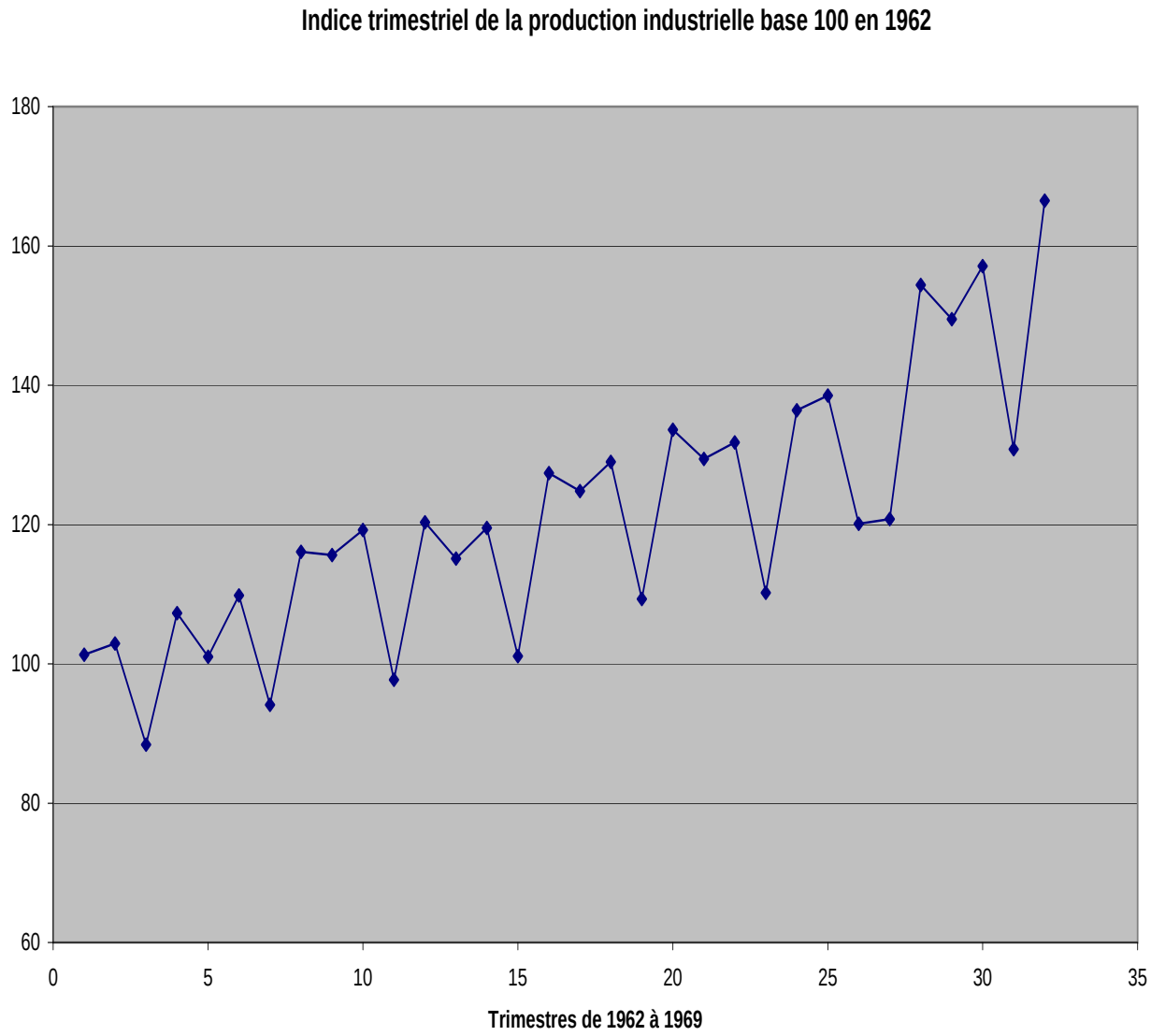
- $(e_i)_{i=1,\dots,n}$ désigne la composante résiduelle (ou bruit).

# Exemple

On étudie l'indice trimestriel de la production industrielle, entre 1962 et 1969, base 100 en 1962 (source : INSEE).

| Année | Trimestre 1 | Trimestre 2 | Trimestre 3 | Trimestre 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1962 | 101.3 | 102.9 | 88.4 | 107.3 |
| 1963 | 101 | 109.8 | 94.1 | 116.1 |
| 1964 | 115.6 | 119.2 | 97.7 | 120.3 |
| 1965 | 115.1 | 119.5 | 101.1 | 127.4 |
| 1966 | 124.8 | 129 | 109.3 | 133.6 |
| 1967 | 129.4 | 131.8 | 110.2 | 136.4 |
| 1968 | 138.5 | 120.1 | 120.8 | 154.4 |
| 1969 | 149.5 | 157.1 | 130.8 | 166.5 |

# Représentation graphique



# Les différentes étapes de la désaisonnalisation

1. Estimation de la tendance par moyenne mobile.
2. Constitution de la série des différences.
3. Calcul des coefficients saisonniers non centrés.
4. Centrage des coefficients saisonniers.
5. Calcul de la série corrigée des variations saisonnières.

# Etape 1 : Estimation de la tendance par moyenne mobile

On effectue un lissage par la méthode des moyennes mobiles afin d'obtenir une **première évaluation de la tendance de la série**.

On note $(\hat{f}_i)_{i=1,\dots,n}$ la série obtenue.

Soit $p$ la période de la composante saisonnière :

- Si $p$ est impaire alors $\hat{f}_i = MM(p)_i$.
- Si $p$ est paire alors $\hat{f}_i = MMC(p)_i$.

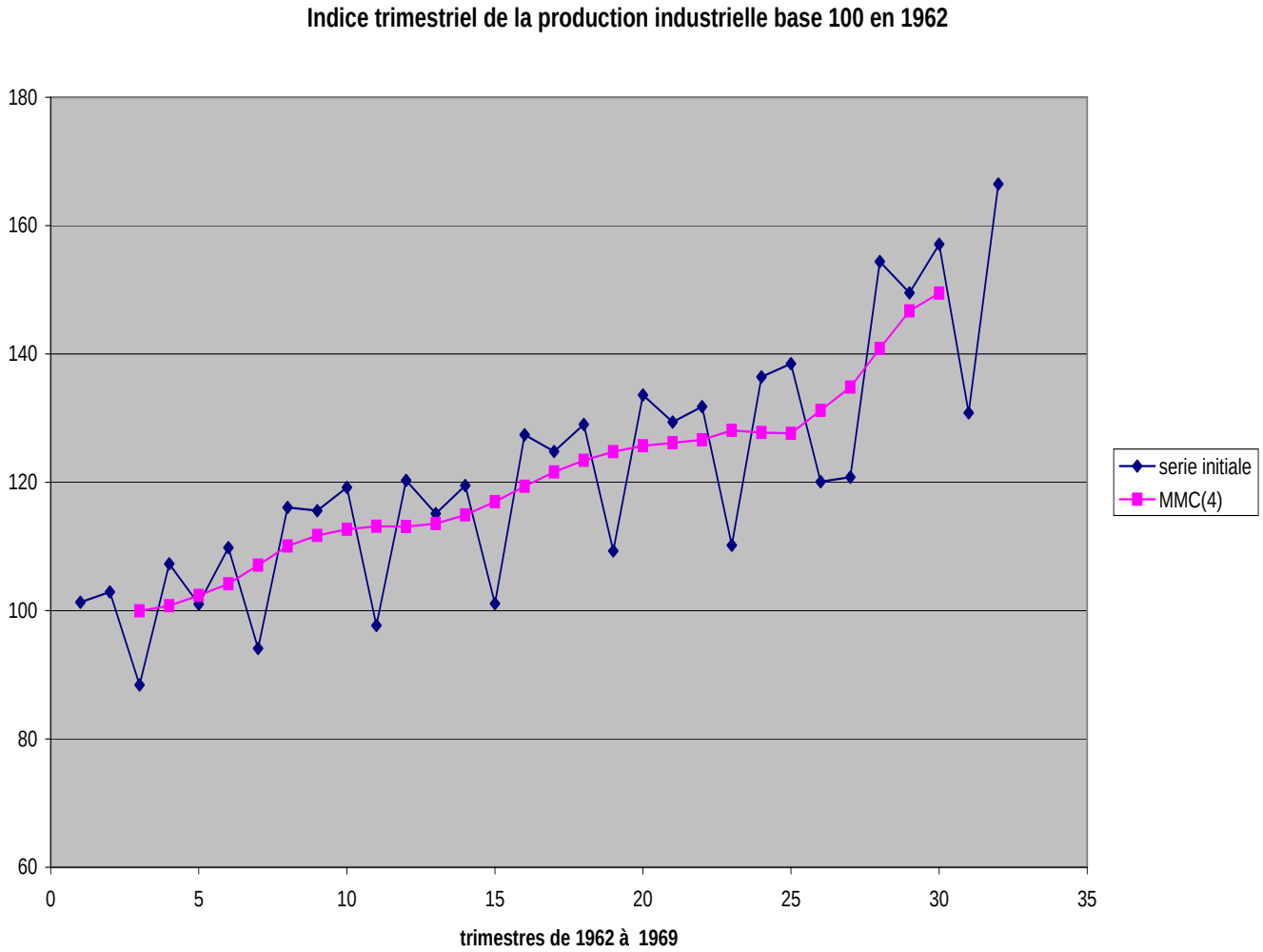
**Remarque :**

- Dans de nombreuses applications, la période $p$ est paire et vaut $p = 2m$ (séries : mensuelle, trimestrielle, bi-mensuelle, semestrielle, etc.).
- Via le lissage, on perd $m$ observations au début de la série et $m$ autres à la fin, soit au total $p = 2m$ observations.

# Etape 1 : Estimation de la tendance par moyenne mobile

| date | y_i | MMC(4) |
|---|---|---|
| 1 | 101,3 | |
| 2 | 102,9 | |
| 3 | 88,4 | 99,9375 |
| 4 | 107,3 | 100,7625 |
| 5 | 101 | 102,3375 |
| 6 | 109,8 | 104,15 |
| 7 | 94,1 | 107,075 |
| 8 | 116,1 | 110,075 |
| 9 | 115,6 | 111,7 |
| 10 | 119,2 | 112,675 |
| 11 | 97,7 | 113,1375 |
| 12 | 120,3 | 113,1125 |
| 13 | 115,1 | 113,575 |
| 14 | 119,5 | 114,8875 |
| 15 | 101,1 | 116,9875 |
| 16 | 127,4 | 119,3875 |
| 17 | 124,8 | 121,6 |
| 18 | 129 | 123,4 |
| 19 | 109,3 | 124,75 |
| 20 | 133,6 | 125,675 |
| 21 | 129,4 | 126,1375 |
| 22 | 131,8 | 126,6 |
| 23 | 110,2 | 128,0875 |
| 24 | 136,4 | 127,7625 |
| 25 | 138,5 | 127,625 |
| 26 | 120,1 | 131,2 |
| 27 | 120,8 | 134,825 |
| 28 | 154,4 | 140,825 |
| 29 | 149,5 | 146,7 |
| 30 | 157,1 | 149,4625 |
| 31 | 130,8 | |
| 32 | 166,5 | |

# Etape 1 : Estimation de la tendance par moyenne mobile



# Etape 2 : Constitution de la série des différences

On calcule la série des différences :

$$D_i = y_i - \hat{f}_i$$

pour $i = m + 1, \ldots, n - m$.

Comme les termes $\hat{f}_i$ correspondent à une estimation de la tendance, les différences $D_i$ sont une **approximation des composantes saisonnière + résiduelle**.

# Etape 2 : Constitution de la série des différences

| date | y_i | MMC(4) | D_i |
|---|---|---|---|
| 1 | 101,3 | | |
| 2 | 102,9 | | |
| 3 | 88,4 | 99,9375 | -11,5375 |
| 4 | 107,3 | 100,7625 | 6,5375 |
| 5 | 101 | 102,3375 | -1,3375 |
| 6 | 109,8 | 104,15 | 5,65 |
| 7 | 94,1 | 107,075 | -12,975 |
| 8 | 116,1 | 110,075 | 6,025 |
| 9 | 115,6 | 111,7 | 3,9 |
| 10 | 119,2 | 112,675 | 6,525 |
| 11 | 97,7 | 113,1375 | -15,4375 |
| 12 | 120,3 | 113,1125 | 7,1875 |
| 13 | 115,1 | 113,575 | 1,525 |
| 14 | 119,5 | 114,8875 | 4,6125 |
| 15 | 101,1 | 116,9875 | -15,8875 |
| 16 | 127,4 | 119,3875 | 8,0125 |
| 17 | 124,8 | 121,6 | 3,2 |
| 18 | 129 | 123,4 | 5,6 |
| 19 | 109,3 | 124,75 | -15,45 |
| 20 | 133,6 | 125,675 | 7,925 |
| 21 | 129,4 | 126,1375 | 3,2625 |
| 22 | 131,8 | 126,6 | 5,2 |
| 23 | 110,2 | 128,0875 | -17,8875 |
| 24 | 136,4 | 127,7625 | 8,6375 |
| 25 | 138,5 | 127,625 | 10,875 |
| 26 | 120,1 | 131,2 | -11,1 |
| 27 | 120,8 | 134,825 | -14,025 |
| 28 | 154,4 | 140,825 | 13,575 |
| 29 | 149,5 | 146,7 | 2,8 |
| 30 | 157,1 | 149,4625 | 7,6375 |
| 31 | 130,8 | | |
| 32 | 166,5 | | |

# Etape 3 : Calcul des coefficients saisonniers non centrés

On estime les $p$ coefficients saisonniers non centrés $\tilde{s}_j$ en moyennant les valeurs de la série $(D_i)_{i=m+1,\ldots,n-m}$ sur les sous-séries qui correspondent aux différentes périodes.
Pour simplifier l'écriture, supposons que $n$ soit multiple de la période $p$ de la saisonnalité de telle sorte que l'on dispose de $K_0$ périodes complètes d'observations, $n = K_0 \times p$.

Par exemple si la série est trimestrielle $p = 4$ et que la série est observée sur $n = 12$ trimestres, on a $K_0 = 3$ périodes complètes d'observations (3 années). Après lissage on dispose de la série $D_i$ pour $i = 3, \ldots, 10$ :

- $\tilde{s}_1 = \frac{1}{2}(D_5 + D_9)$,
- $\tilde{s}_2 = \frac{1}{2}(D_6 + D_{10})$,
- $\tilde{s}_3 = \frac{1}{2}(D_3 + D_7)$,
- $\tilde{s}_4 = \frac{1}{2}(D_4 + D_8)$.

# Etape 3 : Calcul des coefficients non centrés

Pour $1 \leq j < m$ :

$$\tilde{s}_j = \frac{1}{K_0 - 1} \sum_{k=1}^{K_0 - 1} D_{j+pk}$$

Pour $m \leq j \leq p$ :

$$\tilde{s}_j = \frac{1}{K_0 - 1} \sum_{k=1}^{K_0 - 1} D_{j+p(k-1)}$$

# Etape 3 : Calcul des coefficients non centrés

| date | y_i | MMC(4) | D_i | n°trimestre | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 101,3 | | | 1 | | |
| 2 | 102,9 | | | 2 | | |
| 3 | 88,4 | 99,9375 | -11,5375 | 3 | Stilde_3 | -14,7428571 |
| 4 | 107,3 | 100,7625 | 6,5375 | 4 | Stilde_4 | 8,27142857 |
| 5 | 101 | 102,3375 | -1,3375 | 1 | Stilde_1 | 3,46071429 |
| 6 | 109,8 | 104,15 | 5,65 | 2 | Stilde_2 | 3,44642857 |
| 7 | 94,1 | 107,075 | -12,975 | 3 | | |
| 8 | 116,1 | 110,075 | 6,025 | 4 | | |
| 9 | 115,6 | 111,7 | 3,9 | 1 | | |
| 10 | 119,2 | 112,675 | 6,525 | 2 | | |
| 11 | 97,7 | 113,1375 | -15,4375 | 3 | | |
| 12 | 120,3 | 113,1125 | 7,1875 | 4 | | |
| 13 | 115,1 | 113,575 | 1,525 | 1 | | |
| 14 | 119,5 | 114,8875 | 4,6125 | 2 | | |
| 15 | 101,1 | 116,9875 | -15,8875 | 3 | | |
| 16 | 127,4 | 119,3875 | 8,0125 | 4 | | |
| 17 | 124,8 | 121,6 | 3,2 | 1 | | |
| 18 | 129 | 123,4 | 5,6 | 2 | | |
| 19 | 109,3 | 124,75 | -15,45 | 3 | | |
| 20 | 133,6 | 125,675 | 7,925 | 4 | | |
| 21 | 129,4 | 126,1375 | 3,2625 | 1 | | |
| 22 | 131,8 | 126,6 | 5,2 | 2 | | |
| 23 | 110,2 | 128,0875 | -17,8875 | 3 | | |
| 24 | 136,4 | 127,7625 | 8,6375 | 4 | | |
| 25 | 138,5 | 127,625 | 10,875 | 1 | | |
| 26 | 120,1 | 131,2 | -11,1 | 2 | | |
| 27 | 120,8 | 134,825 | -14,025 | 3 | | |
| 28 | 154,4 | 140,825 | 13,575 | 4 | | |
| 29 | 149,5 | 146,7 | 2,8 | 1 | | |
| 30 | 157,1 | 149,4625 | 7,6375 | 2 | | |
| 31 | 130,8 | | | 3 | | |
| 32 | 166,5 | | | 4 | | |

# Etape 4 : Centrage des coefficients saisonniers

Rappelons que l'influence des variations saisonnières sur une année est neutre. La composante saisonnière est censée vérifier :

$$\sum_{j=1}^{p} s_j = 0$$

On va donc corriger les coefficients $\tilde{s}_j$ en les centrant.

# Etape 4 : Centrage des coefficients saisonniers

On calcule la moyenne des $p$ coefficients saisonniers obtenus à l'étape 3 :

$$\bar{s} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^{p} \tilde{s}_j.$$

On centre ensuite les coefficients saisonniers $(\tilde{s}_j)_{j=1,\dots,p}$ en leur retranchant la moyenne $\bar{s}$. On obtient :

$$\hat{s}_j = \tilde{s}_j - \bar{s}\,, \quad j = 1, \dots, p.$$

On a bien :

$$\sum_{j=1}^{p} \hat{s}_j = \sum_{j=1}^{p} \tilde{s}_j - \sum_{j=1}^{p} \bar{s} = p \times \bar{s} - p \times \bar{s} = 0.$$

# Etape 4 : Centrage des coefficients saisonniers

| y_i | MMC(4) | D_i | n°trimestre | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 101,3 | | | 1 | | |
| 102,9 | | | 2 | | |
| 88,4 | 99,9375 | -11,5375 | 3 | Stilde_3 | -14,7428571 |
| 107,3 | 100,7625 | 6,5375 | 4 | Stilde_4 | 8,27142857 |
| 101 | 102,3375 | -1,3375 | 1 | Stilde_1 | 3,46071429 |
| 109,8 | 104,15 | 5,65 | 2 | Stilde_2 | 3,44642857 |
| 94,1 | 107,075 | -12,975 | 3 | | |
| 116,1 | 110,075 | 6,025 | 4 | | |
| 115,6 | 111,7 | 3,9 | 1 | moyenne sba | 0,10892857 |
| 119,2 | 112,675 | 6,525 | 2 | | |
| 97,7 | 113,1375 | -15,4375 | 3 | ^S3 | -14,8517857 |
| 120,3 | 113,1125 | 7,1875 | 4 | ^S4 | 8,1625 |
| 115,1 | 113,575 | 1,525 | 1 | ^S1 | 3,35178571 |
| 119,5 | 114,8875 | 4,6125 | 2 | ^S2 | 3,3375 |
| 101,1 | 116,9875 | -15,8875 | 3 | | |
| 127,4 | 119,3875 | 8,0125 | 4 | | |
| 124,8 | 121,6 | 3,2 | 1 | | |
| 129 | 123,4 | 5,6 | 2 | | |
| 109,3 | 124,75 | -15,45 | 3 | | |
| 133,6 | 125,675 | 7,925 | 4 | | |
| 129,4 | 126,1375 | 3,2625 | 1 | | |
| 131,8 | 126,6 | 5,2 | 2 | | |
| 110,2 | 128,0875 | -17,8875 | 3 | | |
| 136,4 | 127,7625 | 8,6375 | 4 | | |
| 138,5 | 127,625 | 10,875 | 1 | | |
| 120,1 | 131,2 | -11,1 | 2 | | |
| 120,8 | 134,825 | -14,025 | 3 | | |
| 154,4 | 140,825 | 13,575 | 4 | | |
| 149,5 | 146,7 | 2,8 | 1 | | |
| 157,1 | 149,4625 | 7,6375 | 2 | | |
| 130,8 | | | 3 | | |
| 166,5 | | | 4 | | |

# Etape 5 : Calcul de la série corrigée des variations saisonnières

La série corrigée des variations saisonnières, ou désaisonnalisée, notée $(CVS_i)_{i=1,\dots,n}$, s'obtient en retranchant à la série initiale la suite des coefficients saisonniers centrés obtenus à l'étape 4 :

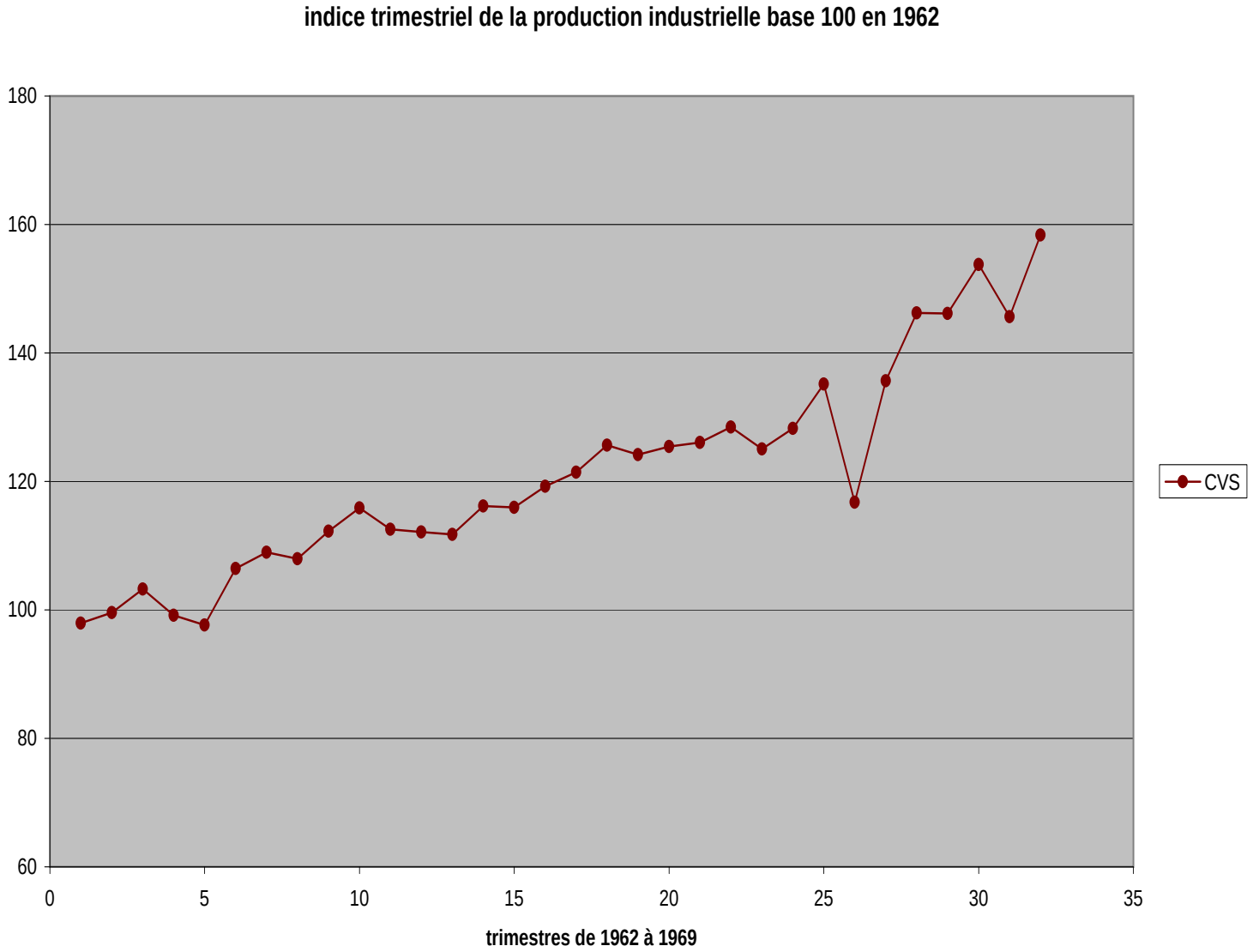
$$CVS_i = y_i - \hat{s}_i\,, \quad i = 1, \dots, n.$$

**Les données CVS sont directement comparables : on a retiré l'effet saisonnier.**

# Etape 5 : Calcul de la série corrigée des variations saisonnières

| date | y_i | n°trimestre | | | ^S | CVSt |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 101,3 | 1 | | | 3,35178571 | 97,9482143 |
| 2 | 102,9 | 2 | | | 3,3375 | 99,5625 |
| 3 | 88,4 | 3 | Stilde_3 | -14,7428571 | -14,8517857 | 103,251786 |
| 4 | 107,3 | 4 | Stilde_4 | 8,27142857 | 8,1625 | 99,1375 |
| 5 | 101 | 1 | Stilde_1 | 3,46071429 | 3,35178571 | 97,6482143 |
| 6 | 109,8 | 2 | Stilde_2 | 3,44642857 | 3,3375 | 106,4625 |
| 7 | 94,1 | 3 | | | -14,8517857 | 108,951786 |
| 8 | 116,1 | 4 | | | 8,1625 | 107,9375 |
| 9 | 115,6 | 1 | moyenne sba | 0,10892857 | 3,35178571 | 112,248214 |
| 10 | 119,2 | 2 | | | 3,3375 | 115,8625 |
| 11 | 97,7 | 3 | ^S3 | -14,8517857 | -14,8517857 | 112,551786 |
| 12 | 120,3 | 4 | ^S4 | 8,1625 | 8,1625 | 112,1375 |
| 13 | 115,1 | 1 | ^S1 | 3,35178571 | 3,35178571 | 111,748214 |
| 14 | 119,5 | 2 | ^S2 | 3,3375 | 3,3375 | 116,1625 |
| 15 | 101,1 | 3 | | | -14,8517857 | 115,951786 |
| 16 | 127,4 | 4 | | | 8,1625 | 119,2375 |
| 17 | 124,8 | 1 | | | 3,35178571 | 121,448214 |
| 18 | 129 | 2 | | | 3,3375 | 125,6625 |
| 19 | 109,3 | 3 | | | -14,8517857 | 124,151786 |
| 20 | 133,6 | 4 | | | 8,1625 | 125,4375 |
| 21 | 129,4 | 1 | | | 3,35178571 | 126,048214 |
| 22 | 131,8 | 2 | | | 3,3375 | 128,4625 |
| 23 | 110,2 | 3 | | | -14,8517857 | 125,051786 |
| 24 | 136,4 | 4 | | | 8,1625 | 128,2375 |
| 25 | 138,5 | 1 | | | 3,35178571 | 135,148214 |
| 26 | 120,1 | 2 | | | 3,3375 | 116,7625 |
| 27 | 120,8 | 3 | | | -14,8517857 | 135,651786 |
| 28 | 154,4 | 4 | | | 8,1625 | 146,2375 |
| 29 | 149,5 | 1 | | | 3,35178571 | 146,148214 |
| 30 | 157,1 | 2 | | | 3,3375 | 153,7625 |
| 31 | 130,8 | 3 | | | -14,8517857 | 145,651786 |
| 32 | 166,5 | 4 | | | 8,1625 | 158,3375 |

# Etape 5 : Calcul de la série corrigée des variations saisonnières



# La série lissée des prédictions

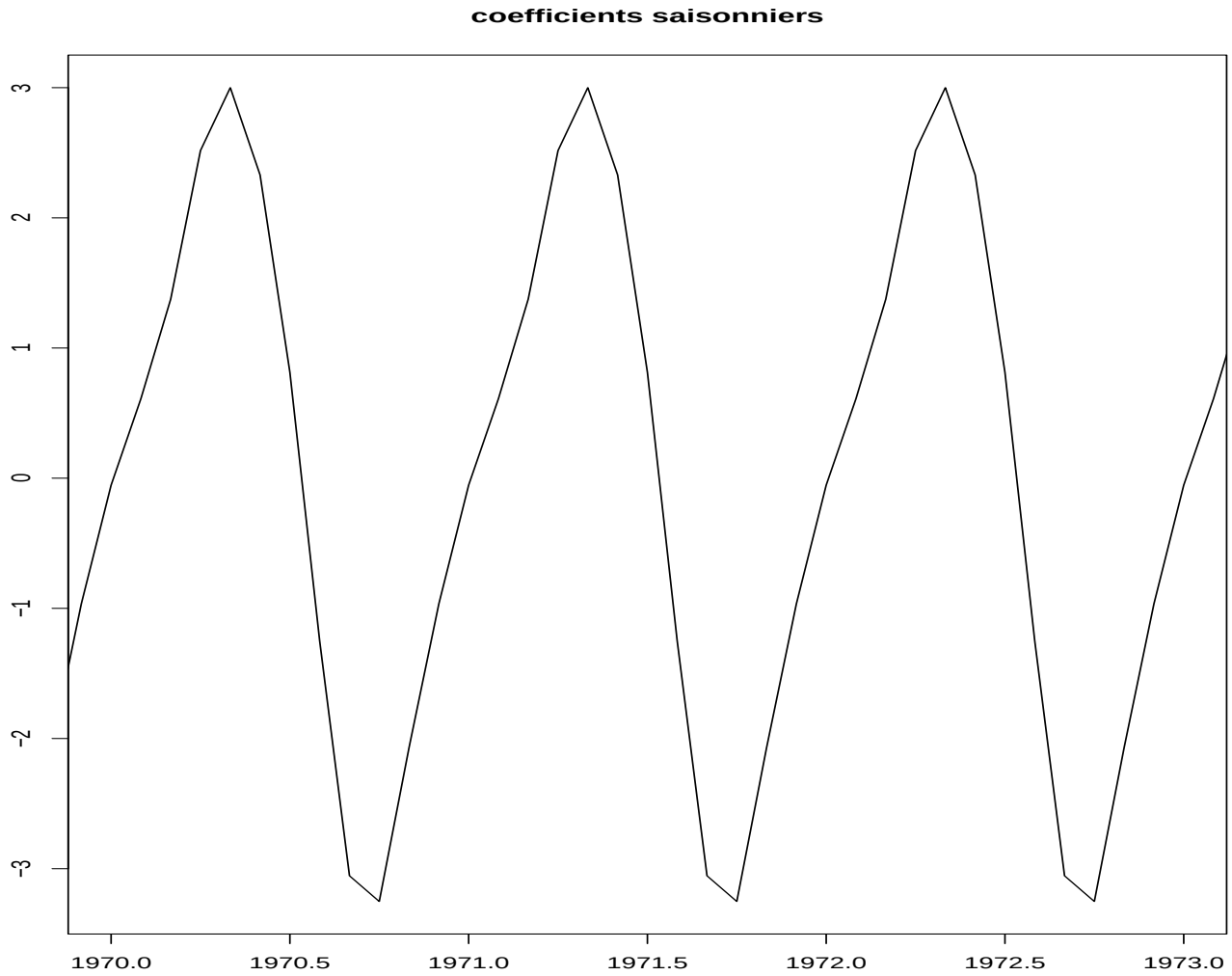
La série ajustée $\hat{y}_i$, ou série lissée des prédictions, est obtenue en additionnant la tendance $\hat{f}_i$ et la composante saisonnière $\hat{s}_i$ :

$$\hat{y}_i = \hat{f}_i + \hat{s}_i \, .$$

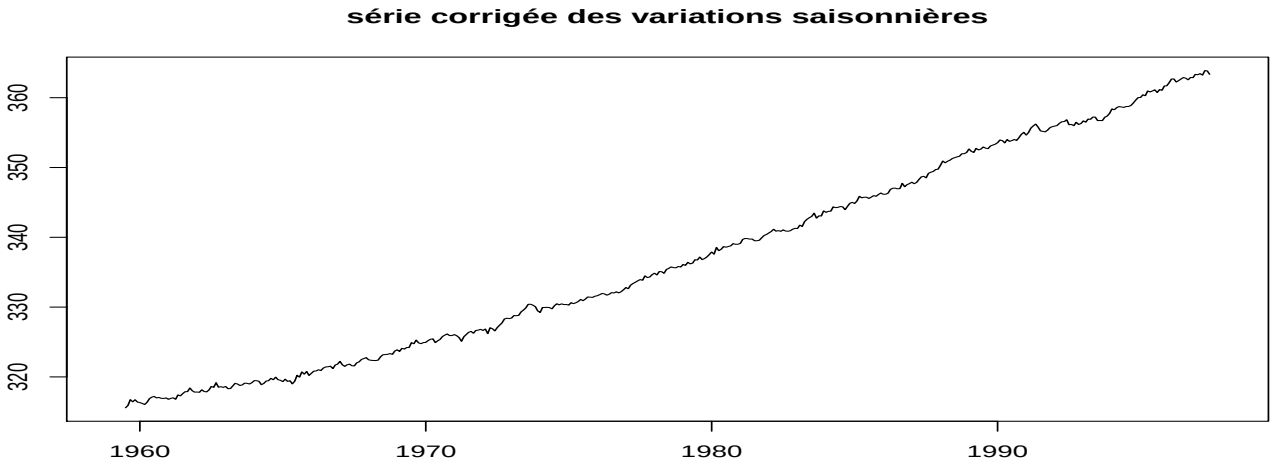
La série ajustée représente **l'évolution** qu'aurait subi la grandeur observée si les **variations saisonnières avaient été parfaitement périodiques** (i.e. s'étaient répétées à l'identique d'une période à une autre) et s'il n'y avait **pas eu de composante résiduelle**.

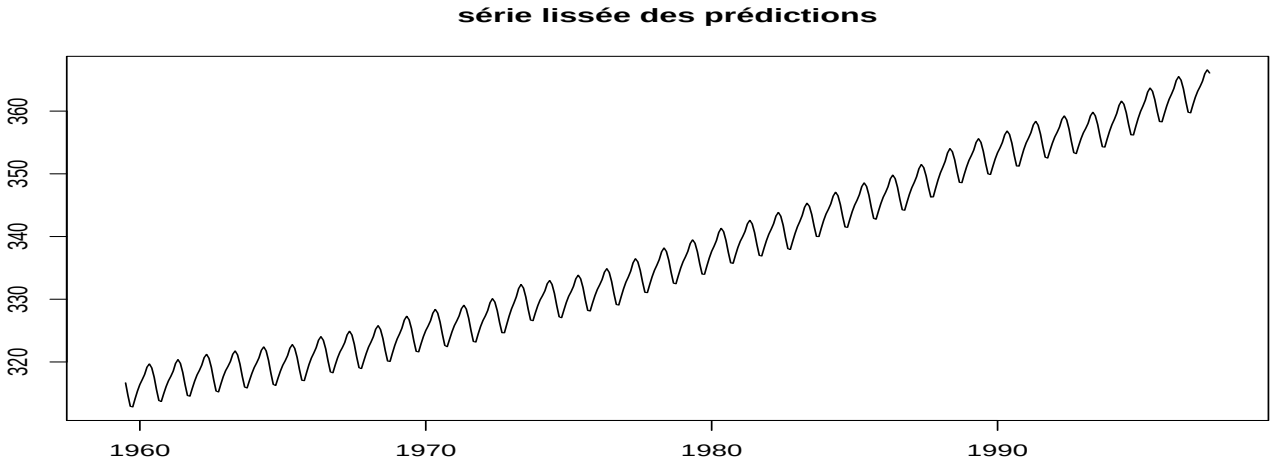
**Remarque:** Lorsque la tendance $\hat{f}_i$ obtenue par moyenne mobile est encore trop irrégulière et représente mal la tendance, on peut en donner une seconde estimation (par exemple en approchant la série $CVS_i$ par une courbe paramétrique à l'aide des moindres carrés).

# Retour à l'exemple du taux de CO2



# Retour à l'exemple du taux de CO2



# L'erreur d'ajustement

La différence entre la série initiale $y_i$ et la série ajustée $y_i$ représente l'erreur d'ajustement :

$$\hat{e}_i = y_i - \hat{y}_i.$$

# Remarque/Exercice

La moyenne des valeurs ajustées $\hat{y}_i = \hat{f}_i + \hat{s}_i$ est en général un peu différente de la moyenne des observations $y_i$: $\bar{\hat{y}} \neq \bar{y}$.

Dans le cas où $\hat{f}_i = MM(p)_i$ ou $MMC(p)_i$, la différence provient des $m$ premières valeurs de la série (la différence est donc d'autant plus petite que $n$ est grand).

Par conséquent $\bar{\hat{e}} \neq 0$, ce qui veut dire que les erreurs ne vérifient pas les contraintes de centrage.

Question: comment rectifier ce problème de façon simple?

# Remarque/Solution

Il suffit d'ajouter $\bar{\hat{e}}$ à la tendance: $\tilde{f}_i = \hat{f}_i + \bar{\hat{e}}$.

On obtient donc les nouvelles valeurs ajustées : $\tilde{y}_i = \tilde{f}_i + \hat{s}_i$ , et les erreurs d'ajustement $\tilde{e}_i = y_i - \tilde{y}_i = \hat{e}_i - \bar{\hat{e}}$.

On vérifie bien que ces erreurs sont centrées $\bar{\tilde{e}} = 0$.

En pratique, les logiciels n'effectuent pas cette correction, qui est inutile lorsque $n$ est assez grand: pour le taux de CO2, on a $\bar{\hat{e}} = 0.0017$.

# Exercice

On étudie les ventes trimestrielles d'un grand magasin parisien.

La série $(y_i)_{i=1,\ldots,10}$ des ventes (en milliers d'euros) est donnée du premier trimestre 1995 au deuxième trimestre 1997 dans le tableau ci-dessous :

| $t_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 662 | 742 | 683 | 842 | 717 | 792 | 742 | 875 | 767 | 805 |

# Exercice

1. Calculer la série des moyennes mobiles centrées d'ordre 4.
2. On choisit un modèle additif. Calculer les coefficients saisonniers. Calculer leur moyenne. Calculer les coefficients saisonniers centrés.
3. Calculer la série corrigée des variations saisonnières.
4. Calculer la série des valeurs ajustées.
5. Calculer $\bar{\hat{e}}$.

# Solution

| $t_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 662 | 742 | 683 | 842 | 717 | 792 | 742 | 875 | 767 | 805 |

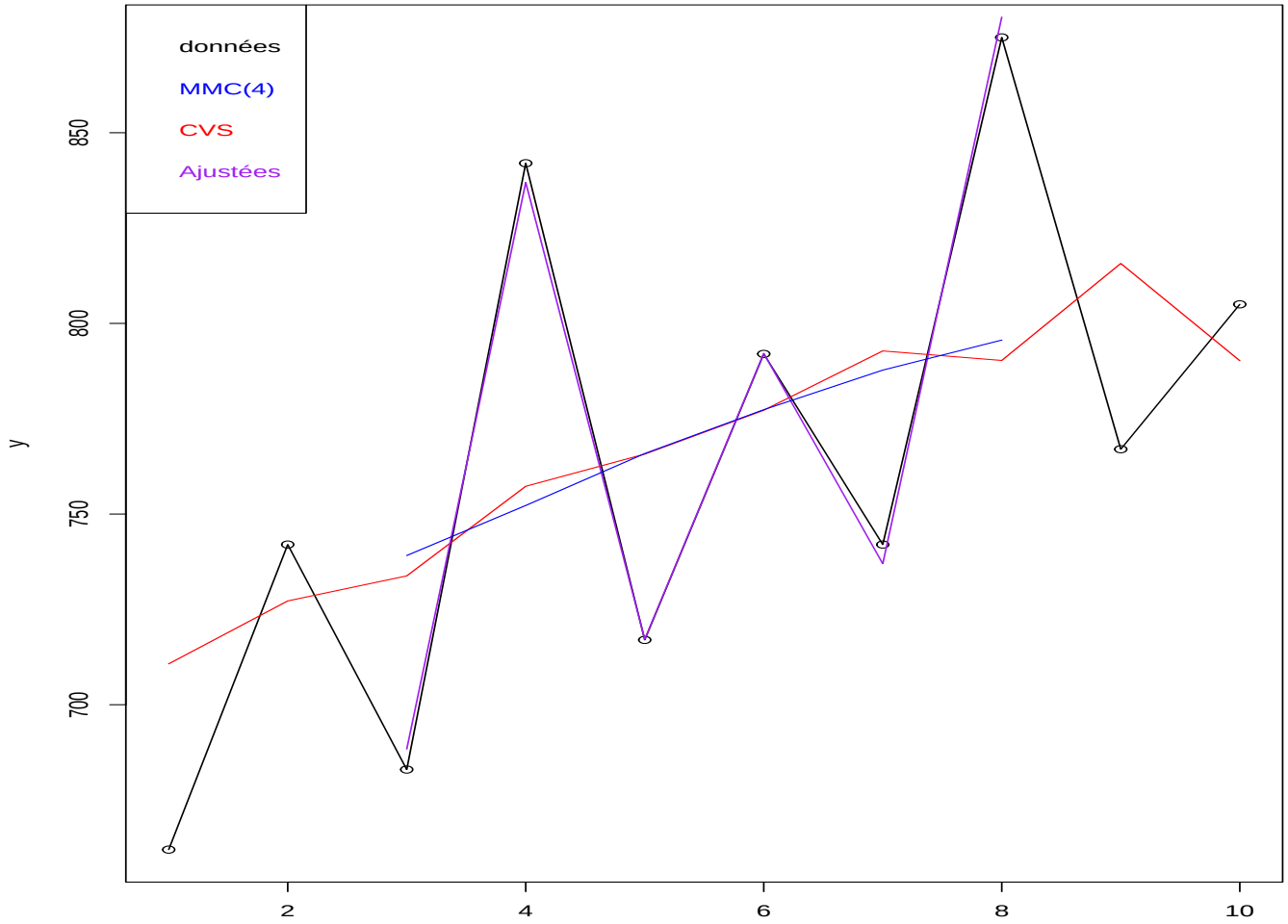
| $t_i$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $MMC(4)_i$ | 739.125 | 752.250 | 765.875 | 777.375 | 787.750 | 795.625 |
| $D_i$ | -56.125 | 89.75 | -48.875 | 14.625 | -45.75 | 79.375 |

$$\tilde{s}_1 = -48.875 \quad \tilde{s}_2 = 14.625 \quad \tilde{s}_3 = -50.9375 \quad \tilde{s}_4 = 84.5625$$

$$\hat{s}_1 = -48.71875 \quad \hat{s}_2 = 14.78125 \quad \hat{s}_3 = -50.78125 \quad \hat{s}_4 = 84.71875$$

$$\bar{\hat{e}} = -0.156$$

# Solution



# Le modèle mutliplicatif

Soit $(y_i)_{i=1,\dots,n}$ une série chronologique dont les termes sont positifs.
On considère le modèle :

$$y_i = F_i \times S_i \times E_i \quad \text{pour} \quad i = 1, \dots, n$$

où :

- $(F_i)_{i=1,\dots,n}$ désigne la tendance.
- $(S_i)_{i=1,\dots,n}$ désigne la composante saisonnière de période $p$ telle que :

$$\prod_{j=1}^{p} S_j = 1.$$

- $(E_i)_{i=1,\dots,n}$ désigne la composante résiduelle (ou bruit).

# Modèle additif et modèle multiplicatif

En prenant le logarithme des observations on obtient

$$z_i = \log(y_i) = \log(F_i) + \log(S_i) + \log(E_i)\,,$$

c'est à dire un modèle additif avec $f_i = \log(F_i)$, $s_i = \log(S_i)$ et $e_i = \log(E_i)$.
On calcule ensuite les coefficients saisonniers de ce modèle additif en suivant les étapes décrites précédemment:

- On approche la tendance par $\hat{f}_i = MM(p)_i$ ou $\hat{f}_i = MMC(p)_i$.
- On forme la série des différences $D_i = z_i - \hat{f}_i$.
- On calcule les coefficients $\tilde{s}_k$ en prenant les moyennes des sous-séries de $D_i$.
- On recentre les coefficients $\tilde{s}_k$ pour obtenir les coefficients centrés $\hat{s}_k$.

# Coefficients saisonniers du modèle multiplicatif

Les coefficients saisonniers du modèle multiplicatif s'écrivent alors

$$\hat{S}_i = \exp\left(\hat{s}_i\right) .$$

Par construction,

$$\sum_{i=1}^{p} \hat{s}_i = 0 ,$$

et donc

$$\prod_{i=1}^{p} \hat{S}_i = \exp\left(\sum_{i=1}^{p} \hat{s}_i\right) = 1 .$$

La contrainte sur les coefficients saisonniers est donc bien satisfaite.

# La série corrigée des variations saisonnières

La série corrigée des variations saisonnières, ou désaisonnalisée, notée $(CVS_i)_{i=1,\ldots,n}$, s'obtient en divisant la série initiale par la suite des coefficients saisonniers centrés :

$$CVS_i = \frac{y_i}{\hat{S}_i}, \quad i = 1, \ldots, n.$$

**Les données CVS sont directement comparables : on a retiré l'effet saisonnier.**

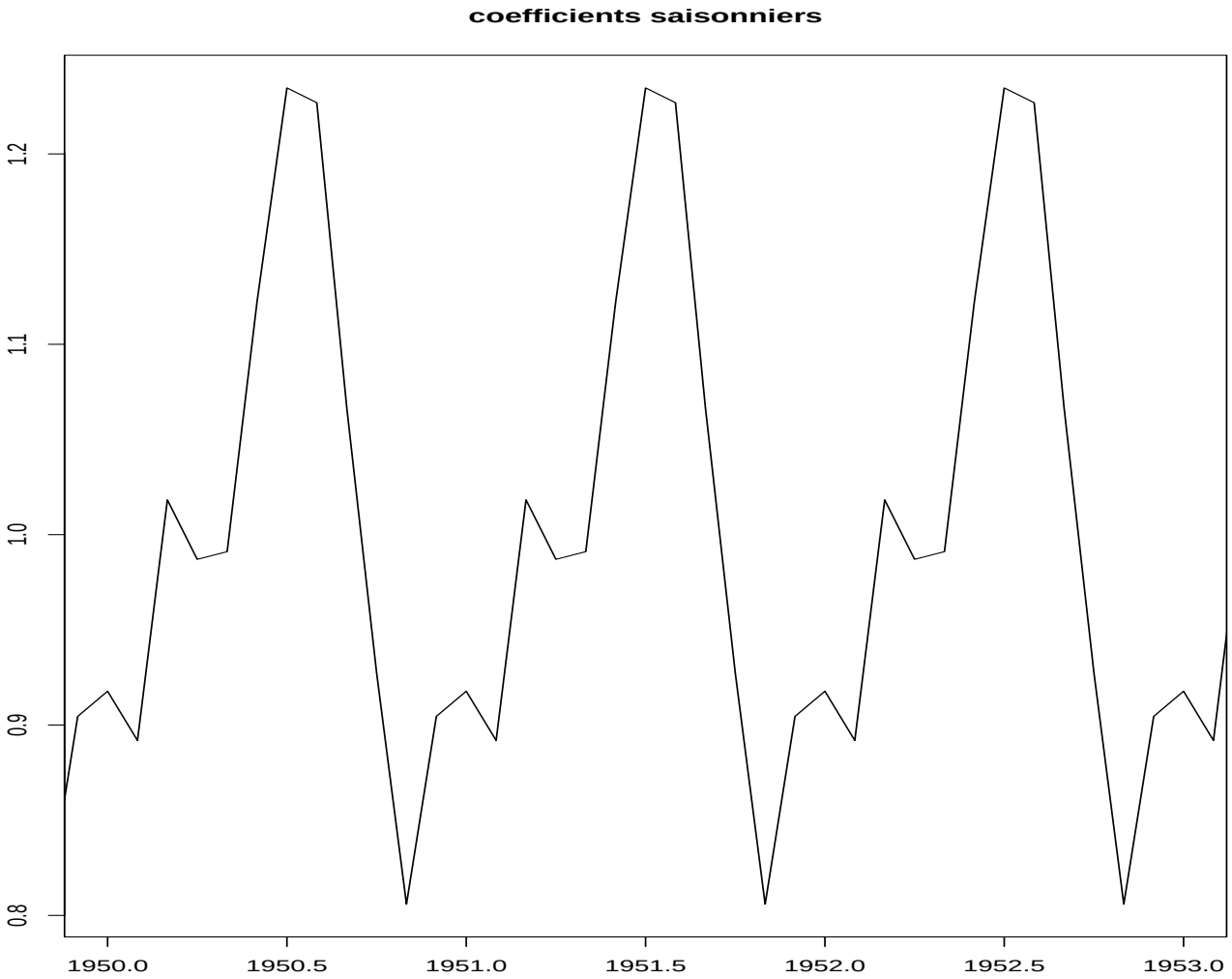
# La série lissée des prédictions

La série ajustée $\hat{y}_i$, ou série lissée des prédictions, est obtenue en multipliant la tendance $\hat{F}_i = \exp(\hat{f}_i)$ par la composante saisonnière $\hat{S}_i$ :

$$\hat{y}_i = \hat{F}_i \times \hat{S}_i \, .$$

**Remarque:** Lorsque la tendance $\hat{F}_i$ obtenue par moyenne mobile est encore trop irrégulière et représente mal la tendance, on peut en donner une seconde estimation (par exemple en approchant la série $CVS_i$ par une courbe paramétrique à l'aide des moindres carrés).

# Retour à l'exemple du trafic aérien



# Retour à l'exemple du trafic aérien