Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-1**

[Cod: CM431 Curso: Análisis Numérico II]
[Prof: L. Paredes]

Práctica Dirigida Nro. 04

---

1. **De la derivación numérica donde es llamada de diferencias progresiva, si $h > 0$, y de diferencias regresiva si $h < 0$. Use esta fórmula para determinar las aproximaciones que completan las siguientes tablas**

   a)

x	$f(x)$	$f'(x)$
0,5	0,8776	
0,6	0,8253	
0,7	0,7648	
0,8	0,6967	

   b)

x	$f(x)$	$f'(x)$
0,1	4,3952	
0,3	5,1599	
0,5	5,8988	
0,7	6,6238	

2. **Los datos del problema 1. se tomaron de las siguientes funciones. Calcule los errores reales del problemas 1. y obtenga las cotas por medio de las fórmulas de error.**

   a) $f(x) = Cos(x)$

   b) $f(x) = e^x + 3x - x^2 + 3$

3. **Use la fórmula de los tres puntos más conveniente para determinar las aproximaciones con que se completarían las siguientes tablas:**

   a)

x	$f(x)$	$f'(x)$
1,1	0,11800	
1,2	0,09070	
1,3	0,07427	
1,4	0,06081	

   b)

x	$f(x)$	$f'(x)$
2,9	−7,4719	
3,0	−8,4866	
3,1	−9,4728	
3,2	−10,4093	

   c)

x	$f(x)$	$f'(x)$
8,0	133,084	
8,1	137,247	
8,2	141,482	
8,3	145,789	

   d)

x	$f(x)$	$f'(x)$
2,0	0,1286	
2,1	0,1463	
2,2	0,1907	
2,3	0,2630	

4. **Los datos del problema 5. se tomaron de las siguientes funciones. Calcule los errores reales del problema 5. y obtenga las cotas por medio de las fórmulas de error**

a) $f(x) = sen^2(x)$

b) $f(x) = e^{\frac{x}{2}} + x$

5. Usando la expansión de Taylor demuestre que $f'(x_0) \approx \frac{1}{2h^3}[f(x_0+2h) - 2f(x_0+h) + 2f(x_0-h) - f(x_0-2h)]$

6. Usando la expansión de Taylor demuestra que $f'(x_0) \approx \frac{1}{h^4}[f(x_0+2h) - 4f(x_0+h) + 6f(x_0) - 4f(x_0-h) + f(x_0-2h)]$

7. Estime el valor óptimo de h para las fórmulas de tres puntos.

8. Estime el valor óptimo de h para las fórmulas que permiten aproximar $f''(x_0)$ y $f'''(x_0)$.

9. En un circuito eléctrico con un voltaje impreso $\varepsilon(t)$ y una inductancia L, la primera ley de Kirchhoff nos da la siguiente relación
$$L\frac{di}{dt} + Ri = \varepsilon(t),$$
donde R es la resistencia del circuito e i es la corriente. Suponga que medimos la corriente con varios valores de t y obtenemos

t	1,00	1,01	1,02	1,03	1,04
i	3,10	3,12	3,14	3,18	3,24

donde t se mide en segundos, i se da en amperes, la inductancia L es una constante de 0,098 henries y la resistencia es de 0,142 ohms. Aproxime el voltaje $\varepsilon(t)$ en los valores $t = 1{,}00$, 1,01, 1,02, 1,03 y 1,04.

10. Dada la función $f(x) = x^5 - 3x^4 - 5x - 1$ se desea calcular su integral en el intervalo $[0; 3]$ empleando los siguientes métodos:

   a) Integral exacta.

   b) Mediante la fórmula de Newton-Cotes de 3 puntos. Mejora si empleas 4 puntos.

   c) Mediante la fórmula de Newton-Cotes de 5 puntos.

11. Determine un $n \in \mathbb{N}$ tal que al aproximar la integral
$$\int_{-1,5}^{1} 5cos(1-2x) - 2(x+1)sin(1-2x)dx$$
con el método de Simpson, el error estimado sea menor o igual a $\epsilon = 0{,}5 \times 10^{-7}$. Para esto, use la fórmula de error de este método. Sugerencia: $f^{(5)}(x) = 64(x+1)cos(1-2x)$ y $f^{(4)}(x) = 16cos(1-2x) - 32(x+1)sen(1-2x)$.

12. Sea $\int_0^{\pi} sin(x)dx = 2$, usando la regla de Trapecio Compuesta.

   a) Aproxime con $n = 4$ y estime el error.

   b) Estime n para obtener unerror de $E \leq 0{,}5 \times 10^{-8}$.

13. Sea $\int_0^{\pi} sin(x)dx = 2$, usando la regla de Simpson Compuesta.

   a) Aproxime con $n = 4$ y estime el error.

   b) Estime n para obtener unerror de $E \leq 0{,}5 \times 10^{-8}$.

14. La función error está definida por
$$E = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt.$$
Encuentre $E(2)$.

15. La función S está definida por
$$S(x) = \int_0^x \frac{sin(t)}{t}dt.$$
Encuentre $S(2)$.

16. La función C está definida por
$$C(x) = \int_0^x \frac{cos(t)}{t}dt.$$
Encuentre $C(2)$.

17. La función C está definida por
$$C(x) = \int_0^x cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)dt.$$
Encuentre $C(2)$.

18. La función S está definida por

$$S = \int_0^x sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt.$$

Encuentre $S(2)$.

19. La integral elíptica completa de primera clase está definida por

$$K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - msin^2(t)}} dt.$$

Encuentre $K(1)$ y $K(4)$.

20. La integral elíptica completa de segunda clase está definida por

$$K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - msin^2(t)} dt.$$

Encuentre $K(1)$ y $K(4)$.

21. Encuentre la longitud de arco de la curva descrita por la función

$$y = ln(x),\ x \in <1; 2>,$$

la longitud está dada por

$$\int_1^2 \sqrt{1 + x^{-2}} dx.$$

22. Aplique todos los métodos posible para

$$\int_1^2 x^2 ln(x) dx,\ n = 4.$$

23. Aplique todos los métodos posible para

$$\int_0^2 \frac{3}{x^2 + 9} dx,\ n = 6.$$

10 de Julio del 2020*

**Hecho en LaTeX