



Universidad Nacional de Ingeniería  
Facultad de Ciencias  
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2020-1

[Cod: CM431 Curso: Análisis Numérico II]

[Prof: L. Paredes.]

### Práctica Dirigida Nro 01

1. Cada 10 años se realiza un censo de población en los Estados Unidos. La siguiente tabla presenta los resultados entre 1930 y 1980.

Año	1930	1940	1950	1960	1970	1980
Población en miles	123203	131669	150697	179323	203212	226505

- Determine el polinomio de Lagrange de grado 5.
  - Determine el polinomio de Newton de grado 5.
  - Utilizando las aproximaciones anteriores para estimar la población en 1920, 1965 y 2000. Compare los resultados.
  - La población en 1920 fue de 105711 millones de habitantes. En base a este dato, indique qué tan exactos cree usted son sus resultados de 1965 y 2000.
2. Se tiene la función  $f(x) = e^x$ , de la cual se proveen los siguientes valores:

$x$	0,0	0,5	1,0	2,0
$f(x)$	1,00000	1,64872	2,71828	7,38906

- Estimar  $f(0,25)$  utilizando interpolación de Lagrange con los nodos  $x_0 = 0$  y  $x_1 = 0,5$ .
  - Estimar  $f(0,75)$  utilizando interpolación de Lagrange con los nodos  $x_0 = 0,5$  y  $x_1 = 1$ .
  - Estimar  $f(0,25)$  y  $f(0,75)$  utilizando interpolación de Lagrange con los nodos  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$  y  $x_2 = 2$ .
3. Determine una función polinómica para aproximar a la función  $f(x) = e^x \cos(x)$ , en el intervalo  $0 \leq x \leq 2$ .
- Tabular  $f(x)$  en los nodos  $x = 0; 0,5; 1$  y  $2$  y determine el polinomio interpolante por el método de Newton. Trabajar con una precisión de 5 dígitos.

- b) Agregar el nodo  $x = 1,5$  para hallar una expresión aproximada para el error de truncamiento. Utilizarla para estimar el error en  $x = 0,1; 0,3; 0,8; 1,2; 1,5$  y  $1,7$ .
- c) Comparar los errores estimados en el punto anterior con los valores correctos, calculados como diferencia entre el valor correcto de  $f(x)$  y el obtenido por medio del polinomio interpolante.

4. Calcule  $f(0)$  utilizando la fórmula de Newton, dada la siguiente tabla:

$x$	0,2	0,2	0,4	0,8
$f(x)$	64987	62055	56074	43609

- a) Note que la fórmula de interpolación se utiliza para extrapolar.
- b) Analice si la extrapolación es admisible.

5. Determine un polinomio  $Q$  de grado 3 tal que  $Q(0) = 0$ ,  $Q'(0) = 1$ ,  $Q(1) = 3$  y  $Q'(1) = 6$ .

6. Dada la siguiente tabla:

$x$	0	1	3
$f(x)$	-1,201	0,8204	2,253

- a) Construye el polinomio interpolante  $P_n(x)$  que surge de la fórmula de Newton.
- b) Estudiar el error por redondeo durante las operaciones que se comete al evaluar  $P_n(2)$ .
7. Determine el polinomio interpolante de grado 2 para  $f(x) = \frac{1}{x}$ , por medio de la fórmula de Lagrange, utilizando los nodos  $x_0 = 2$ ,  $x_1 = 2,5$  y  $x_2 = 4$ . Grafique la curva y su aproximación. Analizar los errores para  $x = 0,5$  y  $x = 0,333333$ .
8. Se conocen los siguientes datos acerca de la función  $f(x)$ :  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 5$ ,  $f'(0) = 0$  y  $f'(2) = 4$ . Determine el polinomio interpolante que verifica esa tabla mediante el método de Hermite.
9. Encontrar el polinomio de grado 3 que pasa por los siguientes puntos utilizando la fórmula de Newton:

$x$	4	6	8	10
$y$	1	3	8	20

10. Encontrar el polinomio de grado 4 que pasa por los siguientes puntos utilizando la fórmula de Newton:

$x$	1	2	3	4	5
$y$	1	-1	1	-1	1

11. Encontrar el polinomio de grado 3 que pasa por los siguientes puntos utilizando la fórmula de Lagrange:

$x$	0	1	2	4
$y$	1	1	2	5

12. Halle los valores de  $\sqrt{1,01}$  y  $\sqrt{1,28}$ , a partir de la siguiente tabla, por interpolación de Newton con 3 dígitos significativos:

$x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30
$\sqrt{x}$	1,00000	1,02470	1,04881	1,07238	1,09544	1,11803	1,14017

13. Un coche que viaja en una carretera recta es cronometrado en algunos puntos. Los datos obtenidos se dan en la siguiente tabla.

Tiempo (seg)	0,00	3,00	5,00	8,00	13,00
Distancia (m)	0,00	67,50	114,90	186,90	297,90
Velocidad $\left(\frac{m}{seg}\right)$	22,50	23,10	24,00	22,20	21,60

Utelece un polinomio de Hermite para predecir la posición del coche y su velocidad cuando  $t = 10$  seg.

14. Se desea hallar una función de interpolación polinómica para aproximar la función  $\text{Sen}^2(x)$  en el intervalo  $0 \leq x \leq \pi$ .

- Construir un polinomio por interpolación de Hermite en los nodos  $0$ ,  $\frac{\pi}{2}$  y  $\pi$ . Garantizar una precisión de 4 decimales en los coeficientes. Estimar el error de redondeo cometido en la construcción del polinomio, en forma expeditiva.
- Estimar el error de truncamiento cometido en 0,2; 0,5; 1 utilizando el punto extra  $\frac{5\pi}{4}$  en la tabla de interpolación de Hermite. Compare con el error exacto.

15. Determine el polinomio interpolante de Hermite de grado 5 y estime el valor para  $x = 0,34$  de la función  $f(x) = \text{Sen}(x)$ .

$x$	0,30	0,32	0,35
$\text{Sen}(x)$	0,29552	0,31457	0,34290

- Determine una cota de error para la aproximación anterior y comparar con el error real.
- Agregue  $\text{Sen}(0,33) = 0,32404$  a los datos y rehacer los cálculos.
- En ambos casos completar la tabla con los valores de la derivada.

24 de Abril del 2020