

Examen Final CC 562A

(Modelamiento y Simulación)

1. [3 puntos] Para estimar θ , generamos 20 valores independientes con media θ . Si los valores sucesivos obtenidos fueron: 102,112,131,107,114,95,133,145,139,117,93,111,124,122,136,141,119,122,151,143. Cuántos valores adicionales cree se tenga que generar si se quiere tener un 99 por ciento de seguridad de que nuestra estimación final de θ es correcta salvo un error de ± 0.5
2. [7 puntos] Considere una sucesión de números aleatorios y sea M el primero que es menor que su predecesor. Es decir,
$$M = \min \{n : U_1 \leq U_2 \leq \dots \leq U_{n-1} > U_n\}$$
 - 2.1. Justifique que $P[M > n] = \frac{1}{n!} \quad n \geq 0$
 - 2.2. Utilice la identidad $E[M] = \sum_{n=0}^{\infty} P[M > n]$ para mostrar que $E[M] = e$
 - 2.3. Utilice la parte 2.2 para estimar e utilizando solamente 1000 términos
 - 2.4. Estimar la Varianza del estimador en 2.3 y estime un intervalo de confianza al 95% para e
3. [7 puntos] Cinco elementos numerados, 1,2,3,4,5, se ordenan inicialmente en forma aleatoria (es decir, el orden inicial es una permutación aleatoria de 1,2,3,4,5). En cada etapa, se elige uno de los elementos y se coloca al frente de la lista. Es decir, si el orden actual es 2,3,4,1,5 y se elige el elemento 1, entonces el nuevo orden es 1,2,3,4,5. Suponga que cada elección, es de manera independiente, el elemento i con probabilidad $p_i = \frac{i}{15}$. Sea L_j la posición del i -ésimo elemento por seleccionar y sea $L = \sum_{j=1}^{100} L_j$. Utilizar simulación para estimar $E[L]$
 - 3.1. Estimar $E[L]$ mediante simulación
 - 3.2. Estimar $E[N_i]$, donde N_i es el número de veces que se elige el elemento i en las 100 selecciones
 - 3.3. Sea $Y = \sum_{i=1}^5 iN_i$ ¿Cree que Y esta correlacionada en forma positiva o negativa con L ?
 - 3.4. Emplear simulación para estimar L , con Y como variable control
 - 3.5. Si se dispone de registro de datos reales de 10 elecciones: 2,1,4,3,1,5,2,1,2,3, los resultados anteriores son válidos?
4. [3 puntos] Sea X e Y exponenciales independientes, donde X tiene media 1 e Y tiene media 2, y suponga que queremos utilizar simulación para estimar $P[X + Y > 4]$. Utilice el método de condicionamiento para mejorar la estimación y en cuanto reduce esta varianza