Detekcija objekata u slikama pomoću dubokih neuronskih mreža

Obrada informacija

Prof. dr. sc. Marko Subašić

19.12.2023.

Analiza informacija u slikama

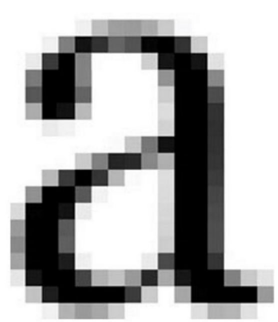
- Zbog čega su slike bogat izvor informacija?
- Gdje se u slikama nalaze korisne informacije?

Slike kao izvor informacija

- Slika ima dvije prostorne dimenzije
  - 0D - Jedan broj nosi jednostavnu informaciju (Npr. 4 učenika u učionici)
    - Dva broja daju mogućnost pohrane dvostruko veće količine informacija
  - 1D – Vektor sadrži niz brojeva, no osim informacije sadržane u samim brojevima, bitan je i poredak brojeva
    - Položaj i međusobni **prostorni odnosi nose dio informacije**
  - 2D – Matrica sadrži niz vektora, bitan je i redoslijed vektora...
  - 3D…
  - 4D...

Gdje je korisna informacija u slici

- Sliku možemo promatrati kao matricu
- Svaki element digitalne slike – piksel – sadrži jedan komadić informacije
  - Broj piksela **n** i broj mogućih vrijednosti piksela **m**
  - Broj mogućih kombinacija (različitih slika) je m^n
  - Broj piksela možemo promatrati kao broj dimenzija
    - Svaka moguća slika tada je točka u n-dimenzionalnom prostoru



Gdje je korisna informacija u slici

- Ovisno o zadanom problemu, iz slike želimo izvući neku bitnu informaciju
- Za opis te informacije često je dovoljan ograničeni skup brojeva
  - Često samo jedan broj – npr. broj automobila na slici
- Ekstrakcija bitne informacije podrazumijeva redukciju dimenzionalnosti

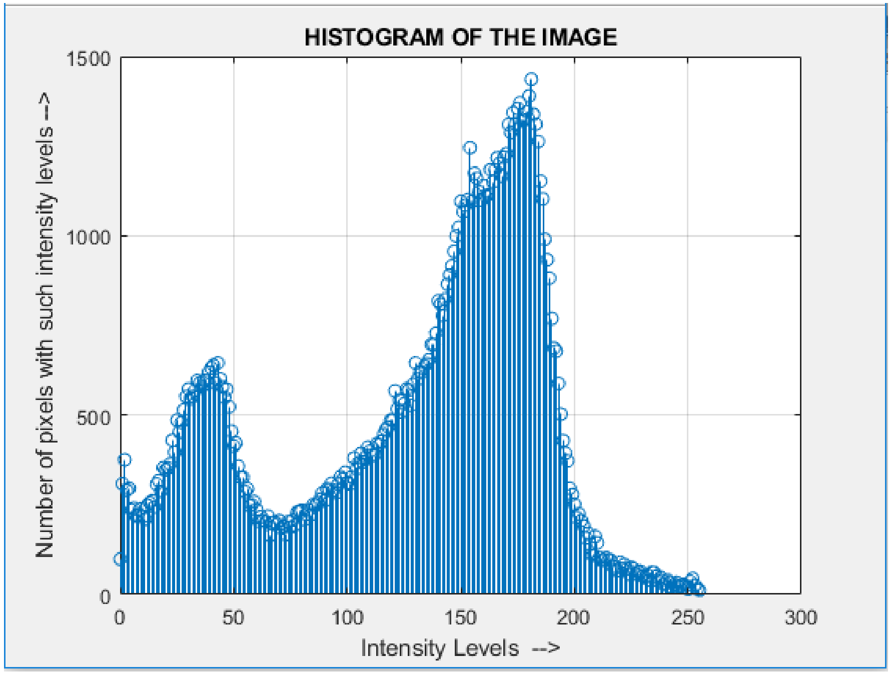
$$\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

Redukcija dimenzionalnosti

- Kroz redukciju dimenzionalnosti očito odbacujemo neke nebitne informacije
  - U slikama često ima znatna količina nebitnih informacija
  - Čak i jednostavno uklanjanje nebitnih piksela može poslužiti svrsi
    - Neki dijelovi slike često nisu bitni, npr. pozadina

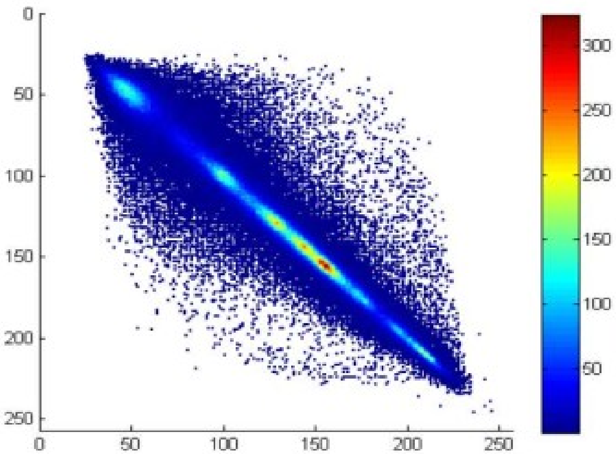
Redukcija dimenzionalnosti

- Postoji velika redundancija u slikama
  - Piksele u slici možemo promatrati kao slučajne varijable



Redukcija dimenzionalnosti

- Statistički gledano dva susjedna piksela u slici su jako korelirani
- Dva susjedna piksela vjerojatno nose istu informaciju – redundancija
  - Susjedni pikseli nose istu informaciju
  - Neke možda možemo izbaciti
    - Smanjivanje dimenzija slike



Redukcija dimenzionalnosti

- Gdje je onda bitna informacija
- U razlikama između susjednih piksela!
  - Visoka korelacija između susjednih piksela ne znači da ne mogu postojati znatne razlike
  - Razlike su rijetke, ali neke od njih su bitne

Bitne informacije u slikama

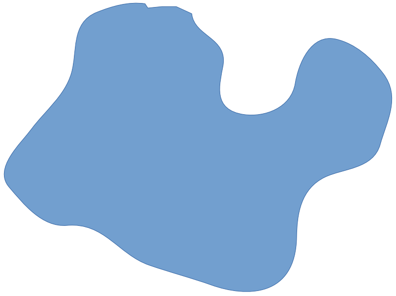
- Bitne su razlike u susjednim pikselima ili u lokalnom susjedstvu
  - Rubovi na slikama
- Potvrda da je to doista bitan izvor informacija
  - Ljudski vizualni sustav je specijaliziran za traženje lokalnih razlika – rubova
  - Isto vrijedi za mnoge životinje

Keypoints I

- Digitalne slike se sastoje od piksela
- Informaciju nose vrijednosti piksela, ali i međusobni prostorni odnosi
- Bitne informacije su lokalizirane

Detekcija objekata u slikama

- Gdje se obično javljaju lokalne promjene intenziteta u slikama?
  - Na granicama objakata
- Kako odrediti lokaciju objekta u slici?
  - Jedna mogućnost je odrediti lokacije svih točaka granice objekta

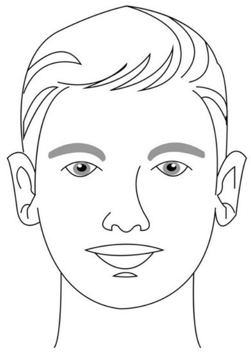


Detekcija objekata u slikama

- Granice objekta ne moraju nužno biti jedini rubovi u slici
- Bitno je odrediti koji rubovi pripadaju granici objekta
  - Prepoznati granicu objekta
- Kada možete prepoznati granicu objekta, možete ga i pronaći na slici

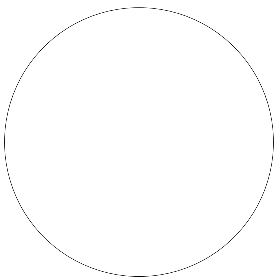
Prepoznavanje objekata u slikama

- Kako prepoznati objekt u slici
  - Po karakterističnom obliku
    - Karakterističan raspored rubnih točaka
      - Npr. oblik lica
  - Po karakterističnim detaljima
    - Opet se svodi na karakterističan raspored rubnih točaka
      - Npr. oči, usta, nos za prepoznavanje lica



Prepoznavanje objekata u slikama

- Ipak, karakterističan raspored rubnih točaka možda nije svojstven samo traženom objektu
  - Takva mogućnost ovisi o pozadini u slici – pogotovo ako u pozadini može biti bilo što
- Potrebno je dodatno razlikovati rubove



Prepoznavanje objekata u slikama

- Osim samog ruba, granicu objekta opisuju i karakteristike regija s obje strane granice
  - Opet se vraćamo na lokalna susjedstva, odnosno razlike u lokalnim susjedstvima


Prepoznavanje objekata u slikama

- Možemo zaključiti da je prepoznavanje objekta dobro raditi kroz prepoznavanje oblika, ali i unutarnjih detalja objekta
- Za obje stvari bitan izvor informacije je lokalno susjedstvo u slici
  - Upućuje da bi mogli koristiti isti alat

Keypoints II

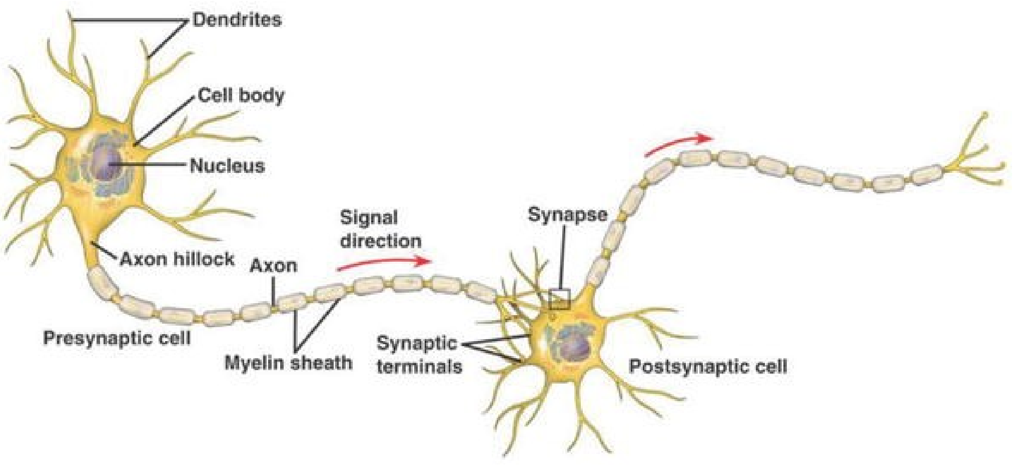
- Za detekciju objekata korisne informacije dolaze od:
  - Rubova objekta
  - Unutrašnjosti objekta
  - Okoline objekta
- Takve informacije nalaze se u lokalnim susjedstvima u slici

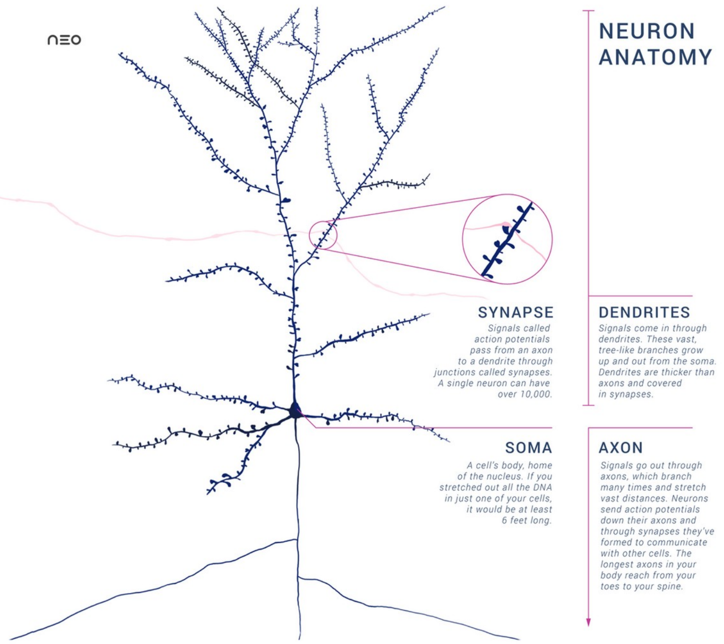
Neuronske mreže

- Mreže međusobno povezanih neurona
- Poznati su primjeri iz prirode
- Ljudski mozak sadrži 100 000 000 000 neurona
  - Povezanih u kompleksnu mrežu
  - Mrežu koja može učiti

Neuron

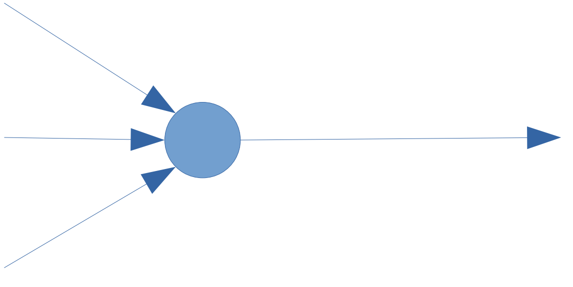
- Prirodni neuron
  - Prima informaciju od drugih neurona
  - Prenosi informaciju drugim neuronima





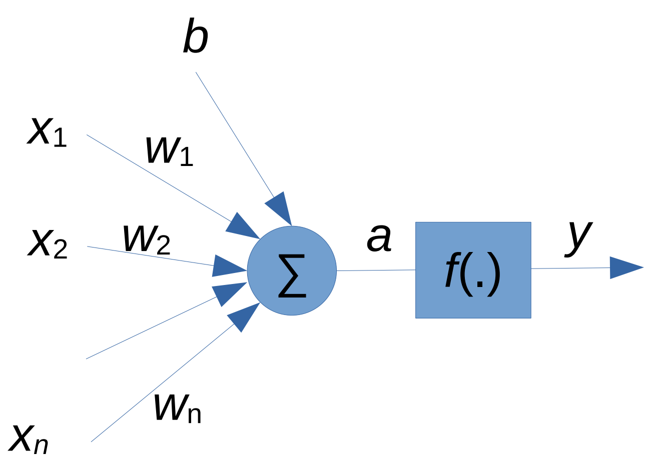
Umjetni neuron

- Pojednostavljeni **model** prirodnog neurona
  - Isto prenosi informaciju



Umjetni neuron

- Druga interpretacija je da je neuron funkcija
  - Na temelju ulaznih vrijednosti generira izlaz
  - Filtriranje ulazne informacije
  - Jednosmjeran tok informacije (*feed forward*)



$$y = f(a) = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

Matematički model umjetnog neurona

- Matematički model je relativno jednostavan
  - Matematička funkcija!
  - Uključuje jednostavne matematičke operacije
    - Zbrajanje
    - Množenje
    - Jednostavnu aktivacijsku funkciju
  - Može se izvoditi na računalu
  - Sadrži i neke parametre

$$y = f(a) = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

Matematički model umjetnog neurona

- Parametri uključuju težine kojima se množe ulazne vrijednosti w_i
- Tu je i pomak b
- Tu je i broj pribrojnika u sumi n
- Parametri aktivacijske funkcije f

$$y = f(a) = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

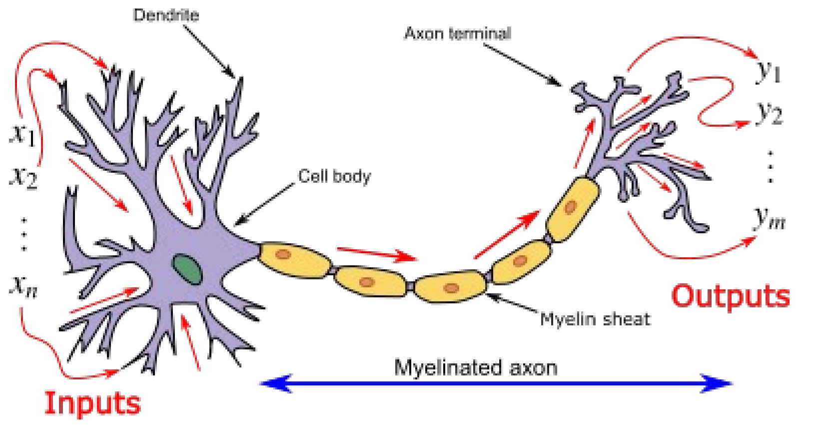
Matematički model umjetnog neurona

- Intuitivno je jasno kako se ulazna informacija transformira u izlaznu
- Ostaje pitanje učenja

$$y = f(a) = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

Učenje biološkog neurona

- Učenje bioloških mreža je kompleksno
- Neuroni se ne mijenjaju
- Učenje se odvija u sinapsama
- Učenje umjetnih neuronskih mreža daje uvid u učenje bioloških neuronskih mreža



Učenje umjetnog neurona

- Kako naučiti jedan neuron?
- Što ga naučiti?
- Što uopće može naučiti?
- Što neuron uopće radi?

Koga učimo?

- Pogledajmo opet matematički model

$$y = f(a) = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

- Prema modelu, neuron na temelju ulaznih vrijednosti računa jednu izlaznu vrijednost
  - w_i – težine
  - b – pomak
  - a – aktivacija

Jednostavniji zapis

- Suma umnožaka ulaza i težina se može prikazati ako unutarnji produkt vektora

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i = \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{x}$$

- Često se pomak *b* skriva u vektor težina

$$w_0 = b, x_0 = 1 \qquad a = \sum_{i=0}^{n} w_i x_i = \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{x} \qquad \boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} b \\ w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Što učimo?

- Učenjem bi mogli postići da neuron „bolje” računa izlaznu vrijednost
- Učenje bi mogli provesti kroz mijenjanje parametara neurona tako da nam omoguće bolji izlaz
- Možemo odabrati koje parametre ćemo mijenjati/učiti

Što mijenjamo?

- Odabir parametara bi trebao biti usklađen sa postupkom učenja

$$y = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

- Ne moramo mijenjati sve parametre
  - Za neke nije praktično izvedivo
  - Ne mogu se svi učiti na isti način

Što želimo postići?

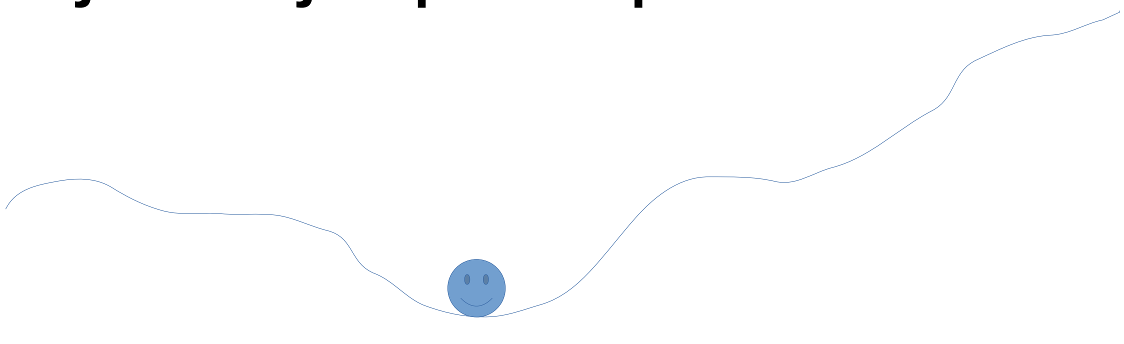
- Definirajmo konkretan cilj
  - Želimo da neuron na izlazu računa točnu vrijednost
  - Procjena izlazne vrijednosti na temelju ulaznih vrijednosti
    - Problem regresije
  - Dakle želimo da je greška minimalna
  - Dakle želimo minimizirati grešku

Minimizacija pogreške

- Minimizirajmo grešku *e* naše funkcije

$$e = d - y = d - f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

- Greška je isto funkcija
- Traženje minimuma funkcije je problem koji je u matematici jako dobro proučen
  - Postoje brojni postupci minimizacije funkcije



Učenje neurona

- Zašto ne bismo pretražili prostor parametara i pronašli globalni minimum
- S imalo većim brojem parametara problem postaje jako nepraktičan

Učenje neurona

- Matematički, postizanje našeg cilja svodi se na problem optimizacije
- Tražimo optimalno rješenje
- Optimalni neuron griješi minimalno
  - Po tome je optimalan

Učenje neurona

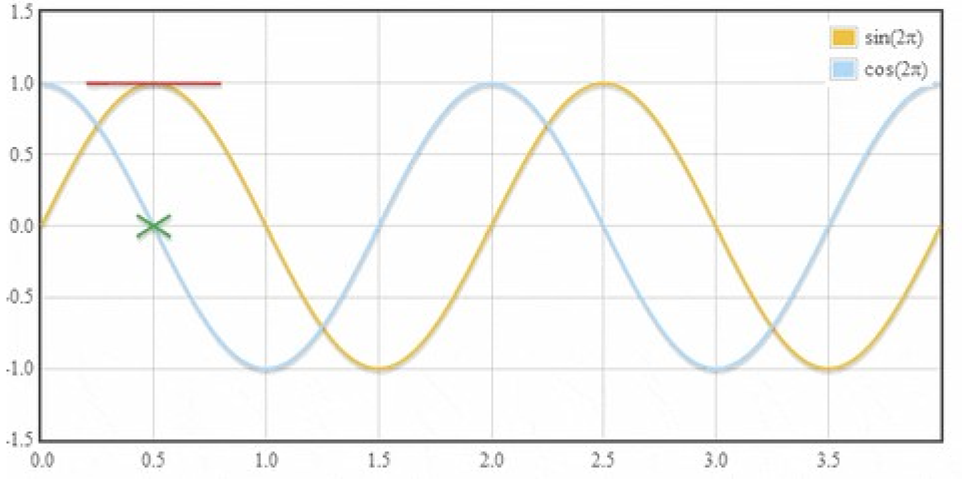
- Jedan princip optimizacije je slijeđenje gradijenta
- Gradijent u nekoj točki funkcije nam govori koji je smjer maksimalne promjene funkcije
- Jednom kada nam je taj smjer poznat, možemo krenuti u smjeru smanjenja (minimizacije)

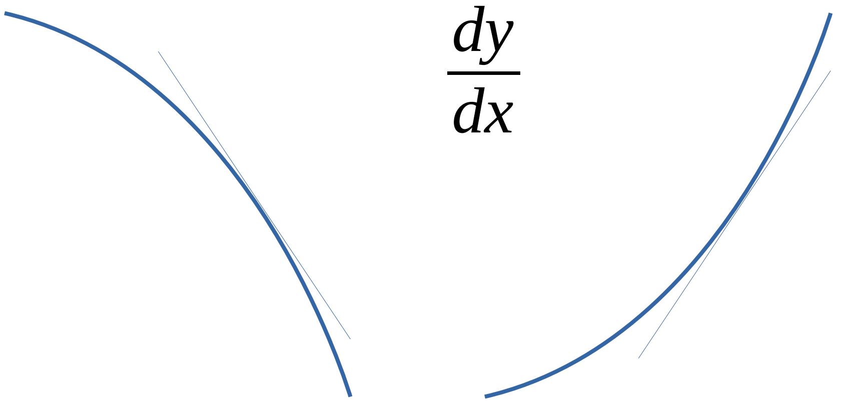
Keypoints III

- Učenjem želimo poboljšati funkcioniranje neuronske mreže
- Poboljšanjem funkcioniranja jednog neurona, poboljšavamo funkcioniranje mreže
- Jedan princip učenja je minimizacija pogreške
  - Rezultat učenja je optimalan

Učenje neurona

- Ilustracija 1D slučaja
- Derivacije u nekoj točki nam daju gradijent





$$\frac{dy}{dx}$$

Učenje neurona

- Kako iskoristiti gradijent?
- Koristimo parcijalne derivacije funkcije greške s obzirom na odabrani parametar
- Korekcija je proporcionalna parcijalnoj derivaciji
- Suprotan smjer – negativan predznak

$$w_i = w_i + \Delta w_i \qquad \Delta w_i = -\eta \frac{\partial e}{\partial w_i} \qquad e = d - y = d - f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right)$$

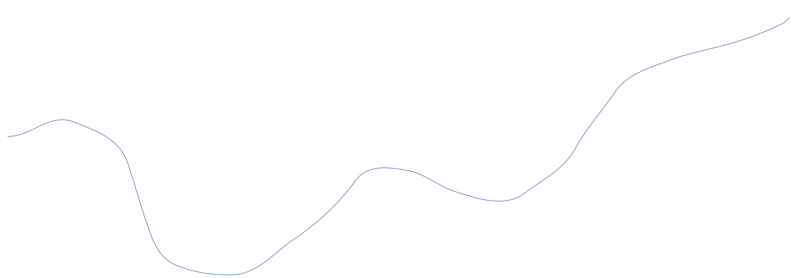
- η – faktor učenja

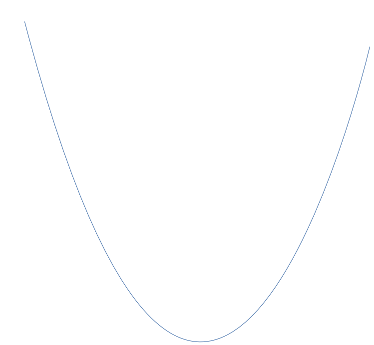
Koraci učenja

- Jednom kada odredimo gradijent, znamo u kojem smjeru treba ići
  - Gradijent pokazuje u smjeru povećanja pogreške
- Slijedeći gradijent se krećemo po funkciji greške i tražimo globalni minimum
  - Ne znamo unaprijed gdje je globalni minimum
- Kada je gradijent jednak nuli – stigli smo na cilj
  - Nismo ako se radi o lokalnom minimumu

Koraci učenja

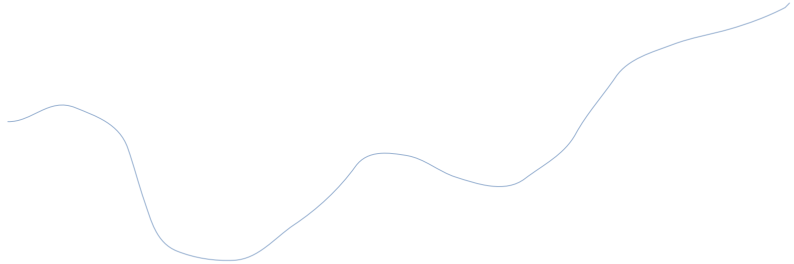
- Informacija koju nam daje gradijent je strogo lokalna
  - Smjer za smanjivanje pogreške vrijedi samo u toj točki funkcije
  - Izvan te točke ne znamo ništa o funkciji i njezinom gradijentu
  - Slijeđenje gradijenta radim uz pretpostavku da je to dobro
    - Pretpostavku možemo potvrditi kroz poznavanje karakteristika funkcije greške
      - Poželjno je da je glatka, konveksna...





Koraci učenja

- Problemi slijeđenja gradijenta
  - Ako napravimo preveliki korak, možemo preskočiti traženi minimum
    - Zbog prevelikih koraka nikada nećemo pronaći minimum
  - Premali koraci usporavaju pronalazak minimuma
  - Premalim koracima ne možemo pobjeći iz lokalnog minimuma



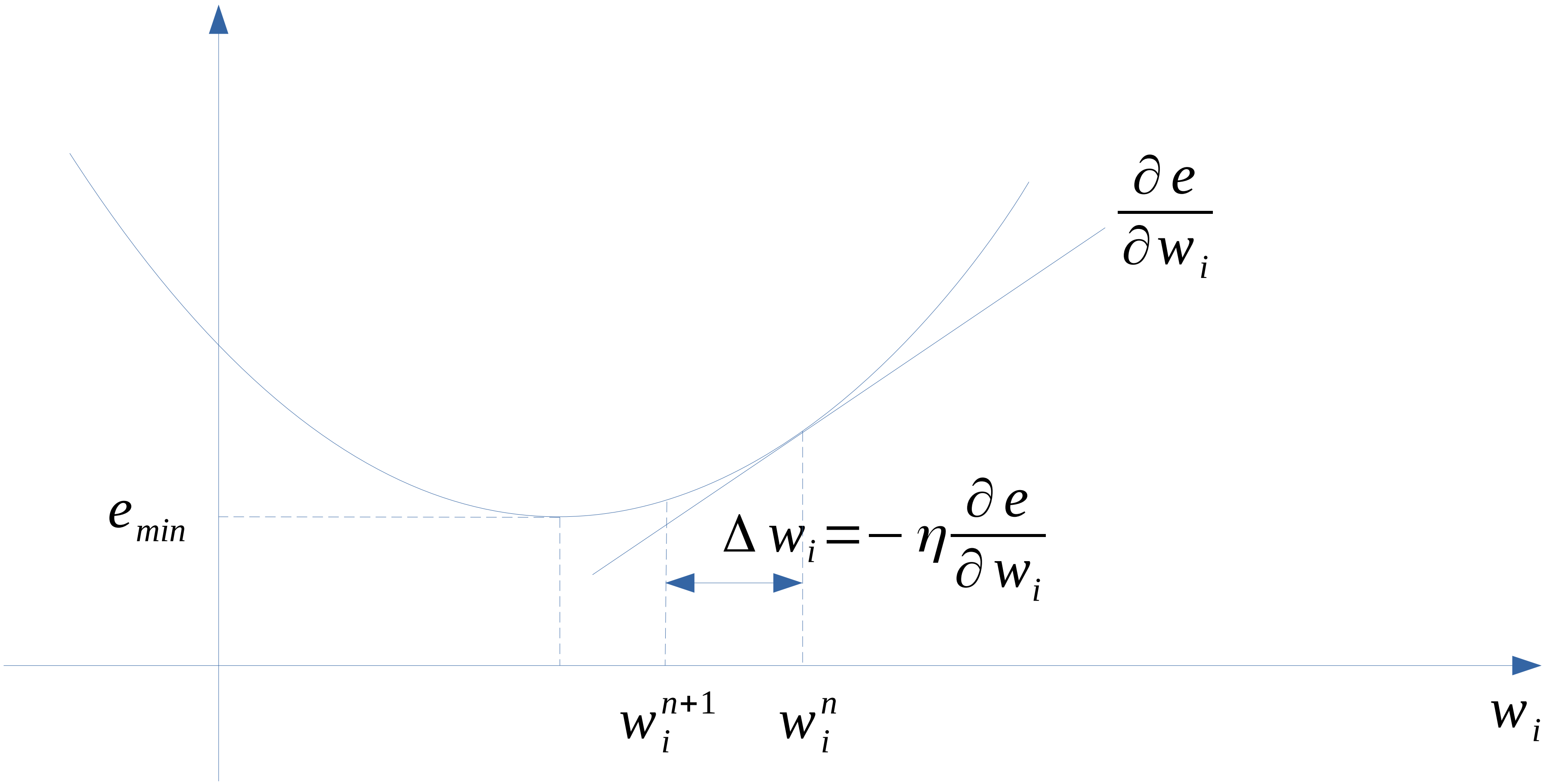
Koraci učenja

- „Veličinu koraka” učenja određuje koeficijent učenja η

$$\Delta w_i = -\eta \frac{\partial e}{\partial w_i}$$

- Potrebno je pronaći idealni kompromis
  - Dovoljno veliki korak da možemo pobjeći iz lokalnog minimuma i da konvergencija bude brza
  - Dovoljno mali korak da ne preskočimo globalni minimum
- Idealni koeficijent učenja je nemoguće odrediti u naprijed
- Postoje pokazatelji kada odabir nije dobar

Koraci učenja



Koraci učenja

- Osim odabira fiksnog η, možemo probati:
  - Krenuti sa velikim η pa ga smanjivati
    - Prvo se radi grubo pretraživanje prostora
    - Nakon što u grubo nađemo minimum, krećemo sa finijim pretraživanjem
  - Periodičke oscilacije η
  - ...

Koraci učenja

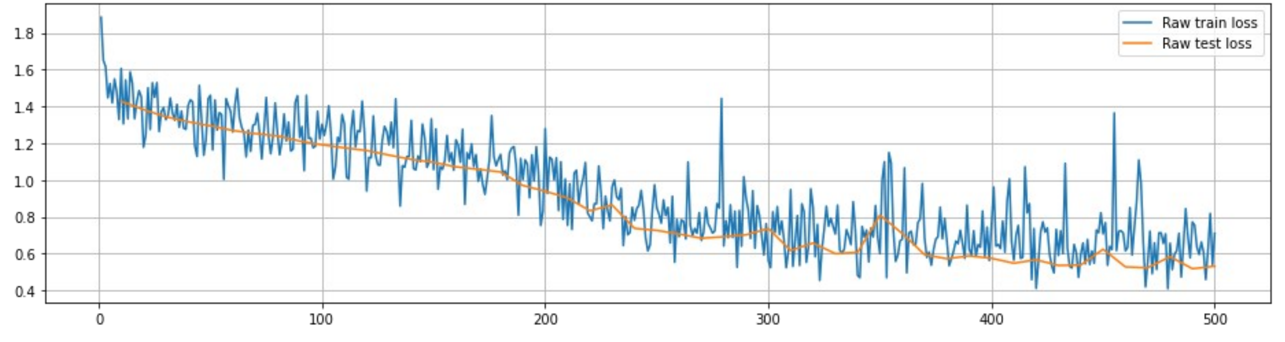
- Algoritam
  1) Odredimo inicijalnu točku u prostoru parametara
  2) Odredimo gradijent funkcije greške u trenutnoj točki
  3) Ako je gradijent jednak nuli, završavamo
  4) Pomaknemo se u novu točku prateći smjer suprotan od smjera gradijenta
  5) Povratak na 2)

Koraci učenja

- Gradijent <u>očekivane</u> funkcije pogreške ponekad nije moguće odrediti
  - Trebalo bi uzeti u obzir sve uzorke
- Rješenje je u aproksimativnoj estimaciji gradijenta za jedan ili manji broj uzoraka
  - Stochastic gradient descent (SGD)

Koraci učenja

- SGD algoritam
  1) Odredimo inicijalnu točku u prostoru parametara
  2) Odredimo <u>jednostavnu estimaciju gradijenta</u> funkcije greške <u>za novi uzorak</u>
  3) Ako je gradijent jednak nuli, završavamo
  4) Pomaknemo se u novu točku prateći smjer suprotan od smjera <u>estimacije gradijenta</u>
  5) Povratak na 2)



Širi cilj

- Vratimo se sada na naš cilj
- Ne zanima nas da neuron računa točan izlaz za jedan ulaz
  - To se može trenutno postići trivijalnim postupkom
- Zanima nas da neuron radi točno za veći broj različitih ulaznih uzoraka

Zajednička greška

- Želimo da neuron dobro radi za veći broj ulaznih uzoraka
  - Možemo si za cilj postaviti minimizaciju očekivane greške

$$E=\frac{1}{N}\sum e \qquad E=\frac{1}{N}\sum |e|$$

  - Otvoreno je pitanje kako definirati funkciju greške
    - Možda kombinacija više kriterija

Zajednička greška

- Za kompleksnije probleme ne možemo očekivati da će greška za svaki ulazni uzorak biti 0
  - Puno funkcija greške bi moglo dovesti do tog cilja

$$E=\sum |e| \qquad E=\sum e^2 \qquad E=\left(\sum e^2\right)^2$$

- Ako znamo da ne možemo dobiti savršeno rješenje, možemo birati kakvo će to nesavršeno rješenje biti

Dodatni ciljevi

- Odabir funkcije greške nam daje mogućnost dodatnog izbora
  - Često se radi o kompromisima
    - Brzina pronalaska minimuma – stabilnost
    - Eliminacija velikih grešaka – očekivana greška
    - ...
  - Bitno je i pitanje puta do cilja
    - Put nam određuje konačnu destinaciju

Funkcija greške

- Fokusiranje na veće pogreške

$\lvert e \rvert$	$\dfrac{\pm\partial e}{\partial w}$
e^2	$2e\dfrac{\partial e}{\partial w}$
e^4	$4e^3\dfrac{\partial e}{\partial w}$

Funkcija greške

- Fokusiranje na veće pogreške

$$E = \sum |e| \qquad \frac{\partial E}{\partial w} = \sum \frac{\pm \partial e}{\partial w}$$

$$E = \sum e^2 \qquad \frac{\partial E}{\partial w} = \sum 2e \frac{\partial e}{\partial w} \qquad E = \frac{1}{2} \sum e^2$$

$$E = \sum e^4 \qquad \frac{\partial E}{\partial w} = \sum 4e^3 \frac{\partial e}{\partial w}$$

Derivacije funkcije greške

- Vratimo se na pojedine greške

$$f(a)=a \qquad e=d-y=d-\sum_{i=0}^{n} w_i x_i \qquad \frac{\partial e}{\partial w_j}=0-\sum_{i=0}^{n}\frac{\partial(w_i x_i)}{\partial w_j}=-x_j$$

$$f(a)=? \qquad a=\sum_{i=0}^{n} w_i x_i \qquad e=d-y=d-f\left(\sum_{i=0}^{n} w_i x_i\right)$$

$$\frac{\partial e}{\partial w_j}=0-\frac{\partial f(a)}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial w_j}=-\frac{\partial f(a)}{\partial a}\sum_{i=0}^{n}\frac{\partial(w_i x_i)}{\partial w_j}=-\frac{\partial f(a)}{\partial a}x_j$$

Učenje neurona

- Korekcija je proporcionalna parcijalnoj derivaciji greške
  - Korekcija je proporcionalna ulaznoj vrijednosti
    - Poveznica sa Hebovim učenjem
      - "Cells that fire together wire together."

$$\Delta w = \eta y x$$

Odabira aktivacijske funkcije

- Uobičajeni kandidati

$$f(a) = Ca$$

$$f(a) = \tanh(a) = \frac{e^{a} - e^{-a}}{e^{a} + e^{-a}}$$

$$\tanh(a) = 2\sigma(2a) - 1$$

$$f(a) = sigmoid(a) = \sigma(a) = \frac{1}{1 + e^{-a}}$$

$$f(a) = ReLU(a) = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a \leq 0 \end{cases}$$

Odabira aktivacijske funkcije

- Ključni uvjet je da je funkcija derivabilna
  - Da postoji

$$\frac{\partial f(a)}{\partial a}$$

Odabira aktivacijske funkcije

- Derivacije uobičajenih kandidata

$$\frac{d\,f(a)}{d\,a}$$

$$\frac{d\,Ca}{d\,a}=C$$

$$\frac{d\tanh(a)}{d\,a}=1-\frac{(e^{x}-e^{-x})^{2}}{(e^{x}+e^{-a})^{2}}=1-\tanh^{2}(a)$$

$$\frac{d\,\sigma(a)}{d\,a}=\frac{e^{-x}}{(1+e^{-a})^{2}}=\frac{1}{(1+e^{-a})}\left(1-\frac{1}{(1+e^{-a})^{2}}\right)=\sigma(a)(1-\sigma(a))$$

$$\frac{d\,ReLU(a)}{d\,a}=\begin{cases}1, & a>0\\ 0, & a\leq 0\end{cases}$$

Odabira aktivacijske funkcije

- Korisna funkcija koja ne dolazi u obzir

$$f(a) = H(a) = \begin{cases} 1, & a > 0 \\ 0 \end{cases}$$

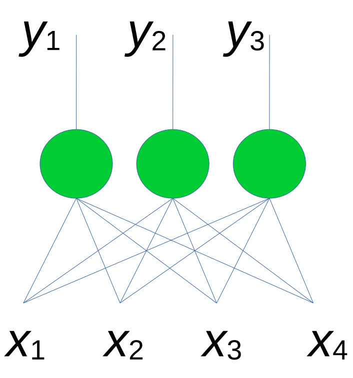
$$\frac{dH(a)}{da} = \begin{cases} \delta(a), & a = 0 \\ 0, & a \neq 0 \end{cases}$$

Keypoints IV

- Minimizaciju funkcije greške postižemo slijeđenjem gradijenta te funkcije
- Korekcija parametra je proporcionalna parcijalnoj derivaciji funkcije greške
- Izbor funkcije greške utječe na rezultat
- Izbor aktivacijskih funkcija utječe na rezultat

Više izlaza

- Ako nam treba više izlaza
- Dodamo još neurona u paralelu
- Ukupna greška tada mora biti kombinacija pojedinih grešaka



$$e_u = \sum |e|$$

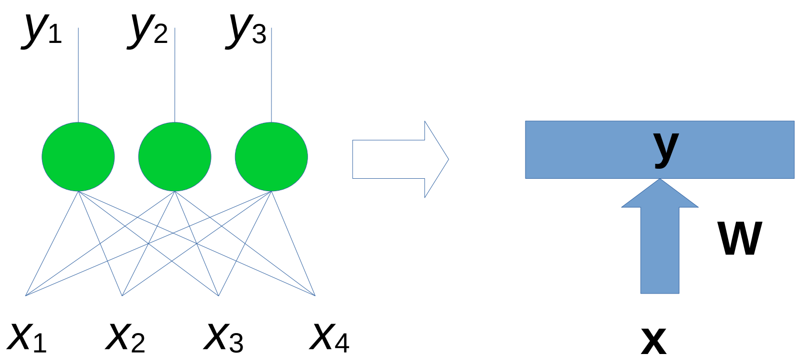
$$e_u = \frac{1}{2} \sum e^2$$

Više izlaza

- Matrična notacija

$$y_j = f(a_j) = f\left(\sum_{i=0}^{n} w_{ji} x_i\right) = f(\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{x})$$

$$\boldsymbol{y} = f(\boldsymbol{a}) = f(\boldsymbol{W}\,\boldsymbol{x})$$

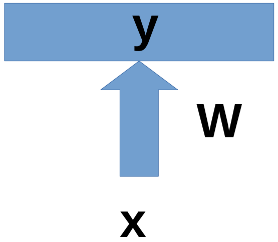


$$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{j}} = \begin{bmatrix} w_{j0} \\ w_{j1} \\ \vdots \\ w_{jn} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{T}} \\ \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{1}}^{\boldsymbol{T}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{m}}^{\boldsymbol{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & \cdots & w_{0n} \\ w_{10} & w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m0} & w_{m1} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

Više izlaza

- Matrična notacija

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\partial e}{\partial w_{ji}}$$

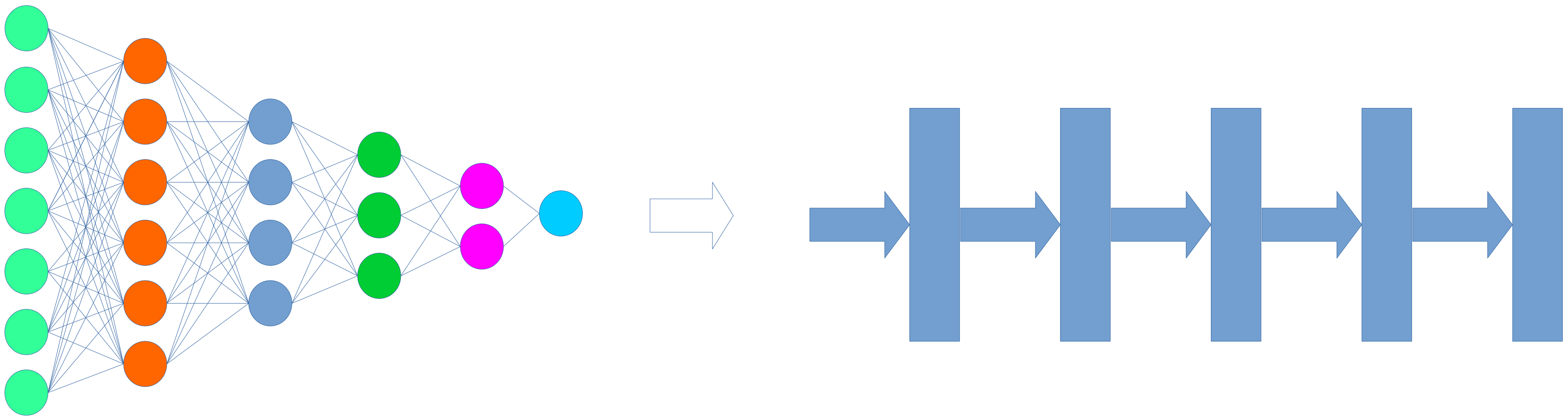


$$\frac{\partial e}{\partial \boldsymbol{W}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial w_{00}} & \frac{\partial e}{\partial w_{01}} & \cdots & \frac{\partial e}{\partial w_{0n}} \\ \frac{\partial e}{\partial w_{10}} & \frac{\partial e}{\partial w_{11}} & \cdots & \frac{\partial e}{\partial w_{1n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e}{\partial w_{m0}} & \frac{\partial e}{\partial w_{m1}} & \cdots & \frac{\partial e}{\partial w_{mn}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W} - \eta \frac{\partial e}{\partial \boldsymbol{W}} = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & \cdots & w_{0n} \\ w_{10} & w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m0} & w_{m1} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} - \eta \begin{bmatrix} \frac{\partial e}{\partial w_{00}} & \frac{\partial e}{\partial w_{01}} & \cdots & \frac{\partial e}{\partial w_{0n}} \\ \frac{\partial e}{\partial w_{10}} & \frac{\partial e}{\partial w_{11}} & \cdots & \frac{\partial e}{\partial w_{1n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e}{\partial w_{m0}} & \frac{\partial e}{\partial w_{m1}} & \cdots & \frac{\partial e}{\partial w_{mn}} \end{bmatrix}$$

Višeslojne mreže

- Dodajemo slojeve neurona
- Ulaz u neke neurone je izlaz iz drugih neurona
- Izlaz na zadnjem sloju je konačan izlaz
- Između slojeva je potpuna povezanost (fully connected)



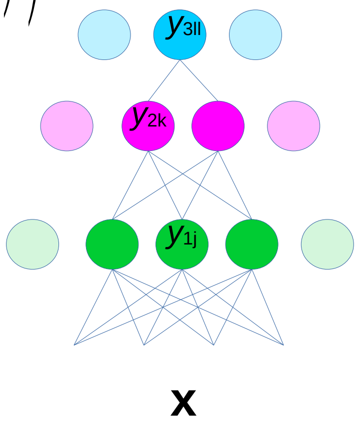
Višeslojne mreže

- Pogledajmo jednadžbe

$$y_{3l} = f_3\left(\sum_{k=0}^{r} w_{lk}\, y_{2k}\right) = f_3\left(\sum_{k=0}^{r} w_{lk}\, f_2\left(\sum_{j=0}^{n} w_{kj}\, f_1\left(\sum_{i=0}^{m} w_{ji}\, x_i\right)\right)\right)$$

$$y_{2k} = f_2\left(\sum_{j=0}^{n} w_{kj}\, y_{1j}\right) = f_2\left(\sum_{j=0}^{n} w_{kj}\, f_1\left(\sum_{i=0}^{m} w_{ji}\, x_i\right)\right)$$

$$y_{1j} = f_1\left(\sum_{i=0}^{m} w_{ji}\, x_i\right)$$



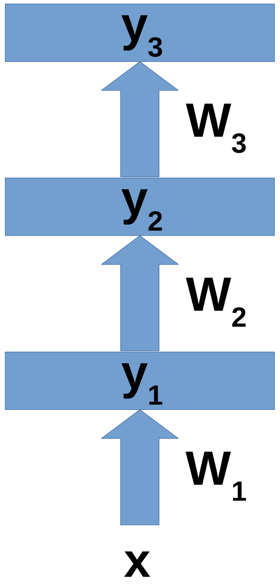
Višeslojne mreže

$$y = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b\right) \qquad \boldsymbol{y} = f(\boldsymbol{a}) = f(\boldsymbol{W}\boldsymbol{x})$$

$$\boldsymbol{y}_3 = f(\boldsymbol{W}_3 \boldsymbol{y}_2) = f(\boldsymbol{W}_3 f(\boldsymbol{W}_2 f(\boldsymbol{W}_1 \boldsymbol{x})))$$

$$\boldsymbol{y}_2 = f(\boldsymbol{W}_2 \boldsymbol{y}_1) = f(\boldsymbol{W}_2 f(\boldsymbol{W}_1 \boldsymbol{x}))$$

$$\boldsymbol{y}_1 = f(\boldsymbol{W}_1 \boldsymbol{x})$$



Višeslojne mreže

- Kako trenirati višeslojnu mrežu?
- Možemo opet minimizirati grešku
- Greška se računa s obzirom na izlaz iz zadnjeg sloja
- Što je sa prethodnim slojevima?

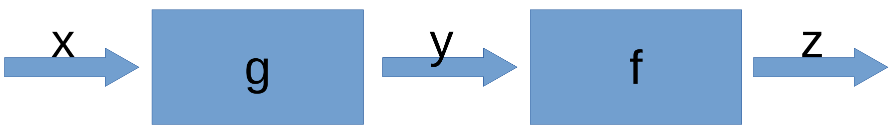
Derivacija kompozicije funkcija

$$z=f(y),\quad y=g(x),\quad z=f(g(x))=(f\circ g)(x)$$

$$\left.\frac{dz}{dx}\right|_{x}=(f\circ g)'(x)=f'(g(x))\,g'(x)$$

$$\left.\frac{dz}{dx}\right|_{x}=\left.\frac{dz}{dy}\right|_{y(x)}\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x}$$

- Chain rule
- Nužno je da *f*(*y*) i *g*(*x*) budu derivabilne
- Ako poznajemo trenutnu brzinu promjene *z* u ovisnosti o *y* i trenutnu brzinu promjene *y* u ovisnosti o *x* tada možemo izračunati brzinu promjene *z* u ovisnosti o *x*

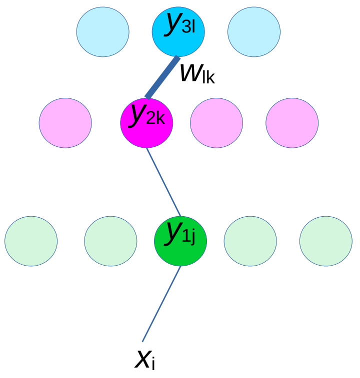


Višeslojne mreže

- Pogledajmo jednu putanju

$$y_{3l} = f_3(w_{lk} y_{2k})$$

$$E = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{q} e_l^2$$



$$\frac{\partial E}{\partial w_{lk}} = -e_l \frac{\partial y_{3l}}{\partial w_{lk}} = -e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial w_{lk}} =$$

$$= -e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}} y_{2k}$$

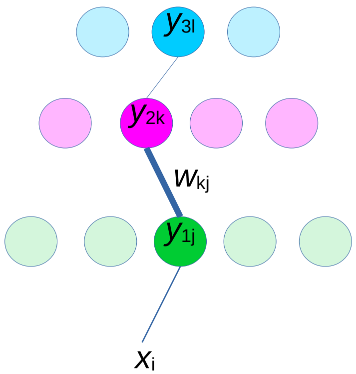
Višeslojne mreže

- Promotrimo težinu u sloju ispod

$$y_{3l} = f_3\left(w_{lk} y_{2k}\right) = f_3\left(w_{lk} f_2\left(w_{kj} y_{1j}\right)\right)$$

$$E = \frac{1}{2}\sum_{l=0}^{q} e_l^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = -e_l \frac{\partial y_{3l}}{\partial w_{kj}} = -e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial w_{kj}} = -e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \frac{\partial a_{3l}}{\partial w_{kj}} =$$



$$= -e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} y_{1j}$$

Višeslojne mreže

- Promotrimo težinu u sloju ispod

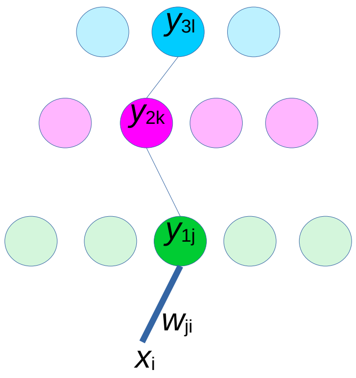
$$y_{3l}=f_3\left(w_{lk}y_{2k}\right)=f_3\left(w_{lk}f_2\left(w_{kj}y_{1j}\right)\right)=f_3\left(w_{lk}f_2\left(w_{kj}f_1\left(w_{ji}x_i\right)\right)\right)$$

$$E=\frac{1}{2}\sum_{l=0}^{q}e_l^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}}=-e_l\frac{\partial y_{3l}}{\partial w_{ji}}=-e_l\frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial w_{ji}}=-e_l\frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}}\frac{\partial a_{3l}}{\partial w_{ji}}=$$

$$=-e_l\frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}}w_{lk}\frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}}w_{kj}\frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial w_{ji}}=$$

$$=-e_l\frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}}w_{lk}\frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}}w_{kj}\frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}}x_i$$



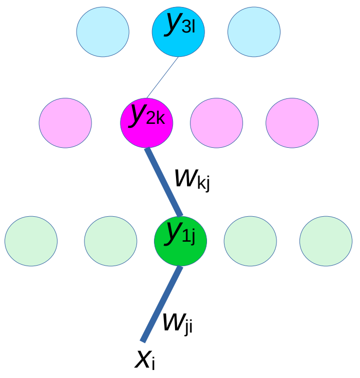
Višeslojne mreže

- Pri računanju parcijalnih derivacija u sloju niže, mogu se koristiti komponente parcijalne derivacije u sloju iznad

$$\frac{\partial E}{\partial w_{lk}} = -e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} y_{2k}$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = -e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} y_{1j}$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = -e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i$$



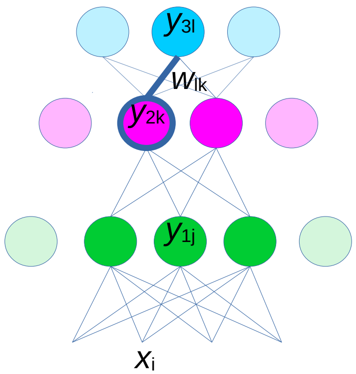
Error backpropagation

- Parcijalne derivacije funkcije greške nose informacije o grešci
  - Koriste se za učenje
- Parcijalne derivacije iz sloja iznad se propuštaju u sloj ispod
  - Unazadna propagacija pogreške
- Algoritam za učenje
  - Sloj ispod uči na temelju onoga što je učio sloj iznad

Višeslojne mreže

- Uključimo i ostale veze
- Zadnji sloj se uči na poznati način

$$y_{3l}=f_3\left(\sum_{k=0}^{r} w_{lk}\, y_{2k}\right) \qquad E=\frac{1}{2}\sum_{l=0}^{q} e_l^2$$



$$\frac{\partial E}{\partial w_{lk}}=-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial y_{3l}}{\partial w_{lk}}=-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial w_{lk}}=-e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}}\, y_{2k}$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_{2k}}=-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}}\, w_{lk}=\sum_{l=0}^{q} \frac{\partial E}{\partial w_{lk}} \frac{w_{lk}}{y_{2k}}$$

Višeslojne mreže

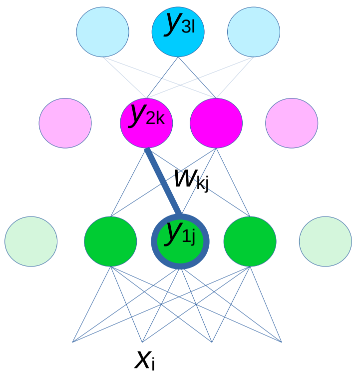
- Prethodni sloj se uči na „isti” način

$$y_{3l}=f_3\left(\sum_{k=0}^{r} w_{lk}\, y_{2k}\right)=f_3\left(\sum_{k=0}^{r} w_{lk}\, f_2\left(\sum_{j=0}^{n} w_{kj}\, y_{1j}\right)\right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}}=-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial y_{3l}}{\partial w_{kj}}=-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial w_{kj}}=-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \frac{\partial (w_{lk}\, y_{2k})}{\partial w_{kj}}=$$

$$=-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}}\, w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}}\, y_{1j}=\boxed{\frac{\partial E}{\partial y_{2k}} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}}\, y_{1j}}=$$

$$=\frac{\partial E}{\partial y_{2k}} \frac{\partial y_{2k}}{\partial w_{kj}}$$



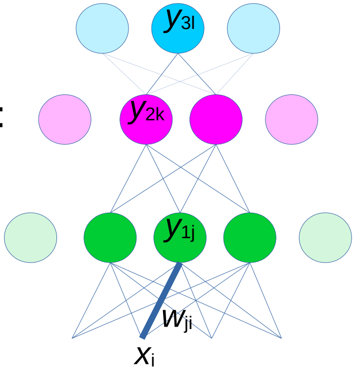
$$\frac{\partial E}{\partial y_{1j}}=\sum_{k=0}^{r} \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} \frac{w_{kj}}{y_{1j}}=\sum_{k=0}^{r} \frac{\partial E}{\partial y_{2k}} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}}\, w_{kj}=\sum_{k=0}^{r} \frac{\partial E}{\partial y_{2k}} \frac{\partial y_{2k}}{\partial y_{1j}}$$

Višeslojne mreže

- Pomaknimo se još jedan sloj niže

$$y_{3l} = f_3\left(\sum_{k=0}^{r} w_{lk} y_{2k}\right) = f_3\left(\sum_{k=0}^{r} w_{lk} f_2\left(\sum_{j=0}^{n} w_{kj} f_1\left(\sum_{i=0}^{m} w_{ji} x_i\right)\right)\right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial y_{3l}}{\partial w_{ji}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial w_{ji}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \frac{\partial (a_{3l})}{\partial w_{ji}} =$$



$$= -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \sum_{k=0}^{r} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial w_{ji}} =$$

$$= -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f_3(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \sum_{k=0}^{r} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i$$

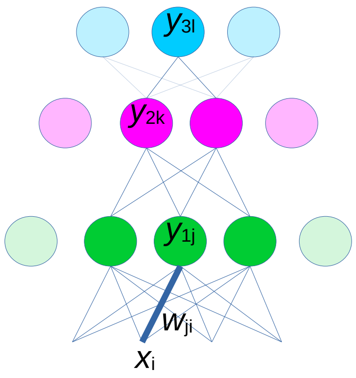
Višeslojne mreže

- Povežimo s prethodnim slojem

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \sum_{k=0}^{r} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i$$

$$= \left(-\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \sum_{k=0}^{r} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj} \right) \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i =$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_{1j}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \sum_{k=0}^{r} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj}$$

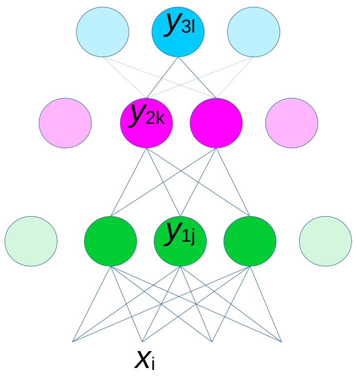


$$= \boxed{\frac{\partial E}{\partial y_{1j}} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i} = \frac{\partial E}{\partial y_{1j}} \frac{\partial y_{1j}}{\partial w_{ji}}$$

Višeslojne mreže

$$\frac{\partial E}{\partial y_{1j}} = \sum_{k=0}^{r} \frac{\partial E}{\partial y_{2k}} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj}$$

- Parcijalnu derivaciju funkcije greške po elementu jednog sloja određujemo iz
  - Parcijalnih derivacija funkcije greške po elementima iz sloja iznad
  - Derivacija aktivacijskih funkcija sloja iznad
  - Težina koje povezuju trenutni sa prethodnim slojem



Lokalni gradijent

- Lokalni gradijent δ

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} y_{1j} = -\delta_k y_{1j}$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \sum_{k=0}^{r} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i$$

$$= -\sum_{k=0}^{r} \delta_k w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i = -\delta_j x_i$$

$$\delta_j = \sum_{k=0}^{r} \delta_k w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}}$$

Višeslojne mreže

- Zašto ne linearna aktivacijska funkcija $f(a) = Ca$

$$y_q = f\left(\sum_{l=1}^{r} w_{lj} f\left(\sum_{k=1}^{n} w_{jk} f\left(\sum_{i=1}^{m} w_{ki} x_i\right)\right)\right)$$

$$y_q = C \sum_{l=1}^{r} w_{lj} C \sum_{k=1}^{n} w_{jk} C \sum_{i=1}^{m} w_{ki} x_i$$

$$y_q = \sum_{l=1}^{r} \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} C w_{lj} C w_{jk} C w_{ki} x_i$$

$$y_q = \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{r} C w_{lj} C w_{jk} C w_{ki} x_i = \sum_{i=1}^{m} w'_i x_i$$

$$w'_i = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{r} C w_{lj} C w_{jk} C w_{ki}$$

Keypoints V

- Učenje se odvija korekcijom parametara
  - Ostvaruje se unazadnom propagacijom informacije o pogrešci (parcijalne derivacije)
    - Parcijalne derivacije se računaju na temelju parcijalnih derivacija prethodnih slojeva
      - Bitno pojednostavljuje i ubrzava računanje
- Aktivacijske funkcije trebaju biti nelinearne

Kompleksnost mreže

- Imamo izbor
  - Broj neurona u jednom sloju
  - Broj slojeva
- Hiperparametri
  - Svi parametri koje je potrebno odrediti prije treniranja mreže
- Ukupna kompleksnost mreže mjeri se brojem neurona
  - Ista kompleksnost uz variranje broja slojeva i neurona po sloju
  - Što je bolje rješenje?

Kompleksnost mreže

- Pokazalo se da bolje funkcioniraju dublje, a uže mreže
- Pliće, a šire su lošije
- Neki autori se ne slažu
  - Za neke arhitekture bi moglo vrijediti obrnuto

Kompleksnost mreže

- Intuitivno, veća ukupna kompleksnost je bolja
  - Kompleksne probleme ne možemo rješavati jednostavnim alatima
- Može li mreža biti prekompleksna?
  - Problemi
    - Pretreniranje
    - Iščezavajući gradijent

Pretreniranje

- Prekompleksna mreža može naučiti uzorke za treniranje „na pamet”
- Na novim uzorcima mreža neće dobro raditi
- Prenuačenost -> loša generalizacija

Pretreniranje

- Mreža je prekompleksa s obzirom na kompleksnost problema
- Premala kompleksnost problema može doći od:
  - Inherentne male kompleksnosti problema
  - Preograničenog skup za učenje
    - Ovo se možda može popraviti

Pretreniranje

- Drugo rješenje je smanjivanje kompleksnosti mreže ili drugačije modifikacije arhitekture mreže

Iščezavajući gradijent

- Gradijenti za pojedine parametre mreže jednaki su umnošku lokalnih gradijenata iznad u mreži
- Ako „samo jedan” od tih lokalnih gradijenata ode u nulu -> cijeli gradijent ide u nulu
  - Isto vrijedi za sve parametre ispod u mreži
  - Vrijednost gradijenata dovoljno blizu nule ima isti efekt

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = -\sum_{l=0}^{q} e_l \frac{\partial f(a_{3l})}{\partial a_{3l}} \sum_{k=0}^{r} w_{lk} \frac{\partial f_2(a_{2k})}{\partial a_{2k}} w_{kj} \frac{\partial f_1(a_{1j})}{\partial a_{1j}} x_i$$

Iščezavajući gradijent

- Za parametre dubljih slojeva problem je izraženiji
  - Oni imaju više ulančanih lokalnih gradijenata
  - Raste vjerojatnost pojave množenja s nulom
- Glavni izvor problema su aktivacijske funkcije čije derivacije imaju vrijednost nula
  - Možemo promijeniti aktivacijske funkcije

Iščezavajući gradijent

- Još jedan izvor problema je inicijalizacija
  - Ako smo stigli na cilj, želimo da gradijenti budu nula
  - Gradijenti ne smiju biti nula ako još nismo stigli na cilj
    - Zbog nesretne inicijalizacije to se ipak može desiti

Eksplodirajući gradijent

- Izvor problema je sličan kao i za iščezavajući gradijent
- Množenjem više lokalnih gradijenata od kojih su neki veliki, možemo doći do velikog gradijenta
- Preveliki gradijent čini učenje nestabilnim

Eksplodirajući gradijent

- Rješenja su slična kao i kod iščezavajućeg gradijenta
- Problem je suprotan od iščezavajućeg gradijenta
  - IG: gradijent je premali
  - EG: gradijent je preveliki
- Kompromisno rješenje ili veći naglasak na posebne tehnike za svaki od tih problema

Eksplodirajući gradijent

- Ipak, u principu nikada ne želimo ekstremno velike gradijente
  - Možemo ih ograničiti
    - Pitanje je izbora praga
      - Dodatni hiperparametar

Keypoints VI

- Gradijenti određuju tijek treniranja
  - Mogu prerano zaustaviti treniranje
  - Mogu treniranje učiniti nestabilnim
- Pretreniranje je bitan problem
- Rješenja uključuju intervencije u arhitekturi mreže, postupku treniranja ili bazi za učenje

Minimizacija očekivane greške

- Cilj je smanjiti ukupnu / prosječnu grešku

$$E = \sum e^2$$

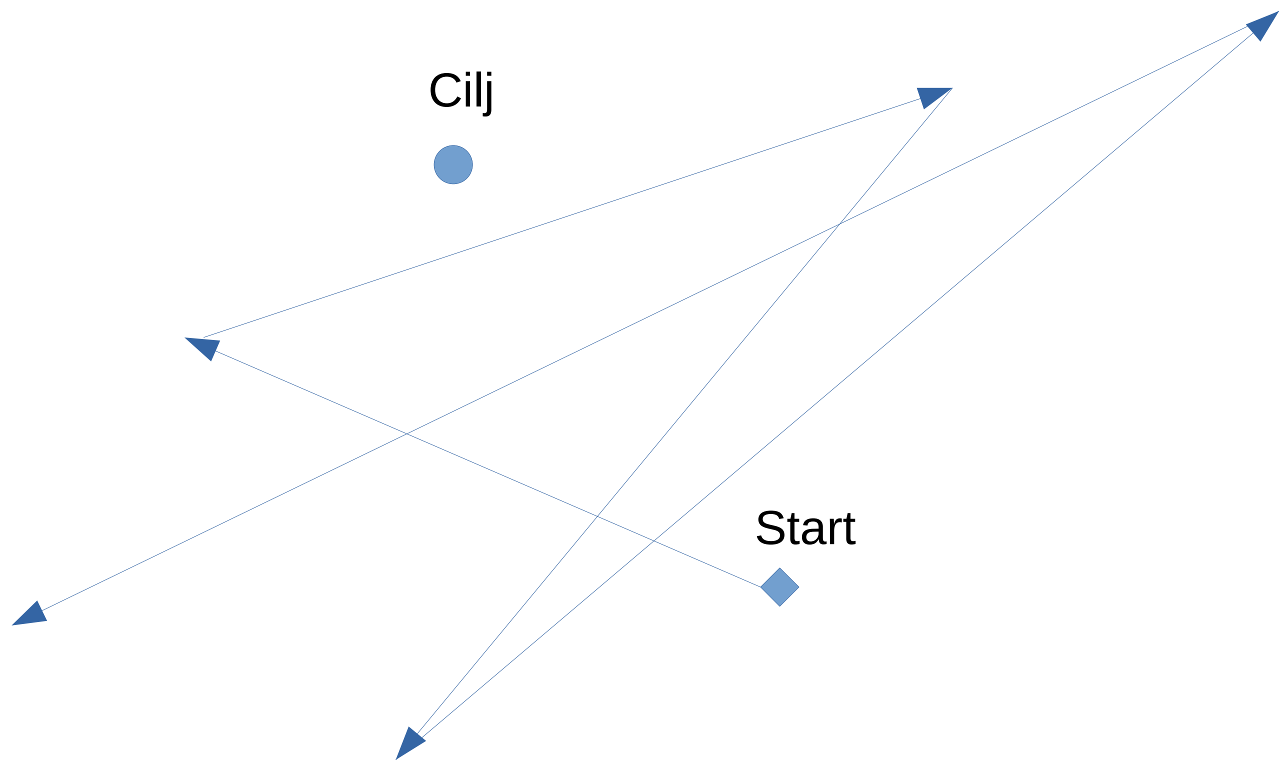
- Ta greška se sastoji od više komponenti
  - Svaka komponenta ukupne greške *e* odgovara grešci za jedan ulazni uzorak iz skupa za treniranje
- Smanjivanjem svake komponente *e* smanjujemo i njihovu kombinaciju

Minimizacija očekivane greške

- Imamo izbor
  - Svoditi redom svaku pojedinu pogrešku na nulu
  - Smanjivati postepeno svaku pojedinu pogrešku

Svođenje svake pojedine pogreške na nulu

- Možemo pratiti gradijente i svesti prvu pogrešku na nulu
  - Iterativno slijedimo gradijent do iščezavanja gradijenta
- Zatim drugu
- Zatim...
- Postoji problem

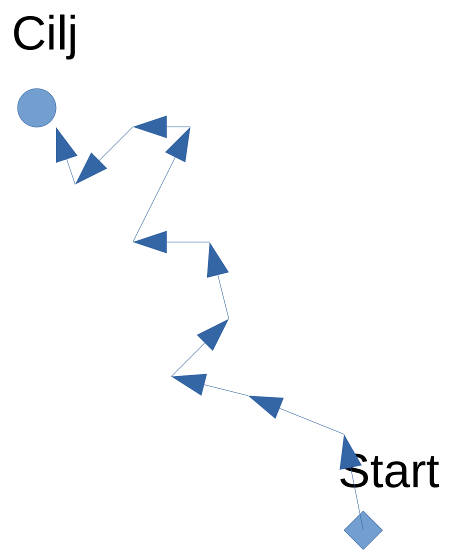


Svođenje svake pojedine pogreške na nulu

- Svaka pogreška ovisi o parametrima mreže
- Svođenjem jedne pogreške na nulu mijenjamo parametre mreže
  - Možemo očekivati da će sve ostale greške rasti!
  - Možemo očekivati i da će ukupna greška rasti!
- Ovaj pristup nije dobar

Postepeno smanjivanje svake pojedine pogreške

- Iterativno prelazimo redom sve ulazne uzorke i korigiramo parametre mreže
- Svaka korekcija se radi postepeno
  - Samo jedan korak u smjeru gradijenta za svaki ulazni uzorak
- Kada prođemo sve ulazne uzorke ponavljamo epohu
- Epohe ponavljamo dok učenje ne konvergira
  - Npr. ukupna greška se više ne smanjuje



Postepeno smanjivanje svake pojedine pogreške

- Interpretacija
  - Svaki uzorak iz skupa za učenje „vuče malo” prema smanjenu svoje greške
    - Koliko svaki uzorak vuče regulira se koeficijentom učenja η
  - Smanjenjem pojedinih grešaka smanjuje se ukupna
    - Krećemo se prema globalnom minimumu
  - Stabilnije rješenje nego da svaki uzorak „vuče jako” u svom smjeru
    - Moguća je nestabilnost
    - Možemo očekivati lošiju konačnu ukupnu pogrešku

Postepeno smanjivanje svake pojedine pogreške

- Kod kompleksnijih problema moramo imati veliki skup uzoraka za treniranje
  - Svaka epoha traje dugo
- Pomogla bi paralelizacija

Postepeno smanjivanje svake pojedine pogreške

- Određuju se gradijenti za sve uzorke u paraleli
- Određuju se korekcije parametara u paraleli
- Ukupna korekcija parametara je prosjek svih pojedinih korekcija

$$\Delta w_{uk} = \sum \Delta w_i \qquad \Delta w_{uk} = \frac{1}{N} \sum \Delta w_i$$

Postepeno smanjivanje svake pojedine pogreške

- Za potpunu paralelizaciju problem su fizička ograničenja računala
  - Memorija mora primiti
    - Sve parametre mreže
    - Sve uzorke za treniranje
    - Sve međukorake računanja
  - Dovoljno procesorskih jedinica za paralelno računanje

Mini grupe

- Često se paralelizaciju ne može provesti na čitavom skupu za treniranje
- Kompromisno rješenje su mini grupe (mini batch)
  - Slučajno se odaberu uzorci iz skupa za treniranje u broju za koji je moguće paralelno učenje

Mini grupe

- Jedan korak učenja se provede na svakoj mini grupi
- Mini grupe se uzorkuju iz skupa za treniranje dok se ne prođe cijeli skup
- Zatim se epoha ponavlja
  - Epoha ima manje koraka

Mini grupe

- Maksimalna veličina mini grupe ovisi o:
  - Kompleksnosti mreže
  - Veličini uzoraka
- Ponekad mini grupa može sadržavati tek jedan uzorak

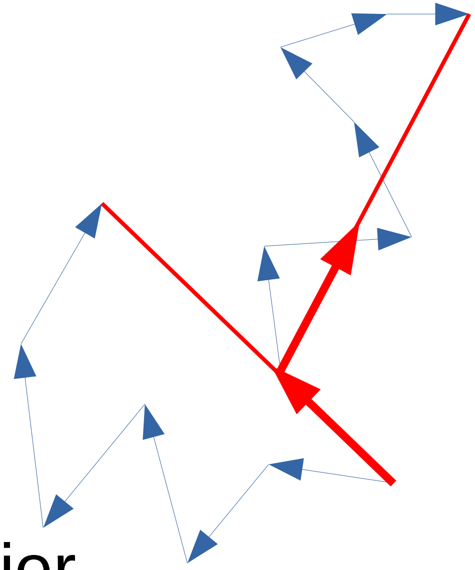
Mini grupe

- Ulazi, izlazi i vrijednosti svih međuslojeva su drugačije za svaki uzorak grupe
- Kako ih predstaviti?
- Dodavanjem nove dimenzije
  - Mini grupa ima *k* uzoraka

$$\boldsymbol{Y} = f\left(\boldsymbol{A}\right) = f\left(\boldsymbol{W}\,\boldsymbol{X}\right)$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_{00} & x_{10} & \cdots & x_{k0} \\ x_{01} & x_{11} & \cdots & x_{k1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{0n} & x_{1n} & \cdots & x_{km} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & \cdots & w_{0n} \\ w_{10} & w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m0} & w_{m1} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_{00} & y_{10} & \cdots & y_{k0} \\ y_{01} & y_{11} & \cdots & y_{k1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{0m} & y_{1m} & \cdots & y_{km} \end{bmatrix}$$

Mini grupe



- Gradijenti su drugačiji za svaki uzorak grupe
- Kako učiti?
- Udruže se svi pojedini gradijenti iz mini grupe
- Smjer minimizacije je kombinirani zajednički smjer
- Nećemo završiti na istom mjestu kao kad bi veličina mini grupe bila 1

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W} - \eta \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{k} \frac{\partial e_l}{\partial \boldsymbol{W}} = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & \cdots & w_{0n} \\ w_{10} & w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m0} & w_{m1} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} - \eta \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{k} \begin{bmatrix} \frac{\partial e_l}{\partial w_{00}} & \frac{\partial e_l}{\partial w_{01}} & \cdots & \frac{\partial e_l}{\partial w_{0n}} \\ \frac{\partial e_l}{\partial w_{10}} & \frac{\partial e_l}{\partial w_{11}} & \cdots & \frac{\partial e_l}{\partial w_{1n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_l}{\partial w_{m0}} & \frac{\partial e_l}{\partial w_{m1}} & \cdots & \frac{\partial e_l}{\partial w_{mn}} \end{bmatrix}$$

Keypoints VII

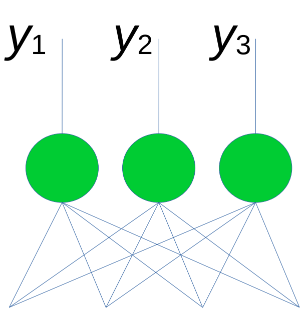
- Mini grupe omogućavaju
  - Brže učenje
  - Stabilnije učenje
    - Stabilno smanjivanje očekivane pogreške

Problem klasifikacije

- Za dvije kategorije dovoljan je jedan izlaz i prag
  - Ako je iznad praga – 1. kategorija
  - Inače 2. kategorija
- Što kada imamo više od dvije klase?
- Moguće su razne kombinacije više izlaza

Problem klasifikacije

- Za više od dvije klase potrebno je imati više izlaza
- Više izlaza omogućava i više različitih načina kodiranja kategorija
  - Npr. dva izlaza i dva praga za četiri kategorije



Problem klasifikacije

- Najčešće se koristi one-hot-encoding
  - Svaka kategorija ima svoj izlaz
  - Kategorija s najvećim izlazom je pobjednik
  - Idealno jedna 1 i sve ostale 0

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Problem klasifikacije

- Svaki izlaz predstavlja „rezultat” te kategorije
  - Najveći rezultat pobjeđuje
- Korisno bi bilo kada bi izlaze mogli interpretirati kao vjerojatnosti
  - To nam omogućuje softmax funkcija
  - Možemo je promatrati kao posebnu nelinearnu aktivacijsku funkciju sa više ulaza

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} 12 \\ 56 \\ 145 \\ \vdots \\ -28 \end{bmatrix}$$

Softmax

- Softmax je generalizacija sigmoide za više dimenzija

$$\sigma(\boldsymbol{y})_i = \frac{e^{y_i}}{\sum_i e^{y_i}}$$

- Svaki izlaz možemo interpretiarati kao vjerojatnost / sigurnost odgovarajuće kategorije

$$0 \leq \sigma(\boldsymbol{y})_i \leq 1 \qquad \sum_i \sigma(\boldsymbol{y})_i = 1$$

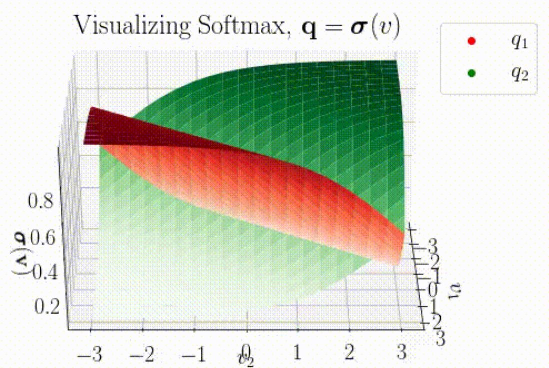
Softmax

- Što je za dvije kategorije?

$$\sigma(\boldsymbol{y})_1=\frac{e^{y_1}}{\sum_i e^{y_i}}=\frac{e^{y_1}}{e^{y_1}+e^{y_2}}=\frac{1}{1+e^{y_2-y_1}}=\frac{1}{1+e^{-(y_1-y_2)}}$$

$$\sigma(\boldsymbol{y})_2=\frac{1}{1+e^{-(y_2-y_1)}}=1-\sigma(\boldsymbol{y})_1$$

- Vjerojatnost svake kategorije određuje sigmoida
- Dvije vjerojatnosti su povezane pa je dovoljno gledati jednu
  - Ako je vjerojatnost veća od 0.5 ta kategorija je pobjednik
  - Drugu vjerojatnost ne trebamo računati
  - Ulaz u sigmoidu je razlika rezultata
    - Bitno je koji je veći – predznak razlike



Author: Charlie Lehman

Funkcija gubitka za klasifikaciju

- Izlazi se ponašaju kao vjerojatnosti
  - Na raspolaganju su nam matematički alati za vjerojatnosti
- Uzmimo onda unakrsnu entropiju za funkciju gubitka
  - Matematička interpretacija: mjera sličnosti dviju distribucija

Funkcija gubitka za klasifikaciju

- Kod klasifikacije za *C* kategorija izraz je sljedeći

$$CE = -\sum_{i}^{C} d_i \log y_i$$

- Za dvije klase sumu možemo raspisati

$$\begin{aligned} CE = & \quad -\sum_{i}^{2} d_i \log y_i = -d_1 \log(y_1) - d_2 \log(y_2) \\ = & \quad -d_1 \log(y_1) - (1 - d_1) \log(1 - y_1) \end{aligned}$$

Funkcija gubitka za klasifikaciju

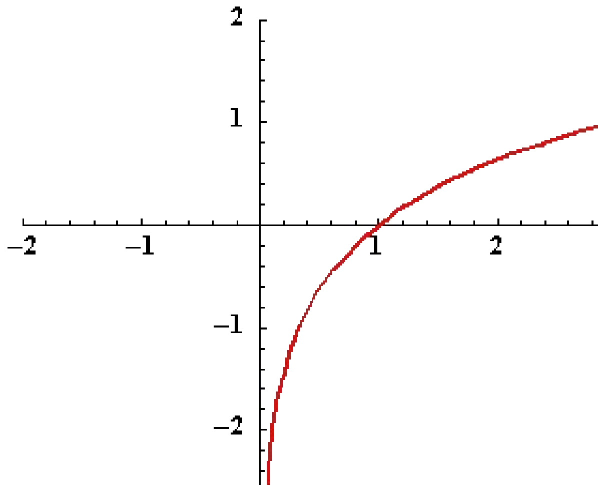
- Kod one-hot-encoding samo je jedna labela d_p jednaka 1, a ostale su 0
- Za binarnu klasifikaciju imamo

$$CE=-\sum_{i}^{2} d_i \log y_i = -d_1 \log(y_1) - d_2 \log(y_2) = -d_p \log(y_p) = -\log(y_p)$$

- Za više kategorija imamo

$$CE=-\sum_{i}^{C} d_i \log y_i = -d_p \log(y_p) = -\log(y_p)$$

- Naziva se i *negative log likelihood*



Funkcija gubitka za klasifikaciju

- Prisjetimo se da u izlaznom sloju imamo softmax aktivacijsku funkciju
- Softmax + unakrsna entropija = Kategorička unakrsna entropija

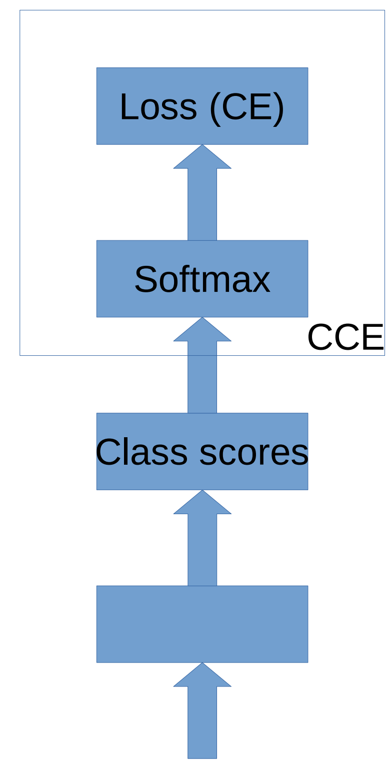
$$CCE = -\sum_{i}^{C} d_i \log \sigma(\boldsymbol{y})_i = -d_p \log\left(\sigma(\boldsymbol{y})_p\right) = -\log\left(\frac{e^{y_p}}{\sum_{i}^{C} e^{y_i}}\right)$$

- Kao i obično, interesiraju nas gradijenti

$$\frac{\partial CCE}{\partial y_p} = \frac{\partial}{\partial y_p}\left(-\log\left(\frac{e^{y_p}}{\sum_{i}^{C} e^{y_i}}\right)\right) = \frac{e^{y_p}}{\sum_{i}^{C} e^{y_i}} - 1 = \sigma(\boldsymbol{y})_p - 1$$

- Gradijent s obzirom na negativnu kategoriju

$$\frac{\partial CCE}{\partial y_n} = \frac{\partial}{\partial y_n}\left(-\log\left(\frac{e^{y_p}}{\sum_{i}^{C} e^{y_i}}\right)\right) = \frac{e^{y_n}}{\sum_{i}^{C} e^{y_i}} = \sigma(\boldsymbol{y})_n$$



Funkcija gubitka za klasifikaciju

- Prednosti CCE
  - Pokazala se boljom za problem klasifikacije
  - Jedna interpretacija vezana je za gradijente

Funkcija gubitka za klasifikaciju

- Ako na izlaz imamo softmax i sumu kvadratnih pogreški

$$E=\sum_i \left(\sigma(\boldsymbol{y})_i-d_i\right)^2=F\left(\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y})\right)$$

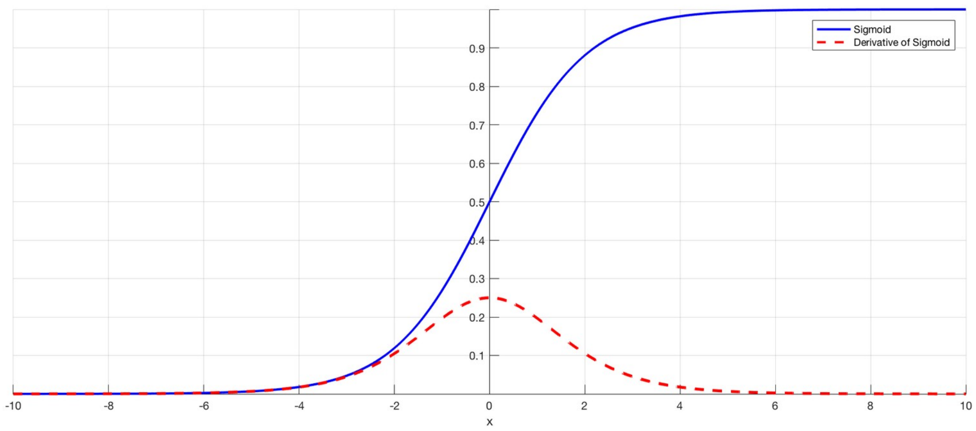
$$\frac{\partial E}{\partial y_i}=\frac{\partial F\left(\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y})\right)}{\partial \sigma(\boldsymbol{y})_i}\frac{\partial \sigma(\boldsymbol{y})_i}{\partial y_i}$$

$$\frac{\partial \sigma(\boldsymbol{y})_i}{\partial y_i}=\sigma(\boldsymbol{y})_i\left(1-\sigma(\boldsymbol{y})_i\right)$$

Funkcija gubitka za klasifikaciju

- Za dvije kategorije imamo

$$\frac{\partial \sigma(\boldsymbol{y})_i}{\partial y_i} = \sigma(\boldsymbol{y})_i \left(1 - \sigma(\boldsymbol{y})_i\right)$$



Keypoints VIII

- Za problem klasifikacije obično se koriste
  - One-hot-encoding
  - Softmax
  - Kategorička unakrsna entropija
- Za problem regresije obično se koristi
  - Srednja kvadratna pogreška

Inicijalizacija

- Inicijalizacija određuje početno stanje mreže
- Postupkom učenja se postepeno iz početnog stanja kreće prema konačnom stanju
- U idealnom slučaju pronaći ćemo globalni minimum funkcije greške, bez obzira na početno stanje
  - U praksi to često nije slučaj

Inicijalizacija

- U ovisnosti o drugim parametrima mreže, moguće je napraviti pogrešnu inicijalizaciju:
  - Inicijalno stanje je pogrešno, ali s malim gradijentima
    - Mreža ne može učiti
    - Iščezavajući gradijent
  - Inicijalno stanje će dovesti do lokalnog minimuma koji je bitno veći od globalnog

Inicijalizacija

- Kako inicijalizirati mrežu?
- Idealno, blizu globalnog minimuma, ali ne znamo gdje je on
- Jedna mogućnost je slučajni odabir početnog stanja gdje su gradijenti veliki
  - Time sprječavamo preranu konvergenciju (iščezavajući gradijent)
- Druga mogućnost je ponoviti učenje sa slučajnom inicijalizacijom nekoliko puta

Generalizacija

- Poželjno je da mreža dobro radi na svim uzorcima
- Problem nastaje zbog toga što mrežu često nije moguće učiti na svim uzorcima
  - Trenira se na označenom podskupu svih mogućih uzoraka (skup za učenje)
- Generalizacija – karakteristika mreže da dobro radi na novim uzorcima koji nisu korišteni pri treniranju

Generalizacija

- I evaluacija naučene mreže se radi na ograničenom podskupu
  - Često skup svih mogućih uzoraka nije ograničen
- Kako možemo znati da će mreža raditi dobro na svim ostalim uzorcima?
  - Ne možemo znati!
  - Ali možemo pokušati osigurati da mreža ipak dobro generalizira

Generalizacija

- Možda i nije nužno da treniramo na svim mogućim uzorcima
  - Dovoljan bi bio reprezentativan podskup
- Reprezentativan podskup bi trebao obuhvatiti sve relevantne varijacije u ulaznim uzorcima
  - Idealno, mreža bi „vidjela” sve moguće varijacije pa novi uzorci ne bi predstavljali stvarno novu situaciju
    - I ovo je često neizvedivo
    - Ali možemo pokušati...

Generalizacija

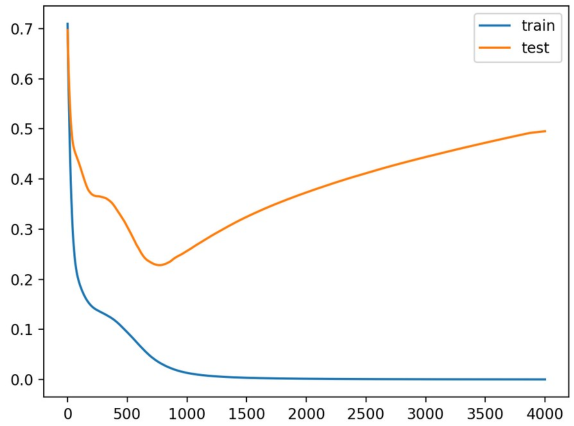
- Izuzetno je korisno da označeni skup za učenje bude što veći!
  - Oznake bi u kontekstu klasifikacije, bile poznate klase za svaki uzorak
- Skup za učenje ne može biti previše velik!
  - Ipak, veći skup za učenje obično vodi do dužeg treniranja
    - Jednokratni trošak

Generalizacija

- Druga strategija za postizanje dobre generalizacije je podjela skupa za učenje
- Obično se dijeli na tri dijela
  - Podskup za treniranje
  - Podskup za validaciju
  - Podskup za testiranje

Generalizacija

- Podskup za treniranje se koristi za učenje
  - Učenjem se minimizira prosječna greška na tom podskupu
  - On obično čini većinu skupa za učenje kako bi se postigla bolja generalizacija
- Podskup za validaciju služi kao neovisni skup novih uzoraka
  - Evaluacijom mreže na podskupu za validaciju može se procijeniti da li mreža dobro generalizira ili je pretrenirana
  - Može se iskoristiti za zaustavljanje treniranja ili za izbor hiperparametara
    - Time ipak utječe na učenje



Generalizacija

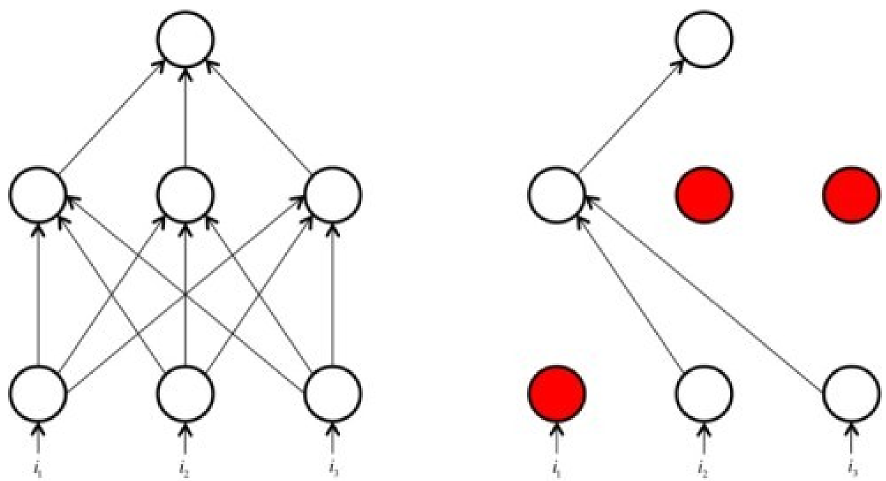
- Podskup za testiranje se koristi za konačnu evaluaciju učenja
  - Obično predstavlja manji dio skupa za učenje
  - Ključno je da je postupak učenja u potpunosti neovisan o ovom podskupu
    - Time se dobije nepristrana evaluacija
    - Skup za testiranje predstavlja nove, nikad viđene uzorke

Generalizacija

- Potrebno je pripaziti da skup za testiranje bude doista neovisan o skupovima za validaciju i treniranje
  - Ovisi o problemu
  - Ponekad je teško izvesti
- Potrebno je da sva tri podskupa budu reprezentativni predstavnici ukupnog skupa uzoraka
- Korisno je da sva tri podskupa budu što veći

Dropout

- Dodatni mehanizam regularizacije
- Primarno cilja na sprječavanje pretreniranja – postizanje bolje generalizacije
- Slučajno i privremeno „brisanje” neurona tijekom učenja



Dropout

- Efektivno učenje više različitih mreža čiji se rezultati kombiniraju na izlazu
- Neuroni moraju naučiti detektirati značajke neovisno o drugim neuronima
- Nužna je normalizacija zbog uklanjanje neurona

Augmentacija

- Često je skup za učenje neadekvatne veličine
- Skup za treniranje može se obogatiti simuliranim varijacijma kako bi se mreža naučila dobro generalizirati
  - Pretpostavka koja obično dobro funkcionira

Augmentacija

- Skup za učenje se može augmetirati dodavanjem:
  - Šuma
  - Transformacija
    - Geometrijske transformacije
    - Nerigidne transformacije
  - Parcijalnog maskiranja

Augmentacija

- Augmentacijom se ciljano dodaju efekti za koje se pretpostavlja da se mogu pojaviti u ulaznim uzorcima
  - Oni ne bi smjeli utjecati na konačni rezultat
  - Mreža uči ignorirati ih
    - Generalno želimo da mreža nauči ignorirati nebitne detalje i varijacije

Stratifikacija

- Poželjno je da skup za učenje ima uravnoteženu zastupljenost svih varijacija
  - Problem je neovisan o veličini skupa za učenje
  - Možemo očekivati da će mreža lošije raditi za one varijacije koje su slabije zastupljene u skupu za učenje
    - Posljedica samog postupka učenja koji minimizira prosječnu grešku

Stratifikacija

- Umjetno ujednačavanje distribucije ulaznih uzoraka nazivamo stratifikacija
  - Ne unosi nove informacije (nove varijacije)
    - Eventualno izostavlja neke
  - Provodi se samo na podskupu za treniranje
  - Pitanje je odabira parametara po kojima se provodi ujednačavanje

Stratifikacija

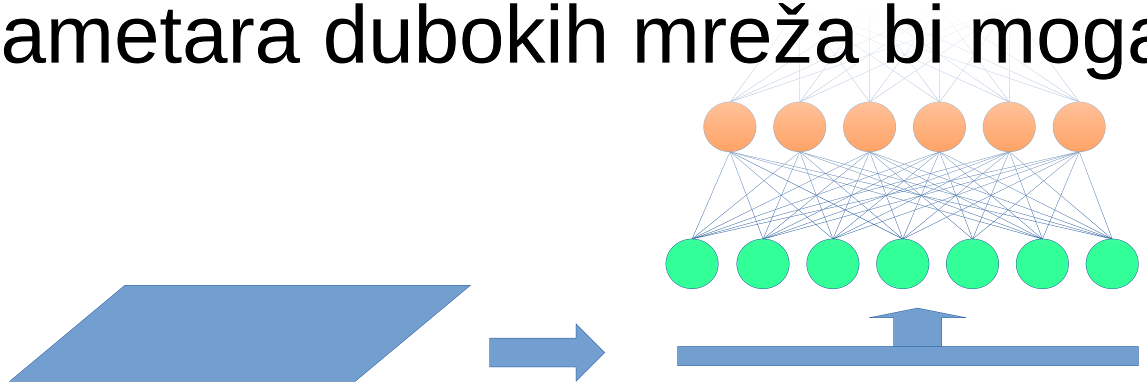
- Jedan pristup je višekratno korištenje istih uzoraka
  - Onih koji su slabo zastupljeni
  - Npr. višestruko uključivanje u mini grupe
- Moguće je i izbacivanje jako zastupljenih uzoraka

Keypoints IX

- Inicijalizacija parametara mreže može znatno utjecati na rezultat učenja
  - Izbjegavanje nepovoljne inicijalizacije
- Podjela skupa uzoraka za učenje radi postizanja bolje generalizacije
- Dropout kao mehanizam postizanja bolje generalizacije
- Manipuliranje skupom za učenje radi postizanja bolje generalizacije

Slika kao ulaz u neuronsku mrežu

- Mogli bi primijeniti potpunu povezanost ulaza elemenata između slojeva
  - Za sliku dimenzija MxN, broj težina prema prvom sloju je MxNxQ
    - Q je broj neurona u prvom sloju
      - Ne bi trebao biti puno manji od MxN
  - Želimo puno slojeva kako bi ostvarili beneficije dubokih modela...
- Broj parametara dubokih mreža bi mogao biti velik

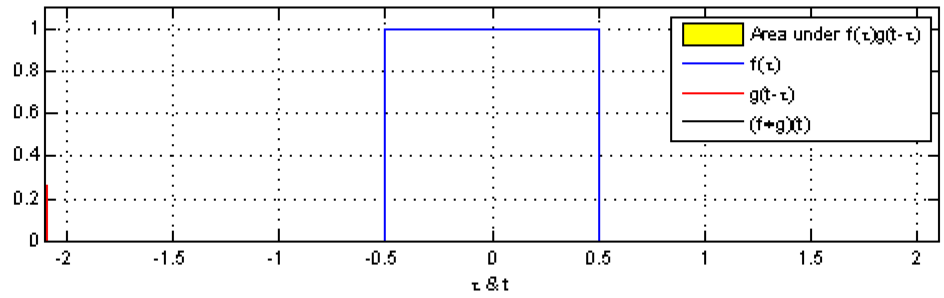


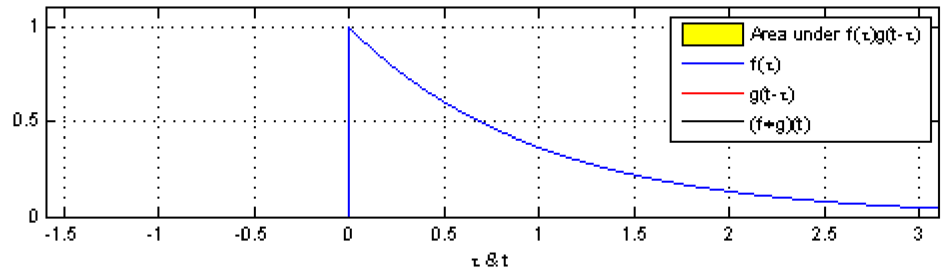
Konvolucija

- Lat. convolvere: kotrljati / odvijati zajedno
- Konvolucija je matematička operacija nad dvije funkcije
- Rezultat je nova funkcija

Konvolucija

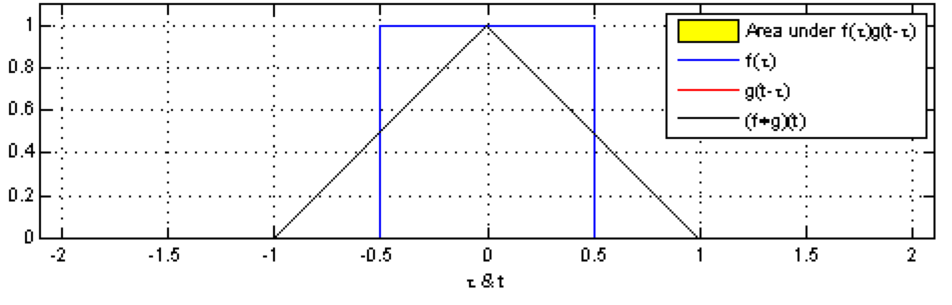
$$(f*g)(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\,g(t-\tau)\,d\tau$$

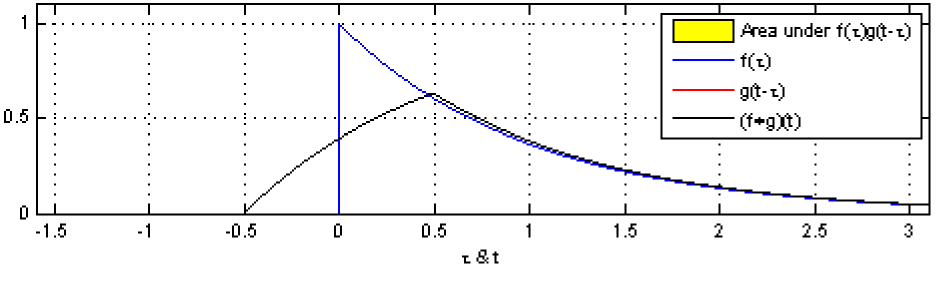




Konvolucija

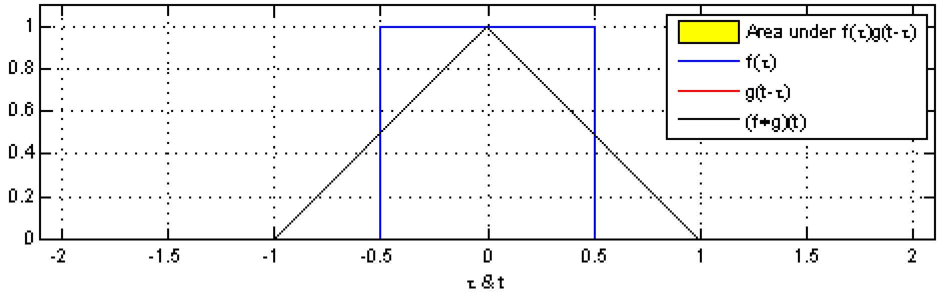
- Ključni momenti:
  - Maksimalni odziv tamo gdje se dvije funkcije najviše poklapaju
  - Postoje i druge vrijednosti
  - Za druge funkcije isto postoji manji maksimum!!





Konvolucija

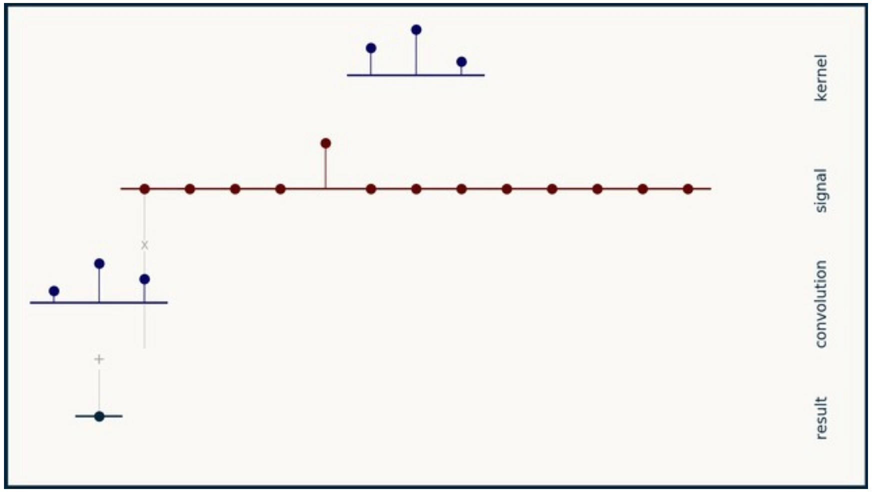
- Ključni momenti:
  - Traženjem najveće vrijednosti novonastale funkcije možemo pronaći kopiju/sliku tražene funkcije
    - U ovom slučaju pravokutnog impulsa

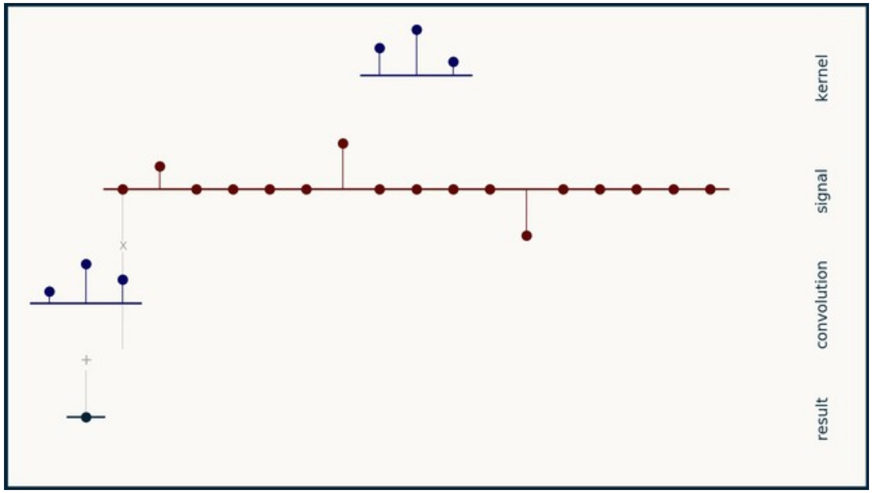


Konvolucija

- Zanima nas konvolucija digitalnih signala / slika
  - Sve želimo raditi na računalu

$$(f*g)(n)=\sum_{-\infty}^{+\infty} f(m)\,g(n-m)$$





Autor:
Brandon Rohrer

Korelacija

- Vrlo slično kao konvolucija
  - Za realne funkcije, razlika je samo u zrcaljenu oko ishodišta
- Preciznije - unakrsna korelacija između funkcija *f* i *h*

$$(f * h)(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} f(m) h(m-n)$$

Korelacija

- Ako je

$$h(n)=g(-n)$$

tada je

$$(f*h)(n)=\sum_{-\infty}^{+\infty} f(m)h(m-n)=\sum_{-\infty}^{+\infty} f(m)g(-(m-n))=$$
$$=\sum_{-\infty}^{+\infty} f(m)g(n-m)=(f*g)(n)$$

Korelacija

- Unakrsna korelacija je mjera sličnosti dviju funkcija za različite međusobne posmake *n*
- Korelacija (lat. con = sa, relatio = odnos) predstavlja suodnos ili međusobnu povezanost između različitih funkcija
  - Povezanost znači da je vrijednost jedne varijable moguće s određenom vjerojatnošću predvidjeti na osnovi saznanja o vrijednosti druge varijable

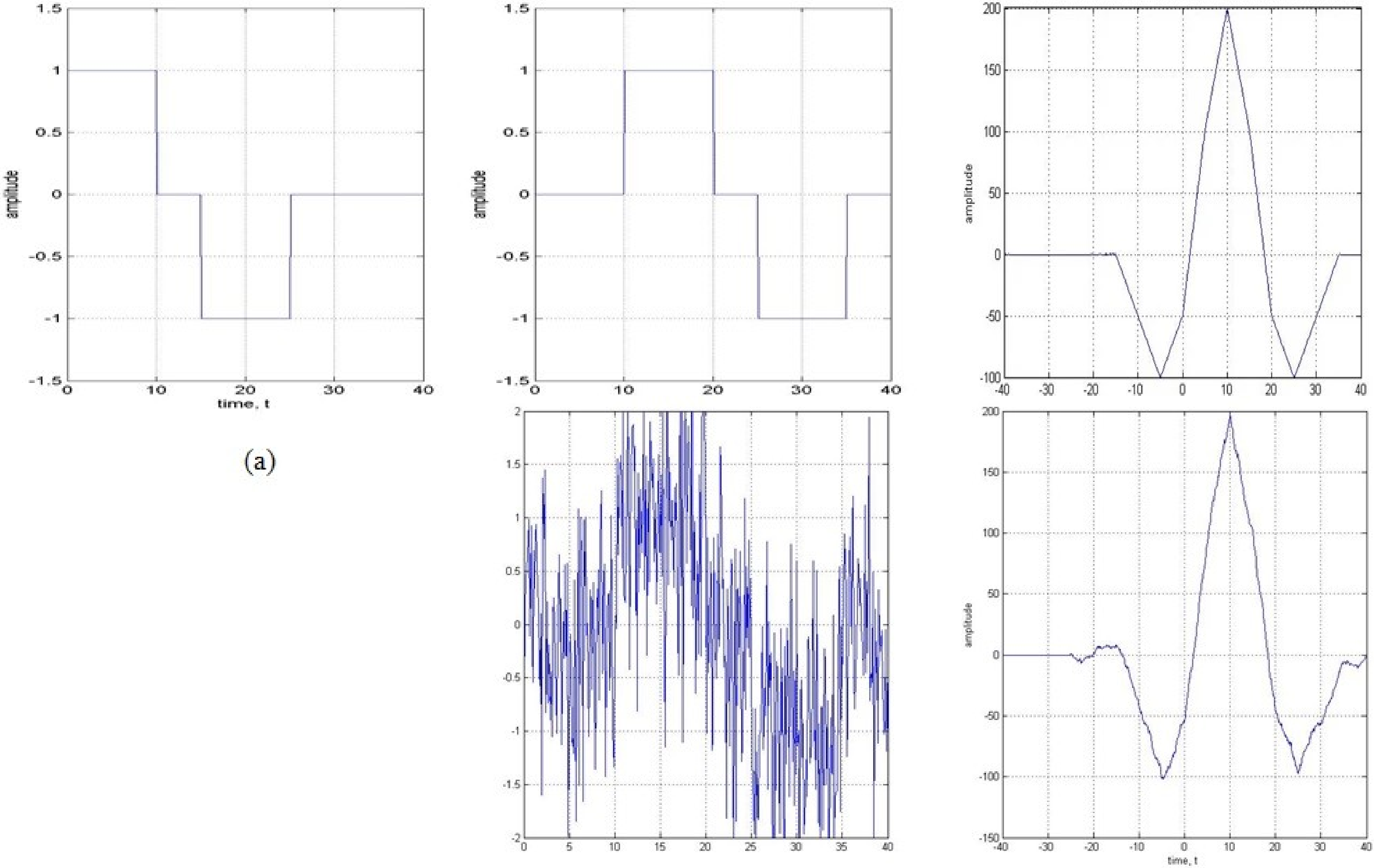
$$(f * h)(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} f(m) h(m-n)$$

Korelacija

- Dvije funkcije su slične ako im vrijednosti prate isti trend
  - Kada jedna raste i druga raste
  - Ne moraju nužno imati iste vrijednosti

$$(f * h)(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} f(m)\,h(m-n)$$

Korelacija



(a)

Keypoints X

- Konvloucija/korelacija bi nam mogla pomoći u traženju objekata (funkcija) u ulaznim uzorcima
- Pretraživanje bi moglo biti robusno na manje varijacije u izgledu objekta

2D Konvolucija

- Prelaskom u dvije dimenzije, radi se sa dvodimenzionalnim funkcijama

$$(f*g)(x,y)=\sum_{-\infty}^{+\infty} f(k,l)\,g(x-k,y-l)$$

- Primjena je ista kao i u 1D slučaju
  - Možemo pronalaziti razne funkcije
- Rezultat je isto 2D funkcija

2D Konvolucija

- Slike i dijelove slika isto možemo predstaviti kao 2D funkcije

$$I(x, y)$$

- Vrijednost funkcije *I* određuje svjetlinu na poziciji (*x*,*y*)

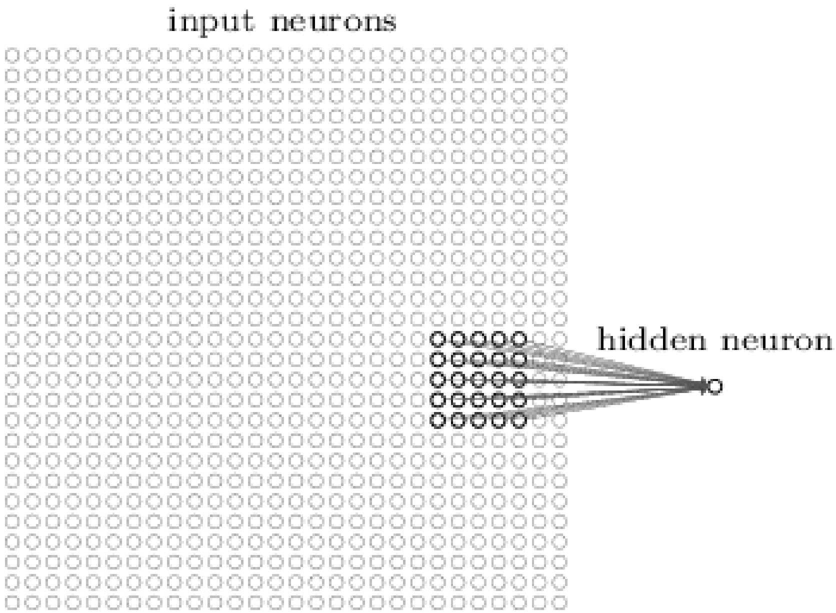
2D Konvolucija

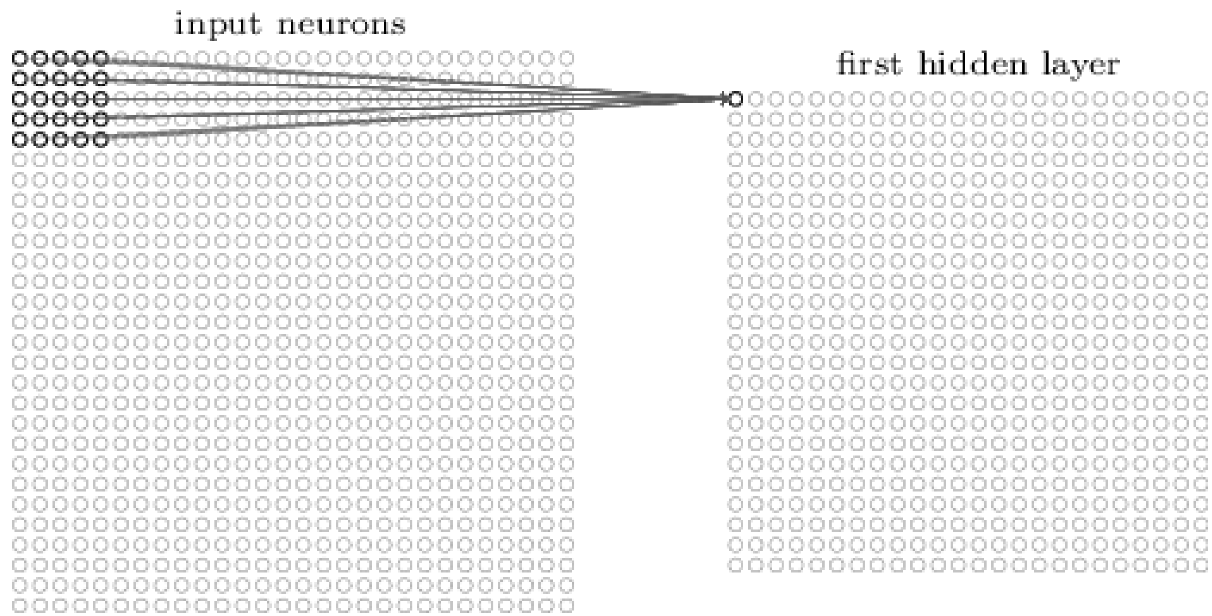
- Ako želimo potražiti (detektirati) objekt na slici, konvolucija bi nam mogla pomoći
  - Zapravo želimo pronaći sliku objekta *G* u većoj slici *I*

$$(I*G)(x,y)=\sum_{-\infty}^{+\infty} I(k,l)G(x-k,y-l)$$

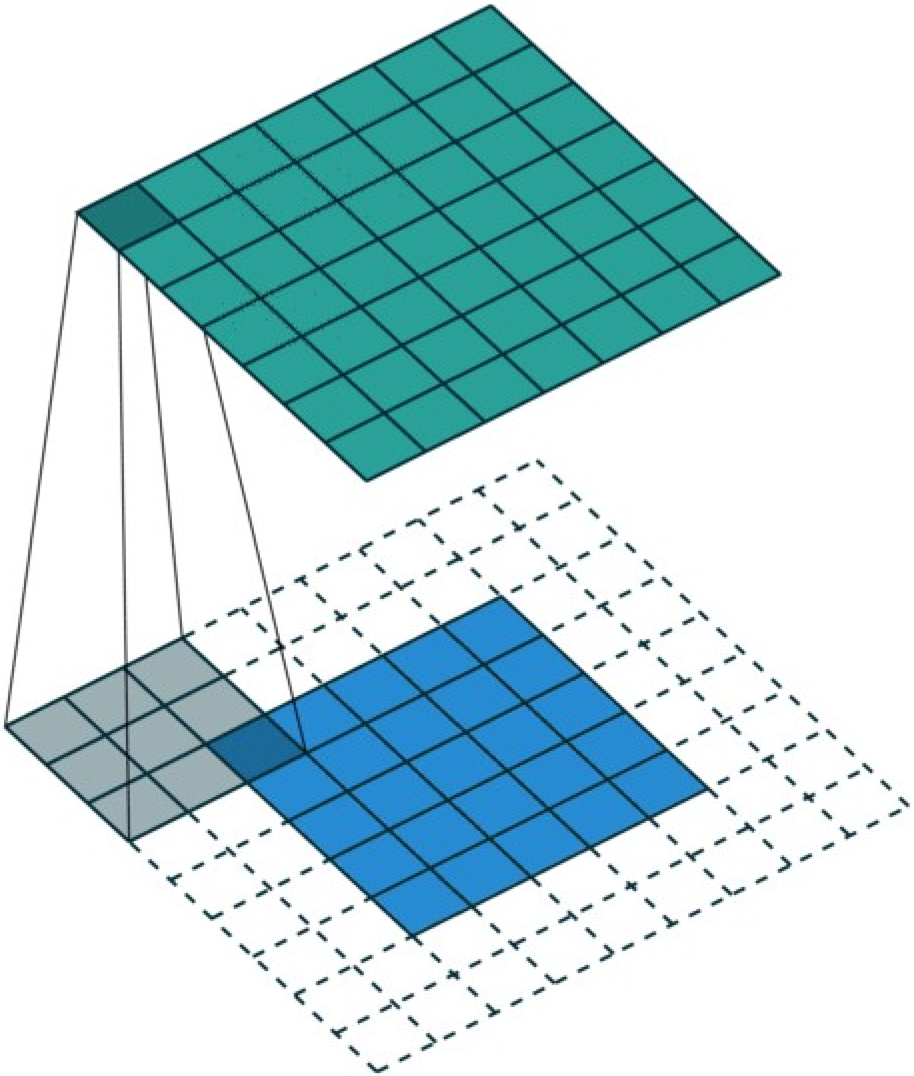
- Dovoljno velika vrijednost u odzivu indicira lokaciju objekta

2D Konvolucija





2D Konvolucija



1x1	1x0	1x1	0	0
0x0	1x1	1x0	1	0
0x1	0x0	1x1	1	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	0

4		

Autor: Divyanshu Mishra

2D Konvolucija

- 2D konvolucija se već dugo koristi u analizi slike
- Ukoliko je izgled objekta poznat, lako je konstruirati pretraživačku funkciju *G*(*x*,*y*) – maska, operator

$$(I*G)(x,y)=\sum_{-\infty}^{+\infty} I(k,l)G(x-k,y-l)$$

Detekcija rubova

- Najpoznatiji primjeri su detekcija rubova (edge detection)
  - Postoje brojne maske za traženje rubova (Sobel, Previtt, Roberts,...)
  - Rubovi su najjednostavnije pojave koje se javljaju u slikama
    - Često nose bitne informacije - značajke
    - Spomenuli smo ih u uvodnom dijelu o analizi slike

$$(I*G)(x,y)=\sum_{-\infty}^{+\infty} I(k,l)G(x-k,y-l)$$

Detekcija rubova

- Sobel

$$\mathbf{G}_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +2 & 0 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_y = \begin{bmatrix} +1 & +2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

- Previtt

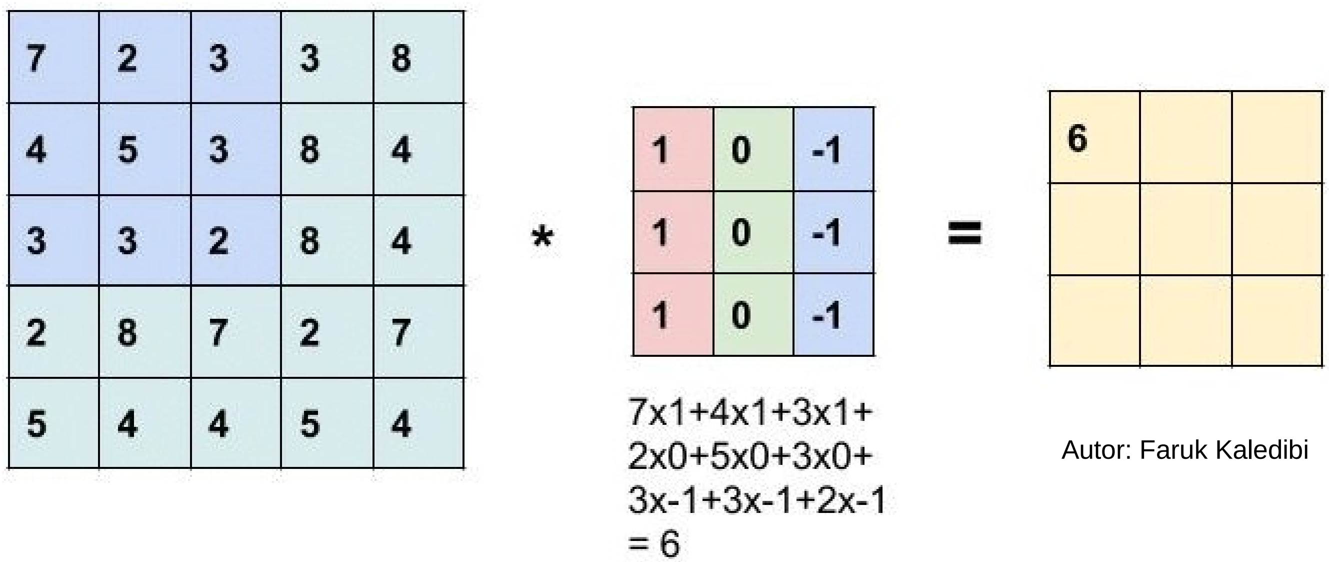
$$\mathbf{G_x} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G_y} = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Roberts

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Za razumijevanje funkcioniranja pogledajte prethodni opis korelacije
- S obzirom da orijentacija ruba nije ograničena, potrebne su barem dvije maske

Detekcija rubova



Autor: Faruk Kaledibi

Detekcija značajki

- Postoje operatori za traženje složenijih značajki slike poput kutova (sjecišta dva ruba)
- Postoje i složenije značajke na slici
- Postavlja se pitanje kako formirati maske za složenije značajke

Detekcija značajki

- Objekti se obično sastoje od nekih podobjekata
  - Ti podobjekti su značajke objekta
  - Često objekti i njihovi podobjekti znatno variraju u izgledu
- Kako formirati maske za detekciju podobjekata ili cijelih objekata?
- Koliko takvih maski treba biti da bi detekcija uvijek bila moguća?

Detekcija objekata

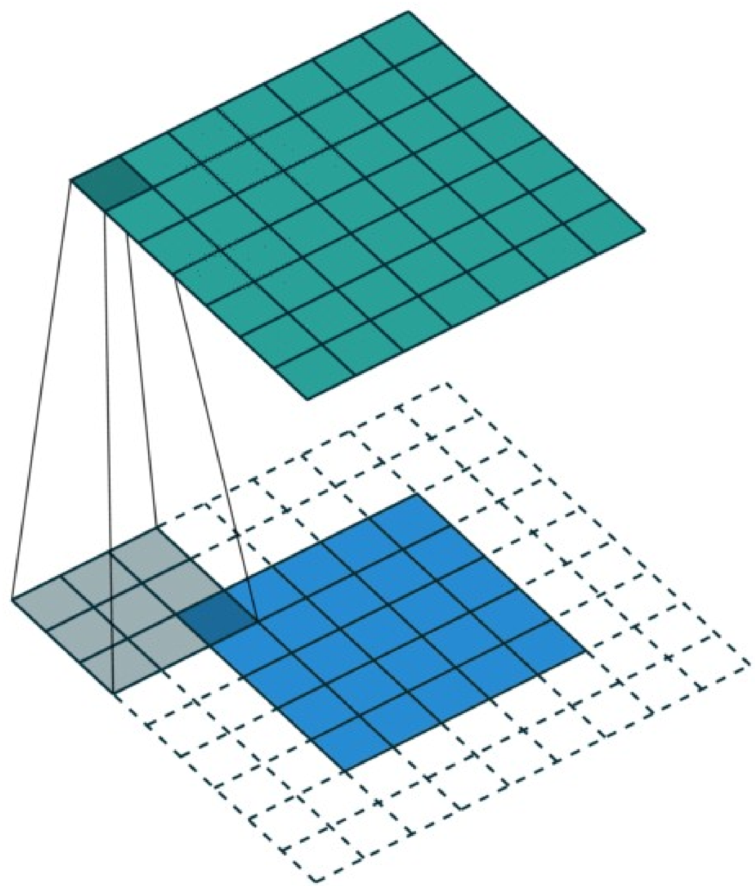
- Čini se da problem nije univerzalno rješiv
- Ipak, u ograničenim uvjetima bi možda bio rješiv
  - Ograničimo se na jedan problem
    - Traženje ograničenog broja objekata
    - Možda bi mogle pomoći neuronske mreže

Detekcija objekata

- Koje karakteristike bi detektor objekata u slici trebao imati?
  - Invarijantnost na translaciju
  - Invarijantnost na skaliranje
  - Invarijantnost na rotaciju
  - Invarijantnost na druge geometrijske transformacije
  - Ako je objekt manji od cijele slike, za detekciju na nekoj poziciji trebamo gledati samo lokalno susjedstvo

Invarijantnost 2D konvolucije

- Konvolucija omogućava invarijantnost na pomak



Invarijantnost 2D konvolucije

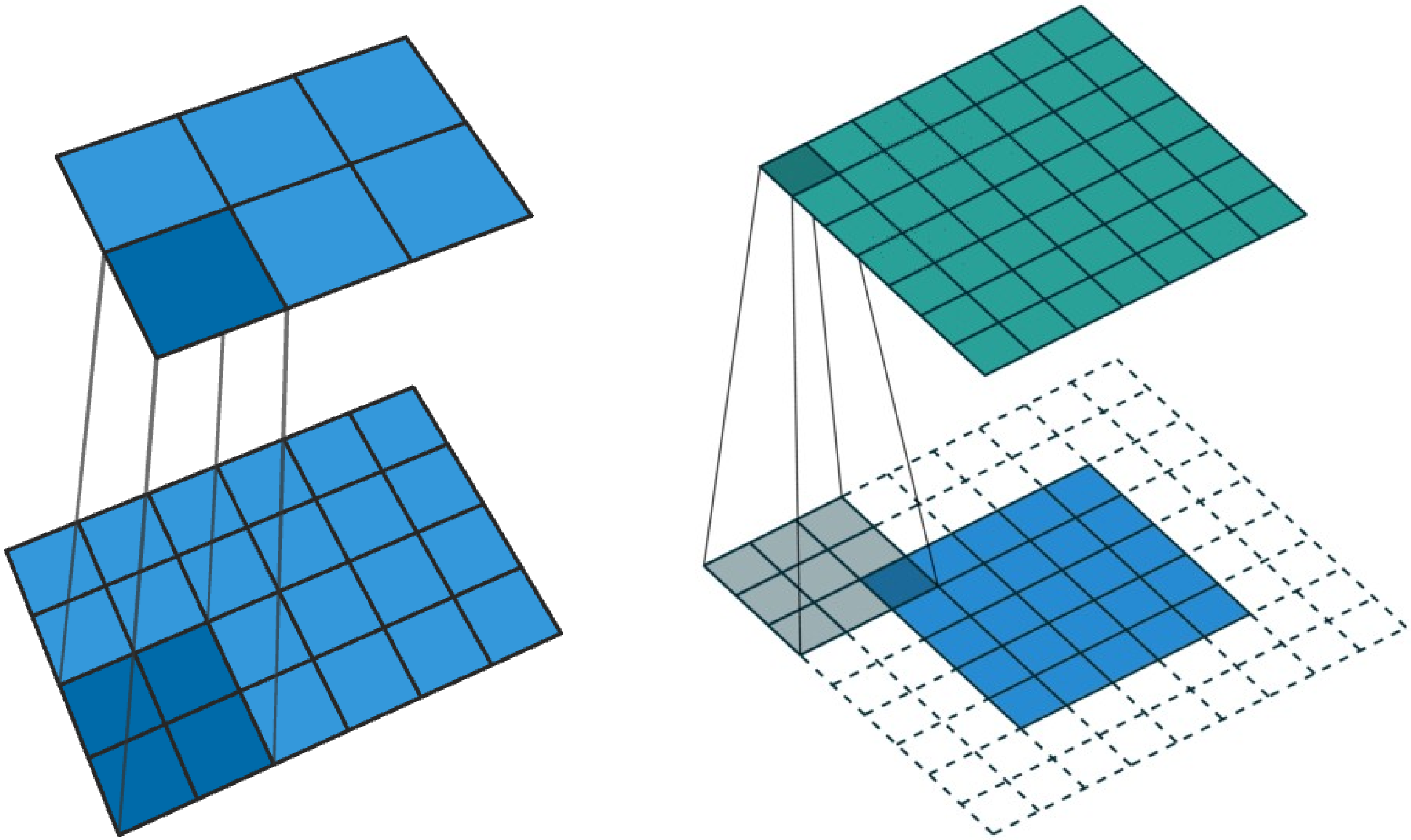
- Invarijantnost na druge geometrijske transformacije može se postići specijaliziranim konvolucijskim maskama
  - Za razne orijentacije rubova su nam trebale dvije
- Isto vrijedi i za sve ostale varijacije koje se mogu naći u objektima
  - Što je objekt složeniji, potrebno je više maski
  - U kaskadi konvolucija, viši slojevi trebaju više maski

Konvolucijska mreža

- Svaka maska proizvodi novu „sliku” koju nazivamo mapa značajki
- Svaka mapa značajki zadržava informaciju o lokaciji u 2D prostoru
- Konvolucija se može raditi na više mapa značajki istovremeno
  - Ideja je da se za sljedeći sloj traži pojava koja se može javiti u bilo kojoj mapi značajki

Konvolucijska mreža

- Veličina maske određuje veličinu lokalnog susjedstva



Konvolucijska mreža

- Vrijednosti maske možemo predstaviti težinama na ulazu u neuron
- Dodaje se i aktivacijska funkcija *f*
- Fokusiranjem na lokalno susjedstvo eliminiramo potpunu povezanost
  - Time smanjujemo broj težina – broj parametara mreže

$$Y(x,y)=f\left((W*I)(x,y)\right)=f\left(\sum_{-\infty}^{+\infty} W(k,l)\,I(x-k,y-l)\right)$$

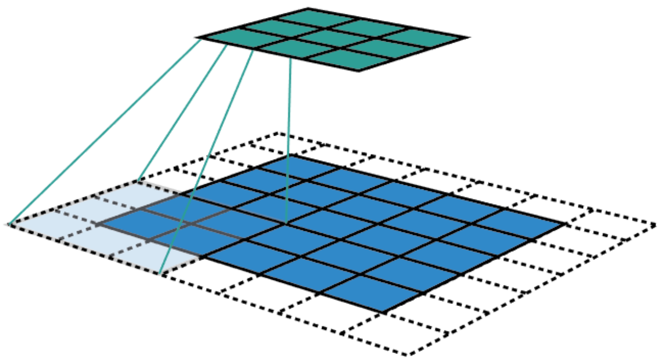
Konvolucijska mreža

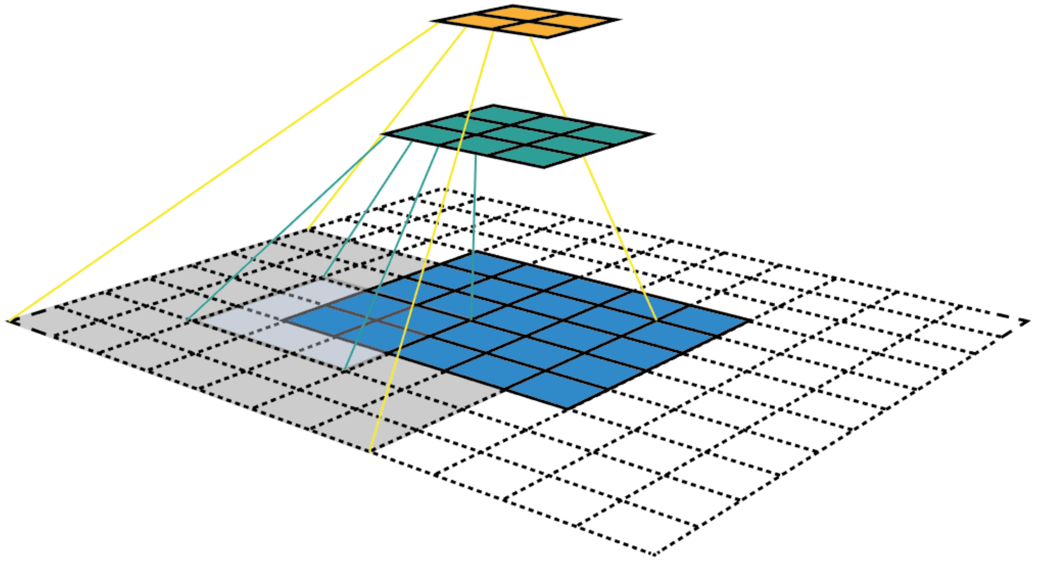
- Svaki neuron traži isti objekt
  - Maska/težine trebaju biti isti za sve neurone
    - Svi dijele isti skup težina
      - Drastično smanjenje broja parametara

Hijerarhijska konvolucija

- Dodavanje više uzastopnih konvolucijskih slojeva u kaskadu
  - Omogućuje hijerarhijsku detekciju značajki
  - Kaskada efektivno čini konvoluciju sa maskom čija veličina odgovara konvoluciji svih maski u kaskadi
    - Svaka maska može biti manja
      - Dodatno smanjenje broja parametara

Hijerarhijska konvolucija





Učenje konvolucijskog sloja

- Može li konvolucijski sloj biti učen backpopagation algoritmom?

$$Y(x,y)=f\left((W*I)(x,y)\right)=f\left(\sum_{-\infty}^{+\infty} W(k,l)\,I(x-k,y-l)\right)$$

- Ne bi trebalo biti problema
  - Aktivacijska funkcija je prihvatljiva
  - Množenje i zbrajanje je prihvatljivo

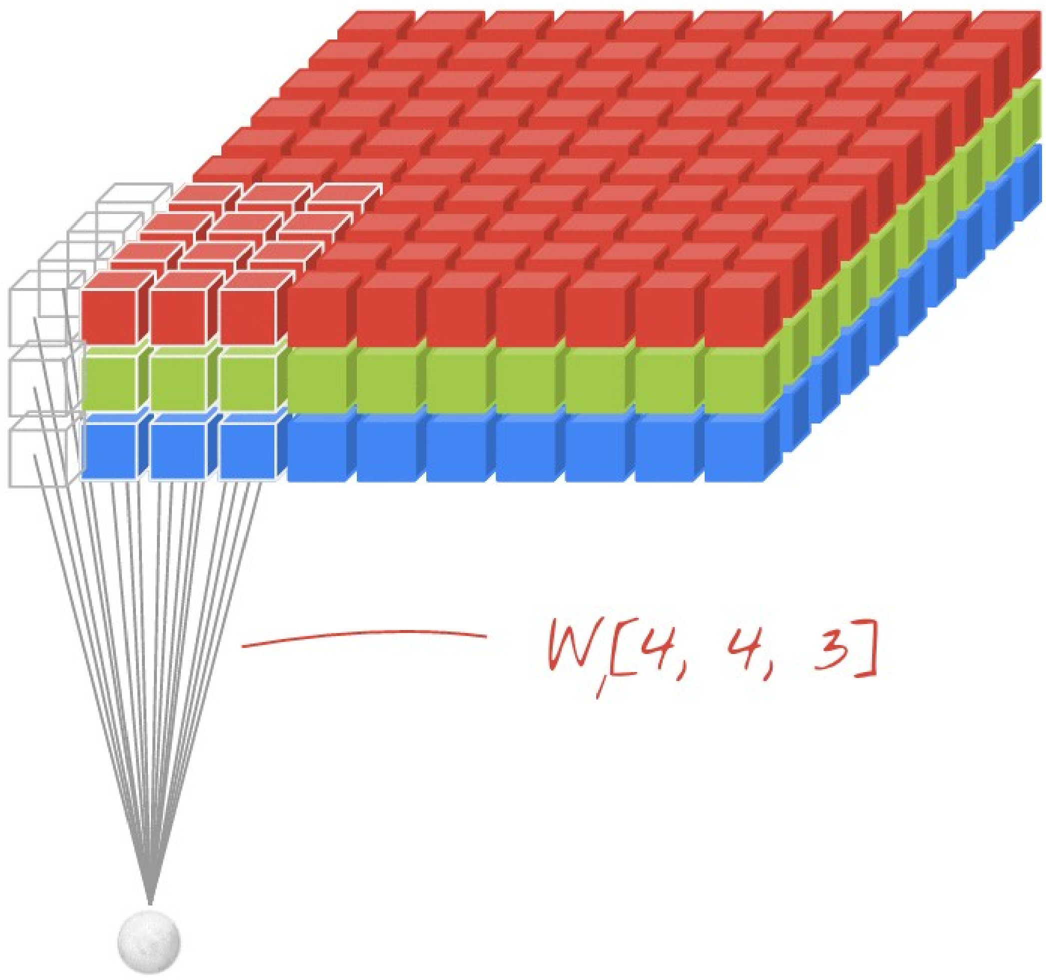
Učenje konvolucijskog sloja

- Svaki neuron u sloju iznad vidi samo svoje ograničeno receptivno polje
- Učenje se isto odvija na lokalnoj razini
- Učenje na jednoj slici je efektivno učenje na puno malih sličica

2.5D Konvolucija

- Ulaz može činiti nekoliko slika iste veličine
- Za svaku poziciju imamo vektor vrijednosti
- I dalje konvolucijom pretražujemo 2D prostor, ali se efektivno rade zasebne konvolucije na svakoj slici te se njihov rezultat zbraja
- Primjer je slika u boji
  - Po jedna slika za R, G i B kanal
- Isti princip vrijedi i za konvolucije u višim slojevima čiji ulaz čine sve mape značajki iz prethodnog sloja
  - Npr. 1024 mapi značajki iz prethodnog sloja

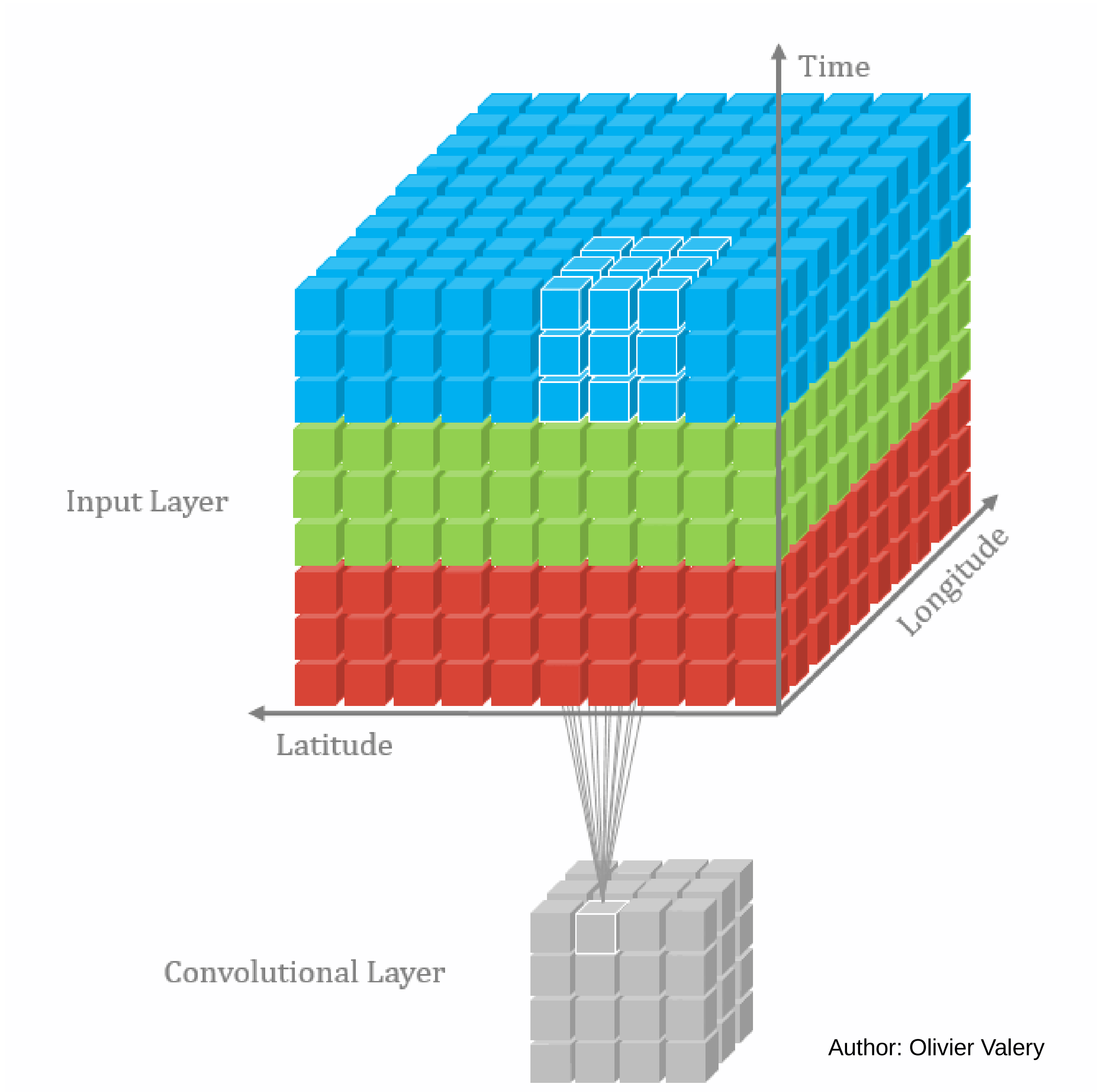
2.5D Konvolucija



3D Konvolucija

- Konvolucija se može raditi i na višedimenzionalnim podacima
  - Posmak u sve tri dimenzije
- Npr. neki medicinski uređaju snimaju volumen
- Neki medicinski uređaji snimaju i 3D video -> 4D ulaz

3D Konvolucija



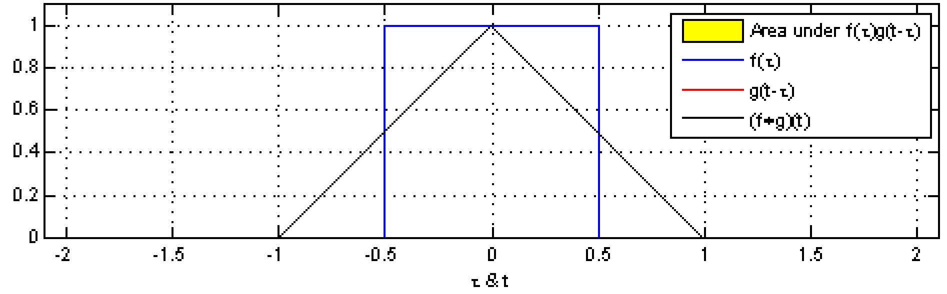
Author: Olivier Valery

Konvolucijska mreža

- Kakva je situacija sa dimenzijama slojeva mreže i težina
  - Za slojeve mreže:
    - Širina x visina (prostorne dimenzije ulazne slike)
    - Broj kanala
    - Broj elemenata u mini grupi
  - Jedan sloj je 4D tenzor
  - Težine se mogu predstaviti 3D tenzorom
    - Širina x visina (prostorne dimenzije ulazne slike)
    - Broj kanala

Pooling

- Dodatni mehanizam za postizanje invarijantnosti na geometrijske transformacije
- Idealni detektor bi trebao imati približno isti odziv u susjednim točkama
  - Translacija ne utječe puno na detektor

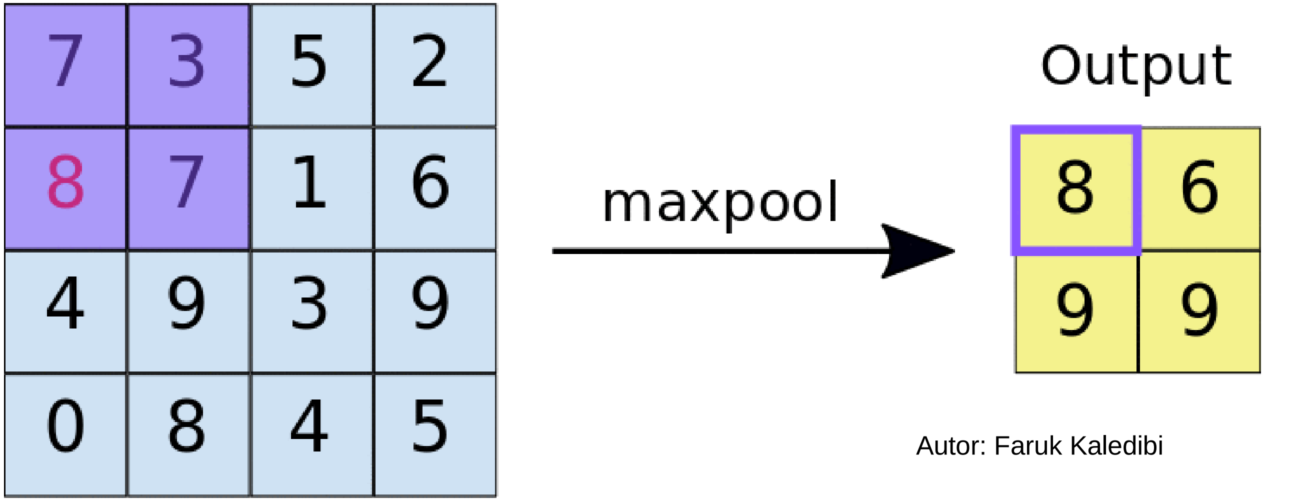


Pooling

- U sljedeći sloj bi možda trebalo prenijeti informaciju o samo jednom objektu u istom susjedstvu
- Pooling sloj obavlja funkciju združivanja lokalnih informacija
  - Smanjenje prostorne rezolucije
- Postoje dva pristupa
  - Usrednjavanje
  - Maximum – često korišten
- Ne unose dodatne hiperparametre

Max-pooling

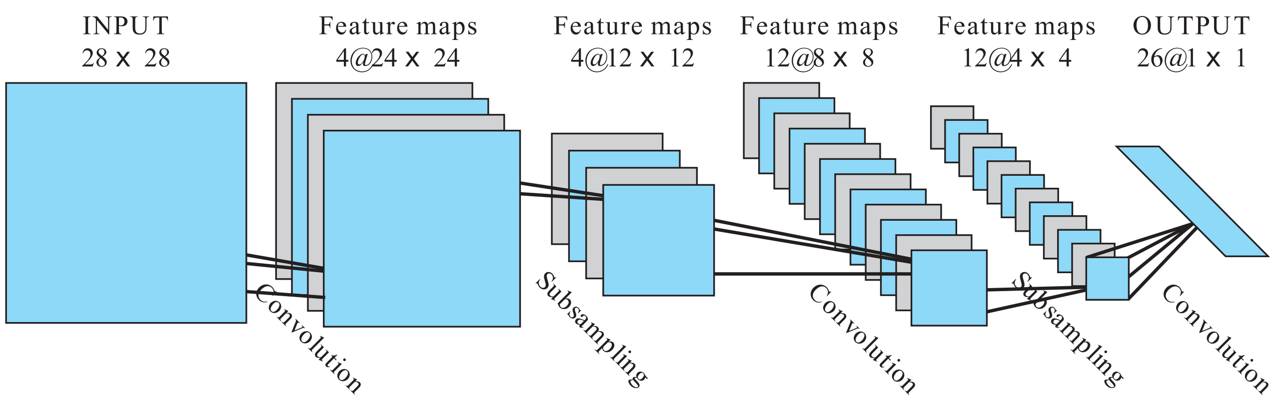
- Prosljeđuje se samo maksimalna vrijednost
  - Kao skretnica
- Gradijenti se prosljeđuju u niže slojeve samo preko tog neurona koji je imao maksimalnu vrijednost
  - Kao skretnica

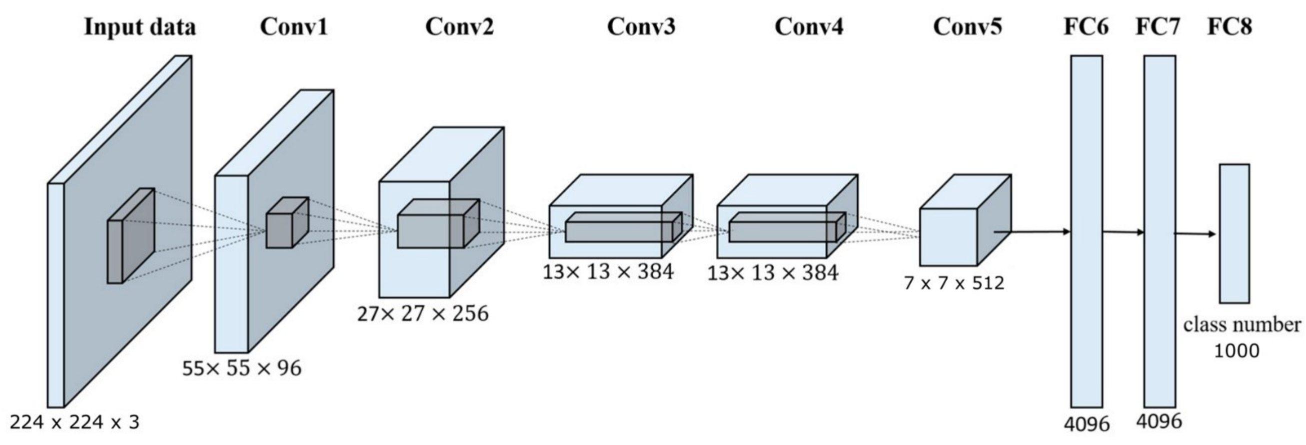


Autor: Faruk Kaledibi

Konvolucijske mreže

- Feed-forward mreža
- Konvolucijski slojevi
- Pooling slojevi
- Potpuno povezani slojevi





Keypoints XI

- Konvolucijski slojevi
  - Prilagođeni su analizi slika
  - Efektivno smanjuju kompleksnost mreže
    - Sprječavaju pretreniranje
    - Omogućuju dublje mreže

Mreža za detekciju objekata u slikama

- Na kraju, kako detektirati objekte
  - Odrediti klasu objekta
    - One-hot-encoding
    - Klasifikacija
  - Odrediti opisni pravokutnik (bounding box)
    - Kordinate dijagonalnih kutova (4 broja)
    - Regresija

Mreža za detekciju objekata u slikama

- Funkcija gubitka je kombinacija gubitka klasifikacije i gubitka regresije
  - Dodatni koeficijent λ uređuje međusobni odnos dviju funkcija gubitaka

$$E_{uk} = E_{class} + \lambda E_{regress}$$

Mreža za detekciju objekata u slikama