## 2.7. A Monty Hall probléma

Írj R szimulációt a Monty Hall problémára!

Megoldás videó: https://bhaxor.blog.hu/2019/01/03/erdos_pal_mit_keresett_a_nagykonyvben_a_monty_hall-paradoxon_kapcsan

Megoldás forrása: https://gitlab.com/nbatfai/bhax/tree/master/attention_raising/MontyHall_R

Tanulságok, tapasztalatok, magyarázat...

## 2.8. 100 éves a Brun tétel

Írj R szimulációt a Brun tétel demonstrálására!

Megoldás videó: https://youtu.be/xbYhp9G6VqQ

Megoldás forrása: https://gitlab.com/nbatfai/bhax/blob/master/attention_raising/Primek_R

A természetes számok építőelemei a prímszámok. Abban az értelemben, hogy minden természetes szám előállítható prímszámok szorzataként. Például 12=2*2*3, vagy például 33=3*11.

Prímszám az a természetes szám, amely csak önmagával és eggyel osztható. Eukleidész görög matematikus már Krisztus előtt tudta, hogy végtelen sok prímszám van, de ma sem tudja senki, hogy végtelen sok ikerprím van-e. Két prím ikerprím, ha különbségük 2.

Két egymást követő páratlan prím között a legkisebb távolság a 2, a legnagyobb távolság viszont bármilyen nagy lehet! Ez utóbbit könnyű bebizonyítani. Legyen n egy tetszőlegesen nagy szám. Akkor szorozzuk össze n+1-ig a számokat, azaz számoljuk ki az 1*2*3*… *(n-1)*n*(n+1) szorzatot, aminek a neve (n+1) faktoriális, jele (n+1)!.

Majd vizsgáljuk meg az a sorozatot:

(n+1)!+2, (n+1)!+3,… , (n+1)!+n, (n+1)!+ (n+1) ez n db egymást követő azám, ezekre (a jól ismert bizonyítás szerint) rendre igaz, hogy

- (n+1)!+2=1*2*3*… *(n-1)*n*(n+1)+2, azaz 2*valamennyi+2, 2 többszöröse, így ami osztható kettővel
- (n+1)!+3=1*2*3*… *(n-1)*n*(n+1)+3, azaz 3*valamennyi+3, ami osztható hárommal
- ...
- (n+1)!+(n-1)=1*2*3*… *(n-1)*n*(n+1)+(n-1), azaz (n-1)*valamennyi+(n-1), ami osztható (n-1)-el
- (n+1)!+n=1*2*3*… *(n-1)*n*(n+1)+n, azaz n*valamennyi+n-, ami osztható n-el
- (n+1)!+(n+1)=1*2*3*… *(n-1)*n*(n+1)+(n-1), azaz (n+1)*valamennyi+(n+1), ami osztható (n+1)-el

tehát ebben a sorozatban egy prim nincs, akkor a (n+1)!+2-nél kisebb első prim és a (n+1)!+ (n+1)-nél nagyobb első prim között a távolság legalább n!

Az ikerprímszám sejtés azzal foglalkozik, amikor a prímek közötti távolság 2. Azt mondja, hogy az egymástól 2 távolságra lévő prímek végtelen sokan vannak.

A Brun tétel azt mondja, hogy az ikerprímszámok reciprokaiból képzett sor összege, azaz a (1/3+1/5)+(1/5+1/7)+ (1/11+1/13)+... véges vagy végtelen sor konvergens, ami azt jelenti, hogy ezek a törtek összeadva egy határt adnak ki pontosan vagy azt át nem lépve növekednek, ami határ számot $B_2$ Brun konstansnak neveznek. Tehát ez nem dönti el a több ezer éve nyitott kérdést, hogy az ikerprímszámok halmaza végtelen-e? Hiszen ha véges sok van és ezek reciprokait összeadjuk, akkor ugyanúgy nem lépjük át a $B_2$ Brun konstans értékét, mintha végtelen sok lenne, de ezek már csak olyan csökkenő mértékben járulnának hozzá a végtelen sor összegéhez, hogy így sem lépnék át a Brun konstans értékét.

Ebben a példában egy olyan programot készítettünk, amely közelíteni próbálja a Brun konstans értékét. A repó `bhax/attention_raising/Primek_R/stp.r` mevű állománya kiszámolja az ikerprímeket, összegzi a reciprokaikat és vizualizálja a kapott részeredményt.

```
#   Copyright (C) 2019  Dr. Norbert Bátfai, nbatfai@gmail.com
#
#   This program is free software: you can redistribute it and/or modify
#   it under the terms of the GNU General Public License as published by
#   the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
#   (at your option) any later version.
#
#   This program is distributed in the hope that it will be useful,
#   but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
#   MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE.  See the
#   GNU General Public License for more details.
#
#   You should have received a copy of the GNU General Public License
#   along with this program.  If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>

library(matlab)

stp <- function(x){

    primes = primes(x)
    diff = primes[2:length(primes)]-primes[1:length(primes)-1]
    idx = which(diff==2)
    t1primes = primes[idx]
    t2primes = primes[idx]+2
    rt1plust2 = 1/t1primes+1/t2primes
    return(sum(rt1plust2))
}

x=seq(13, 1000000, by=10000)
y=sapply(x, FUN = stp)
plot(x,y,type="b")
```

Soronként értelemezzük ezt a programot:

```
 primes = primes(13)
```

Kiszámolja a megadott számig a prímeket.

```
> primes=primes(13)
> primes
[1]  2  3  5  7 11 13
```

```
diff = primes[2:length(primes)]-primes[1:length(primes)-1]
```

```
> diff = primes[2:length(primes)]-primes[1:length(primes)-1]
> diff
[1] 1 2 2 4 2
```

Az egymást követő prímek különbségét képzi, tehát 3-2, 5-3, 7-5, 11-7, 13-11.

```
idx = which(diff==2)
```

```
> idx = which(diff==2)
> idx
[1] 2 3 5
```

Megnézi a `diff`-ben, hogy melyiknél lett kettő az eredmény, mert azok az ikerprím párok, ahol ez igaz. Ez a `diff`-ben lévő 3-2, 5-3, 7-5, 11-7, 13-11 különbségek közül ez a 2., 3. és 5. indexűre teljesül.

```
t1primes = primes[idx]
```

Kivette a primes-ból a párok első tagját.

```
t2primes = primes[idx]+2
```

A párok második tagját az első tagok kettő hozzáadásával képezzük.

```
rt1plust2 = 1/t1primes+1/t2primes
```

Az 1/t1primes a t1primes 3,5,11 értékéből az alábbi reciprokokat képzi:

```
> 1/t1primes
[1] 0.33333333 0.20000000 0.09090909
```

Az 1/t2primes a t2primes 5,7,13 értékéből az alábbi reciprokokat képzi:

```
> 1/t2primes
[1] 0.20000000 0.14285714 0.07692308
```

Az 1/t1primes + 1/t2primes pedig ezeket a törteket rendre összeadja.

```
> 1/t1primes+1/t2primes
[1] 0.5333333 0.3428571 0.1678322
```

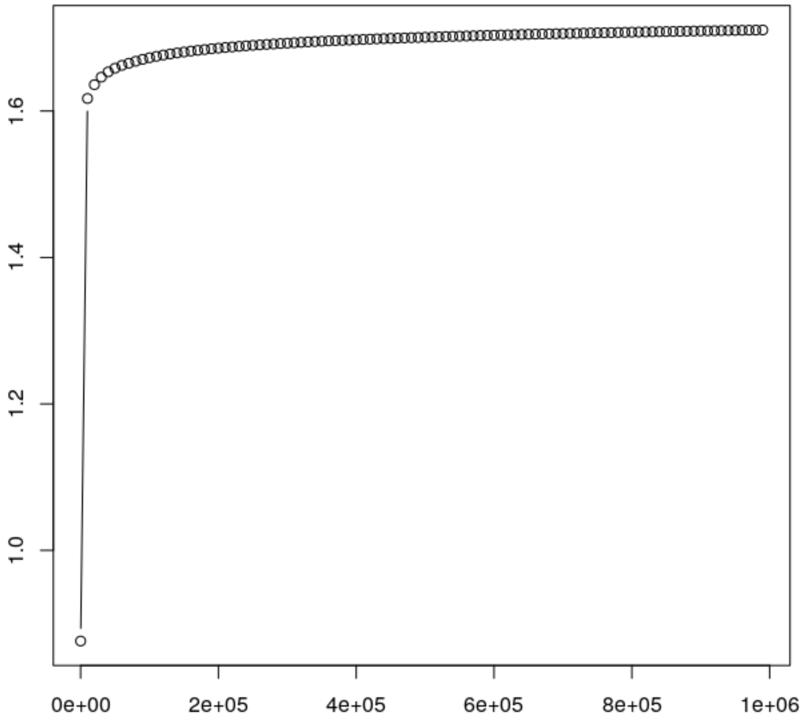
Nincs más dolgunk, mint ezeket a törteket összeadni a `sum` függvénnyel.

```
sum(rt1plust2)
```

```
>   sum(rt1plust2)
[1] 1.044023
```

A következő ábra azt mutatja, hogy a szumma értéke, hogyan nő, egy határértékhez tart, a $B_2$ Brun konstanshoz. Ezt ezzel a csipettel rajzoltuk ki, ahol először a fenti számítást 13-ig végezzük, majd 10013, majd 20013-ig, egészen 990013-ig, azaz közel 1 millióig. Vegyük észre, hogy az ábra első köre, a 13 értékhez tartozó 1.044023.

```
x=seq(13, 1000000, by=10000)
y=sapply(x, FUN = stp)
plot(x,y,type="b")
```




2.1. ábra. A $B_2$ konstans közelítése

**Werkfilm**

- https://youtu.be/VkMFrgBhN1g
- https://youtu.be/aF4YK6mBwf4