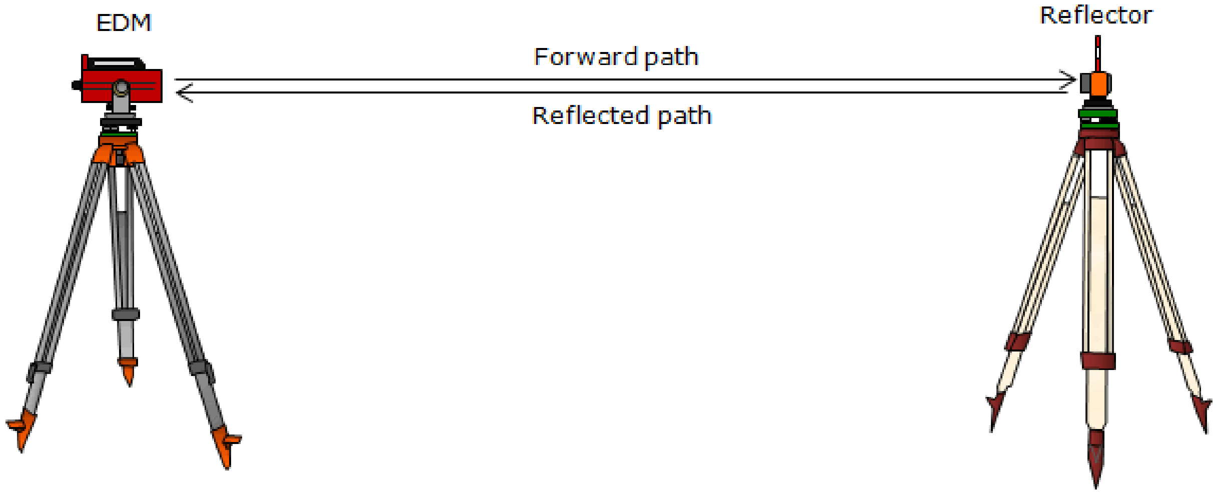
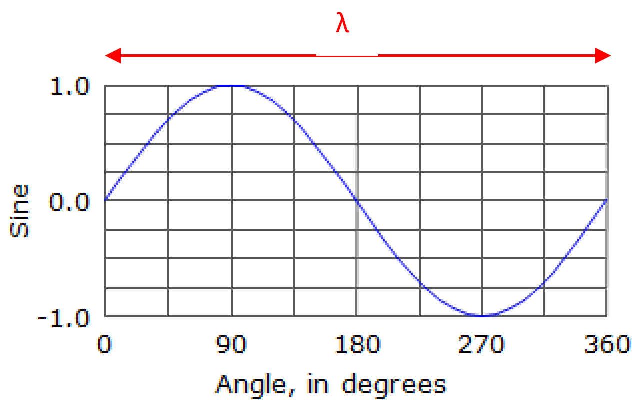
Pomiar odległości dalmierzem elektromagnetycznym



Fala sinusoidalna



Zależność długości fali od częstotliwości

$$\lambda = {}^{c}\!/_{f}$$

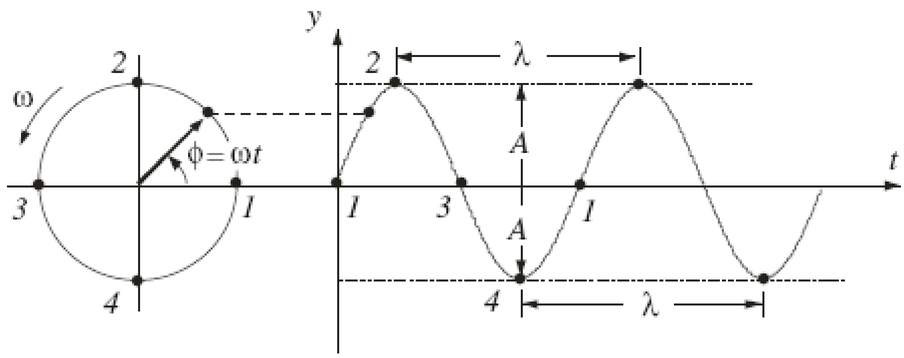
Pomiar fazowy

$$y = A\sin\phi = A\sin(\omega t)$$

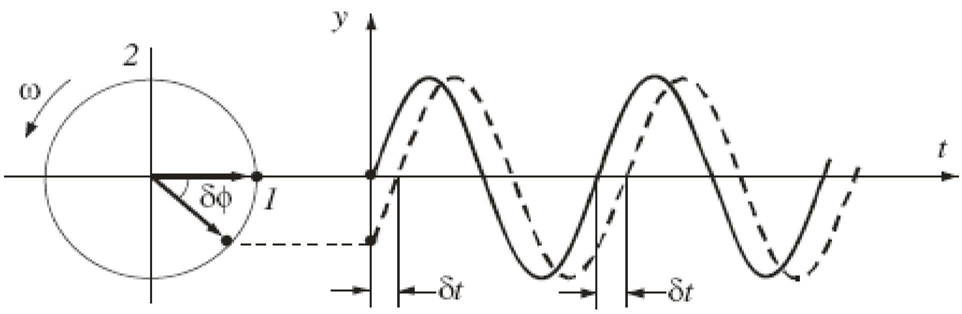
$$\phi = \omega t$$

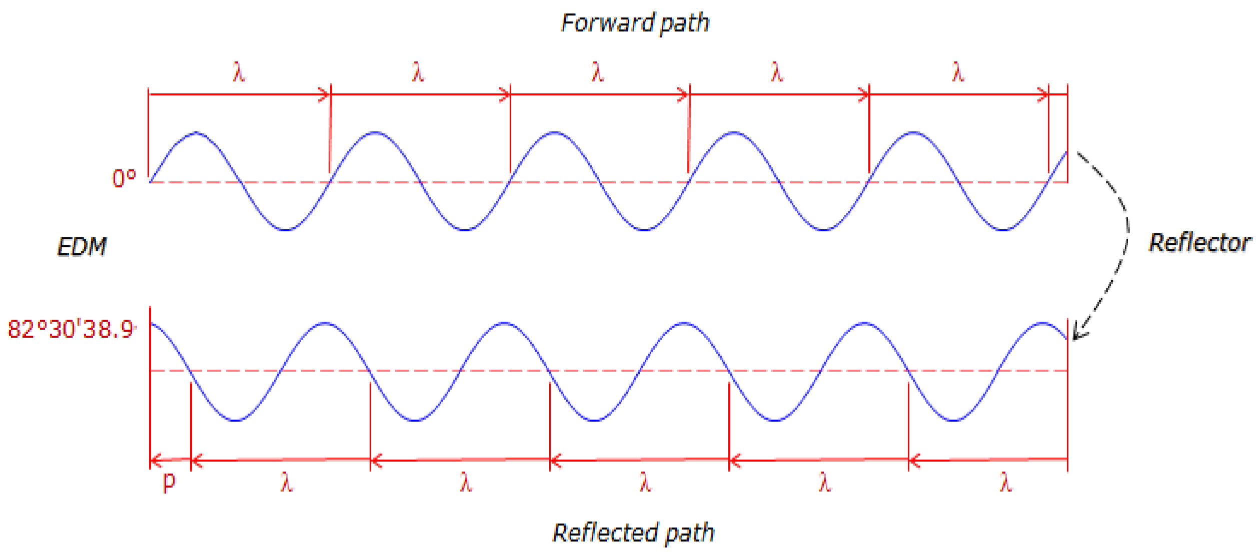
$$\omega = 2\pi f$$

A – amplituda, ω – prędkość kątowa (rad/sec), t – czas (sec), ϕ – faza (rad), f częstotliwość (Hz)



$$\begin{aligned} y &= A\sin(\phi + \delta\phi) \\ &= A\sin(\omega t + \omega\,\delta t) \\ &= A\sin\omega(t + \delta t) \end{aligned}$$





Propagacja sygnału

Całkowita odległość wynosi

$$D=(N*\lambda)+p$$

p= (82°30’38.9’’/360) * 20 m = 4.584m

Jeżeli N=10 to

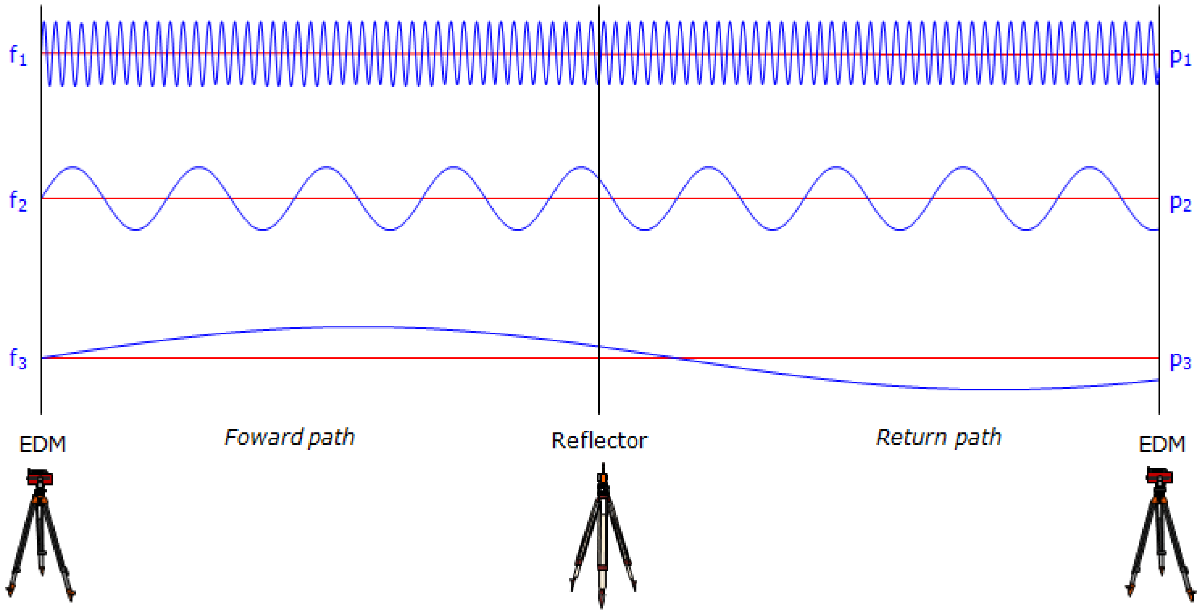
2D=10*20m+4.584 m = 204.584 m

D=102.292 m

Problemem jest wyznaczenie całkowitej liczby odłożeń fali N

Pomiar na wielu częstotliwościach

(ciągłe i skokowe zmiany częstotliwości)



$$\mathbf{f_1 = 10*f_2;}$$

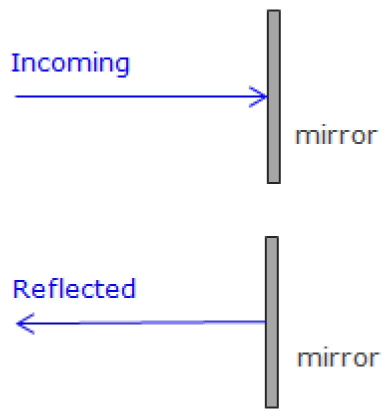
$$\mathbf{f_2 = 10*f_3}$$

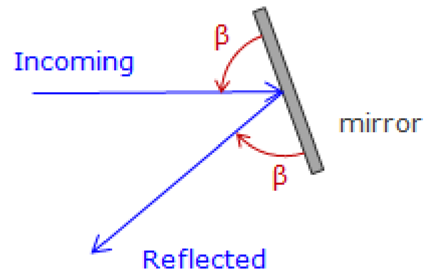
λ, m	*p, m*	*D,m*
10.00 m	**3.69**	3.69
100.0 m	**5**3.7	53.69
1000. m	**4**54	453.69
10,000 m	**8**450	8453.69

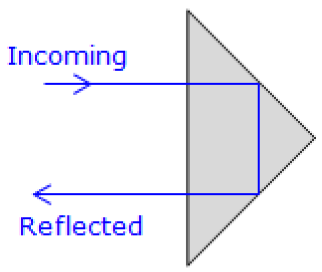
D=8453.69/2=**4226.84 m**

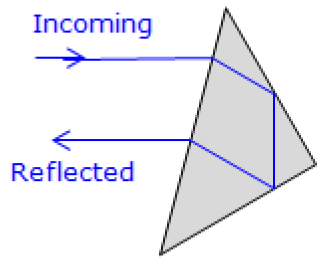
Reflektor Zwrotny

Każda powierzchnia zdolna do odbicia sygnału elektrooptycznego umożliwi pomiar odległości. Jednak im wydajniejszy reflektor, tym silniejszy sygnał zwrotny i większa odległość, którą można zmierzyć. Sprawność obejmuje ilość sygnału odbitego wraz z kierunkiem jego ścieżki powrotnej.

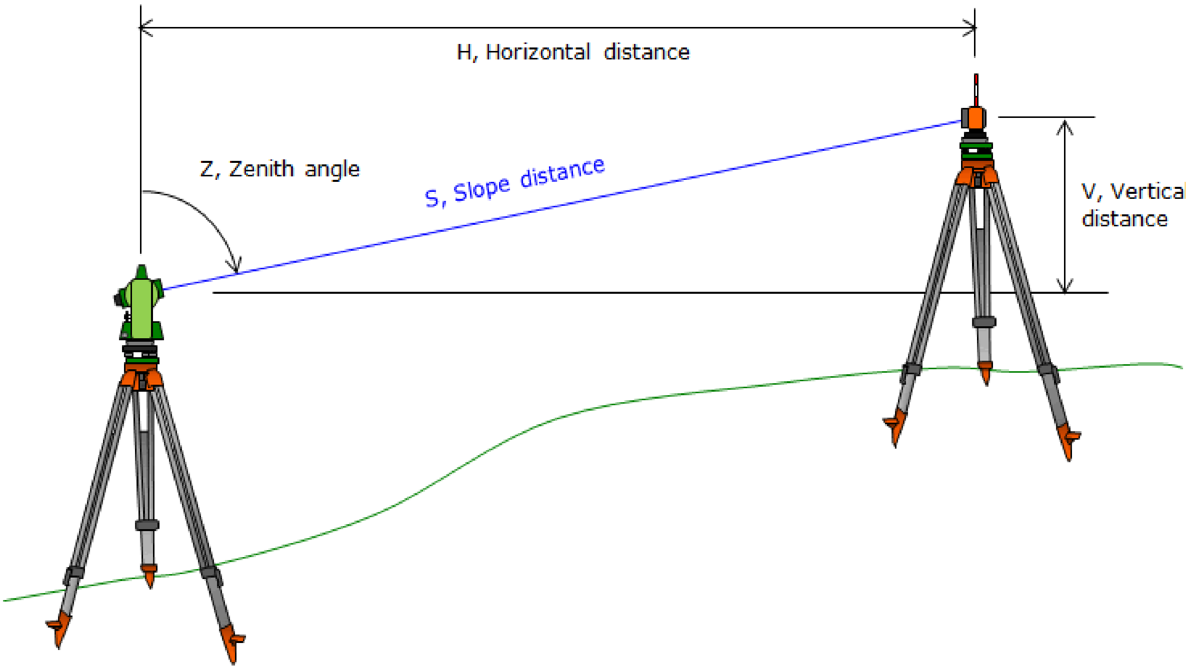






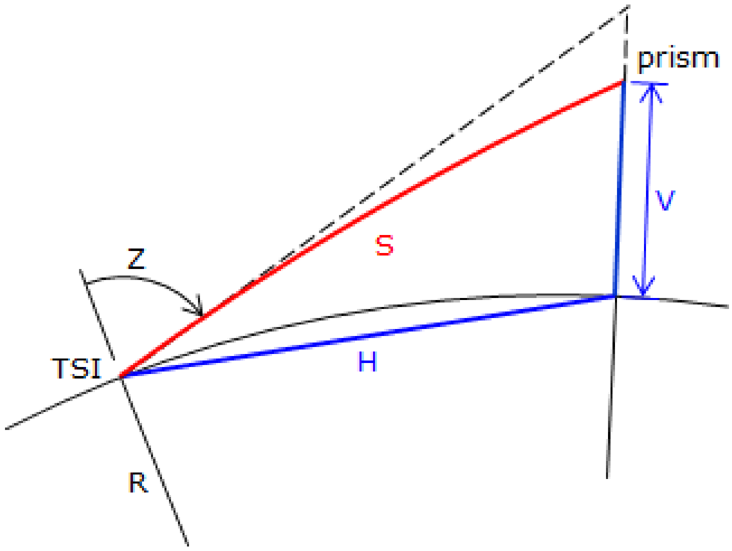


Redukcje zmierzonej odległości



$$\cancel{H = S \times \sin(Z)}$$

Odległość pozioma (z uwzględnieniem zakrzywienia Ziemi)



$$H = S \times \sin(Z) - \left[\frac{S^2 \times \sin(2 \times Z) \times \left(1 - \frac{k}{2}\right)}{2 \times R} \right]$$

lub

$$\boldsymbol{HD = SD * (\sin(z) - E_1 * \cos(z))}$$

gdzie

$$\boldsymbol{E_1 = \frac{0.929}{6372000} * SD * (\sin(z))}$$

Dokładność pomiaru odległości metodą fazową

$$D = \frac{c}{2fn}\left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right) + k$$

$$m_D^2 = (\frac{\partial D}{\partial c})^2 m_c^2 + (\frac{\partial D}{\partial n})^2 m_n^2 + (\frac{\partial D}{\partial f})^2 m_f^2 + (\frac{\partial D}{\partial \Delta\varphi})^2 m_{\Delta\varphi}^2 + (\frac{\partial D}{\partial k})^2 m_k^2$$

$\frac{\partial D}{\partial c} = \frac{1}{2fn}\left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right) = \frac{D}{c}$ (mnożymy i dzielimy przez **c** obie strony równania)

$$\frac{\partial D}{\partial n} = -\frac{D}{n}$$

$$\frac{\partial D}{\partial f} = -\frac{D}{f}$$

$$\frac{\partial D}{\partial \Delta\varphi} = \frac{c}{2fn} * \frac{1}{2\pi} = s$$

$$\frac{\partial D}{\partial k} = 1$$

$$m_D^2 = s^2 m_{\Delta\varphi}^2 + m_k^2 + [(\frac{m_c}{c})^2 + (\frac{m_f}{f})^2 + (\frac{m_n}{n})^2]D^2$$

oznaczając

$$m_a^2 = s^2 m_{\Delta\varphi}^2 + m_k^2$$

$$m_b^2 = (\frac{m_c}{c})^2 + (\frac{m_f}{f})^2 + (\frac{m_n}{n})^2$$

Mamy

$$\boldsymbol{m_D = \sqrt{m_a^2 + m_b^2 D^2}}$$

lub

$$\boldsymbol{m_D = \pm(m_a + m_b D)}$$

Wpływy środowiska na pomiary długości

Prędkość światła w próżni

c_0 = 299 792458 m/s

w innym medium (np. atmosfera)

$$c = \frac{c_0}{n}$$

n jest bezwymiarowym indeksem refrakcyjności i jest definiowany jako iloraz prędkości światła w próżni do prędkości światła w atmosferze (medium)

$c < c_0$ i $n>1$

w powietrzu

$1.0001 < n < 1.0005$

A zatem

299 642 637 < c < 299 762 482 m/s

Refrakcyjność N

$$N = (n-1)\times 10^6$$

Prędkość fazowa fali jest to prędkość, z jaką rozchodzą się miejsca fali o tej samej fazie.

Prędkość grupowa – wielkość opisująca rozchodzenie się fal nieharmonicznych (innych niż sinusoidalne). Dla fal rozprzestrzeniających się bez zmiany kształtu impulsu falowego odpowiada prędkości rozchodzenia się impulsu i prędkości rozchodzenia się czoła fali.

Prędkość rozchodzenia się modulacji, czyli prędkość grupowa zwykle odpowiada prędkości przenoszenia informacji i energii przez falę

$v_g = v_\varphi - \lambda_v \frac{dv_\varphi}{d\lambda_v}$ zależność między prędkością grupową i fazową

$\frac{dv_\varphi}{d\lambda_v} = 0$ dla próżni a zatem $v_g = v_\varphi = c$

$n_g = n_\varphi - \lambda_v \frac{dn_\varphi}{d\lambda_v}$ (*)fazowy i grupowy współczynnik załamania

Dla próżni $n_g = n_\varphi = 1$

Zależność fazowego współczynnika załamania od długości fali:

$$n_\varphi - 1 = A + \frac{B}{\lambda_v^2} + \frac{C}{\lambda_v^4}$$

Po zróżniczkowaniu według λ_v otrzymujemy

$$\frac{dn_\varphi}{d\lambda_v} = -\frac{2B}{\lambda_v^3} - \frac{4C}{\lambda_v^5}$$

Po podstawieniu (*):

$$\boldsymbol{n_g - 1 = A + \frac{3B}{\lambda_v^2} + \frac{5C}{\lambda_v^4}}$$

Wzory na współczynnik załamania:

Dla mikrofal (Essena-Froome'a)

$$N_g = (n_g - 1)10^6 = \frac{77.624}{T}(p - e) + \frac{64.70}{T}\left(1 + \frac{5748}{T}\right)e$$

gdzie

T (temperatura) w Kelwinach,

p (ciśnienie) w [hPa]

e (ciśnienie pary wodnej - wilgotnosc) [hPa]

lub

$$N_g = (n_g - 1)10^6 = \frac{103.49}{T}(p - e) + \frac{86.26}{T}\left(1 + \frac{5748}{T}\right)e$$

gdzie

T (temperatura) w Kelwinach,

p (ciśnienie) w [mmHg]

e (ciśnienie pary wodnej - wilgotność) [mmHg]

Dla fal optycznych stosowane są wzory empiryczne Ciddor dla atmosfery normalnej (0 stopni Celsjusza i ciśnienie 1013.25 hPa, 0.03% CO_2) (w zależności od długości fali):

$$\boldsymbol{N_{g0} = (n_{g0} - 1)10^6 = 287.6155 + \frac{4.8866}{\lambda_v^2} + \frac{0.0680}{\lambda_v^4}}$$

Czyli dla lasera helowo-neonowego:

$\lambda_v = 632.8\ nm$ (do wzoru podajemy długość w mikrometrach 0.633)

$n_{g0} = 1.00030023$

$N_{g0} = 300.23$

Oraz dla dowolnych warunków:

$$\boldsymbol{N_g = (n_g - 1)10^6 = \left(\frac{273.15}{1013.25} * \frac{N_{g0}\ p}{T}\right) - \frac{11.27e}{T}}$$

$$\boldsymbol{N_g = (n_g - 1)10^6 = N_{g0} \cdot 0.269578 \cdot \frac{p}{T} - 11.27\frac{e}{T}}$$

Gdzie:

T (temperatura) w Kelwinach, (T= t w Celsjuszach +273.15)

p (ciśnienie) w [hPa]

e (ciśnienie pary wodnej - wilgotnosc) [hPa]

Wilgotność

- Prężność aktualna e – prężność (ciśnienie pary wodnej))obserwowana w danym miejscu oraz w danej chwili

- Prężność maksymalna (nasycająca E)– najwyższa wartość ciśnienia, jaka może wystąpić w danej temperaturze, odpowiada ciśnieniu pary nasyconej w tej temperaturze. Rośnie ona z temperaturą. Osiągnięcie ciśnienia nasycającego jest warunkiem rozpoczęcia się procesu kondensacji (skraplania).

Wilgotność względna $h = \frac{e}{E} * 100$

Wykorzystując psychrometr aspiracyjny Assmana możemy wyznaczyć cząstkowe ciśnienie pary wodnej

$$e = E'_w - 0{,}000662p(t - t')$$

E'_w - maksymalna prężność pary w temperaturze t' [hPa]

p ciśnienie [hPa]

t temperatura suchego termometru stopnie Celsjusza

t' temperatura mokrego termometru stopnie Celsjusza

$$E'_w = 6.1078\, e^{\left(\frac{17.269t'}{237.30+t'}\right)}$$

e- podstawa logarytmu naturalnego

Dla atmosfery standardowej na poziomie morza:

T=15°C (288.15°K)

P=1013.25 hPa (760 mm Hg)

e=10.87 hPa (8.1 mmHg)

$$\frac{\partial D}{\partial n} = -\frac{D}{n}$$

$$\frac{\partial N_g}{\partial T} = -\boldsymbol{N_{g0}} \cdot \mathbf{0.269578} \cdot \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{T^2}} + \mathbf{11.27}\frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{T^2}}$$

$$\frac{\boldsymbol{\partial N_g}}{\boldsymbol{\partial T}} \approx \frac{\Delta \boldsymbol{N}}{\mathbf{1°C}} = -\mathbf{0.99}\ \boldsymbol{mm}$$

$$\frac{\partial N_g}{\partial p} = \boldsymbol{N_{g0}} \cdot \mathbf{0.2699578} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{T}}$$

$$\frac{\boldsymbol{\partial N_g}}{\boldsymbol{\partial p}} \approx \frac{\Delta \boldsymbol{N}}{\mathbf{1}\boldsymbol{hPa}} = \mathbf{0.28}\ \boldsymbol{mm}$$

$$\frac{\partial N_g}{\partial e} = -11.27\frac{1}{T}$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial N_g}{\partial e} \approx \frac{\Delta N}{1hPa} = -0.04\,mm}$$

Uwzględnienie warunków atmosferycznych w pomiarze długości

$$\frac{\partial D}{\partial n} = -\frac{D}{n_0}$$

$$\frac{\Delta D}{\Delta n} = -\frac{D}{n_0}$$

$n_0 -$ *warunki standardowe*

$D_0 -\ 1\,km$

$$\Delta D = -\frac{D_0}{n_0}\Delta n \approx -D_0(n - n_0) = D_0(n_0 - n)$$

Lub

$$\Delta D = (N_0 - N)\ \text{ppm}$$

Przykład:

temp=	**5**	**st C**
ciśnienie	**760**	**mmHg**

Studenci liczą dla lasera He-Ne (633 nm)

Współczynnik grupowy N_{g0} - atmosfera normalna	**293.78**	Obliczone dla diody Ga-AS (910nm)
Współczynnik grupowy N_{gs}- atmosfera standardowa	**280.43**	
Współczynnik grupowy N_{gr} - warunki rzeczywiste	**288.34**	

$\Delta D = N_{gs} - N_{gr} = -7.9$ ppm

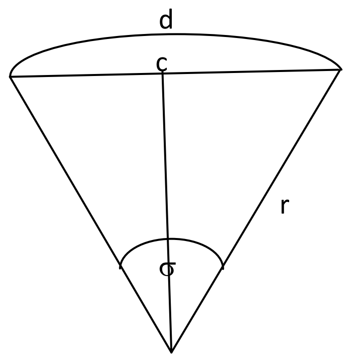
Wpływ zakrzywienia fali elektromagnetycznej

Funkcje trygonometryczne:

$$\operatorname{Sin} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots$$

$$\Delta c = c - d$$

$\sigma = \frac{d}{r}$



$d = \sigma r \; (*)$

$\frac{c}{2r} = sin\frac{\sigma}{2}$

$sin\frac{\sigma}{2} = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{3!}(\frac{\sigma}{2})^3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{\sigma^3}{48}$

$c = 2rsin\frac{\sigma}{2}$

$c = 2r\left(\frac{\sigma}{2} - \frac{\sigma^3}{48}\right) = r\left(\sigma - \frac{\sigma^3}{24}\right)$

$\Delta c = -\frac{r}{24}\sigma^3$

$\boldsymbol{\Delta c = -\frac{d^3}{24r^2}}$

r=8x promień Ziemi