Wydział Geodezji i Kartografii

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wstęp do astronomii geodezyjnej

Wybrane Zagadnienia Geodezji Wyższej

Maciej Grzymała
maciej.grzymala@pw.edu.pl
Wydział Geodezji i Kartografii, Politechnika Warszawska
Warszawa, 2023

1 Treść zadania

Celem ćwiczenia jest transformacja współrzędnych elipsoidalnych lecącego samolotu do układu lokalnego. Danymi do zadania są współrzędne geodezyjne: szerokość φ oraz długość λ, a także wysokość h samolotu odniesiona do poziomu jednego z lotnisk, podane w pewnych krótkich odstępach czasu. Dane zawarte są w plikach `.csv`, pobranych z portalu `flightradar24.com`. Współrzędne te należy przeliczyć najpierw do geocentrycznych współrzędnych ortokartezjańskich, a ostatecznie do układu współrzędnych horyzontalnych (układ lokalny, topocentryczny), względem znanego położenia lotniska. Należy również wyznaczyć moment, w którym samolot zniknie poniżej horyzontu (przyjąć moment, kiedy wysokość horyzontalna $h = 0$). Należy wykonać odpowiednie wizualizacje.

Przykładowe wizualizacje to:

- mapa, przedstawiająca trasę przelotu samolotu z lotniska A do B. W tym przypadku może warto poeksperymentować z odwzorowaniem mapy lub jej podkładem. Można spróbować przedstawić również idealny przebieg trasy pomiędzy dwoma lotniskami, rysując na mapie linię geodezyjną pomiędzy nimi. Podpowiedź do wykonania mapy w języku python, z wykorzystaniem pakietu cartopy, można znaleźć w pliku tekstowym dołączonym do danych do ćwiczenia. Dodatkowo, polecane pakiety do wykonania takiej wizualizacji to `folium` oraz `plotly`, z funkcją `Scattergeo`;
- wykres skyplot – przedstawienie położenia samolotu w układzie lotniska początkowego (lub docelowego) do momentu zniknięcia/pojawienia się na horyzoncie: w przypadku tego wykresu mogą pojawić się pewne problemy z ich czytelnością, ponieważ w momencie kołowania mogą się pojawić ujemne wartości kąta elewacji, a poza tym wysokość samolotu względem lotniska będzie niska, toteż wykres ten prawdopodobnie nie będzie wyglądał optymalnie. Rozwiązaniem może być zmiana wysokości elispoidalnej lotniska (na mniejszą), wykonanie wykresu skyplot dla miejsca położonego na trasie lotu samolotu. Ale najlepszy rozwiązaniem wydaje się być przedstawienie na osi Y zamiast elewacji samolotu, to odległości od lotniska;
- wykres zmian wysokości lotu samolotu w zależności od czasu;

- * wykres zmian prędkości lotu samolotu;
- * wykres zmiany odległości samolotu od lotniska.

Liczę na inwencję twórczą. Wymienione typy wykresów to jedynie sugestie. Nie wszystkie muszę znaleźć się w pracy. Może ktoś wpadnie na pomysł jeszcze ciekawszej wizualizacji lotu samolotu.

2 Kolejność wykonywania zadania

Dane:

- współrzędne lotniska φ, λ, h – pierwszy rekord pliku z danymi;
- współrzędne samolotu φ, λ, h – pozostałe rekordy pliku z danymi.

1. Przeliczenie współrzędnych φ, λ, h lotniska i samolotu do współrzędnych ortokartezjańskich X, Y, Z:

$$X = (N + h)\cos\varphi\cos\lambda$$
$$Y = (N + h)\cos\varphi\sin\lambda$$
$$Z = [N(1 - e^2) + h]\sin\varphi$$

gdzie:

- N to promień przekroju Ziemi w kierunku I Wertykału:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}}$$

- a i e^2 to wielka półoś i kwadrat pierwszego mimośrodu dla elipsoidy GRS80:
  $a = 6\,378\,137$ m
  $e^2 = 0.006\,694\,380\,022\,90$
- φ, λ, h – współrzędne geodezyjne

2. Obliczenie wektora samolot – lotnisko $\vec{X}_l^s$ we współrzędnych ortokartezjańskich (geocentrycznych):

$$\vec{X}_l^s = \vec{X}^s - \vec{X}_l$$

gdzie $\vec{X}_l$ i $\vec{X}^s$ to odpowiednio wektor współrzędnych XYZ lotniska i samolotu

3. Kolejnym krokiem jest wykonanie transformacji współrzędnych wektora $\vec{X}_l^s$ do układu współrzędnych lokalnych.

Układ współrzędnych lokalnych można zdefiniować wprowadzając wektor normalny do elipsoidy w danym punkcie, $\vec{u}$, który przyjmuje postać:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\lambda \\ \cos\varphi\sin\lambda \\ \sin\varphi \end{bmatrix} \tag{1}$$

gdzie φ i λ są to współrzędne danego punktu (miejsca obserwacji, czyli w naszym przypadku lotniska).

Pozostałe osie otrzymamy obliczając pochodną z wektora normalnego względem φ oraz λ. Otrzymamy w ten sposób osie: $\vec{n}$ – zwróconą w kierunku północy, oraz $\vec{e}$ – zwróconą o kąt $90°$ w prawo od osi $\vec{n}$:

$$\vec{n} = \frac{\delta u}{\delta\varphi}\begin{bmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda \\ -\sin\varphi\sin\lambda \\ \cos\varphi \end{bmatrix} \qquad \vec{e} = \frac{1}{\cos\varphi}\frac{\delta u}{\delta\lambda}\begin{bmatrix} -\sin\lambda \\ \cos\lambda \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Łącząc wektory kierunkowe układu lokalnego, otrzymamy macierz obrotu między układem współrzędnych geocentrycznych i lokalnych:

$$R_{\text{neu}} = \begin{bmatrix}\vec{n} \; \vec{e} \; \vec{u}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\varphi\cos\lambda \\ -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix} \tag{3}$$

Macierz R_{neu} jest macierzą ortogonalną, zatem $R_{\text{neu}}^T = R_{\text{neu}}^{-1}$.

Transformacja wektora w układzie geocentrycznym XYZ do układu lokalnego neu, realizowana jest przez działanie:

$$\vec{x}^s_{l\text{neu}} = R_{\text{neu}}^T \cdot \vec{X}^s_l = \begin{bmatrix} n \\ e \\ u \end{bmatrix} \tag{4}$$

Składowymi wektora $\vec{x}^s_{l\text{neu}}$ są odpowiednio:

$$\begin{bmatrix} \text{n} \\ \text{e} \\ \text{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s\sin z\cos Az \\ s\sin z\sin Az \\ s\cos z \end{bmatrix} \tag{5}$$

gdzie:

- s – długość wektora:

$$s = \sqrt{n^2 + e^2 + u^2}$$

- Az – azymut:

$$Az = \arctan\frac{e}{n}$$

- z – kąt zenitalny: $z = 90° - h$;

$$h = \arcsin\left(\frac{u}{\sqrt{n^2 + e^2 + u^2}}\right) \tag{6}$$

3 Dane

Do odczytu danych służy funkcja `read_flightradar`, dla której argumentem wejściowym jest ścieżka pliku `.csv`, zawierającego dane. Wynik działania opisany jest w treści funkcji.

4 Uwagi

Wysokości w pliku podane są w stopach. Wysokości ten należy przeliczyć do metrów, mnożąc razy 0.3048. Dodatkowo, wysokości te podane są względem lotniska początkowego (w trakcie lotu, poziom odniesienia zmieniany jest na lotnisko docelowe, natomiast dla uproszczenia przyjmijmy, że wszystkie wysokości w pliku odniesione są do lotniska początkowego). Aby przeliczyć daną wysokość do wysokości elipsoidalnej, należy do wszystkich wysokości dodać wysokość normalną oraz odstęp elipsoidy od quasigeoidy (ponownie, upraszczając jako poziom odniesienia dla całego przelotu przyjmujemy poziom lotniska początkowego – Okęcia). Będą to odpowiednia:

- $h_{\text{norm}} = 104$ m
- $\zeta = 31.4$ m
- $h_{\text{el}} = h_{\text{norm}} + \zeta$

W danych intencjonalnie nie zostały wpisane destynacje lotów. Warto sprawdzić samemu, jaki rejs się analizuje.

5 Dla chętnych

- Podobne przeliczenie można wykonać dla lotniska przylotu. Wtedy natomiast nieprawdziwe będą wartości wysokości normalnej lotniska oraz odstępu elipsoidy od quasigeoidy w tym miejscu (można przyjąć wysokość względem lotniska jako elipsoidalną).
- Obliczenia można wykonać również dla dowolnego innego lotu, dla którego dane można znaleźć na portalu `flightradar24.com` (tydzień darmowy)