

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.В. Буров, В.И. Куделайнен, В.А. Лебедев,  
В.В. Пархомчук, А.А. Серый, В.Д. Шильцев

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
КОМПЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

ПРЕПРИНТ 89-116

НОВОСИБИРСК  
1989

Экспериментальное исследование  
компенсированного состояния  
электронного пучка

A.V. Буров, В.И. Куделайнен, В.А. Лебедев,  
В.В. Пархомчук, А.А. Серый, В.Д. Шильцев

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

В работе приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований компенсации пространственного заряда электронного пучка ионами остаточного газа. Основным препятствием для получения устойчивой компенсации при увеличении плотности тока электронов является возбуждение попечных электрон-ионных колебаний, приводящих к уменьшению степени компенсации. Порог неустойчивости сильно зависит от параметров системы. Развитые экспериментальные методики позволили получить достаточно полную информацию о состоянии ионов (плотность, температура, массовый и зарядовый состав) необходимую для понимания механизма развития неустойчивости и возможностей ее подавления.

ВВЕДЕНИЕ

Электронные пучки большой интенсивности являются одним из важнейших инструментов как в научных исследованиях, так и в технических приложениях физики. Естественное желание экспериментаторов использовать как можно большие токи электронных пучков, как правило, ограничивается присутствием сильных собственных полей пучка. Объемный заряд электронов становится настолько велик, что созданный им потенциал сравнивается с энергией электронов, приводя к отражению «лишнего» тока [1]. По-видимому, с желания обойти это препятствие, скомпенсировав электрическое поле электронного пучка полями положительных ионов, и начинается многолетняя история жизни идеи компенсированного электронного пучка.

Одним из примеров развития этого метода можно назвать релятивистский стабилизированный электронный пучок Будкера [2], в котором даже небольшого количества ионов должно было быть достаточно для того, чтобы кулоновское расталкивание сменилось сильным стягиванием. Несмотря на то, что этот метод не был реализован, идея Будкера оказала стимулирующее влияние на развитие физики. Другим примером изучения компенсированного пучка можно назвать экспериментальные работы Незлина и его коллег [3], в которых было показано, что предельный ток компенсированного электронного пучка может ограничиваться не только апериодической неустойчивостью Пирса [4], а также (в случае достаточно длинного пучка) развитием пучково-дрейфовой неустойчивости электрон-ионной плазмы с пороговой плотностью тока [8]:

$$j_{th} = \frac{v_0^2 B}{8 L c} \left( 1 + \frac{1}{\ln \sqrt{\frac{b}{a}}} \right), \quad \frac{a^2}{L} \ll \frac{mc v_0}{eB}, \quad (1)$$

которая неплохо согласовывалась с экспериментом. Здесь  $v_0$  и  $m$  — скорость и масса электронов,  $B$  — магнитное поле,  $L$  — длина электронного пучка,  $c$  — скорость света,  $a$ ,  $b$  — радиусы пучка и вакуумной камеры.

Важной областью применения идеи компенсированного пучка являются электронные пучки для электронного охлаждения [5]. Это связано с тем, что увеличение декремента электронного охлаждения при увеличении тока электронов ограничивается возмущающим действием поля пространственного заряда на движение охлаждаемых частиц. Компенсация пространственного заряда электронов ионами способствует преодолению этого ограничения. Электронные пучки, применяемые в установках для электронного охлаждения, как правило, имеют большую плотность тока и большую длину (от одного до нескольких метров). В этом случае основным ограничением на получение устойчивого компенсированного состояния является развитие пучково-дрейфовой неустойчивости. Однако в отличие от условий работы [3] для установок с электронным охлаждением характерен высокий вакуум и малый коэффициент отражения электронов из коллектора, поэтому можно было ожидать увеличения пороговой плотности тока развития неустойчивости. Действительно, эксперименты выполненные на установке НАП-М [6] продемонстрировали заметное увеличение пороговых токов. Так при энергии электронов 35 кэВ неустойчивость отсутствовала вплоть до максимально достижимой по первенству коллектора плотности тока равной  $3 \text{ А}/\text{см}^2$ , что примерно в 4 раза превышает порог неустойчивости, определяемый (1). Достигание высокой степени компенсации при этом контролировалось по электронному охлаждению. При низкой энергии электронов 550 эВ было получено превышение пороговой плотности тока на два порядка. Однако прямых измерений степени компенсации при этом не проводилось. Отсутствие же неустойчивости само по себе не означает наличие хорошей компенсации.

В исследованиях компенсации, на установке «Модель соленоида», которым посвящена данная работа, не было достигнуто столь большое превышение пороговых токов. Возможно это связано с разной конфигурацией сопровождающего магнитного поля установок. Установка с электронным пучком накопителя НАП-М имела П-образный вид, то есть она состояла из трех сопряженных прямолинейных соленоидов примерно равной длины ( $\sim 1 \text{ м}$ ). Поэтому электроны, двигаясь вдоль магнитного поля от катода к коллектору, совершали два поворота на угол, примерно,  $2 \times 45^\circ$ , на кото-

рых, в частности, происходило сдрейфование вторичных электронов на стенки камеры. Установка же «Модель соленоида» состояла из одного прямолинейного участка длиной  $\sim 3 \text{ м}$ .

Трудности получения высокой степени компенсации на «Модели соленоида» привели к более глубокому как экспериментальному, так и теоретическому исследованию. Использовались различные методики измерения, как собственно степени компенсации, так и других важных параметров (например, температуры, массового состава компенсирующих ионов). Построенная теоретическая модель [9] предсказывает пороговые токи, которые неплохо согласуются с экспериментами (кроме измерений на НАП-М при энергии 550 эВ, где неустойчивость отсутствовала, однако существование высококомпенсированного состояния не было подтверждено).

Длину участка компенсации на «Модели соленоида» можно было изменять от 40 до 270 см с шагом примерно 40 см. Однако даже на коротком участке получение степени компенсации близкой к 100% оказалось непростой задачей, о чем можно судить хотя бы потому, что между получением компенсации на коротком и на длинном участках прошло около полугода интенсивной экспериментальной работы. Оказалось, что хорошо компенсированное состояние существует в довольно узком диапазоне давлений остаточного газа, а для полной длины к тому же требовалось равенство давлений по обоим концам участка компенсации. Еще одним условием была необходимость достаточно плавного включения тока электронного пучка, без чего устойчивое состояние получить было невозможно. Эксперименты показали, что устойчивое компенсированное состояние существует вплоть до некоторых значений токов. Максимально возможные токи такого состояния мы называли пороговыми (при некоторых условиях кроме этих «верхних» порогов наблюдались так называемые «нижние» пороги, то есть отсутствие компенсации при токах ниже некоторых). При токах выше (ниже) пороговых в электронном пучке возбуждались поперечные электрон-ионные колебания, т. е. пучково-дрейфовая неустойчивость, которая сопровождалась возбуждением продольных колебаний ионного столба.

Несмотря на то, что при токах выше пороговых существовали поперечные колебания, их амплитуда была, как правило, не слишком велика (порядка 0.1 радиуса электронного пучка) и степень компенсации все еще составляла 50—70%, что может оказаться достаточным для некоторых экспериментов. Например, эксперименты по измерению продольной силы трения [7] проводились при

степени компенсации  $\simeq 50\%$  вплоть до токов  $\sim 10 \text{ mA}$ , что на порядок превышает порог возбуждения неустойчивости. Тем более, что устойчивость на полной длине мы еще не умели получать в то время ни при каких токах.

Необходимо заметить, что пучково-дрейфовая неустойчивость в отсутствии обратной связи является конвективной (сносовой), то есть любое возмущение в начале пучка, экспоненциально усиливаясь по длине, остается ограниченным во времени в данной точке. Абсолютной неустойчивости может стать лишь при наличии обратной связи достаточной величины. Под обратной связью понимается влияние колебаний ионов в конце пучка на величину колебаний в начале.

Обратная связь может осуществляться, например, отраженными от коллектора или ионизационными электронами, количество которых и определяет, в свою очередь, порог неустойчивости. Именно поэтому к сравнению полученных в работе пороговых токов с результатами других авторов, например, Незлина [3], следует подходить с известной осторожностью, так как в [3] эксперименты проводились в существенно других экспериментальных условиях, в другом диапазоне по давлению остаточного газа, с большим количеством отраженных от коллектора электронов.

В данной работе приводятся результаты экспериментального изучения компенсированного состояния, описание различных использованных экспериментальных методик, а также теоретическая часть, результаты которой используются для интерпретации экспериментов.

Основные экспериментальные результаты получены на установке «Модель соленоида» в 1984—1987 г.г.

## 1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема установки «Модель соленоида», предназначенной для изучения электронного охлаждения в однопролетном режиме [7], показана на рис. 1. Электронный пучок формируется электронной пушкой [15], погруженной в магнитное поле соленоида [16] и транспортируется вдоль магнитного поля до коллектора электронов. Для локального изменения магнитного поля в области пушки внутри основного соленоида располагается короткий дополнительный соленоид, что позволяет регулировать размер электронного пучка на участке охлаждения. Прикатодный электрод электронной пушки (4 на рис. 2) изолирован от катода (3). Это позволяет

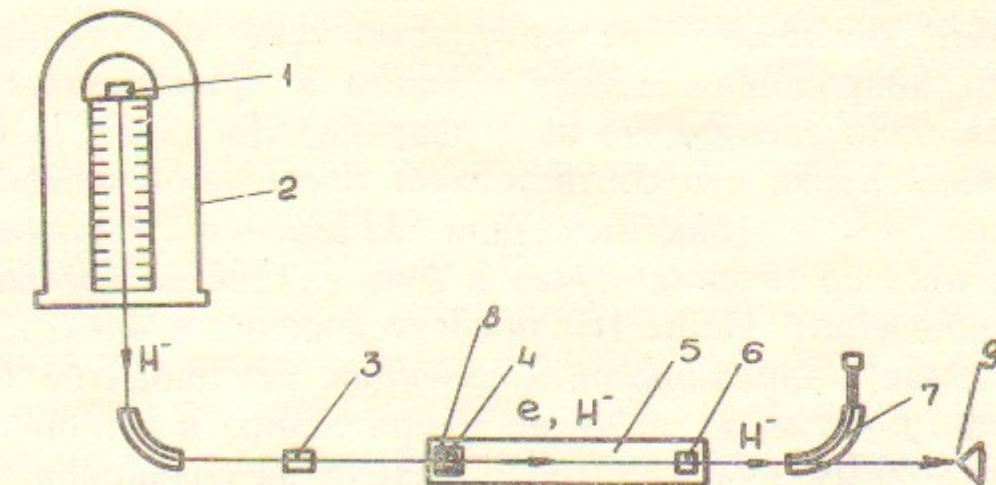


Рис. 1. Установка «Модель соленоида»:  
1 — источник ионов  $\text{H}^-$ ; 2 — эл.-статический ускоритель; 3 — паромагниевая мишень; 4 — эл. пушка; 5 — соленоид; 6 — коллектор электронов; 7 — спектрометр; 8 — доп. соленоид; 9 — датчик положения пучка ионов.

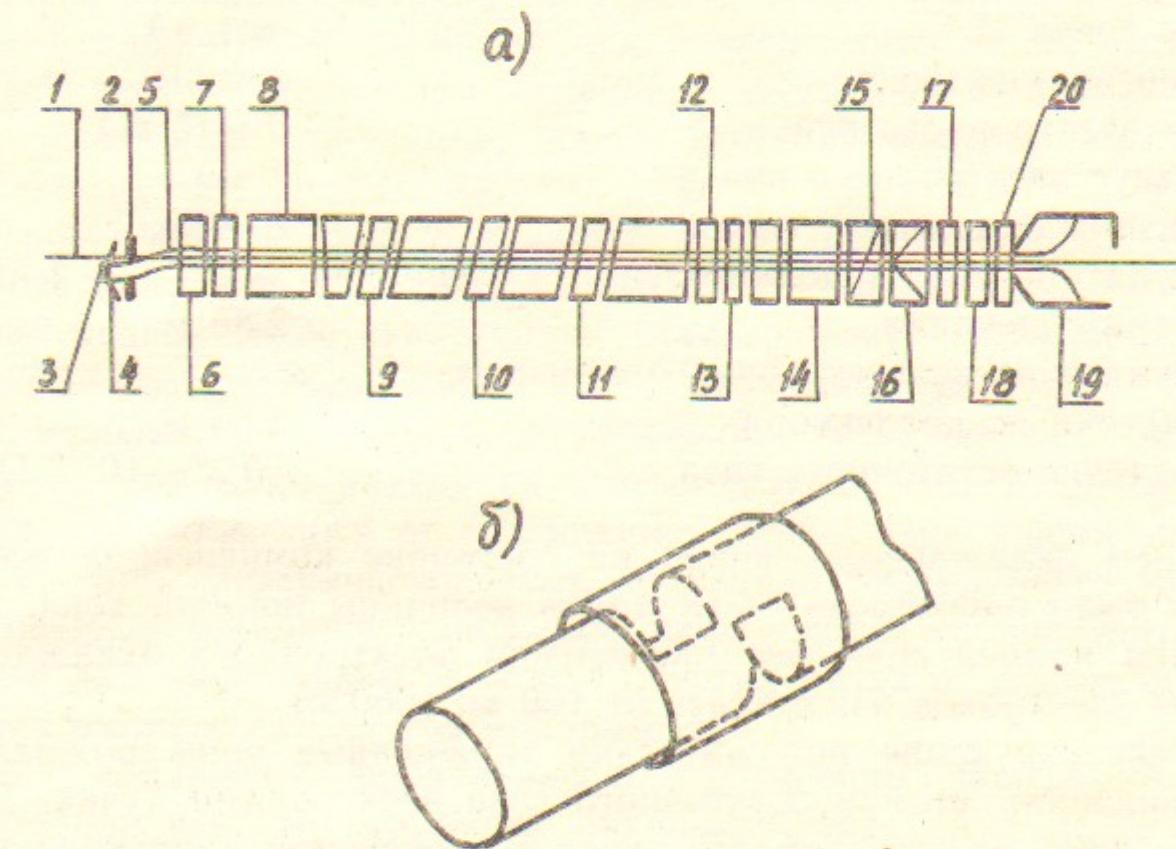


Рис. 2. Расположение электродов внутри соленоида:  
1 — ионный пучок; 2 — анод эл. пушки; 3 — катод; 4 — прикатодный электрод; 5 — эл. пучок; 6, 7, 12, 13, 17, 18 — кольцевые запирающие разрезные электроды; 8, 15, 16 — пикап-электроды; 9, 10, 11 — «косые» запирающие электроды; 14 — анализатор ионного состава; 19 — коллектор; 20 — запирающий электрод коллектора. Пояснения в тексте.

регулировать распределение плотности тока по сечению пучка изменением напряжения между катодом и прикатодным электродом. Далее, если специально не оговорено, эта разность предполагается равной нулю, что соответствует постоянной плотности тока по сечению пучка (как показали измерения, неравномерность плотности тока по сечению пучка в этом случае не превышает нескольких процентов). Ионы  $H^-$  после ускорения в электростатическом ускорителе, направляются в соленоид, где сводятся (сочищаются в пространстве, а также по направлению и величине скорости) с электронным пучком. После выхода из соленоида, ионы  $H^-$  отклоняются в электростатический спектрометр для измерения продольной силы трения, либо направляются в двухкоординатный датчик измерения положения пучка ионов  $H^-$  для измерения поперечной силы трения. Основные параметры установки приведены в следующей таблице:

Энергия ионов $H^-$	850 кэВ.
Ток ионов $H^-$	$\approx 1$ нА.
Энергия электронов	450 эВ.
Ток электронного пучка	0—15 мА.
Радиус электронного пучка	1 мм.
Магнитное поле соленоида	1—4 кГс.
Магнитное поле дополнительного соленоида	—2 — +2 кГс.
Длина соленоида	2.88 м.
Длина участка электронного пучка от катода до коллектора	2.50 м.
Давление остаточного газа	$10^{-8}$ — $10^{-6}$ Па.

Влиянием охлаждаемых ионов на состояние компенсации всегда можно было пренебречь из-за малой величины ионного тока. При изучении компенсации без применения электронного охлаждения энергия электронов изменялась от 100 до 1000 эВ.

Компенсирующие положительно заряженные ионы рождались при ионизации атомов остаточного газа электронами пучка. Движению ионов из электронного пучка в поперечном направлении на стенки вакуумной камеры препятствовало электрическое поле электронного пучка и сильное продольное магнитное поле. Уходу ионов вдоль пучка препятствуют установленные на краях участка компенсации электростатические отражающие пробки. При этом ионы в области между пробками накапливались и компенсировали пространственный заряд электронов пучка.

Электростатические пробки, используемые для запирания ионов (6, 7, 12, 13, 17, 18 на рис. 2), были аналогичны описанным в работе [6], то есть состояли из двух полуколец, между которыми были помещены вставки из полупроводящего стекла. Обычно одно полукольцо пробки заземлялось, а на другое подавалось запирающее напряжение. Такой способ запирания обеспечивал как накопление ионов в пучке, так и эффективную очистку пробок от электронов ионизации, рождающихся и скапливающихся в потенциальной яме пробки (электроны ионизации, дрейфуя в скрещенных электрическом поле пробки и магнитном поле, попадали на полупроводящие вставки, тем самым удаляясь из пробки). Кроме того, очистка пробок от электронов ионизации происходила за счет выдувания «электронным ветром», то есть нагрева ионизационных электронов столкновениями с электронами пучка. Необходимо заметить, что последний из названных механизм удаления ионизационных электронов из пробок в наших условиях являлся определяющим, поскольку энергия электронов основного пучка довольно мала ( $\approx 450$  эВ). В то время как в экспериментах на установке НАП-М этот механизм не обеспечивал достаточно быстрого удаления электронов ионизации, из-за высокой энергии электронов основного пучка ( $\approx 30$  кэВ).

Кроме пробок типа описанных выше, использовались пробки другого типа, они показаны на рис. 2б. В заземленной цилиндрической медной трубе (внутренний диаметр 2 см), ось которой является осью пучка, были вырезаны по два отверстия ( $\sim 1 \times 1$  см) на противоположных сторонах со сдвижкой, примерно, на 2 см. Снаружи на это место надевался отрезок трубы чуть большего диаметра, изолированный от заземленной трубы. При подаче на него напряжения электрическое поле проникало внутрь через вырезы, обеспечивая запирание ионов. Все пробки могли использоваться не только для накопления, но и для очистки пучка от ионов, подачей на них напряжения другой полярности.

Для наблюдения продольных или поперечных колебаний пучка использовались три разрезных пикап-электрода. Два из них (8 и 15) были разрезаны в горизонтальной, а третий (16) — в вертикальной плоскости, что позволяло наблюдать поперечные колебания в двух плоскостях. Измерение массового состава ионов проводилось анализатором (14) (см. ниже П 5.2). Коллектор электронов (19) был расположен на краю соленоида и имел дополнительный магнитный экран так, что магнитное поле в нем падало почти до нуля, создавая магнитную пробку, препятствующую попаданию

упруго отраженных от приемной поверхности коллектора электронов обратно в пучок. Все эксперименты, если не оговорено иное, проводились при потенциале коллектора относительно земли +600 В и при заземленном приколлекторном кольцевом электроде (20), что обеспечивало свободный уход электронов ионизации из пучка. Для точного нацеливания электронного пучка в коллектор имелась возможность небольшого ( $\sim 2 \cdot 10^{-2}$  рад) изменения угла между силовой линией магнитного поля и геометрической осью соленоида. Это обеспечивалось двумя системами магнитных коррекций, которые создавали поперечное магнитное поле в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Заземленная медная труба, окружающая пучок, а также все электроды (запирающие, пикап-электроды и т. д.) имели одинаковый внутренний диаметр (2 см), что обеспечивало постоянство потенциала по длине пучка. Кроме того, внутренние, обращенные к пучку, поверхности трубы и электродов были позолочены для предотвращения образования слабопроводящих оксидных пленок.

Следует отметить, что, говоря о степени компенсации, нужно помнить, что может иметься в виду степень компенсации по различным параметрам — например, степень компенсации электрического поля внутри электронного пучка, или степень компенсации потенциала между центром пучка и стенкой камеры. Также может измеряться степень компенсации по заряду, т. е. отличие суммарного заряда ионов от заряда электронов в пучке. Наиболее важной характеристикой является, конечно, степень компенсации электрического поля внутри электронного пучка, как непосредственно влияющая на динамику охлаждаемых частиц.

## 2. ПРОДОЛЬНЫЕ ВОЛНЫ

Классическим способом исследования состояния электронного пучка и компенсирующих его ионов, является изучение распространения малых возмущений в пучке. Наиболее простым случаем, как с точки зрения теоретических расчетов, так и с точки зрения эксперимента, является изучение распространения аксиально-симметричных (продольных) волн в пучке.

### 2.1. Дисперсионное уравнение в гидродинамическом приближении

Пусть вдоль оси вакуумной камеры радиуса  $b$  распространяется электронный пучок радиуса  $a$  с равномерным распределением плотности электронов  $n_0$  по сечению пучка. Пространственный

заряд электронов компенсируется «холодными» ионами, плотность заряда которых совпадает с плотностью заряда электронов:

$$\sum_i e n_i Z_i = e n_e. \quad (2.1)$$

Для создания поперечной устойчивости электронный пучок помещен в продольное магнитное поле  $B$ . Тогда в гидродинамическом приближении уравнения движения для ионов и электронов будут следующими:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} n_i \vec{v}_i = 0, \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} n_e \vec{v}_e = 0; \\ \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{eZ_i}{M_i} \left( -\nabla\Phi + \frac{\vec{v}_i \times \vec{B}}{c} \right), \quad \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -\frac{e}{m} \left( -\nabla\Phi + \frac{\vec{v}_e \times \vec{B}}{c} \right); \quad (2.2)$$

$$\Delta\Phi = 4\pi \left( e n_e - \sum_i Z_i e n_i \right).$$

Здесь мы предполагаем, что скорость электронов  $v_0$  мала по сравнению со скоростью света  $c$  и можно пренебречь собственным магнитным полем пучка. В работе [13] было проведено решение уравнений (2.2) в линейном приближении, в этом случае малые отклонения от равновесного состояния можно записать в виде

$$f(r) \exp[i(kZ + l\phi - \omega t)], \quad (2.3)$$

где  $l$  и  $k$  — азимутальное и продольное волновые числа, соответственно. Для аксиально-симметричных ( $l=0$ ) возмущений решение уравнений приводит к следующему дисперсионному уравнению:

$$\sqrt{-\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}} ka \frac{J_1\left(\sqrt{-\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}} ka\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}} ka\right)} = \frac{ka}{\epsilon_{\perp}} \frac{K_0(kb) I_1(ka) + K_1(ka) I_0(kb)}{K_0(ka) I_0(kb) - K_1(kb) I_0(ka)}, \quad (2.4)$$

где

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kv_0)^2}; \quad \omega_{pi}^2 = \frac{4\pi n_i e^2 Z_i^2}{M_i}; \quad \omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m}; \quad (2.5)$$

$$\epsilon_{\perp} = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega_i^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kv_0)^2 - \Omega_e^2}; \quad \Omega_i = \frac{Z_i e B}{M_i c}; \quad \Omega_e = -\frac{e B}{m c}; \quad (2.6)$$

$J$ ,  $K$ ,  $I$  — функции Бесселя действительного и мнимого аргументов;  $n_i$ ,  $eZ_i$ ,  $M_i$  — плотность, заряд и масса ионов  $i$ -го сорта;  $n_e$  — плотность электронов. В сильном магнитном поле последним слага-

мым в выражении для  $\epsilon_{\perp}$  можно пренебречь.

Для достаточно длинных волн  $ka, kb \ll 1$  и  $b \gg a$  функции Бесселя можно разложить в окрестности нуля. В результате получаем дисперсионное уравнение для продольных волн

$$\epsilon_{\parallel} + \frac{2}{k^2 a^2 \ln(b/a)} = 0$$

или

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kv_0)^2} + \frac{2}{k^2 a^2 \ln(b/a)} = 0, \quad \omega_p^2 = \sum_i \omega_{pi}^2. \quad (2.7)$$

Здесь мы использовали условие  $\epsilon_{\perp} \ln(b/a) \gg 1$ , что означает достаточно большую отстройку от резонансных частот ионов, где  $\epsilon_{\perp}$  обращается в нуль. Если ток электронов много меньше предельного тока в трубе, определяемого следующим выражением:

$$\omega_{pe}^2 \ll \frac{2v_0^2}{a^2 \ln(b/a)}, \quad \omega_{pe}^2 \gg \omega_p^2,$$

то волны в электронах и ионах расцепляются, т. е. могут быть рассмотрены независимо. Таким образом, получаем дисперсионные уравнения для волн, связанных с ионами:

$$u = \frac{\omega}{k} = \pm \omega_p a \sqrt{\frac{\ln(b/a)}{2}}, \quad \omega \ll \omega_p, \quad (2.8)$$

и волн, связанных с электронами:

$$\left( \frac{\omega}{k} - v_e \right) = \pm \omega_{pe} a \sqrt{\frac{\ln(b/a)}{2}}, \quad \omega \ll \omega_{pe}. \quad (2.9)$$

## 2.2. Затухание продольных волн связанных с ионами

В приведенном расчете пренебрегалось диссипацией энергии волны. В области параметров, характерных для наших экспериментов, основной вклад в затухание дают два механизма: затухание Ландау и затухание за счет ион-ионных столкновений ионов разных сортов. Поскольку нас в основном интересуют достаточно большие длины волн, то можно пренебречь поперечным движением ионов, что заметно упрощает расчет.

Рассмотрим сначала механизм диссипации за счет затухания Ландау. При  $a \ll b; ka, kb \ll 1$  для возмущения потенциала пучка волной, можно записать

$$\Phi = 2\pi(n_i - n_e) a^2 e \ln(b/a). \quad (2.10)$$

Следовательно, продольное электрическое поле можно представить в виде

$$E_z = -2\pi a^2 e \ln(b/a) \frac{\partial n_i}{\partial z}. \quad (2.11)$$

Подставляя это выражение для поля в линеаризованное уравнение Власова

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{eE_z}{M} \frac{\partial f_0}{\partial v} = 0, \quad (2.12)$$

учитывая, что  $n = \int f dv$ , и требуя, чтобы решение имело вид  $f \sim e^{ikz - i\omega t}$ , получим дисперсионное уравнение

$$D(\omega, k) = 1 + \frac{2\pi a^2 e^2 \ln(b/a)}{M} \int \frac{\partial f_0}{\partial v} \frac{k}{(\omega - kv + i\delta)} dv = 0, \quad \delta \rightarrow 0. \quad (2.13)$$

Для максвелловской функции распределения при  $\omega/kv_T \gg 1$  интеграл легко вычисляется:

$$D(k, \omega) = 1 + \frac{2\pi a^2 e^2 \ln(b/a)}{M} \int \frac{\partial}{\partial v} \left( n_i \sqrt{\frac{M}{2\pi T}} \exp \left\{ -\frac{Mv^2}{2T} \right\} \right) \frac{k dv}{\omega - kv + i\delta} \simeq \\ \simeq 1 - \frac{u^2}{v_T^2} \left[ \frac{v_T^2 k^2}{\omega^2} + 3 \frac{v_T^4 k^4}{\omega^2} - i \frac{\omega}{kv_T} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp \left( -\frac{\omega^2}{2k^2 v_T^2} \right) \right] = 0, \quad (2.14)$$

где  $v_T = (T/M)^{1/2}$  — тепловая скорость ионов;  $u = (2\pi a^2 e^2 n \ln(b/a)/M)^{1/2}$  — скорость подольной волны в отсутствие затухания. Решая уравнение относительно  $\omega/k$  при  $\omega/kv_T \gg 1$ , приближенно получим

$$\frac{\omega}{k} \simeq u \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{v_T^2}{u^2} - i \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{u^3}{v_T^3} \exp \left\{ -\frac{u^2}{2v_T^2} \right\} \right). \quad (2.15)$$

В случае, если в пучке присутствуют ионы разной зарядности и массы ( $Z_i, M_i$ ), необходимо просуммировать их вклад как в фазовую скорость, так и в затухание Ландау:

$$\frac{\omega}{k} \simeq u \left( 1 + \frac{3}{2u^4} \sum_i u_i^2 v_{Ti}^2 - i \sqrt{\frac{\pi}{8}} u \sum_i \frac{u_i^2}{v_{Ti}^3} \exp \left\{ -\frac{u_i^2}{2v_{Ti}^2} \right\} \right). \quad (2.16)$$

Здесь

$$u_i^2 = \frac{2\pi a^2 e^2 n_i Z_i}{M} \ln \frac{b}{a}, \quad u^2 = \sum_i u_i^2, \quad v_{Ti}^2 = \frac{T}{M_i}$$

и предполагается, что температура всех сортов ионов одинакова.

Кроме затухания Ландау, для продольных волн существенно и столкновительное затухание (особенно при низких температурах ионов), обусловленное трением частиц разных сортов. Для определения декремента этого затухания вычислим диэлектрическую проницаемость однотемпературной плазмы, состоящей из разных сортов ионов. При условии  $r_L \gg r_D$  (ларморовский радиус велик по сравнению с дебаевским) возможно применение с логарифмической точностью интеграла столкновений Ландау [12]. Для системы из двух различных сортов ионов с зарядами  $e_1, e_2$ , массами  $M_1, M_2$ , логарифмом столкновений  $L_{12}$  можно записать

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} = -St f_i = \frac{\partial S_{ia}}{\partial p_a}, \quad i=1, 2,$$

где

$$S_{1a} = 2\pi(e_1e_2)^2 L_{12} \int d^3p_2 \left( f_1(p_1) \frac{\partial f_2(p_2)}{\partial p_{2\beta}} - f_2(p_2) \frac{\partial f_1(p_1)}{\partial p_{1\beta}} \right) \times \\ \times \frac{(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2 \delta_{\alpha\beta} - (v_1 - v_2)_\alpha (v_1 - v_2)_\beta}{|\bar{v}_1 - \bar{v}_2|^3}$$

Умножив на  $v_{1\alpha}$ , интегрируя по  $d^3p_1$ , получим

$$\frac{du_{1z}}{dt} = \frac{1}{M_1} \int S_{1z} d^3p_1, \quad u_{1z} = \langle v_{1z} \rangle.$$

Выберем функции распределения по скоростям максвелловскими

$$f_i = c_i \exp \left\{ -\frac{M_i(v_i - u_i)^2}{2T} \right\}.$$

Тогда

$$S_{1a} = 2\pi(e_1e_2)^2 L_{12} \int d^3p f_1 f_2 \frac{1}{T} \frac{1}{|v_1 - v_2|^3} \times \\ \times [(v_1 - v_2)^2 \delta_{\alpha\beta} - (v_1 - v_2)_\alpha (v_1 - v_2)_\beta] [(v_1 - v_2)_\beta].$$

Выбрав в качестве оси  $z$  вектор  $\frac{u_1 - u_2}{|u_1 - u_2|}$ , получим

$$M_1 \frac{du_{1z}}{dt} = -(u_{1z} - u_{1z}) \frac{2\pi(e_1e_2)^2}{T} L_{12} \int d^3p_1 d^3p_2 f_1 f_2 \frac{(v_1 - v_2)_\perp^2}{|v_1 - v_2|^3}.$$

В линейном приближении (при  $u_i \ll \sqrt{T/M_i}$ ) можно пренебречь зависимостью  $f_i$  от  $u_i$ , тогда:

$$\frac{du_{1z}}{dt} = -(u_{1z} - u_{1z}) \frac{2\pi(e_1e_2)^2}{T} n_2 L_{12} \left( \frac{M_1 M_2}{2\pi T} \right)^{3/2} \times$$

$$\times \int d^3v_1 d^3v_2 \exp \left\{ -\frac{(M_1 v_1^2 + M_2 v_2^2)}{2T} \right\} \cdot \frac{v_1 - v_2)_\perp^2}{|v_1 - v_2|^3}$$

Интеграл в правой части вычисляется при переходе и переменным  $v_1 + v_2$  и  $v_1 - v_2$  и оказывается равным

$$I = \frac{16}{3} \sqrt{2\pi^5} \frac{T^{5/2}}{M_1 M_2 (M_1 + M_2)^{1/2}}.$$

Таким образом,

$$\frac{du_{1z}}{dt} = -(u_{1z} - u_{1z}) \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{n_2 (e_1 e_2)^2 L_{12}}{T^{3/2}} \mu_{12}^{1/2} = -c_{12}(u_{1z} - u_{1z}),$$

где  $\mu_{12} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$  — приведенная масса. Тогда уравнение движения для ионов сорта  $i$  в волне  $E_z e^{-i(\omega t - kz)}$ :

$$-i\omega v_i = \frac{e_i}{M_i} E_z - \sum_{j \neq i} \gamma_{ij} (v_i - v_j), \quad \gamma_{ij} = \frac{c_{ij}}{M_i}$$

дает при условии  $\gamma_{ij} \ll \omega$ :

$$v_i = i \frac{E_z}{\omega} \left[ \frac{e_i}{M_i} - \frac{i}{\omega} \sum_{j \neq i} \left( \frac{e_i}{M_i} - \frac{e_j}{M_j} \right)^2 \gamma_{ij} \right].$$

Откуда можно определить проводимость

$$\sigma = i \sum_i \frac{e_i n_i}{\omega} \left[ \frac{e_i}{M_i} - \frac{i}{\omega} \sum_{j \neq i} \left( \frac{e_i}{M_i} - \frac{e_j}{M_j} \right)^2 \gamma_{ij} \right]$$

и диэлектрическую проницаемость

$$\epsilon_e = 1 + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 - i \frac{v_{ii}}{\omega} \right), \quad (2.17)$$

где

$$v_{ii} = \frac{8(2\pi)^{3/2}}{3\omega_p^2 T^{3/2}} \sum_{j > i} n_i n_j e_i^2 e_j^2 L_{ij} \mu_{ij} \left( \frac{e_i}{M_i} - \frac{e_j}{M_j} \right)^2, \quad (2.18)$$

$$\omega_p^2 = \sum_i \frac{4\pi n_i e_i^2}{M_i}.$$

Подставляя выражение для диэлектрической проницаемости (2.17) в (2.7), получим дисперсионное уравнение с учетом взаимного трения ионов разных сортов:

$$\frac{\omega}{k} \simeq u \left( 1 - i \frac{v_{ii}}{2\omega} \right).$$

Суммируя вклады от затухания Ландау и ион-ионного трения, окончательно получаем дисперсионное уравнение для продольных волн:

$$\frac{\omega}{k} \simeq u \left( 1 + \frac{\delta u}{u} - i\gamma_{\parallel} - i \frac{v_{ii}}{\omega} \right), \quad \frac{\delta u}{u} = \frac{3}{2u^4} \sum u_i^2 v_T^2,$$

где

$$\gamma_{\parallel} = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} u \sum \frac{u_i^2}{v_T^3} \exp \left( -\frac{u^2}{2v_T^2} \right), \quad u^2 = \sum u_i^2, \quad u_i^2 = \frac{2\pi a^2 e^2 n_i Z_i}{M_i} \ln \frac{b}{a} \quad (2.19)$$

а  $v_{ii}$  дается выражением (2.18). Нетрудно видеть, что вклад ион-ионного затухания уменьшается в сравнении с вкладом затухания Ландау при увеличении частоты.

### 2.3. Возбуждение стоячей продольной волны в ионном столбе конечной длины

Теперь мы можем рассмотреть процесс возбуждения стоячей продольной волны в ионном столбе длиной  $L$ . В экспериментах возбуждение проводилось коротким, по сравнению с длиной волны, электродом, расположенным в самом начале участка компенсации, подачей на него гармонического напряжения постоянной амплитуды. Уравнения, описывающие процесс возбуждения, аналогичны системе (2.2). В случае низких частот ( $\omega \ll \omega_p, \Omega_i$ ) можно пренебречь поперечным движением ионов, но необходимо учесть затухание волны и внешнее возбуждающее поле. Для простоты напишем уравнения для одного сорта ионов, что не ограничивает общности рассмотрения:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -v\delta + \frac{e}{M} (-\nabla \Phi + E_{int}), \quad \Phi = 2\pi n a^2 e \ln \frac{b}{a}.$$

Для гармонического возмущения  $e^{-i\omega t} E_{int}(z)$  отсюда следует уравнение на плотность ионов:

$$\omega(\omega + i\delta) n + u^2 \frac{d^2 n}{dz^2} = \frac{en_0}{M} \frac{dE_{int}}{dz}. \quad (2.20)$$

В отсутствие внешнего поля получаем дисперсионное уравнение

$$\omega/k = u(1 - i\delta/2\omega).$$

Сравнивая с (2.19), получим для декремента затухания  $\delta/2\omega$

$= \gamma_{\parallel} + v_{ii}/\omega \equiv \gamma$ . Общее решение уравнения (2.20) при  $z > 0$  можно записать в следующем виде:

$$n(z) = A e^{ikz} + B e^{-ikz} + \frac{en_0}{kMu^2} \int_0^z \frac{dE_{int}}{dx} \sin[k(z-x)] dx, \quad (2.21)$$

где  $k = k' + ik'' \simeq \omega(1 - i\gamma)/u$ . Константы  $A$  и  $B$  определяются граничными условиями на концах столба:

$$\frac{dn}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{dn}{dz} \Big|_{z=L} = 0.$$

Если длина возбуждающей пластины и ее расстояние от начала столба  $z=0$  малы по сравнению с длиной волны, то интеграл в правой части (2.21) легко вычисляется:

$$\begin{aligned} \int_0^z \frac{dE_{int}}{dx} \sin(k(z-x)) dx &= +k^2 \int_0^z \sin[k(z-x)] \Phi_{int}(x) dx = \\ &= +k^2 \int_0^z (\sin kz \cos kx - \sin kx \cos kz) \Phi_{int}(x) dx \simeq \\ &\simeq k^2 \sin kz \int_0^z \Phi_{int}(x) dx = k^2 u_p l_p \sin kz, \quad z > l_p. \end{aligned}$$

Здесь  $u_p, l_p$  — напряжение на возбуждающей пластине и ее эффективная длина. Это слагаемое имеет, также как и два первых члена в (2.21), гармонический вид на всей длине ионного столба, за исключением начала координат, где расположена пластина возбуждения, а в начале координат дает скачок производной

$$\frac{dn}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{ek^2 n_0}{Mu^2} l_p u_p = n'.$$

Отсюда видно, что учет поля возбуждения можно свести к тому, что решение уравнения (2.21) без последнего слагаемого должно быть дополнено граничными условиями на производную плотности по координате  $\frac{dn}{dz} = n'$  при  $z=0$  и  $\frac{dn}{dz} = 0$  при  $z=L$ . Таким образом, решение запишется в виде

$$n(z) = \frac{n'}{k} \operatorname{Kc} \left[ \frac{\cos((z-L)k)}{\sin Lk} \right],$$

где  $k = k' + ik''$ . Если измерения проводятся пикап-электродом, у которого  $z_p$  — координата центра, а  $L_p$  — длина, то необходимо усреднить возмущение плотности вдоль пикапа, и модуль комплексной амплитуды полного заряда внутри пикапа будет равен

$$q(k) = \frac{u_p L_p}{\sqrt{2} \pi \ln(b/a)} \times \times \left( \frac{(\operatorname{ch}(k''L) - \cos(k'L)) (\operatorname{ch}|2k''(z_p - L_p/2)| + \cos|2k'(z_p - L_p/2)|)}{(\operatorname{ch}(L_p k'') - \cos(L_p k'))} \right)^{1/2}. \quad (2.22)$$

Из этого выражения следует, что спектр продольных колебаний содержит в себе информацию как о фазовой скорости, так и о декрементах затухания продольных волн в ионном столбе. Разная зависимость столкновительного затухания и затухания Ландау от частоты дает возможность определить из спектров оба декремента. В свою очередь, из декрементов может быть найдена температура компенсирующих ионов, являющаяся важной характеристикой пучка.

#### 2.4. Экспериментальное изучение распространения продольных волн

Продольные колебания возбуждались подачей переменного напряжения на одну из пластин разрезного запирающего электрода в конце или начале ионного столба. Другая пластина служила для запирания ионов. В этом случае возбуждение действует только на самый кончик ионного столба, что значительно упрощает интерпретацию результатов при высокой частоте возбуждающего напряжения (когда длина волны становится сравнимой с длиной возбуждающей пластины).

Для измерения спектра вынужденных продольных колебаний напряжение от генератора управляемой частоты подавалось на возбуждающую пластину. Отклик измерялся с суммового выхода одного из пикап-электродов при помощи двух синхронных детекторов, опорные напряжения которых сдвинуты по фазе на  $90^\circ$ . Это позволяло иметь информацию как об амплитуде, так и о фазе отклика. Сканирование обычно осуществлялось в диапазоне от 10 Гц — 200 кГц, а амплитуда возбуждающего напряжения не превышала 10 мВ. При обработке результатов измерений методом наименьших квадратов подбирались параметры в выражении (2.22). В результате мы получали три основных параметра: скорость волны, безразмерный декремент затухания Ландау  $\gamma_{\parallel}$  и частоту ион-ионных столкновений  $f_{st} = v_{ii}/2\pi$ , а также длину ионного

столба и положение пикап-электрода — величины, определяемые геометрией системы, но известные с недостаточной точностью.

Пример спектра продольных колебаний, полученный описанным способом, показан на рис. 3 ( $L = 40$  см,  $J_e = 0.9$  мА,  $B = 3$  кГс), где изображена также подгонка, полученная согласно (2.21). Измерения проводились пикап-электродом, расположенным посередине ионного столба, поэтому нечетные гармоники в спектре подавлены. Обработка этого варианта дает следующие результаты:

$$u = 0.605 \cdot 10^6 \text{ см/с}, \quad \gamma_{\parallel} = 0.0163, \quad f_{st} = 0.0367 \text{ кГц}.$$

Принимая, что массовый состав компенсирующих ионов близок к изображеному на рис. 21, можно определить температуру ионов из декремента затухания Ландау  $T = 0.1$  эВ и из столкновительного затухания  $T = 0.19$  эВ.

Следует отметить, что формула (2.21) хорошо согласуется с экспериментальными данными лишь до частот порядка 100 кГц, так как при больших частотах длина волны  $\lambda = 2\pi u/\omega$  становится сравнимой с размером вакуумной камеры и линейный закон дисперсии (2.19), а также способ расчета возбуждения продольных колебаний (П 2.3) нарушаются. Поэтому подгонка параметров по критерию  $\chi$ -квадрат проводилась лишь в области частот от 0 до 100 кГц, соответствующей длинам волн  $\lambda > 10$  см.

#### 2.5. Нелинейная дисперсия

Получим первую поправку к линейному закону дисперсии (2.8), описывающему распространение продольной волны в ионах. Для этого в дисперсионном уравнении (2.4) разложим функции Бесселя в соответствии с приближенными формулами:

$$I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{4}, \quad I_1(x) = \frac{x}{2} \left( 1 + \frac{x^2}{8} \right), \quad x \ll 1, \quad \gamma = 1.78107,$$

$$K_0(x) = \ln\left(\frac{2}{\gamma x}\right) \left( 1 + \frac{x^2}{4} \right) + \frac{x^2}{4}, \quad K_1(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{2} \left( \ln\left(\frac{\gamma x}{2}\right) - \frac{1}{2} \right),$$

и удержим следующий член разложения. Дисперсионное уравнение тогда можно переписать в виде

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1 = \frac{2}{k^2 a^2} \frac{1}{\ln\frac{b}{a} - \frac{k^2 b^2}{4} + \frac{1}{4e_{\perp}}}.$$

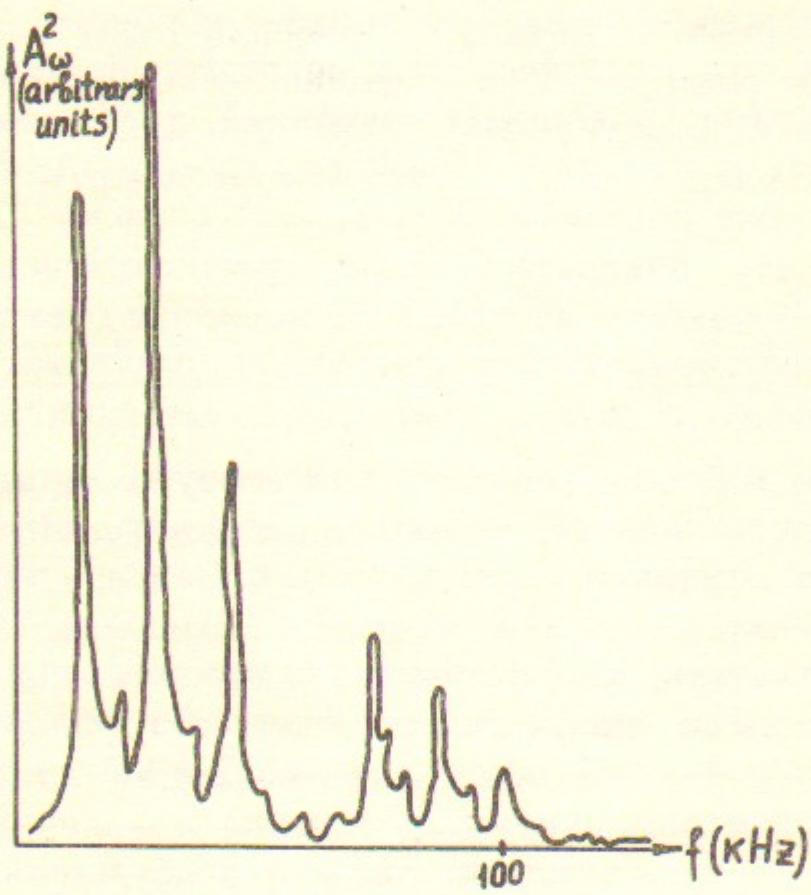


Рис. 3. Характерный вид спектра продольных волн:  
 $B = 3 \text{ кГс}$ ,  $I_e = 0.9 \text{ мА}$ ,  $P = 7 \cdot 10^{-8} \text{ Па}$ ,  $L = 40 \text{ см}$ .

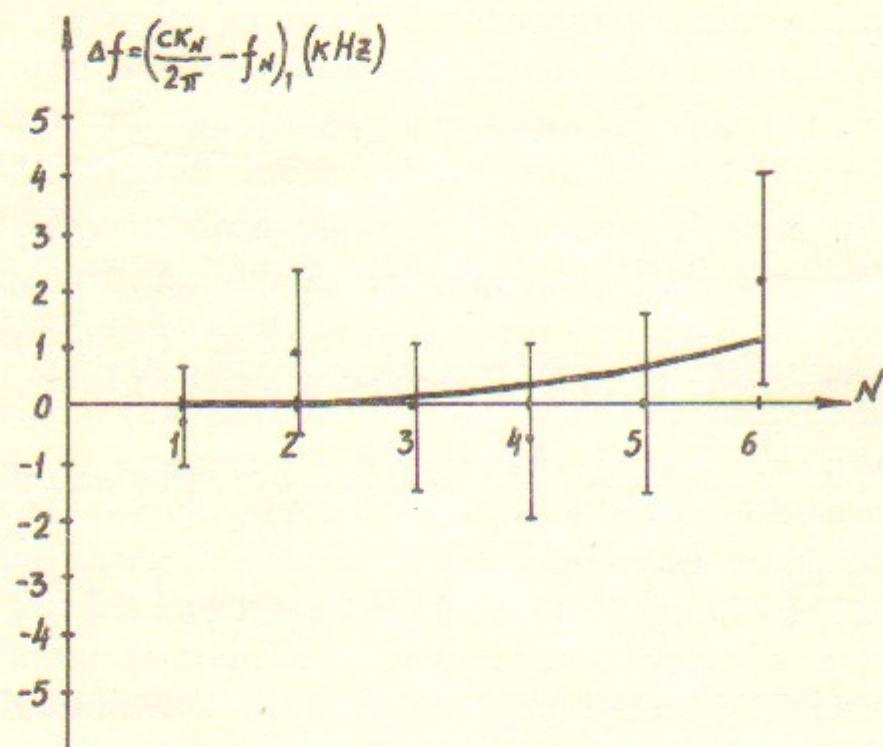


Рис. 4. Зависимость величины нелинейной дисперсии продольных колебаний  $\Delta f$  от номера гармоники  $N$ .

Точки — эксперимент, кривая проведена по формуле  $\Delta f = \frac{\pi^2}{16 \ln R/a} \frac{R^2}{L^4} u N^3$ ,  $L = 40 \text{ см}$ ,  
 $u = 1.15 \cdot 10^6 \text{ см/с}$ .

Так как для характерных параметров установки величина  $\epsilon_\perp$  больше единицы, то слагаемым  $1/4\epsilon_\perp$  в знаменателе можно пренебречь и для нелинейного закона дисперсии написать следующее выражение:

$$\omega^2 = \frac{\omega_p^2 k^2 a^2 \ln(b/a)}{2} \frac{1}{1 + \frac{k^2 b^2}{4 \ln(b/a)} \left( 1 + 2 \frac{a^2}{b^2} \ln^2(b/a) \right)}, \quad a \ll b, \quad kb \ll 1. \quad (2.23)$$

Таким образом, мы видим, что с уменьшением длины волны фазовая скорость уменьшается. На рис. 4 приведено сравнение экспериментально измеренной фазовой скорости от обратной длины волны  $\lambda^{-1} = k/2\pi$  с выражением (2.23) ( $b/a = 10$ ,  $2\pi/k \gg b$ ). Качественно экспериментальная и теоретическая кривые ведут себя одинаково, однако для количественного сравнения точность экспериментов недостаточна.

## 2.6. Нелинейные волны большой амплитуды

Для волны большой амплитуды нелинейность дисперсии, определенная в предыдущем пункте, может компенсироваться нелинейностью волны, что приводит к возможности существования уединенных нелинейных волн (солитонов). Для достаточно длинных волн можно пренебречь поперечным движением ионов. В этом случае уравнения движения будут:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial z}, & \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(nv) &= 0, \\ \Phi &= 2\pi e a^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right)(n - n_0) + \kappa e \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Здесь коэффициент  $\kappa$  отвечает за нелинейную дисперсию и будет определен из сравнения с (2.23). Будем искать решение в виде уединенной волны:

$$n = n(z - wt), \quad v = v(z - wt), \quad \Phi = \Phi(z - wt).$$

В этом случае первые два уравнения легко интегрируются:

$$\left\{ \omega^2 - \frac{2e}{m} \Phi(x) \right\} n^2(x) = w^2 n_0^2,$$

$$\Phi = 2\pi e a^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right)(n(x) - n_0) + \kappa e n^4(x), \quad x = z - wt.$$

Раскладывая первое уравнение с удержанием членов до второго порядка малости

$$\tilde{n}(x) \equiv n(x) - n_0 \approx n_0 \left( \frac{e\Phi}{m\omega^2} + \frac{3}{2} \frac{e^2\Phi^2}{m^2\omega^4} \right)$$

и подставляя во второе, получим в квазилинейном приближении:

$$\Phi(\omega^2 - u^2) = \frac{3}{2} \frac{eu^2}{m\omega^2} \Phi^2 + \frac{b^2u^2}{4\ln(b/a)} \Phi''.$$

Здесь  $u = (2\pi n_0 e^2 a^2 \ln(b/a)/m)^{1/2}$  — скорость волны малой амплитуды, а  $\kappa = (\pi/2)a^2 b^2$  определена из сравнения с (2.23). Решение этого уравнения описывает уединенную волну с положительным возмущением плотности

$$n(z - \omega t) = \frac{n_{\max}}{\operatorname{ch}^2 \left( \frac{z - \omega t}{b} \sqrt{\frac{n_{\max}}{n} \ln \left( \frac{b}{a} \right)} \right)} + n_0, \quad (2.25)$$

распространяющуюся со скоростью, большей скорости звука:

$$\omega = u \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{n_{\max}}{n_0} \right). \quad (2.26)$$

Из (2.25) видно, что протяженность уединенной волны связана с ее амплитудой соотношением

$$\Delta = b \sqrt{\frac{n_0}{n_{\max} \ln(b/a)}}. \quad (2.27)$$

В экспериментах волны большой амплитуды возбуждались подачей импульса напряжения регулируемой величины на одну пластину запирающего электрода. Другая пластина этого электрода служила для запирания ионов. Характер возбуждаемого сигнала существенно зависел от длительности импульса возбуждения. Например, при коротком импульсе ( $\sim 1$  мкс) возбуждались только волны с отрицательным возмущением плотности («ямка плотности») при подаче импульса отрицательной полярности. При подаче положительного импульса возбуждение уединенной волны сильно подавлено. Это, по-видимому, объясняется тем, что при возбуждении коротким импульсом зависимость возмущения плотности от координаты является знакопеременной, а распространение возмущения типа  $(+ -)$  отличается от распространения возмущения  $(- +)$ . Поскольку этот способ возбуждения давал трудно интерпретируемые результаты, использовался другой способ возбуждения. Передний фронт возбуждающего импульса был короткий (меньше 0.5 мкс), а длительность его была выбрана достаточно большой — больше характерного времени существования волн.

Такой способ позволил возбуждать как положительные, так и отрицательные волны. Пространственная структура этих волн не была знакопеременной, что облегчало интерпретацию. Распространение волн в пучке контролировалось по суммовому сигналу пикапов (т. е. сигналу, пропорциональному заряду в пикапе). На рис. 5 показаны сигналы с пикапа в зависимости от времени в случае возбуждения волн разной полярности. Пикап стоял посередине участка компенсации длиной 40 см, поэтому расстояние между пиками соответствует прохождению волной расстояния 40 см (20 см от пикапа до пробки, от которой волна отражается и обратно). Видно, что положительная волна имеет более четкую структуру, чем отрицательная, и ближе соответствует уединенной волне. Общее понижение уровня на рис. 5, в для случая возбуждения отрицательным импульсом объясняется частичной раскомпенсацией пучка при появлении напряжения на пластине возбуждения. Амплитуда возмущения плотности  $\Delta n/n$  первых импульсов на рис. 5 составляет 5—6%. Ширина импульсов на рис. 5 позволяет судить о длине возмущения, распространяющегося в пучке.

На рис. 6 показан сигнал с пикапа, снятый в момент первого прохождения через него возмущения с большим временным разрешением. Из приведенной на том же рисунке производной сигнала по времени можно определить длину возмущения, которая оказалась равной примерно 3.5 см. Из предыдущего рисунка видно, что по мере затухания длина возмущения увеличивается и достигает 15—20 см. Точно такое же поведение длины возмущения наблюдалось для возмущений любой амплитуды в диапазоне  $\Delta n/n$  от 20 до 0.05%.

Такое отличие в поведении волны от расчетного, по-видимому, связано с наличием достаточно сильного затухания. На рис. 7 показана зависимость декремента затухания продольных волн от их амплитуды. Видно, что в достаточно широком диапазоне декремент от амплитуды возмущения не зависит, что может говорить или о преобладающем вкладе в декремент столкновительного затухания, или о том, что граница, когда затухание Ландау уменьшается за счет нелинейности (нелинейное затухание Ландау), еще не достигнута.

## 2.7. Волна раскомпенсации

Другим примером нелинейной волны большой амплитуды является волна раскомпенсации, возникающая при включении отсоса ионов в каком-либо месте ионного столба. Отсос ионов осуществляется

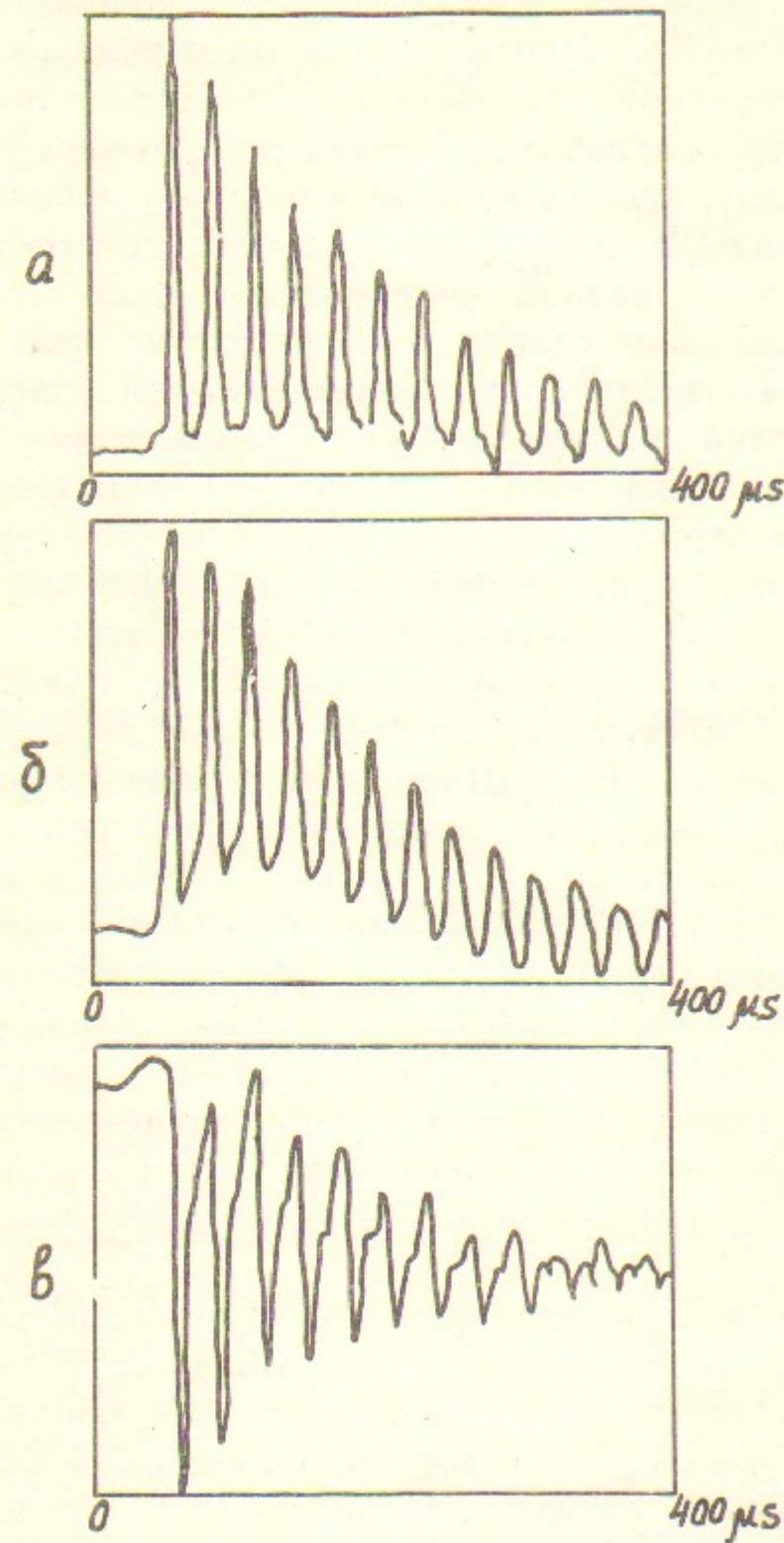


Рис. 5. Сигнал с суммового пикапа при возбуждении продольных волн большой амплитуды в ионном столбе длинным импульсом:  
 $(\Delta n/n_0)_{\max} = +7.2 \cdot 10^{-2}$  (а),  $+16.3 \cdot 10^{-2}$  (δ),  $-6.5 \cdot 10^{-2}$  (β),  $L=40$  см,  $P=2.7 \cdot 10^{-7}$  Па,  
 $I_e = 2.97$  мА.

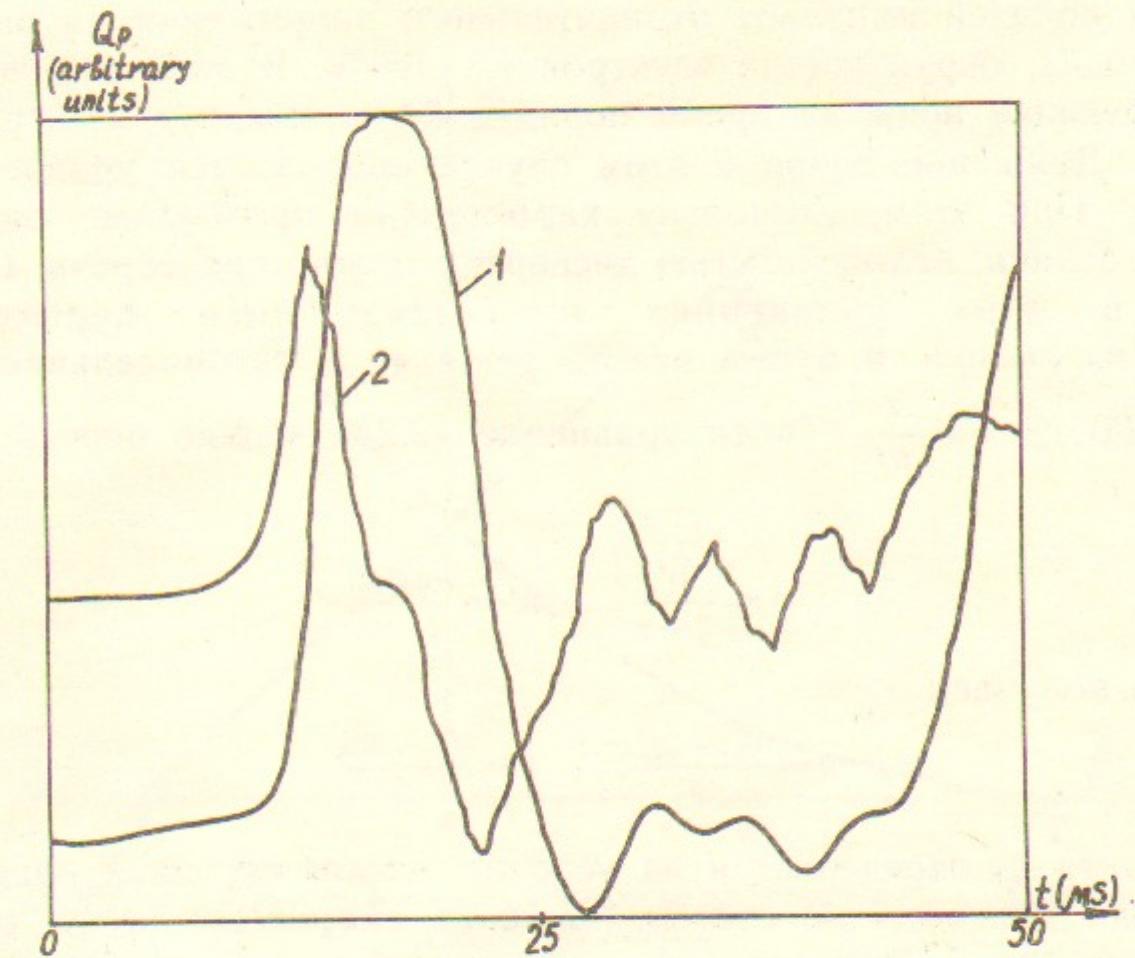


Рис. 6. Зависимость от времени заряда ионов в пикапе (1) и его производной по времени (2), снятой после возбуждения возмущения плотности ионов. Возбуждение происходило в момент  $t=0$ . По производной видно, что длина возмущения при первом прохождении через пикап составляет  $\sim 3$  см ( $u=10^6$  см/с).

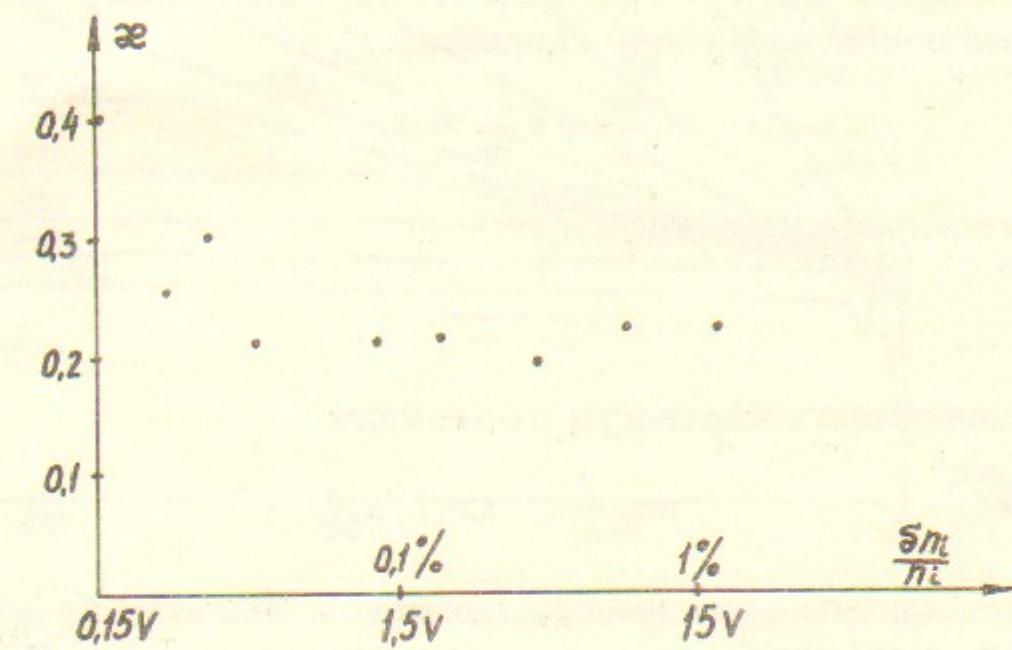


Рис. 7. Зависимость декремента затухания  $\gamma_{\perp}$  ( $x=\gamma_{\perp} \cdot L/u$  на участке компенсации  $L=40$  см  $u=1.196 \cdot 10^6$  см/с), от амплитуды возмущения  $\delta n/n$ .

ляется подачей импульса отрицательного напряжения на один из электродов, окружающих электронный пучок. В этом случае компенсирующие ионы за время порядка  $2L/u_i$  покинут электронный пучок. Движение ионов в этом случае описывается уравнениями (2.24). При этом, поскольку характерные продольные размеры волны велики, нелинейностью дисперсии можно пренебречь. Переходим в этих уравнениях к безразмерным переменным  $n=n/n_0$ ,  $v=v/u$  и будем искать решение в автомодельном виде  $v(\xi)$ ,  $n(\xi)$ , где  $\xi=\frac{z}{ut}$ . Тогда уравнение (2.24) можно переписать в виде

$$v' = \frac{n'}{\xi - v}, \quad n' = \frac{nv'}{\xi - v},$$

откуда получаем

$$n = \frac{(\zeta_0 - \zeta)^2}{9}, \quad v = \frac{(\zeta_0 + 2\zeta)}{3}. \quad (2.28)$$

Константа  $\zeta_0$  определяется из условия, чтобы передний край возмущения двигался по столбу ионов со скоростью звука, откуда получаем  $\zeta_0=2$ . Вид решения, определяемого формулами (2.28) и соответствующего расширению пучка в пустоту, показан на рис. 8. После того как волна раскомпенсации достигнет конца компенсированного участка (где должно выполняться условие  $v=0$ , т. е.  $\partial n/\partial z=0$ ), от него отражается волна, в которой плотность не зависит от координаты  $z$  (см. рис. 9). Из (2.24) получаем уравнение, описывающее изменение скорости:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} = 0.$$

Его автомодельное решение будет:

$$v = \frac{z-L}{ut}.$$

Отсюда зависимость плотности от времени:

$$n = \frac{L}{ut}, \quad t > L/u.$$

На рис. 9 показаны зависимости плотности ионов в пучке в зависимости от координат для разных моментов времени. Результаты были получены численным решением уравнений (2.24) с граничным условием на правой границе  $n(z=0)=0$ . Несмотря на другое

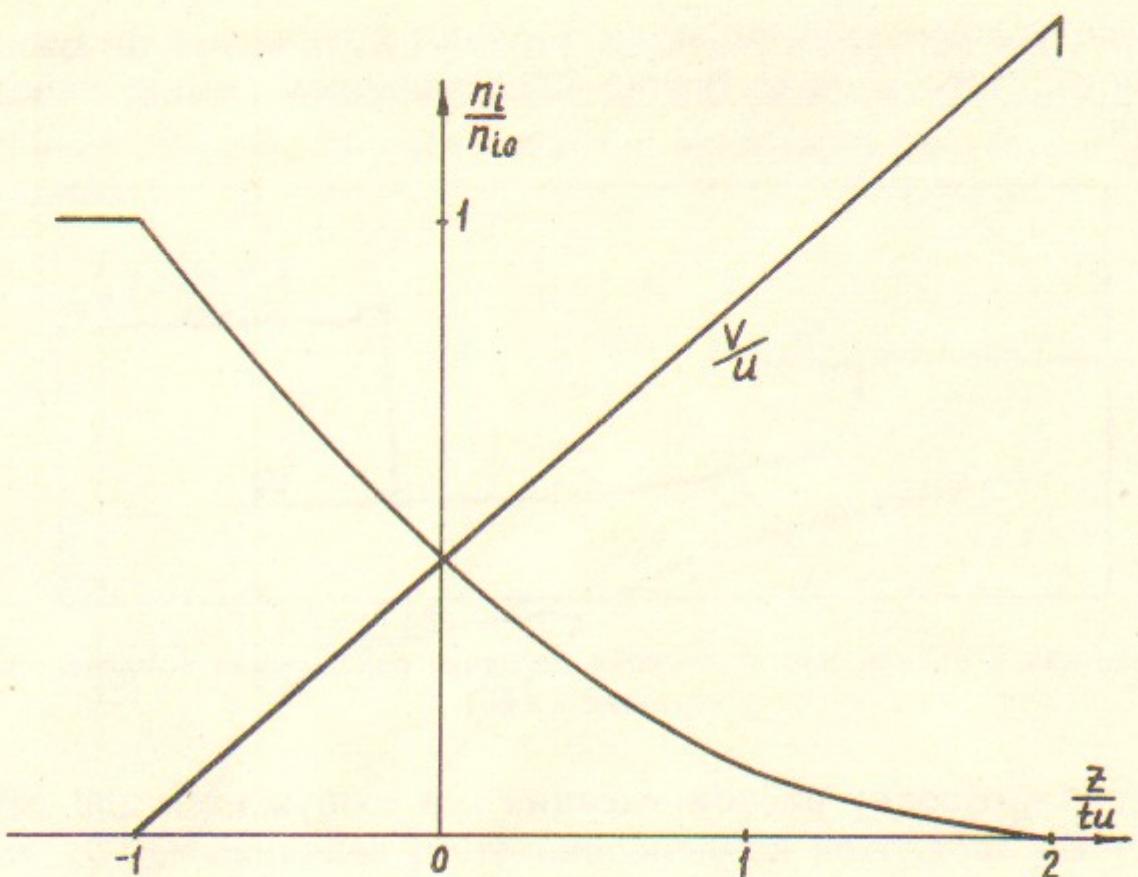


Рис. 8. Поведение плотности и скорости ионов от величины  $z/tu$  в волне раскомпенсации при  $t < L/u$ .

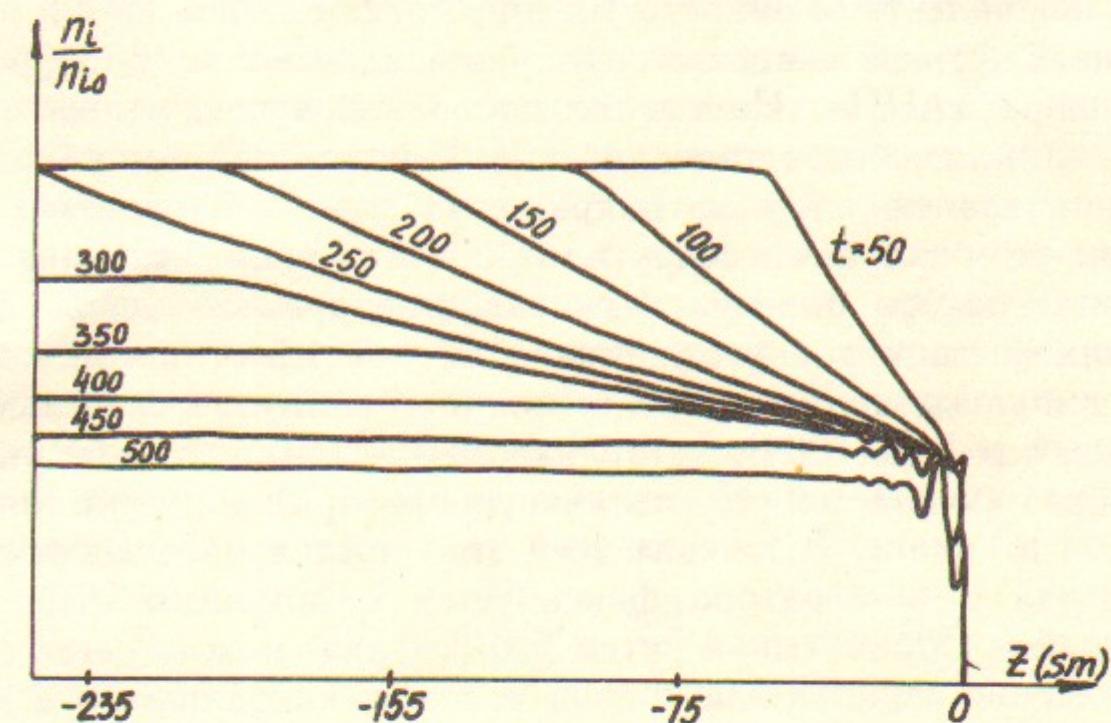


Рис. 9. Волна раскомпенсации. Зависимость плотности ионов от времени и координаты.

граничное условие, наблюдается хорошее совпадение результатов численного счета и качественно предсказанного выше поведения решения.

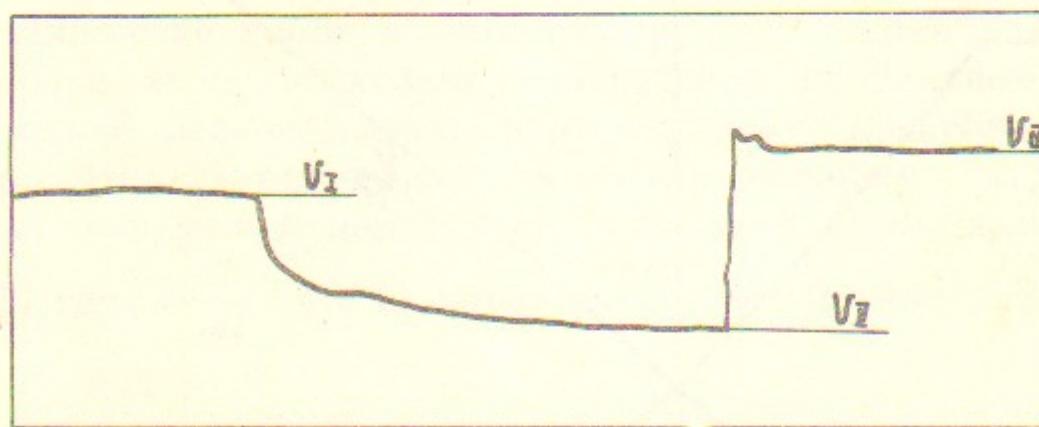


Рис. 10. Сигнал с пикапа при «отсосной» методике определения компенсации (вся картинка — 2 мс).

Описанную волну раскомпенсации мы возбуждали для измерения степени зарядовой компенсации (т. е. величины  $Q_i/Q_e$ , где  $Q_i$ ,  $Q_e$  — заряд электронов и ионов на единицу длины) методом отсоса ионов, осуществляя следующим образом. Пластины пикапа, находящегося в компенсированном участке электронного пучка, соединялись вместе и подключались к входу интегрирующего усилителя (эквивалентная емкость 100 пФ, максимальное время интегрирования 6 мс), сигнал с которого подавался на вход цифрового осциллографа (АЦП). Измерение проводилось следующим образом: на одну из свободных пластин с края компенсированного участка подавался импульс напряжения (-200 В, длительность 2 мс), при этом все компенсирующие ионы уходили из пучка и на выходе интегратора появлялся сигнал, пропорциональный заряду ионов, находившихся внутри пикапа. Через 1.5 мс после начала первого импульса на анод пушки подается импульс, запирающий электронный ток (-600 В, длительность 1 мс) и сигнал на выходе интегратора изменяется на величину, пропорциональную заряду электронов в пикапе. В течение всей этой последовательности действий сигнал с интегратора фиксируется с помощью цифрового осциллографа. Обрабатывая затем этот сигнал, можно легко получить отношение зарядов электронов и ионов, находящихся в пикапе, т. е. степень компенсации по заряду. Пример такого сигнала, прочитанного из АЦП, показан на рис. 10, кроме степени компенсации, он дает еще представление о динамике процесса зависимости заряда ионов, находящихся в пикапе после включения импуль-

са отсоса, от времени. На рис. 11 показана величина заряда ионов в пикапе в зависимости от времени, полученная численным моделированием. Видно хорошее согласие экспериментальных и расчетных данных.

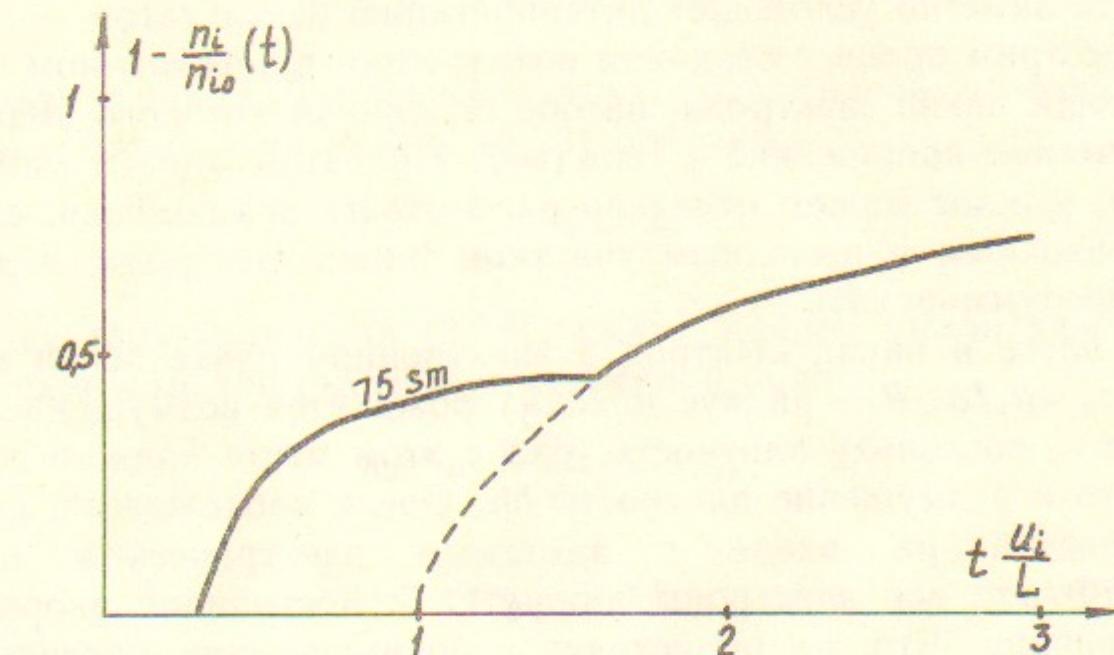


Рис. 11. Результаты численного моделирования раскомпенсации электр. пучка.

## 2.8. Продольные волны, связанные с электронами — измерение потенциала пучка по времени пролета

Описанная в предыдущем пункте методика измерения позволяет определить степень компенсации по ионному заряду на единицу длины. Однако близкая к 100% зарядовая компенсация отнюдь не свидетельствует о наличии действительной компенсации пространственного заряда, так как в случае высокой температуры ионов радиус ионного шнура может заметно превышать радиус электронного пучка. Для доказательства хорошей компенсации необходимо измерить электрическое поле или потенциал в пучке.

Простым способом измерения потенциала является измерение скорости электронов. Зная энергию электронов  $\mathcal{E}$  и их скорость  $v_0$ , нетрудно вычислить потенциал в пучке:

$$e\Phi = \mathcal{E} - \frac{mv_0^2}{2}. \quad (2.29)$$

Скорость электронов мы могли измерять при помощи электронного охлаждения (см. ниже). Однако этот способ достаточно трудоемок и требует большого времени для измерения. Поэтому для измерения потенциала была разработана времязаделочная методика измерения скорости электронов. Для этого на входе в электронном

пучке создается возмущение плотности и измеряется время распространения возмущения к выходу системы  $t_0 = l/v_0$ . Однако при увеличении тока электронов существенное влияние на поведение возмущения оказывает распространение волн в самом электронном пучке, что заметно усложняет интерпретацию результатов.

Рассмотрим процесс создания возмущения в электронном пучке при помощи пикап-электрода, на обе половинки которого подается периодическое напряжение  $U_p \cos(\omega t)$ . При этом анализ упрощается тем, что мы можем отдельно рассмотреть возмущения, создаваемые входным и выходным участком пикап-электрода, а затем просто просуммировать их.

При влете в пикап-электрод в электронном пучке почти мгновенно ( $\tau_p \sim R_p/v_0$ ,  $R_p$  — радиус пикапа) рождается возмущение скорости  $\delta v$  и, поскольку плотность тока в этом месте должна сохраняться, то и возмущение плотности  $\delta n$ . После прохождения короткого участка на входе с заметным электрическим полем  $E_z = -\partial\Phi/\partial z$ , все электроны движутся с постоянной скоростью внутри пикапа. Что же происходит с возмущениями плотности и скорости? Если перейти теперь в систему, где пучок неподвижен, то в пренебрежении влиянием ионов для продольных волн получим (см. (2.9)):

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = u_e^2 = \frac{2\pi n_e e^2 a^2 \ln(b/a)}{m}. \quad (2.30)$$

Это означает, что возникшее возмущение распадается на два возмущения плотности (или скорости), которые побегут в разные стороны со скоростью  $\pm u_e$ . В лабораторной системе эти две волны взвмущения будут двигаться со скоростями  $v_0 - u_e$  и  $v_0 + u_e$ :

$$\begin{aligned} v &= v_0 + \delta v_+ \cos(\omega t - k_+ z) + \delta v_- \cos(\omega t - k_- z), \\ n &= n_0 + \delta n_+ \cos(\omega t - k_+ z) + \delta n_- \cos(\omega t - k_- z), \end{aligned} \quad (2.31)$$

где  $k_{\pm} = \frac{\omega}{v_0 \pm u_e}$ , а знаки «+» и «-» относятся к быстрой и медленной волнам, соответственно.

Пусть координата начала пикап-электрода  $z=0$ , а конца  $z=L_p$ , тогда при  $z=0$ , используя уравнение непрерывности (2.2), получим связь скорости и плотности в волне:

$$\delta n_{\pm} = \pm \frac{\delta v_{\pm}}{u_e} n_0. \quad (2.32)$$

Легко видеть, что в случае  $eU_p \ll \mathcal{E}_k$  ( $\mathcal{E}_k$  — кинетическая энергия электронов пучка) полное возмущение скорости в точке  $z=0$  будет

$$\delta v = \delta v_+ + \delta v_- = \frac{1}{2} \frac{eU_p}{\mathcal{E}_k} v_0. \quad (2.33)$$

Поскольку при  $z=0$  плотность тока сохранилась  $nv=\text{const}$ , то  $\delta n/n_0 = -\delta v/v_0$ , и из (2.32), (2.33) получим

$$\frac{\delta v_+}{u_e} - \frac{\delta v_-}{u_e} = -\frac{1}{2} \frac{eU_p}{\mathcal{E}_k}. \quad (2.34)$$

Решая систему уравнений (2.33), (2.34), найдем амплитуды возмущений скорости для быстрой и медленной волн:

$$\begin{aligned} \delta v_+ &= \frac{1}{4} \frac{eU_p}{\mathcal{E}_k} (v_0 - u_e), \\ \delta v_- &= \frac{1}{4} \frac{eU_p}{\mathcal{E}_k} (v_0 + u_e). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} n(z, t) &= n_0 \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{eU_p}{\mathcal{E}_k} \left[ \left( \frac{v_0 - u_e}{u_e} \right) \cos(\omega t - k_+ z) - \left( \frac{v_0 + u_e}{u_e} \right) \cos(\omega t - k_- z) \right] \right), \\ v(z, t) &= v_0 \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{eU_p}{\mathcal{E}_k} \left[ \left( \frac{v_0 - u_e}{v_0} \right) \cos(\omega t - k_+ z) + \left( \frac{v_0 + u_e}{v_0} \right) \cos(\omega t - k_- z) \right] \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

и  $j_e = j_{e0} + j_{\sim}$ , где возмущение плотности тока

$$j_{\sim}(z, t) = j_{e0} \frac{eU_p}{2\mathcal{E}_k} \frac{v_0^2 - u_e^2}{v_0 u_e} \sin\left(\omega t - \frac{zv_0\omega}{v_0^2 - u_e^2}\right) \sin\left(\frac{\omega zu_e}{v_0^2 - u_e^2}\right). \quad (2.37)$$

Интересно отметить, что амплитуды возмущений плотности и скорости различны в быстрой и медленной волнах, а амплитуды двух волн в плотности тока одинаковы. Это является отличительной особенностью возбуждения возмущений пикап-электродом (трубкой дрейфа).

Легко определить, какие волны возбуждаются на другом конце пикапа. Все формулы (2.36), (2.37) останутся теми же, за исключением замены  $z$  на  $z-L_p$  и, ввиду того, что поле  $E_z$  имеет разные знаки в точках  $z=0$  и  $z=L_p$  (в один и тот же момент времени  $t$ ), возмущения плотности и скорости теперь будут иметь знак, обрат-

ный используемому в (2.36), (2.37). Окончательно будем иметь сумму указанных четырех волн:

$$j_{\sim} = j_{e_0} \frac{eU_p}{2\mathcal{E}_k} \frac{v_0^2 - u_e^2}{v_0 u_e} \left[ \sin\left(\omega t - \frac{zv_0\omega}{v_0^2 - u_e^2}\right) \sin\left(\frac{\omega z u_e}{v_0^2 - u_e^2}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{(z - L_p)v_0\omega}{v_0^2 - u_e^2}\right) \sin\left(\frac{\omega(z - L_p)u_e}{v_0^2 - u_e^2}\right) \right]. \quad (2.38)$$

Формулы (2.36) — (2.38) получены в предположении, что затухание продольных волн в электронном пучке мало. Оценим его. Согласно (2.18) столкновительная часть равна:

$$\gamma_{st} \sim \frac{v_{te}}{\omega} = \frac{4\pi n_e e^4 L_{te}}{\mathcal{E}_k^{3/2} m^{1/2} \omega} \sim 10^{-6} J_e (\text{mA}) / f (\text{МГц}).$$

При  $J_e = 5 \text{ mA}$ ,  $f = 5 \text{ МГц}$  оно будет порядка  $10^{-6}$ . А поскольку при этой частоте на всей длине установки укладывается не больше 4 длин волн, то полное затухание не превышает  $10^{-5}$ .

Затухание Ландау будет и того меньше, поскольку

$$\gamma_{\parallel} \sim p^{-3} \exp(-p^2),$$

где  $p = v_t/u_e$  имеет величину порядка 50 (при  $I = 6 \text{ mA}$  и температуре электронов 0.1 эВ).

Влияние компенсирующих ионов на фазовую скорость продольной волны в электронном пучке также мало. Из дисперсионного уравнения для продольных волн в компенсированном электронном пучке (2.7) для длинноволновых возмущений ( $ka \ll 1$ ) можно получить, что изменение скорости звука электронов за счет присутствия ионов составляет величину

$$\frac{\delta u_e}{u_e} \sim \frac{m}{M_i} \frac{u_e^2}{(v_0 - u_e)^2},$$

что для  $J_e \leq 10 \text{ mA}$  не превышает  $10^{-6}$ .

Эксперименты подтвердили описанную картину распространения продольных волн в пучке. Подавая на кольцевой электрод 6 (рис. 2) короткий импульс напряжения (амплитудой 10 В и длительностью 10 нс), можно было видеть на пикап-электродах, как возникшее возмущение плотности  $g(t)$  распадалось на два, которые двигались со скоростями  $v_0 + u_e$  и  $v_0 - u_e$ . Причем, по аналогии с (2.36) возмущение плотности в этом случае должно быть равно

$$\delta n(z, t) = A \left[ \frac{v_0 - u_e}{u_e} g\left(t - \frac{z}{v_+}\right) - \frac{v_0 + u_e}{u_e} g\left(t - \frac{z}{v_-}\right) \right]. \quad (2.39)$$

По разности между временами прихода быстрого и медленного сигналов  $\Delta t$  находилась фазовая скорость распространения возмущения в электронном пучке

$$u_e = -\sqrt{\left(\frac{z_p}{\Delta t}\right)^2 + v_0^2} - \frac{z_p}{\Delta t}$$

(координата места возбуждения  $z=0$ ). График найденной зависимости  $u_e$  от тока  $J_e$  приведен на рис. 12. Сплошная линия соответствует выражению (2.30). Видно хорошее согласие предсказания и эксперимента.

Одновременно определялись амплитуды быстрого и медленного сигналов. Результаты измерений представлены на рис. 13. Точность этих экспериментов недостаточна для определения скорости электронов в пучке. Кроме того, их трудно автоматизировать. Поэтому для определения степени компенсации использовался другой метод измерений.

Сущность этого метода состоит в измерении спектра продольных колебаний, распространяющихся в электронном пучке. Колебания возбуждались подачей переменного напряжения на обе половинки пикап-электрода, находящегося вблизи электронной пушки. Переменная составляющая электронного тока измерялась с коллектора. Измерение осуществлялось при помощи двух синхронных детекторов, сдвинутых по фазе на  $90^\circ$ , аналогично измерениям волн в ионах (П 2.4). Измеренный спектр продольных колебаний при помощи метода наименьших квадратов подгонялся к расчетному (2.38), что позволяло определить как скорость электронов, так и скорости быстрой и медленной волн.

По величине  $v_0$  из (2.29) определялась компенсация по потенциалу. Например, для измерения, представленного на рис. 14, где ионы были специально отсосаны из пучка, получилось  $v_0 = 1.27 \text{ см/нс}$  и степень компенсации потенциала пучка  $k_\varphi = 0.05$ .

Точность определения энергии электронов пучка при измерении времяпролетным методом составляет около 0.2 эВ, что дает точность определения компенсации около 5%.

### 3. ПОПЕРЕЧНЫЕ ЭЛЕКТРОН-ИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Как уже было сказано, возбуждение пучково-дрейфовой неустойчивости является основным ограничением для увеличения тока компенсированного электронного пучка. В этой главе будут рассмотрены вопросы устойчивости системы ионы—электроны и связи поперечных электрон-ионных колебаний с зарядовой компенсацией. Наиболее интересный для нас случай хорошо компенсированного состояния характеризуется низкой температурой ионов, что значительно упрощает вычисления.

#### 3.1. Основные уравнения

Если температура ионов достаточно мала по сравнению с разницей потенциалов внутри некомпенсированного электронного пучка:

$$T \ll \pi n_e e^2 a^2 \bar{Z}_i = U, \quad (3.1)$$

то система в целом близка к электронейтральности. Наиболее высокая степень компенсации достигается в центре электронного пучка:

$$1 - \frac{\bar{Z}_i n_i}{n_e} \Big|_{r=0} \approx \exp\left(-\frac{a}{r_D}\right), \quad (3.2)$$

где  $a$  — радиус электронного пучка,  $r_D = \sqrt{\frac{T_i}{4\pi e^2 \Sigma n_i Z_i^2}}$  — дебаевский радиус. Высокая степень компенсации разрушается только в области, близкой к границе электронного пучка. Ширина этой зоны порядка дебаевского радиуса мала по сравнению с радиусом пучка, поскольку из (3.1) следует неравенство  $r_D \ll a$ .

Таким образом, в рассматриваемом случае профиль ионной плотности  $n_i(r)$  с хорошей точностью повторит ступенчатый профиль плотности электронного пучка.

Единственным условием применимости вышеприведенных рассуждений, является требование термодинамического равновесия ионов, находящихся внутри пучка:

$$v_{ii} \tau \frac{r_L^2}{a^2} \gg 1, \quad r_L < a, \quad (3.3)$$

где  $v_{ii}$  — частота ион-ионных столкновений,  $\tau$  — время жизни иона в пучке,  $r_L$  — ларморовский радиус иона. Условие (3.3) выражает не только требование локального равновесия в данной точке, но так-

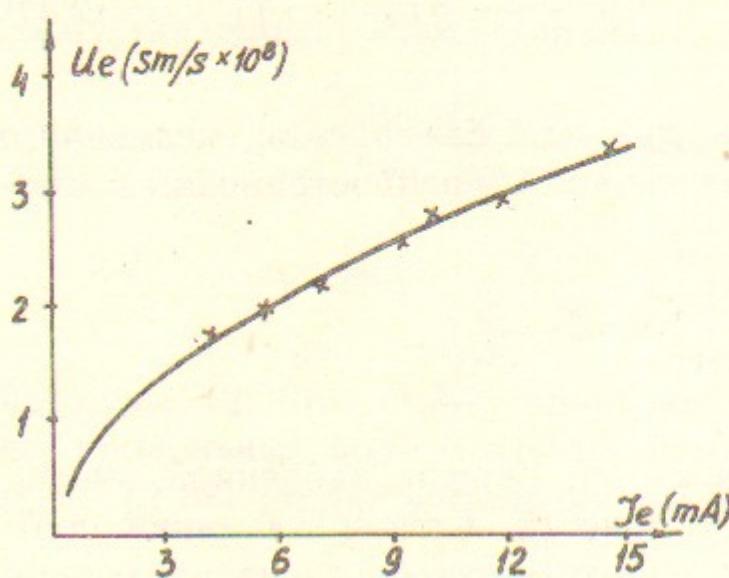


Рис. 12. Зависимость фазовой скорости продольных волн в электронном пучке от тока.

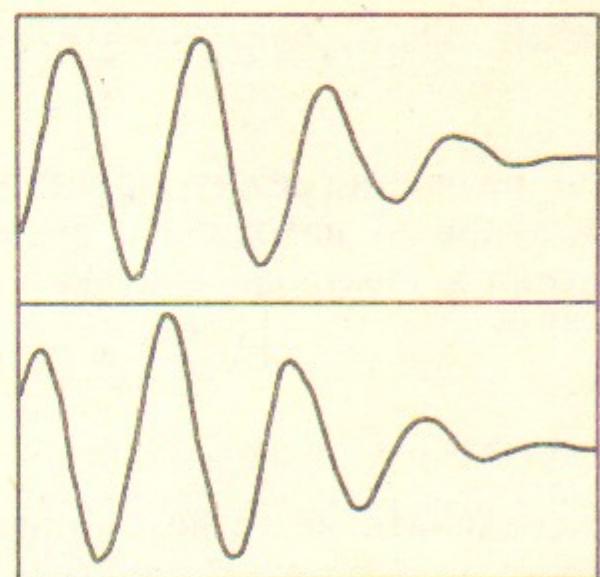


Рис. 14. Частотный спектр продольных волн в пучке электронов (от 0 до 20 Гц).  $I_e = 2.7$  мА.  
Вверху — косинусная часть, внизу — синусная.

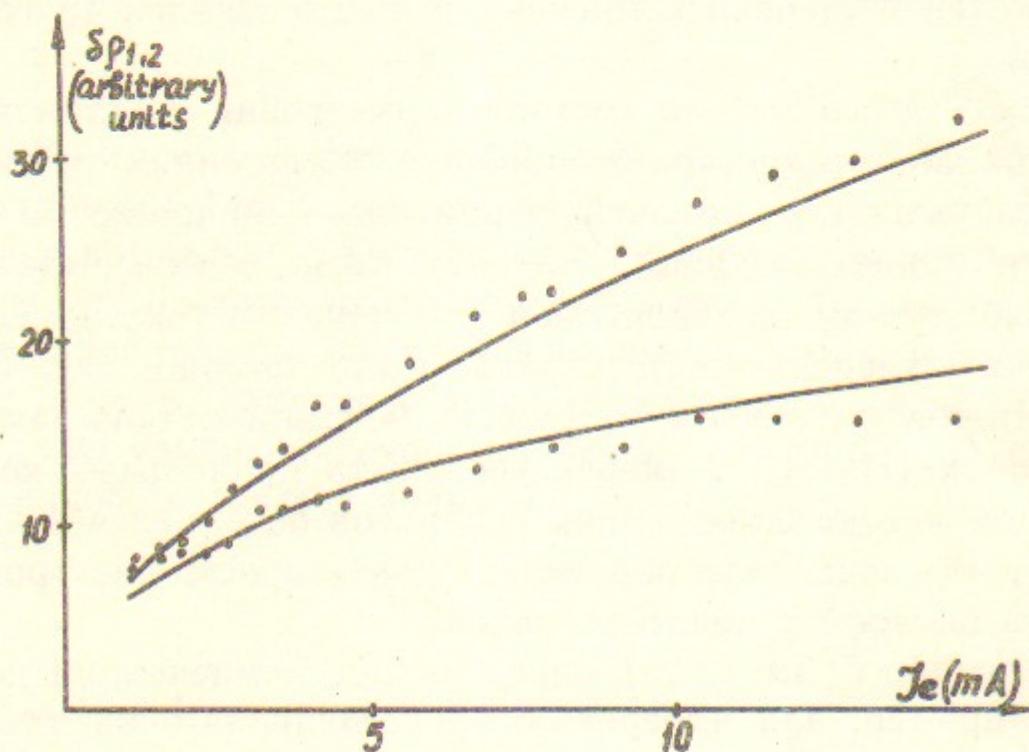


Рис. 13. Зависимость амплитуд быстрой и медленной компоненты продольной волны в электронах от тока. Сплошные кривые проведены при помощи выражений (2.32), (2.35).

же термодинамическое равновесие по всему сечению пучка за счет случайных блужданий ионов из-за столкновений. Действительно,  $v_{ii}r_L^2$  есть коэффициент диффузии, а  $\sqrt{D_t}$  — среднее, пройденное ионом расстояние, которое по (3.3) должно быть много больше  $a$ .

При выполнении условия (3.1) можно описывать систему в гидродинамическом приближении. В наиболее важном случае дипольных колебаний для достаточно длинных волн ( $ka \ll 1$ ) как ионный, так и электронный сгустки движутся в поперечном направлении как единое целое [13]. Это позволяет при описании системы перейти от описания движения отдельных частиц к описанию движения сгустков как целого. В этом случае уравнения движения для движения центров ионного столба и электронного пучка будут иметь вид

$$\begin{aligned}\ddot{\xi}_i &= -i\Omega_i \dot{\xi}_i + \frac{eZ_i}{M_i} E - \gamma_\perp \dot{\xi}_i, \\ \ddot{\xi}_e + v \frac{\partial \xi_e}{\partial t} &= -i\Omega_d \frac{E}{2\pi n_e e}, \quad E = 2\pi n_e \left( \xi_e - \sum_i Z_i q_i \xi_i \right).\end{aligned}\quad (3.4)$$

Здесь индексы  $i, e$  относятся к ионам сорта  $i$  и электронам, соответственно;  $\xi = x + iy$  ( $i = \sqrt{-1}$ ) — комплексное отклонение центра;  $\Omega_i = \frac{Z_i e H}{M_i c}$  — ларморовская частота;  $z$  — продольная координата;  $E = E_x + iE_y$  — электрическое поле;  $q_i = n_i/n_e$  — относительная концентрация ионов сорта  $i$ ;  $\Omega_d = \frac{2\pi n_e e}{B}$  — дрейфовая частота электронов в поле компенсирующих электронов;  $\gamma_\perp$  — декремент затухания для поперечного движения ионов. Эта система приводит к тому же дисперсионному уравнению, что и точная система гидродинамических уравнений в длинноволновом пределе, рассмотренная в работе [13]. Однако здесь мы дополнительно учитываем затухание поперечного движения. Величина декремента  $\gamma_\perp$  будет определена ниже.

### 3.2. Решение граничной задачи

Система уравнений (3.4) должна быть дополнена начальным условием на положение ионов  $\xi_i(z)|_{t=0}$  и граничным условием на отклонение электронов  $\xi_e(t)|_{t=0}$ . Результирующее решение будет суммой двух решений, связанных с начальными и граничными условиями. Рассмотрим задачу с начальными условиями, т. е. ионы

одного сорта при  $t=0$  имеют одинаковое отклонение по длине  $\xi_i(z) = \xi_0$ . Ее решение приведено в Приложении 1 и при временах  $t \gg z/v$  оно имеет асимптотическое поведение

$$\xi_e \sim \xi_0 \exp \left( -\frac{\gamma_\perp t}{2} \left( 1 - \frac{\Omega_i}{2\sqrt{\frac{\Omega_i^2}{4} + \frac{\omega_p^2}{2}}} \right) + 2\sqrt{\kappa_3 z t} \right),$$

где  $\kappa_3$  определяется (п.5). Видно, что колебания ионов нарастают, достигают максимума за время порядка  $t' = \frac{z\omega_\perp \Omega_d}{v\gamma_\perp}$ , а затем затухают за время  $\sim 1/\gamma_\perp$ . Максимальная величина колебаний

$$\xi_{\max} \sim \xi_0 \exp \left( \frac{\Omega_d z \omega_\perp}{v\gamma_\perp} \right),$$

где  $\omega_\perp$  определяется в (п.3). Поскольку по прошествии достаточно большого времени решение, связанное с начальным отклонением, затухает, то система (3.4) устойчива.

### 3.3. Дисперсионное уравнение и оценка пороговой плотности тока

Что же касается решения, вызываемого входным отклонением электронного пучка, то представляя последнее в виде  $e^{ik(\omega)z - i\omega t}$  в виде  $\xi_e(t)|_{z=0} = \xi_0 e^{-i\omega t}$ , найдем, что все искомые величины  $\sim e^{ik(\omega)z - i\omega t}$ . В результате получаем:

$$\begin{aligned}\xi_e(z, t) &= \xi_0 e^{ik(\omega)z - i\omega t}, \quad E(z, t) = \frac{2\pi n_e e}{\epsilon_\perp(\omega)} \xi_e(z, t), \\ \xi_i(z, t) &= -\frac{2\pi n_e e^2 Z_i}{M_i \omega (\omega + \Omega + i\gamma_\perp)} \xi_e(z, t) \frac{1}{\epsilon_\perp(\omega)}, \\ \xi(z, t) &\equiv \xi_e(z, t) - \sum_i \frac{Z_i n_i}{n_e} \xi_i = \frac{\xi_0 e^{ik(\omega)z - i\omega t}}{\epsilon_\perp(\omega)},\end{aligned}\quad (3.6)$$

где:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{v} - \frac{\Omega_d}{v\epsilon_\perp(\omega)}, \quad (3.7)$$

$$\epsilon_\perp(\omega) = \epsilon'_\perp(\omega) + i\epsilon''_\perp(\omega) = 1 - \sum \frac{\omega_{pi}^2}{2\omega(\omega - \Omega_i + i\gamma_\perp)}, \quad (3.8)$$

$$\omega_{pi}^2 = \frac{4\pi n_i z^2 e^2}{M_i}, \quad \Omega_i = \frac{eZ_i B}{M_i c}, \quad \Omega_e = \frac{eB}{mc}, \quad \Omega_d = \frac{\omega_{pe}^2}{2\Omega_e} = \frac{2\pi n_e e c}{B}.$$

Учет диссипации  $\gamma_\perp$  приводит к появлению мнимой добавки  $i\epsilon''_\perp(\omega)$ . Мнимая часть волнового числа  $k''(\omega)$  связана с коэффициентом

циентом усиления колебаний на длине пучка:

$$K(\omega) = \exp\{k''(\omega)L\} = \left| \exp\left\{ \frac{i\Omega_d L}{v[\epsilon'_\perp(\omega) + i\epsilon''_\perp(\omega)]} \right\} \right|. \quad (3.9)$$

Максимальный по частоте коэффициент усиления достигается при обращении в нуль реальной части  $\epsilon'_\perp(\omega)$ . Для одного сорта ионов получим резонансную частоту

$$\omega_\perp = \frac{\Omega_i}{2} - \sqrt{\frac{\omega_p^2}{2} + \frac{\Omega_i^2}{4}}, \quad (3.10)$$

и максимальный коэффициент усиления равен:

$$K_{\max} = K(\omega_\perp) = \exp\left\{ \frac{\Omega_d L}{v\epsilon''_\perp(\omega_\perp)} \right\}. \quad (3.11)$$

В работе [9] показано, что когерентные колебания, обладающие мультипольностью больше 2 (квадрупольные и т. д.) вырождены по частотам, и в случае ступенчатого профиля плотности электронного пучка имеют значительно меньше, чем (3.11), коэффициенты усиления. Поэтому в дальнейшем речь будет идти только о дипольной моде.

Итак, мы получили, что амплитуда колебаний экспоненциально растет при увеличении координаты  $z$ , но остается ограниченной по времени.

Произведем простейшие оценки на максимальный ток электронного пучка в хорошо компенсированном состоянии. В этом случае ограничения следуют из условия малости амплитуды колебаний в конце пучка. Ограничивающий коэффициент усиления величиной  $K_{\max}$ , получим из (3.11):

$$j < j_{th} = \frac{v^2 B}{Lc} \epsilon''(\omega_\perp) \frac{\ln K_{\max}}{2\pi}. \quad (3.12)$$

Максимально наблюдавшиеся экспериментально (см. ниже) коэффициенты усиления таковы, что  $\ln K_{\max} \leq 6$ , а верхний предел для  $\epsilon''(\omega_\perp)$  есть величина порядка 1, поэтому с логарифмической точностью получим

$$j_{th} \simeq \frac{v^2 B}{2Lc}. \quad (3.13)$$

Дальнейшее уточнение величины пороговых токов требует более детального анализа причин, ограничивающих максимальный коэффициент усиления, величины декремента затухания  $\gamma$  и ме-

ханизмов, обеспечивающих это затухание.

#### 3.4. Влияние вторичных электронов

Одним из существенных ограничений на максимальный коэффициент усиления является всегда присутствующая обратная связь, т. е. влияние колебаний в конце пучка на амплитуду колебаний в начале.

Охарактеризуем обратную связь коэффициентом  $\eta$ , равным отношению поля на входе к наводящему его полю на выходе. Тогда условие устойчивости поперечных колебаний ограничивает допустимый коэффициент усиления:

$$|K_{\max}\eta| < 1. \quad (3.14)$$

Обратная связь может осуществляться вторичными электронами, как ионизационными, так и отраженными от коллектора.

Основная масса электронов, отраженных от коллектора, имеет энергию, близкую к начальной энергии электронов. В этом случае для коэффициента обратной связи можно написать простую оценку:

$$\eta_r = \frac{n_{e_2}}{n_e}. \quad (3.15)$$

Электроны ионизации, если созданы условия для их удержания, находятся в пучке достаточно долго и имеют распределение по скоростям, близкое к максвелловскому. В этом случае электроны, движущиеся с разными скоростями, приходят от конца к началу пучка за разное время и их воздействия компенсируют друг друга. Усредняя по фазе, получим оценку для коэффициента обратной связи:

$$\eta_{ion} \simeq \left| \frac{n_{e_2}}{n_e} \left[ \int_0^\infty f(v) dv \exp\left\{ i \frac{\Omega_d L}{v} \right\} \right] \right|, \quad (3.16)$$

что при  $\frac{\Omega_d L}{\sqrt{2} v_{T_2}} \gg 1$  дает

$$\eta_{ion} = \frac{n_{e_2}}{n_e} \frac{1}{\sqrt{3}} \exp\left\{ -\frac{3}{4} \left( \frac{\Omega_d L}{v_{T_2}} \right)^{2/3} \right\}, \quad v_{T_2} = \sqrt{\frac{T_{e_2}}{m}}. \quad (3.16a)$$

Здесь интеграл для максвелловской функции распределения вычислен методом перевала. Более аккуратные оценки с учетом динамики движения электронов приведены в работе [9]. Необходимо заметить, что в асимптотике  $\Omega_d L/v_{T_2} \gg 1$  к этому результату нужно относится с известной осторожностью, так как при вычислении

интеграла замена бесконечного предела на конечный ( определяемый, например, напряжением на коллекторе) меняет асимптотическое поведение с экспоненциального на степенное. При положительном напряжении на коллекторе электронов ионизационные электроны только один раз проходят через пучок и при высоком вакууме в установке их вклад в обратную связь пренебрежимо мал по сравнению со вкладом электронов, отраженных от коллектора.

### 3.5. Затухание поперечных колебаний

Как видно из (3.11), максимальный коэффициент усиления существенно зависит от декремента затухания поперечных колебаний или, другими словами, от мнимой части диэлектрической проницаемости пучка  $\epsilon''_{\perp}$  ( $\omega_{\perp}$ ) на резонансной частоте.

Для ион-ионных столкновений легко оценить  $\epsilon''_{\perp}$  ( $\omega_{\perp}$ ), воспользовавшись выражением (2.18):

$$\epsilon''_{\perp} \simeq \frac{v_{ii}}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \simeq \frac{v_{ii}}{\omega_{pi}^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi\sqrt{\pi}} \frac{L_{ii}\bar{Z}}{a^3 n_e} \left( \frac{eU}{T} \right)^{3/2}, \quad (3.17)$$

где  $n_e$  — плотность электронов,  $U$  — «провисание потенциала» от центра до края пучка, определяемое (3.1),  $T$  — температура ионов,  $L_{ii}$  кулоновский логарифм,  $a$  — радиус пучка,

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i>i} \chi_i Z_i \mu_{ij} (Z_i/m_i - Z_j m_j)^2}{\sum_i \chi_i Z_i / m_i}, \quad \mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$$

есть средняя зарядность ионов,  $\chi_i = n_i Z_i / n_e$  — относительная плотность заряда  $i$ -го сорта ( $\sum \chi_i = 1$ ),  $m_i$  — масса иона в атомных единицах. Заметный вклад в диэлектрическую проницаемость ион-ионные столкновения дают только при очень низкой температуре ионов (так, при  $n_e = 10^9$ ,  $\bar{Z}_i = 2$ ,  $a = 0.1$  см, получим, что для  $\epsilon'' = 0.1$  необходимо  $T = 10$  К) и, как правило, в реальных условиях этим затуханием можно пренебречь.

Другим механизмом диссипации является затухание Ландау. Конечность температуры ионов является причиной их движения по поперечному сечению пучка. При наличии в спектре их теплового движения частоты, равной частоте волны, возможна перекачка энергии от волны частицам. Вид этого спектра зависит от соотношения плазменной  $\omega_p$  и ларморовской  $\Omega_i$  частот.

В случае  $\Omega_i > \omega_{pi}$  движение ионов является дрейфом в скрещенных электрическом и магнитном полях. Электрическое поле

сосредоточено в дебаевском приграничном слое и оценивается там величиной

$$E_T = \frac{T}{er_D}, \quad (3.18)$$

что определяет максимальную частоту дрейфа ионов

$$\omega_d = c \frac{E_T}{Ba} = \Omega_d \frac{r_D}{a}. \quad (3.19)$$

Частота же волны, согласно (3.10), в этом случае  $\omega_{\perp} \simeq \Omega_d$ . Отсюда видно, что в компенсированном состоянии с  $r_D \ll a$  в случае замагниченных ионов затухание Ландау отсутствует.

В случае незамагниченных ионов частота волны  $\omega_{\perp} \simeq \omega_{pi}$ , а ионы внутри пучка в течение времени  $a/v_{T,i}$  движутся почти свободно, затем быстро ( $\Delta t \sim \omega_{pi}^{-1}$ ) отражаются от края пучка. Проведем простую оценку декремента затухания. Пусть ион движется в пучке со скоростью  $v_{T,i}$ , упруго отражаясь от его стенок. Действие переменного поля волны  $E_0 e^{i\omega_{\perp} t}$  приведет к тому, что, когда сила  $Z_i e \vec{E}$  направлена вдоль скорости иона, он проходит на  $Z_i e E_0 / M_i \omega_{pi}^2$  большее расстояние, чем за периоды, когда  $eE$  направлена против скорости. Поэтому вероятность сбить фазу при столкновении со стенкой для иона на  $(Z_i e E_0 / M_i \omega_{pi}^2) / (v_{T,i} / \omega_{pi})$  больше в периоды, когда поле  $eE$  ускоряет его движение. Таким образом, ион будет в среднем ускоряться, осуществляя затухание. За период движения  $2a/v_{T,i}$  ион в среднем приобретает энергию

$$\Delta e \simeq 2eE_0 \frac{v_{T,i}}{\omega_{pi}} \frac{eE_0 Z_i^2}{m \omega_{pi}^2} \left( \frac{v_{T,i}}{\omega_{pi}} \right)^{-1} = \frac{2e^2 E_0^2}{m \omega_{pi}^2} Z_i^2.$$

Учитывая, что энергия волны, с учетом поля вне пучка и кинетической энергии частиц в волне, на единицу длины пучка равна

$$W = 2 \frac{E_e^2}{8\pi} (\pi a^2 + \pi a^2) = \frac{E_0^2}{2\pi} \pi a^2,$$

получим декремент затухания:

$$\gamma_{\perp} \simeq \frac{\pi a^2 n_i \Delta e / \Delta t}{W} = \frac{\pi a^2 n_i}{2} \left( \frac{2e^2 E_0^2}{m \omega_{pi}^2} Z_i^2 \right) \left( \frac{2a^2}{v_{T,i}} \frac{E_0^2}{4\pi} \pi a^2 \right)^{-1} = \frac{v_{T,i}}{4a}.$$

Более аккуратные расчеты, приведенные в Приложении 2, дают

$$\gamma_{\perp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v_{T,i}}{a}, \quad r_D = \left( \frac{T}{4\pi n_e e^2} \right)^{1/2} \ll r_L \ll a, \quad (3.20)$$

что определяет вклад в диэлектрическую проницаемость

$$\epsilon''_{\perp} = \frac{2\gamma_{\perp}}{\omega_{\perp}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{r_D}{a} = -\sqrt{\frac{4T}{\pi e U}}. \quad (3.21)$$

Здесь по-прежнему  $U$  — разность потенциалов между центром и краем некомпенсированного электронного пучка. Полученный результат существенно отличается от известного результата в безграничной плазме, где декремент затухания экспоненциально зависит от температуры. Причиной этого отличия является более широкий спектр движения частиц. Поскольку отражение иона от границы пучка происходит за малое время  $\sim \omega_{pi}$ , то спектр движения включает частоты, начиная от частоты движения иона в пучке  $v_T/a$  до  $\omega_p$ . Это приводит к тому, что экспоненциальная зависимость декремента затухания от температуры заменяется на степенную. Полученный результат для поперечного декремента затухания Ландау в 2 раза превышает результат работы [9], в которой были допущены арифметические ошибки при проведении вычислений.

Резюмируя, можно сделать несколько выводов: основным механизмом затухания поперечных колебаний является затухание Ландау; для обеспечения устойчивости системы требуется достаточно высокая температура ионов, что приводит к разрушению компенсации на границе пучка в слое толщиной порядка  $r_D$ ; в сильном магнитном поле или при уменьшении тока пучка, когда  $\Omega > \omega_{pi}$ , затухание Ландау исчезает, что при достаточно длинном пучке приводит к возбуждению неустойчивости (или, другими словами, может существовать нижний по току порог развития неустойчивости).

### 3.6. Экспериментальное изучение вынужденных поперечных колебаний

Изучение дисперсионных свойств поперечных колебаний проводилось следующим образом. До входа электронного пучка на участок компенсации возбуждалось его поперечное смещение. Это осуществлялось подачей парафазного переменного напряжения на разрезные запирающие электроды, что приводило к дрейфу электронов в скрещенных полях и, следовательно, смещению электронного пучка после прохождения электродов. Сигнал отклика измерялся при помощи дифференциальных пикап-электродов. Общая схема измерений такая же, как и при изучении вынужденных продольных колебаний. В некоторых экспериментах вместо синхронных детекторов использовался анализатор спектра СК4-59, управляемый от ЭВМ.

Измерения показали, что амплитуда возмущения быстро нарастает по длине пучка. Величина сигнала  $\xi(z, t)$ , в соответствии с (3.6), определяется не только его усиливением в электронном пучке, но также резонансным множителем  $1/\epsilon_{\perp}(\omega)$ , связанным с раскачкой ионов. Измеряя сигнал на различных пикап-электродах, можно было определить как величину усиления, так и минимумую часть диэлектрической проницаемости на резонансной частоте (добротность колебаний ионов).

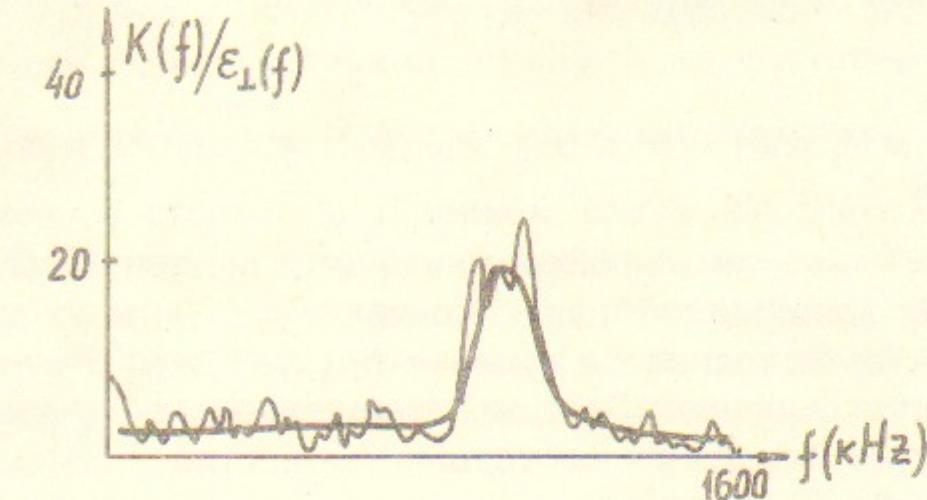


Рис. 15. Зависимость величины  $K/\epsilon_{\perp}$  поперечных волн от частоты.  $I_e = 4.8 \text{ mA}$ ,  $P = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ ,  $B = 3 \text{ кГс}$ ,  $L = 20 \text{ см}$ . Теоретическая кривая проведена по формуле (3.6) с  $\gamma = 86 \text{ кГц}$  ( $\epsilon''_{\perp} \approx 0.179$ ).

На рис. 15 показан пример измеренного таким образом спектра вынужденных поперечных колебаний для хорошо компенсированного состояния. Плавная кривая проведена при помощи выражений (3.6), (3.9) с параметрами  $\epsilon''_{\perp} = 0.179$ ,  $\langle M_i/Z_i \rangle = 4.3$ .

## 4. ТЕПЛОВЫЕ ШУМЫ

Один из наиболее продуктивных методов изучения состояния компенсирующих ионов основан на анализе шумовых сигналов, наводимых на пикап-электродах. Измерение шумов, в принципе, позволяет определить такую важную характеристику как температура компенсирующих ионов. В этом параграфе будут рассмотрены тепловые поперечные и продольные колебания.

### 4.1. Спектральная мощность шумов продольных колебаний в ионном столбе и определение температуры ионов

Рассмотрим ионный столб, находящийся в термодинамическом равновесии с температурой  $T_i$ . Все возможные продольные шумовые колебания можно разложить по гармоникам

$$\delta\rho = \rho_n \cos\left(\frac{\pi n x}{L}\right), \quad (4.1)$$

где  $L$  — длина столба ионов,  $n$  — номер гармоники,  $\rho_n$  — ее амплитуда,  $\delta\rho$  — возмущение линейной плотности ионов. При таком разложении граничные условия на краях ионного столба, требующие зануления скорости иона, т. е. производной плотности, автоматически будут выполнены. Найдем вероятность того, что  $n$ -я гармоника будет иметь амплитуду  $\rho_n$ . Очевидно, что эта вероятность равна

$$P_n(\rho_n) = \prod_{m=0}^{L/\delta x} \mathcal{P}(\delta\rho(x_m)) = \mathcal{P}(\delta\rho(x_1)) \mathcal{P}(\delta\rho(x_2)) \mathcal{P}(\delta\rho(x_3)) \dots \mathcal{P}(\delta\rho(L)), \quad (4.2)$$

где  $\mathcal{P}(\delta\rho(x_m))$  — вероятность того, что в интервале от  $x_m$  до  $x_{m+1}$  будет  $\delta\rho(x)dx$  возмущение числа ионов,  $x_m = m\delta x$ , и  $dx$  достаточно велико, так что, выполняется условие  $\delta\rho(x)dx \gg 1$ .  $\mathcal{P}(\delta\rho(x))$  описывается распределением Гаусса, умноженным на распределение Больцмана, учитывающим взаимодействие частиц  $e^{-\Phi/T}$ :

$$\mathcal{P}(\delta\rho(x_m)) = \exp\left(-\frac{\delta\rho^2(x_m)}{\rho_0} dx - \frac{e^2 \delta\rho^2(x_m) dx \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2}\right)}{T}\right),$$

где  $\rho(x) = \rho_0 + \delta\rho$ ,  $\rho_0 = \frac{N}{L}$ ,  $\frac{\delta\rho}{\rho_0} \ll 1$ . Тогда искомая вероятность  $P_n$  выражается в виде

$$P_n(\rho_n) = \exp\left\{-\int_0^L \left(\frac{\delta\rho^2}{\rho_0} + \frac{e^2 \delta\rho^2 \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2}\right)}{T}\right) dx\right\}$$

или, для  $\delta\rho$  из (4.1) :

$$P_n(\rho_n) = \exp\left\{-\frac{\rho_n^2 L}{2\rho_0} \left(1 + \frac{e^2 \rho_0}{T} \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2}\right)\right)\right\}. \quad (4.3)$$

Мощность шумов при этом определяется дисперсией величины  $\rho_n$ :

$$\langle \delta\rho_n^2 \rangle = \frac{\rho_0}{L \left(1 + \frac{e^2 \rho_0}{T} \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2}\right)\right)} = \begin{cases} \frac{T}{e^2 L \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2}\right)}, & T \ll T_{cr}, \\ \frac{N}{L^2}, & T \gg T_{cr}, \end{cases} \quad (4.4)$$

где

$$T_{cr} = \pi n e^2 a^2 \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2}\right) = U \left(\ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2}\right)$$

определяет характерную энергию взаимодействия частиц. Выписанные в (4.4) асимптотики соответствуют двум известным случаям: дробовому шуму, пропорциональному числу ионов ( $T \gg T_{cr}$ ), и тепловому шуму ( $T \ll T_{cr}$ ), не зависящему от числа частиц и пропорциональному температуре. В хорошо компенсированном пучке всегда  $T \ll T_{cr}$ , что соответствует случаю теплового шума.

Частотный спектр тепловых шумов будет состоять из пиков на частотах  $\omega = uk = \frac{u\pi n}{L}$  (где  $u$  — фазовая скорость продольных волн в ионном столбе) с шириной пиков  $\Delta\omega \approx \delta \equiv v_{ii} + \omega_{\parallel}$  (см. (2.19)). Известная из измерений спектров продольных колебаний для хорошо компенсированного пучка  $\delta/\omega$  порядка  $10^{-2}$ , поэтому пики в спектре тепловых шумов должны быть узкими.

В экспериментах измерения спектра мощности тепловых шумов использовались для определения температуры компенсирующих ионов. Из (4.4) видно, что мощность флюктуаций обратно пропорциональна длине ионного столба. Поэтому измерения проводились на коротком (40 см) участке между электродами 13 и 18 (см. рис. 2).

Флюктуации плотности заряда ионов измерялись при помощи пикап-электрода, сигнал с которого после усиления интегрирующим усилителем поступал на АЦП-101, оцифровывался в 2048 моментов времени (с интервалом 5 мс) и записывался в память ЭВМ. После этого полученный массив данных подвергался дискретному преобразованию Фурье по алгоритму Винограда [10], [11] (АВПФ), что значительно ускоряло вычисления. При использовании ЭВМ «Одренок» [19] скорость счета АВПФ в 2.6 раза выше, чем БПФ, и составляет 5 секунд на один цикл измерений (2048 точек<sup>\*)</sup>). Поскольку исследовались низкотемпературные состояния ионного столба и мощность шумов усилителя была сравнима с мощностью сигнала, проводилось накопление (суммирование) спектров. Полное количество циклов измерений доводи-

<sup>\*)</sup> Алгоритм Винограда быстрого преобразования Фурье эффективен для ЭВМ, у которых время исполнения операции умножения значительно превосходит время исполнения операции сложения. По сравнению с обычным быстрым преобразованием Фурье алгоритм Винограда, реализованный на таких машинах, дает выигрыш в скорости счета в 5—6 раз.

лось до 20–100, что позволяло уменьшить статистическую ошибку в 5–10 раз.

Так как гармоники возмущения плотности определяются выражением (4.1), то при обработке спектра шумов необходимо было учитывать, что сигнал пикапа с координатой  $z_p$  и длиной  $L_p$  пропорционален величине:

$$f_p = \frac{1}{L_p} \int_{z_p - \frac{L_p}{2}}^{z_p + \frac{L_p}{2}} \cos(k_n x) dx = \cos(k_n z_p) \left[ \frac{\sin(k_n L_p/2)}{(k_n L_p/2)} \right]. \quad (4.5)$$

Отсюда, в частности, видно, что если пикап расположен в середине участка компенсации, то он «не видит» нечетных гармоник возмущения плотности заряда.

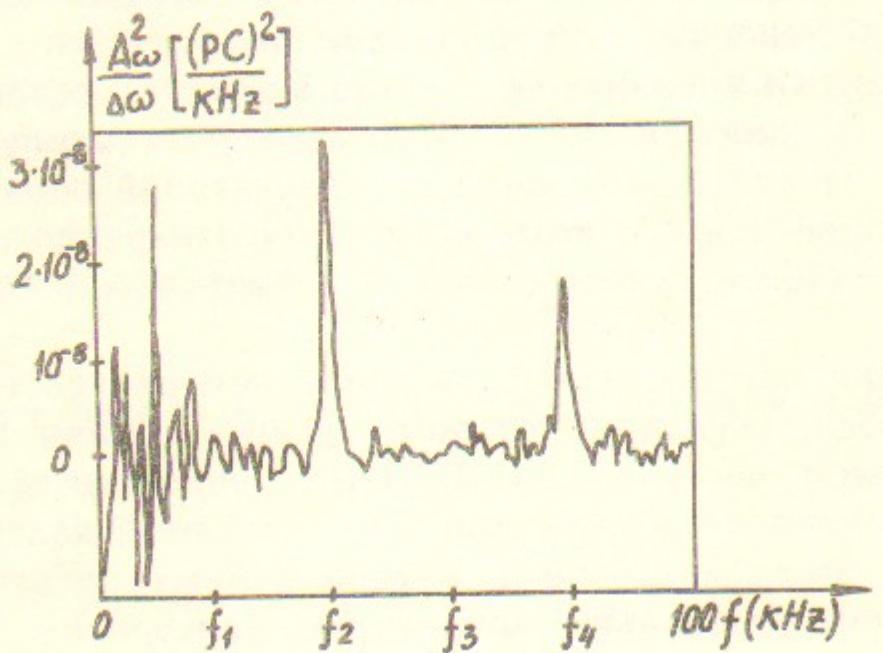


Рис. 16. Спектр продольных тепловых ионных шумов.  
 $I_e = 4.8 \text{ mA}$ ,  $u = 1.6 \cdot 10^6 \text{ см}/\text{с}$ ,  $L = 40 \text{ см}$ ,  $T_2 = 0.82 \text{ эВ}$ ,  $T_4 = 1.14 \text{ эВ}$ .

Характерный вид спектра шумов на участке длиной 40 см показан на рис. 16. Ярко видны вторая и четвертая гармоники, первая и третья, в соответствии с (4.5) при  $z_p = 21 \text{ см}$ , подавлены приблизительно в 100 раз по мощности. Как видно, добротность колебаний высока, и по спектру шума можно определить фазовую скорость продольных волн: для  $I_e = 4.8 \text{ mA}$  (рис. 16)  $u = 1.6 \cdot 10^6 \text{ см}/\text{с}$ .

Проинтегрировав по спектру мощности шумов около каждой гармоники, из (4.4) находим температуру ионов. Для представле-

ного на рис. 16 спектра, из второй гармоники  $T_2 = 0.82 \text{ эВ}$ , а из четвертой  $T_4 = 1.14 \text{ эВ}$ .

#### 4.2. Тепловые шумы поперечных колебаний

Важной характеристикой пучка является амплитуда тепловых шумов поперечных колебаний. Тепловые шумы порождают флуктуационные электрические поля, которые с усилением сносятся вниз по пучку. Средний квадрат амплитуды ионных колебаний интересен, по крайней мере, с двух точек зрения: во-первых, эта величина может быть реально измерена и использована для определения характеристик ионного пучка; во-вторых, величины такого sorta определяют мощность разогрева ионов через диссипацию собственного шума (см. ниже).

Оценим спектральную мощность тепловых шумов поперечных колебаний ионов в конце пучка. Для этого вначале пренебрежем взаимодействием с электронным пучком. Разобъем пучок длины  $L$  на отрезки, длина каждого из которых  $a \ll l \ll k^{-1}$ . Приравняв энергию, запасенную в дипольной моде колебаний (с учетом энергии электрического поля вне пучка) температуре ионов  $T_i$ , получим среднеквадратичное отклонение положения ионов (на одном отрезке длины  $l$ ) от центра электронного пучка:

$$\langle \Delta r^2 \rangle = 2 \langle \Delta x^2 \rangle = 2 \langle \Delta y^2 \rangle = \frac{T}{\pi^2 n^2 a^2 l e^2} = \frac{4 r_D^2 L}{N_i l}, \quad r_D^2 = \frac{T}{4 \pi l e^2}, \quad (4.6)$$

где  $N_i$  — полное число ионов в пучке. Спектральная мощность этих колебаний сосредоточена вблизи собственной частоты колебаний ионов (3.10).

Теперь учтем взаимодействие с электронным пучком. Электроны, проходя через один из таких участков, получают смещение  $\Delta \xi_e = \frac{i \Omega_D l}{v_0} \Delta r$ . К выходу это смещение усиливается в  $K(L_j)$  раз,

вызывая там в  $1/|\epsilon_\perp|$  раз большее смещение ионов. Здесь  $L_j = L - jl$ , а коэффициент усиления  $K$  берется на резонансной частоте, где он достигает максимума. Поскольку собственные тепловые колебания различных участков статистически независимы, то наведенные ими амплитуды складываются квадратично. Суммируя вклады от отдельных участков, получим:

$$\langle \xi_i^2 \rangle = \sum_j \langle \Delta x^2 \rangle \left( \frac{\Omega_d l}{v_0} \right)^2 \frac{1}{|\epsilon_\perp''|} \exp \left[ \frac{2 \Omega_d (L - jl)}{v_0 |\epsilon_\perp''|} \right] =$$

$$= \frac{T}{4\pi^2 n^2 a^2 e^2} \frac{\Omega_D}{|e''_{\perp}| v_0} \exp \left[ \frac{2\Omega_d L}{v_0 |e''_{\perp}|} \right]. \quad (4.7)$$

Складывая вклады от «собственных тепловых» и усиленных колебаний ионов получим при  $\omega_p \gg \Omega_D$  зависимость амплитуды поперечных колебаний ионов от координаты  $z$  вдоль пучка:

$$\langle \xi^2 \rangle \simeq \frac{2r_D^2 L}{N_l l} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{ec}{v_0 B} \frac{r_D}{a} K^2, \quad K = \exp \left[ \frac{\Omega_d z}{v_0 |e''_{\perp}|} \right]. \quad (4.8)$$

Здесь мы учли, что основной вклад в диэлектрическую проницаемость дает затухание Ландау в соответствии с (3.21). Первое слагаемое в этой формуле обратно пропорционально длине участка (пикап-электрода). Это отражает тот факт, что колебания отдельных участков (длиной  $l$ ) ионного пучка статистически независимы и складываясь, усредняются, так что квадрат амплитуды смещения будет обратно пропорционален числу отдельных участков ионов, находящихся в пикап-электроде (амплитуда напряжения шумов при этом не зависит от длины пикап-электрода). Второе слагаемое при не слишком большом усилении ( $\ln K_{\max} < \frac{L}{2l}$ ) от

длины пикап-электрода (участка) не зависит. Это объясняется тем, что движение ионов становится когерентным. Ионный сгусток как целое начинает вращаться вокруг электронного пучка, а амплитуда колебаний экспоненциально нарастает по длине. В случае же достаточно большого усиления  $\ln K > \frac{L}{2l}$ , второе слагаемое спектральной мощности также становится обратно пропорциональной длине пикап-электрода, что уже связано с тем, что длина, на которой колебания усиливаются в  $e$  раз становится меньше длины пикапа, т.е. его эффективная длина становится в  $\frac{2l}{L} \ln K$  раз короче.

Следует отметить, что обычно коэффициент усиления достаточно велик и тогда относительный вклад в спектральную мощность неусиленных тепловых колебаний ионов мал. В этом случае за счет дополнительного резонансного множителя в коэффициенте усиления ширина спектра сужается и становится много меньше ширины спектра неусиленных колебаний ( $\Delta\omega/\omega \sim \gamma_{\perp}/\omega_{\perp}$ ).

Проведенное численное моделирование подтвердило справедливость представленных здесь оценок.

Измерение спектра поперечных шумов проводились с помощью

одного из пикапов (рис. 2) и анализатора спектров СК4-59. Каждая из пластин пикапа была подключена к своему интегрирующему усилителю, разность сигналов которых подавалась на анализатор спектра и была таким образом пропорциональна дипольному моменту пучка в пикапе. Измерение спектра собственных тепловых шумов давало информацию о декременте затухания, согласно (4.7). Кроме того, по спектру собственных шумов можно было контролировать отсутствие неустойчивости, так как при неустойчивости амплитуда спектра шумов возрастала в 10–100 раз и вместе с одним пиком на резонансной частоте появлялись несколько пиков на меньших частотах.

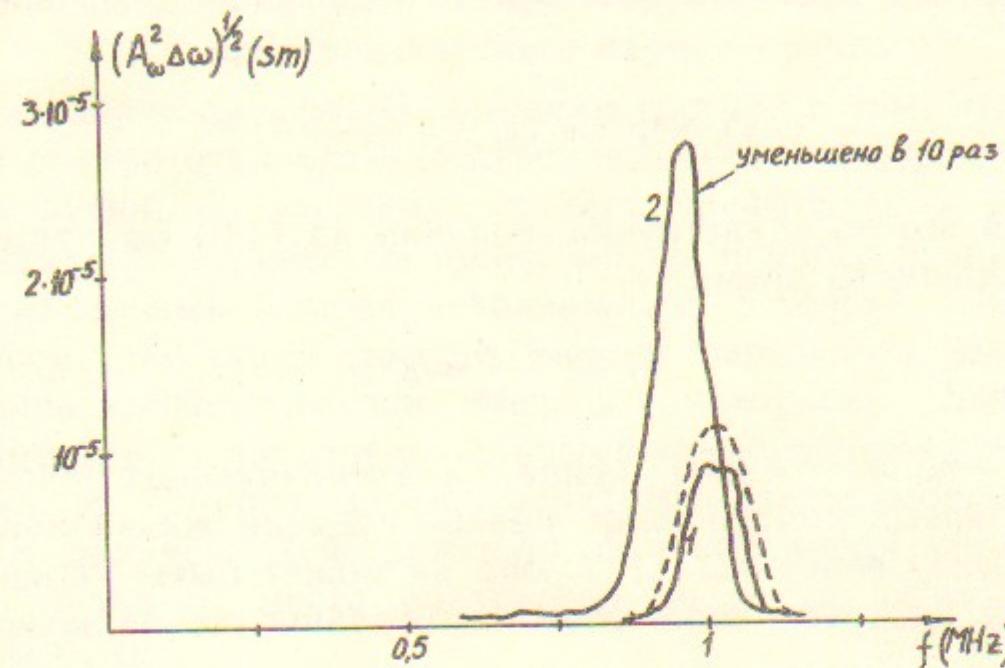


Рис. 17. Спектр собственных поперечных колебаний ионов в хорошо компенсированном состоянии (1) и при неустойчивости (2). Значение кривой (2) уменьшает в 10 раз. Штрихами проведена кривая по формуле (4.8) с  $I_e = 3.5$  мА,  $L = 40$  см,  $e'' = 0.3$ . Ширина полосы анализатора спектра  $\Delta\omega/2\pi = 10$  кГц.

На рис. 17 приведен спектр собственных тепловых колебаний ионов для случаев хорошо компенсированного состояния и для частично компенсированного пучка выше порога возникновения неустойчивости. Для спектра устойчивого состояния штриховой линией проведена подгонка по формуле (4.8) с параметрами  $e''_{\perp} = 0.3$ .

#### 4.3. Влияние когерентного разогрева ионов

Тепловое движение ионов порождает флюкутирующее электрическое поле, которое, усиливаясь сносится вниз по пучку. Диссипация этого усиленного шума приводит к дополнительному нагреву

ионов. Такая система уже не является термодинамически равновесной и для получения устойчивого состояния компенсации требуется рождение и уход ионов из электронного пучка. При этом за время жизни иона величина приращения температуры за счет разогрева когерентными колебаниями не должна превышать средней температуры ионов. В соответствии с (П2.10) диссипация энергии в единице объема за единицу времени:

$$Q = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v_T}{a} E_0^2. \quad (4.9)$$

К нагреву ионов приводит только когерентная часть их поперечных тепловых колебаний. Определяя при помощи (4.7) электрическое поле

$$\langle E_0^2 \rangle = 4\pi^2 n_e^2 e^2 \langle \xi^2 \rangle = \frac{T}{a^2} \frac{\Omega_D}{\epsilon_{\perp}'' v_0} K^2 \quad (4.10)$$

и усредняя его по длине пучка, получим из (4.9) приращение температуры ионов за время  $t$ :

$$\Delta T \sim T \frac{\epsilon_{\perp}'' \omega_{\perp} t}{4N_i} K^2. \quad (4.11)$$

Здесь  $N_i$  — полное число ионов, компенсирующих электронный пучок;  $t$  — время компенсации, равное времени жизни иона в пучке. По смыслу величины  $\Delta T/T$  она не может быть больше единицы, откуда следует дополнительное ограничение на коэффициент усиления:

$$K \leq \sqrt{\frac{N_i}{\omega_{\perp} t}}, \quad \epsilon_{\perp} \leq 1.$$

Для установки «Модель соленоида» при  $l=2.5$  м,  $I_e=1$  мА,  $t=100$  мс получим  $N_i \approx 10^9$ ,  $K < 50$ . Из приведенной оценки видно, что при высоком вакууме в установке и, следовательно, большом времени жизни иона в электронном пучке, такой когерентный нагрев ионов может ограничивать получение высокой степени компенсации.

## 5. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ СТЕПЕНИ КОМПЕНСАЦИИ И ЗАРЯДОВОГО СОСТОЯНИЯ ИОНОВ

В п. 2.7 мы рассмотрели метод измерения заряда ионов на единицу длины при помощи быстого отсоса компенсирующих ионов.

Однако, измеренная таким способом интегральная зарядовая компенсация не связана однозначно с локальной компенсацией пространственного заряда, так как радиус ионного шнура в общем случае не совпадает с радиусом электронного пучка. Поэтому в экспериментах мы использовали и другие методики, которые позволяли измерить как компенсацию по потенциальному (отношение разниц потенциалов — между центром пучка и вакуумной камерой — для компенсированного и некомпенсированного пучков), так и непосредственно степень компенсации по заряду (локальную), а также и зарядовое состояние ионов (по параметру  $Z/M$ ) в пучке.

### 5.1. Ударно-дрейфовая методика определения компенсации пространственного заряда пучка

Идея ударно-дрейфовой методики состоит в том, что если достаточно быстро отклонить электронный пучок как целое от центра ионного пучка, то электроны начнут дрейфовать в скрещенных магнитном и электрическом полях вокруг ионного пучка, остающегося в начальный момент неподвижным. Измерив угол поворота электронов при таком дрейфе, можно определить электрическое поле ионов и, следовательно, степень компенсации. Проведя серию экспериментов с разными начальными отклонениями  $r$  электронного пучка от ионного, можно определить зависимость плотности ионов от радиуса. Действительно, если  $t$  — время пролета электронного пучка от места разведения до места регистрации угла поворота  $\psi$ , то

$$\psi(r) = tc \frac{E(r)}{rB}, \quad (5.1)$$

но, согласно уравнению Максвелла:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE(r)) = -4\pi\rho_i(r), \quad (5.2)$$

где  $E(r)$  и  $\rho_i(r)$  — электрическое поле и зарядовая плотность ионов, соответственно, в зависимости от радиуса. Поэтому, зная зависимость  $\psi(r)$ , можно получить распределение плотности заряда ионов от радиуса:

$$\rho_i(r) = -\frac{B}{4\pi c t} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \psi(r)). \quad (5.3)$$

Необходимо отметить, что в полученных формулах предполагалось, что электронный пучок дрейфует вокруг ионного столба как

целое — единый заряд, находящийся на расстоянии  $r$  от оси симметрии системы. Однако очевидно, что электроны пучка, наиболее удаленные от компенсирующих ионов, будут дрейфовать с меньшей угловой скоростью вокруг них, нежели ближайшие. Тем не менее этот эффект мал, поскольку величина  $E_r/r$ , пропорциональная угловой скорости вращения, в области малых  $r$  ( $r < a$ ) равна константе, а при больших отклонениях ( $r > a$ ) градиент этой величины пропорционален  $1/r^3$ , да к тому же сами углы поворота в этом случае очень малы. Эти соображения и позволяют использовать указанное приближение. В экспериментах для отклонения электронного пучка на разные половины пикап-электрода 8 (рис. 2) подавались импульсы одинаковой формы, но разной полярности с парафазного генератора импульсов. Амплитуда импульсов  $V_0$  варьировалась от 0 до 2000 В, длительность фронта импульса слабо зависела от амплитуды и была порядка 40 нс. Разная полярность импульсов вызвана необходимостью исключить возбуждение продольных волн в пучке электронов, проходящем через пикап, а также предотвратить запирание электронного тока при больших напряжениях, подаваемых на каждую из половинок пикапа.

Дрейф электронов в электрическом поле пикап-электрода приводит к их смещению в горизонтальном направлении. При дальнейшем движении на участке дрейфа электроны будут проворачиваться относительно покоящихся в начальный момент ионов так, что на выходе системы будет как горизонтальное, так и вертикальное смещение.

Система для измерения этих смещений состоит из АЦП и двух пикап-электродов. Пикапы 15 ( $x$  — пикап) и 16 ( $y$  — пикап) (рис. 2) подключены на измерение поперечных отклонений (т. е. наблюдается разница сигналов, наведенных на противоположные половинки каждого пикап-электрода). Сигналы с них поступают на АЦП и оцифровываются с интервалом 50 нс. С целью набора статистики каждое измерение проводилось 5—10 раз.

Результатом каждого цикла из 5—10 измерений являются временные зависимости отклонений по координатам  $X$  и  $Y$  (см. верхнюю часть рис. 18), из которых строится амплитудно-фазовая картина колебаний:

$$\begin{aligned} r \cos(\phi) &= X(t), \\ r \sin(\phi) &= Y(t) \end{aligned} \quad (5.4)$$

(на рис. 18 нижняя кривая).

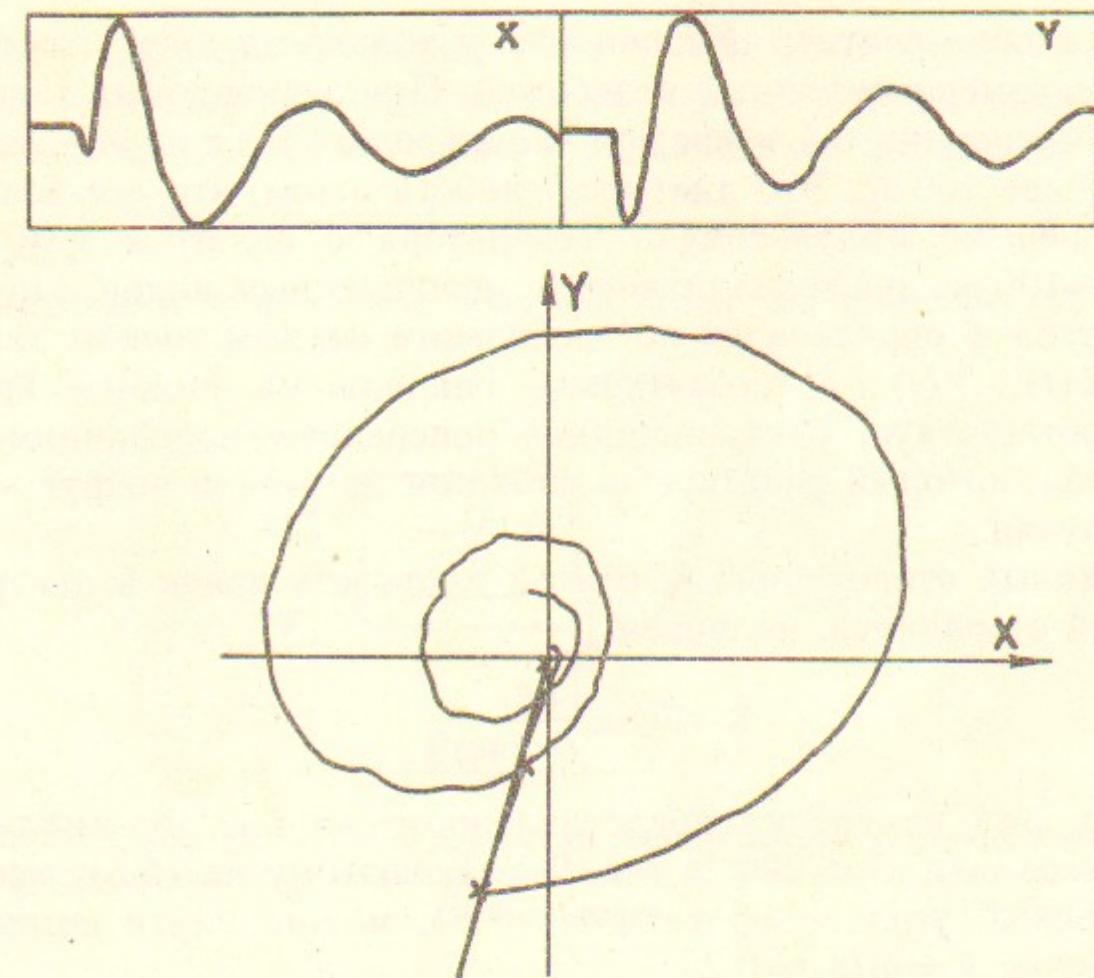


Рис. 18. Временные развертки движения пучка в плоскости  $X$  и  $Y$  (магнитное поле — по  $Z$ ). Полное время 2 мс. Максимальное отклонение  $0.5a$ .

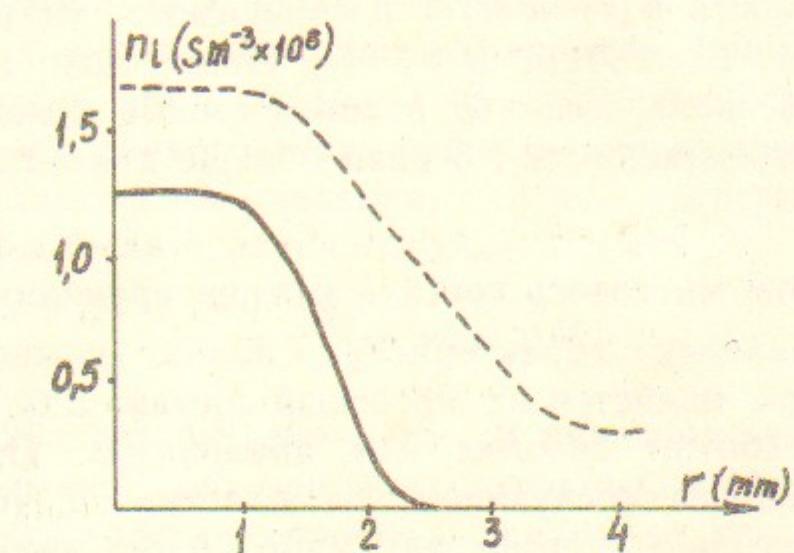


Рис. 19. Зависимость плотности компенсирующих ионов от радиуса.  $B = 3$  кГс,  $L = 265$  см,  $I_e = 3.33$  мА. Штриховой линией изображена зависимость угла поворота от радиуса (в относительных единицах).

Ионы можно считать неподвижными только до времен порядка периода плазменных ионных колебаний. При электронных токах до 10 мА, компенсации 0.5 и средней массе ионов 5 а.е.м. эта величина не меньше 100 нс. Это дает уверенность в том, что все электроны отклоненные импульсом от генератора с фронтом  $\sim 40$  нс в течение  $\sim 100$  нс дрейфовали вокруг неподвижных ионов. По этой причине угол  $\psi$  определялся по нескольким первым точкам зависимостей  $X(t)$ ,  $Y(t)$ . Многовитковая спираль на нижней кривой рис. 18 соответствует раскачившимся поперечным колебаниям ионного столба, который участвует в сложном движении вокруг электронного пучка.

При малых отклонениях  $r$ , считая плотность ионов в центре не зависящей от радиуса, получаем

$$n_i(0) = \frac{\Phi B}{r_{\text{плект}}}. \quad (5.5)$$

Например, для измерения представленного на рис. 18, амплитуда удара составляла  $V_0 = 200$  В ( $r = 5$  мм), поэтому из (5.5), используя найденный угол поворота  $\psi = -1.81$ , можно найти компенсацию в центре:  $k = n_i/n_e = 0.29$ .

Увеличивая амплитуду удара по электронному пучку, можно отклонить его вообще за ионный столб. Таким образом, измерив зависимость угла поворота от величины отклонения, из (5.2) определяется распределение плотности ионов по радиусу. На рис. 19 показана зависимость  $\psi(r)$  и  $n(r)$  в зависимости от радиуса для случая  $I_e = 3.3$  мА,  $L = 250$  см,  $B = 3$  кГс. Видно, что, несмотря на сильное магнитное поле, диаметр ионного столба в некомпенсированном состоянии примерно в 1.5 раза больше диаметра электронного пучка.

## 5.2. Измерение массового состава компенсирующих ионов

Одной из важных характеристик ионов, компенсирующих электронный пучок, является их массовый состав. Для его определения был разработан специальный анализатор. Принцип его работы заключается в следующем: на пластину 1 (см. рис. 20) подается прямоугольный импульс напряжения длительностью  $\tau = 20$  нс и амплитудой  $V_0 = 4 - 12$  кВ. Под действием возникшего электрического поля ионы приобретут импульс  $p = \tau Z_i e V_0 / d$ , где  $d$  — расстояние между сеткой и пластиной 1. Поскольку этот импульс приблизительно в 100 раз больше импульса ионов, связанного с тепловым движением, то ионы будут двигаться по лар-

мовской окружности с радиусом  $R = pc/Z_i e B$  одинаковым для всех сортов ионов. Но три четверти окружности до анализирующей пластины 2 разные ионы преодолевают за разное время:  $t_i = \frac{3 \pi M_i c}{2 Z_i e B}$ , при  $B = 3$  кГс  $t_i = 157 \frac{M_i}{Z_i}$  (нс). Изучая усиленный интегрирующим усилителем импульс тока на пластину 2, можно

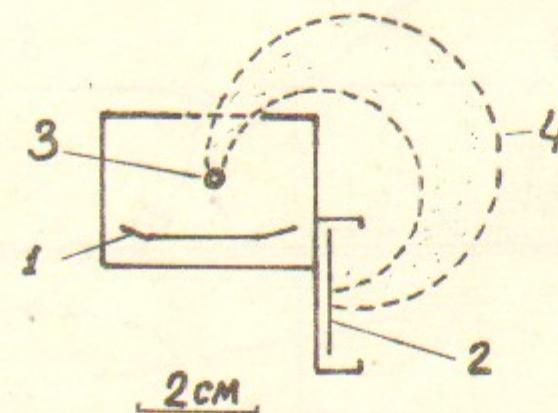


Рис. 20. Схема датчика для измерения состава компенсирующих ионов: 1 — выбивающая пластина; 2 — измерительная пластина; 3 — электронный пучок; 4 — траектория движения ионов.

по времени прихода определить сорт ионов ( $M_i/Z_i$ ), а по амплитуде — количество этих ионов. Электростатическое расталкивание (все ионы положительно заряжены) приводит к тому, что при подлете к пластине 2 размеры сгустка ионов заметно превышают начальные (приблизительно в 2—8 раз для  $M_i = 1 - 20$  а.е.м.). Это ограничивает точность определения времени прилета различных сортов на уровне порядка 10—15%. На точность определения количества ионов данного сорта существенно влияет тепловое движение в продольном направлении, так как апертура анализатора по координате  $z$  была ограничена ( $L_a = 10$  см):

$$\frac{\Delta N}{N} \sim \frac{v_{T_i} \cdot t_i}{L_a} \sim 2\% \sqrt{M_i},$$

что для  $M_i = 20$  дает  $\Delta N/N = 10\%$ . В реальном эксперименте это тепловое движение было одной из основных причин того, что на анализирующую пластину приходило только 60% ионов (по заряду) от их общего числа, выбиваемого из пучка.

Ионы с различным отношением  $M_i/Z_i$  обычно идентифицировались в соответствии с таблицей:

$M_i/Z_i$	1	2	4	6	7	8	10	12	14	16	20
Ион	H <sup>+</sup>	He <sup>++</sup>	He <sup>+</sup>	C <sup>++</sup>	N <sup>++</sup>	O <sup>++</sup>	Ne <sup>++</sup>	C <sup>+</sup>	N <sup>+</sup>	O <sup>+</sup>	Ne <sup>+</sup>

На рис. 21 показан характерный вид сигналов тока с пластины анализатора для хорошо компенсированного состояния пучка и для частично компенсированного пучка (с неустойчивостью).

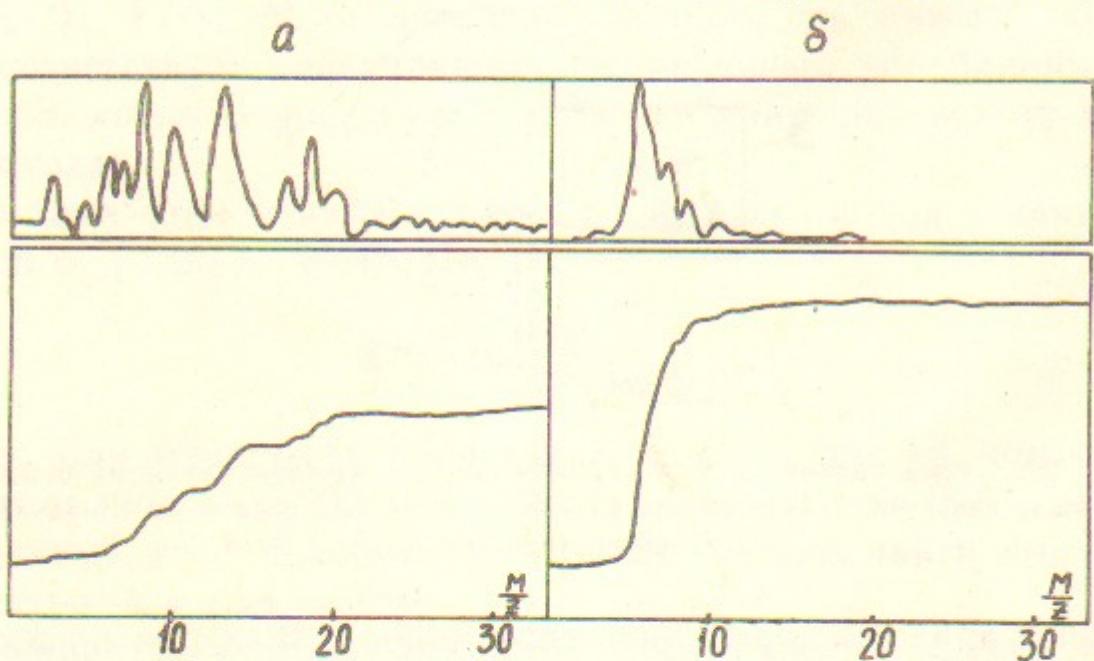


Рис. 21. Массовый спектр компенсирующих ионов (вверху) полученный дифференцированием ионного заряда на приемную пластину (внизу).  
 $I_e = 2.57 \text{ mA}$ ,  $L = 40 \text{ см}$ ,  $P = 2.4 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ , а — неустойчивое состояние, б — устойчивое состояние.

### 5.3. Методы измерения компенсации пучка с помощью электронного охлаждения

Метод измерения компенсации основан на измерении силы трения, действующей на ионы H<sup>-</sup> в электронном пучке при электронном охлаждении. Сила трения существенно зависит от разности скоростей электронов и ионов H<sup>-</sup>. Она максимальна, когда отстройка скоростей примерно равна разбросу скоростей в электронном пучке и зануляется при точном равенстве скорости ионов средней скорости электронов. Поэтому измеряя, при известной скорости ионов H<sup>-</sup>, напряжение катода пушки<sup>\*)</sup>, при котором сила трения зануляется, можно определить разность потенциалов между вакуумной камерой и центром пучка, а, следовательно, и компенсацию по потенциальному.

<sup>\*)</sup> Следует отметить, что сопротивление оксидного слоя катода, равное примерно 25—50 Ом, вносило незначительную ( $\approx 5\%$ ) ошибку в измерения компенсации.

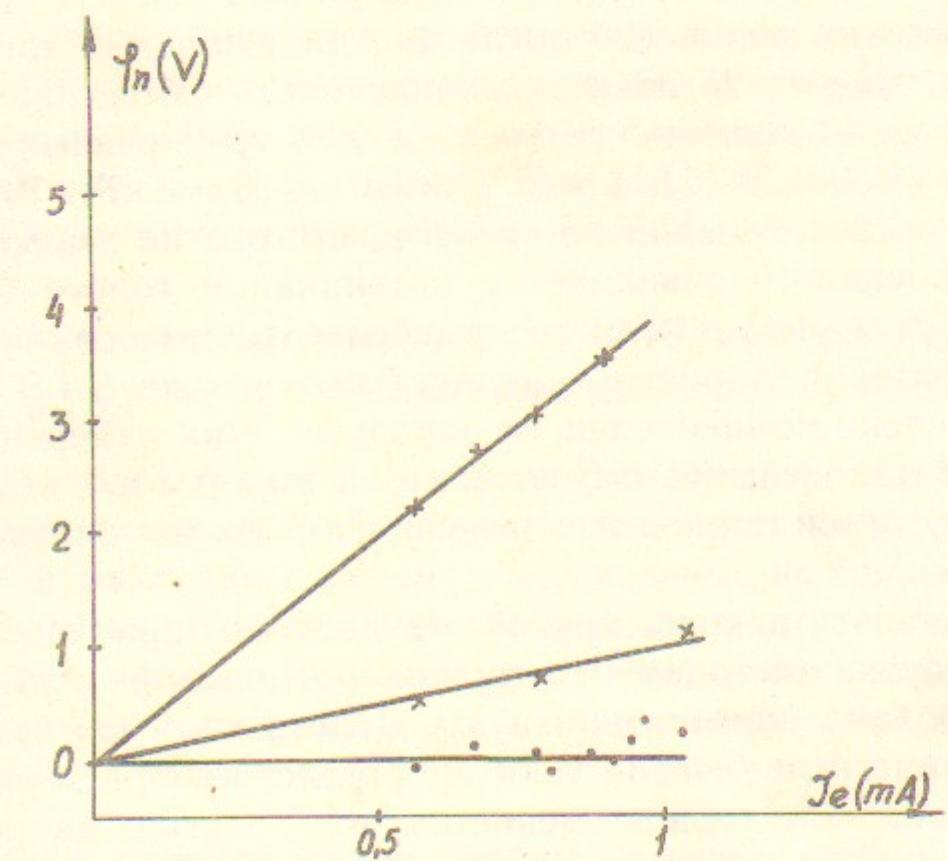


Рис. 22. Зависимость потенциала пучка от тока для состояний с различной степенью компенсации. Измерение с помощью электронного охлаждения.

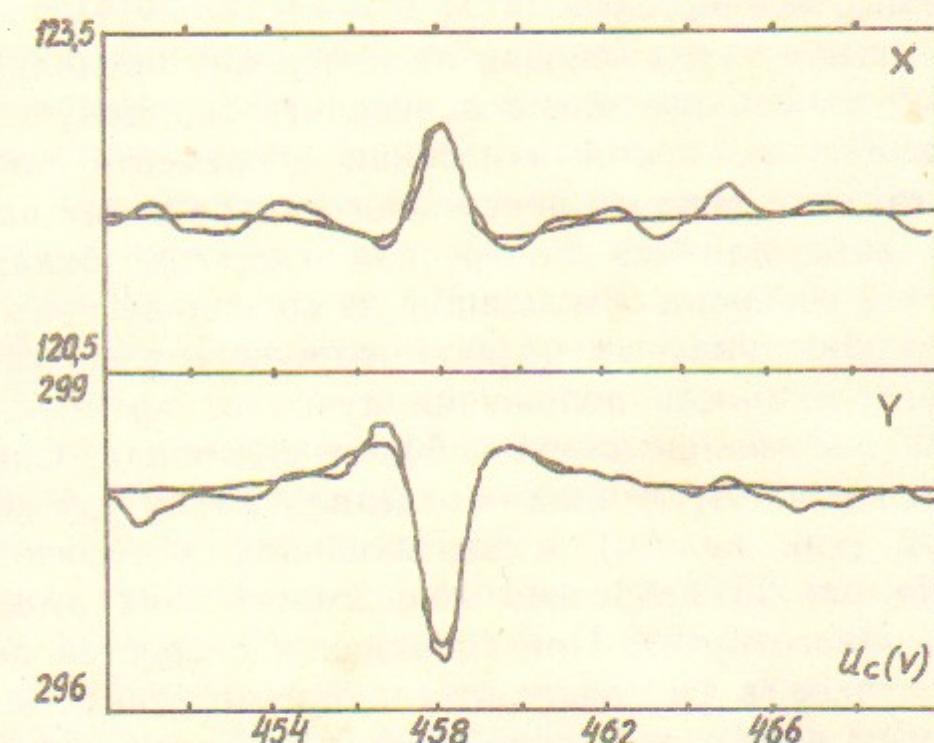


Рис. 23. Сигнал (отн. ед) с синхронных детекторов X и Y при измерении поперечной силы трения при электронном охлаждении.

Сила трения в экспериментах измерялась спектрометром по изменению энергии ионов  $H^-$  после прохождения ими электронного пучка [7]. На рис. 22 показана зависимость измеренного потенциала пучка  $\phi_p$  в зависимости от тока для трех разных степеней компенсации ( $k_\phi = 0, 0.75, 1$ ) для  $L = 250$  см,  $B = 3$  кГс. Видно, что для хорошо компенсированного пучка  $\phi_p$  от тока не зависит, а для раскомпенсированного совпадает с потенциалом голого электронного пучка. Этот метод является наиболее точным, он позволяет определить потенциал пучка с точностью не хуже 0.1 В. Однако получение степени компенсации по заряду из этих измерений является сложной задачей, поэтому этот метод может говорить о наличии или отсутствии хорошей компенсации, но не определяет ее величину.

Следует отметить, что другой трудностью при определении потенциала пучка методом измерения продольной силы трения являлась проблема определения нуля. Дело в том, что при работе пушки в режиме ограничения тока пространственным зарядом при изменении тока электронов меняется их энергия на величину  $T_k \ln \frac{j_c}{j_e}$  (где  $T_k$  — температура катода (0.1 эВ),  $j_c$  — ток насыщения катода,  $j_e$  — ток электронов), которая может достигать нескольких десятых электрон-вольт и давать ошибку определения потенциала пучка в несколько процентов.

Описанный выше метод основан на измерении продольной силы трения. Другой способ позволяет определить зарядовую (локальную) компенсацию во время измерения декремента поперечных колебаний. Для этого подачей переменного напряжения на пластины раскачки возбуждалась поперечная скорость охлаждаемых ионов на входе в соленоид. Выходящие из соленоида ионы направлялись на двухкоординатный позиционно-чувствительный датчик, фиксирующий зависимость положения пучка от времени. Датчик расположен на расстоянии порядка 5 м от соленоида. Синхронное детектирование сигналов датчика определяло амплитуду колебаний ионного пучка (как целого) в вертикальной и горизонтальной плоскостях. На рис. 23 приведена зависимость этих амплитуд от энергии электронного пучка. При совпадении скоростей ионного и электронного пучков в сигналах появляется особенность, связанная с затуханием поперечных колебаний. Относительная величина сигналов датчика определяется декрементом затухания поперечных колебаний, магнитным полем и существенно зависит от величины

некомпенсированного пространственного заряда электронного пучка. Численная обработка сигналов позволяет определить не только величину декремента затухания, но и степень компенсации. Например, для рис. 23 ( $I_e = 1.54$  мА,  $B = 3$  кГс,  $L = 250$  см) численная обработка дала степень компенсации 65%.

## 6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ СОСТОЯНИЯ КОМПЕНСИРУЮЩИХ ИОНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГОВЫХ ТОКОВ

В этом разделе мы рассмотрим основные результаты экспериментальных исследований компенсированного электронного пучка. Измерения различных параметров системы, проводились одновременно несколькими методиками, что повышало достоверность получаемых результатов. Необходимо отметить, что основные экспериментальные выводы указывают на адекватность вышеприведенных теоретических разработок.

### 6.1. Область существования хорошо компенсированного состояния

Хорошо компенсированное состояние, как оно понимается в п. 3, т. е. очень близкой к единице степени компенсации заряда, существует лишь в определенной области изменения тока пучка и давления остаточного газа в установке. Следует отметить, однако, что за пределами этих областей находится область частичной компенсации электронного пучка и для многих экспериментов использование частично компенсированного пучка может оказаться достаточным, тем более что позволяет в ряде случаев существенно продвинуться по току пучка. Так, в экспериментах по измерению силы трения на установке «Модель соленоида» [7] большинство измерений было проведено с частично компенсированным пучком длиной 250 см. Степень компенсации при этом была в районе 40—70%, что позволяло проводить эксперименты вплоть до токов 10 мА, тогда как измерения с некомпенсированным пучком удавались лишь до токов порядка 3 мА.

Область существования хорошо ( $\geq 90\%$ ) компенсированного состояния для участка длиной  $L = 40$  см показана в осах ток — давление остаточного газа на рис. 24. Как меняется степень компенсации при переходе из области хорошей компенсации в область частичной, видно из рис. 25, где показана зависимость степени компенсации от тока при разных давлениях остаточного газа. Из рис. 24 видно, что при определенных давлениях существуют нижние пороги по току. Вообще, определение порогового тока про-

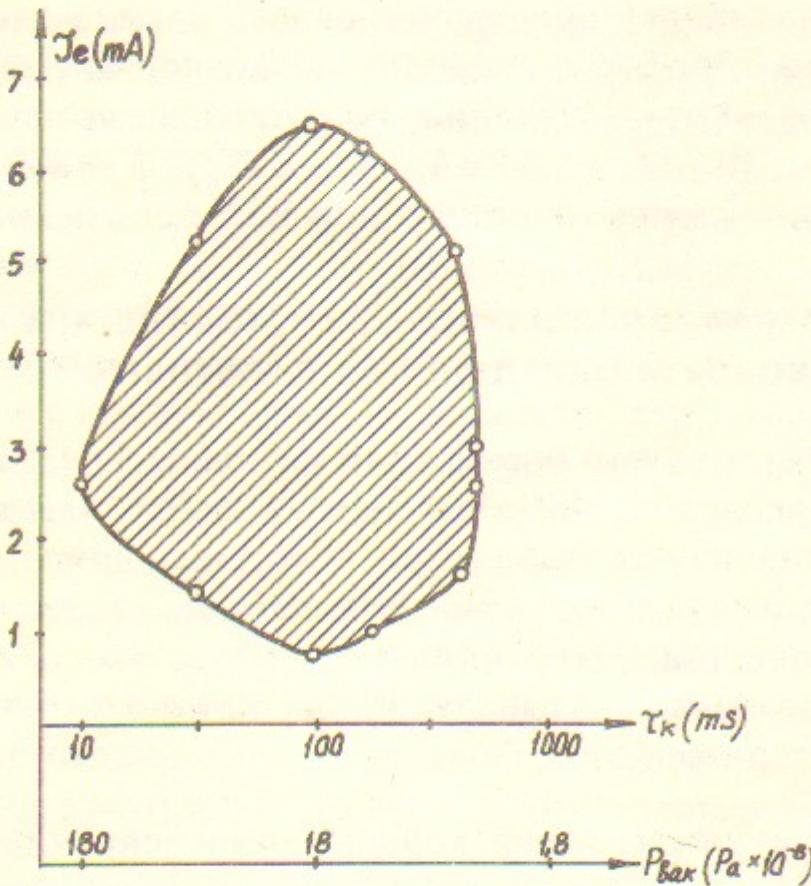


Рис. 24. Область устойчивости компенсированного состояния электронного пучка на плоскости «ток—давление остаточного газа».  
 $B = 3 \text{ кГс}$ ,  $L = 40 \text{ см}$ ,  $\tau_k = 1/n\sigma v_e$  — время компенсации пучка атомами остаточного газа.

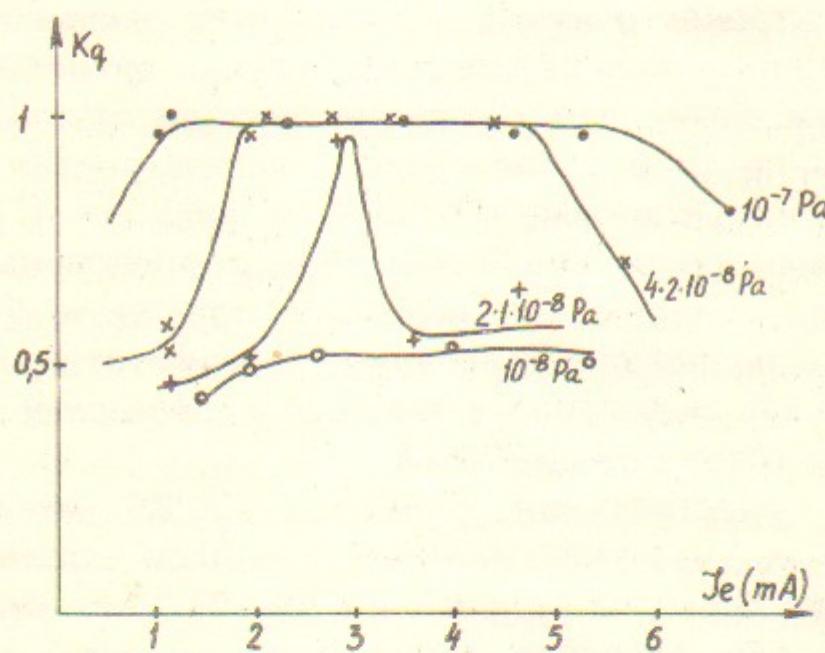


Рис. 25. Зависимость компенсации по заряду от тока на длине 40 см при разных давлениях остаточного газа. Измерения проводились при помоши отсоса ионов (см. П 2.7).

водилось следующим образом: электронный ток занулялся (запирался анодом), а затем плавно увеличивался за время порядка 5—10 с. При некотором токе вспыхивала неустойчивость, что контролировалось по сигналам с пикап-электрода на осциллографе или анализаторе спектра, и компенсация разрушалась, что также могло контролироваться прямыми измерениями. Величина этого тока принималась равной верхнему порогу. При некоторых давлениях для малых токов в спектре собственных колебаний пучка появлялся сильный шум, который приводил к возникновению неустойчивости, если эту область существования сильного шума не пройти по току достаточно быстро, т. е. быстро увеличивая ток до величины порядка миллиампера, можно было прорваться в устойчивую область. Затем, медленно снижая ток и фиксируя момент начала неустойчивости, получаем значение нижнего порога по току. Область существования компенсации для участка  $L = 250 \text{ см}$  по вакууму лежит примерно в том же диапазоне, что и для участка длиной  $L = 40 \text{ см}$ , а максимальный пороговый ток равен примерно 1 мА. Было подтверждено экспериментально, что величина порогового тока обратно пропорциональна длине участка компенсации  $I_{cr} \propto \frac{1}{L}$ . На рис. 26 приведена зависимость порогового тока от энергии и магнитного поля, и там же показаны прямые, постро-

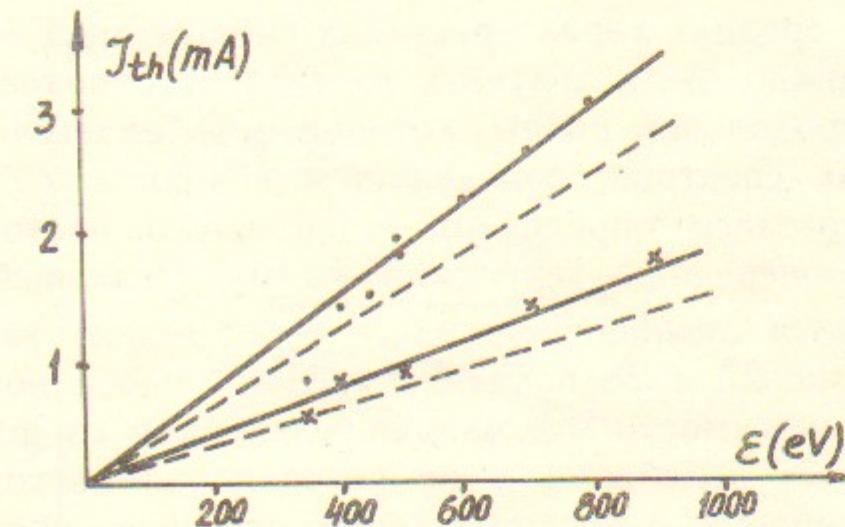


Рис. 26. Зависимость пороговых токов продольно-поперечной неустойчивости от энергии электронов пучка.  
Радиус пучка  $a = 1 \text{ мм}$ ,  $P = 6 \cdot 10^{-8} \text{ Па}$ :  $\circ$  —  $B = 3 \text{ кГс}$ ;  $\times$  —  $B = 1.5 \text{ кГс}$ . Штриховые линии проведены при помощи выражения (1), непрерывные при помощи (6.1).

енные по формуле (1). Видно, что зависимость пороговых токов от энергии и магнитного поля соответствует теоретическим предсказаниям ((3.25) или (1)). Величины пороговых токов почти совпада-

ют с токами, полученными из формулы Незлина (1) (превышают их в 1.13 раза), однако еще примерно в 2 раза меньше тех, что предсказываются теоретически в пункте 3 (выражение (3.13)). Возможные причины этого будут рассмотрены ниже. Таким образом, экспериментальные данные достигнутых пороговых токов можно представить в виде эмпирической формулы:

$$j_{th} = \frac{v_0^2 B}{3.8 Lc}, \quad (6.1)$$

которая дает значение критического тока для оптимального значения давления остаточного газа.

Что касается нижнего порога по току, то условие существования затухания Ландау дает для него значение

$$j_d > \frac{ev_0 B^2}{4\pi \bar{M} c^2}. \quad (6.2)$$

При  $B=3$  кГс,  $\bar{M}\sim 14$ ,  $v_0\simeq 1.2\cdot 10^9$  см/с  $a\simeq 1$  мм это дает  $j_d\simeq 1.2$  мА, что приблизительно совпадает с экспериментальными данными на длине 40 см (см. рис. 24), однако находится в противоречии с данными, полученными на большей длине компенсации (240 см).

## 6.2. Поведение массовых спектров

Информацию о средних характеристиках спектра масс компенсирующих ионов можно было получать из трех источников. Из фазовой скорости продольной волны, которая определяется из измерений продольных спектров, определяется величина  $\langle Z_i^2/M_i \rangle$  (см. (2.16)). Спектр масс определяет резонансную частоту спектра вынужденных поперечных колебаний (3.10). Реальный массовый состав измерялся непосредственно, с помощью анализатора (см. п.6). На рис. 27 и 28 показана средняя масса компенсирующих ионов в зависимости от тока, определенная из фазовой скорости продольных колебаний и из резонансной частоты спектра поперечных колебаний, в предположении, что пучок компенсирован ионами одного сорта с зарядом  $Z_i=1$ . Сопоставляя эти рисунки с рис. 25, можно сказать, что при переходе в частично компенсированное состояние с неустойчивостью, характерное значение величины  $M_i/Z_i^2$  значительно возрастает. Это хорошо согласуется с результатами прямых измерений массового состава ионов, представленных на рис. 21, из которого следует, что  $\langle Z_i^2/M_i \rangle^{-1}$  для хорошо компенсированного состояния заметно меньше, чем для

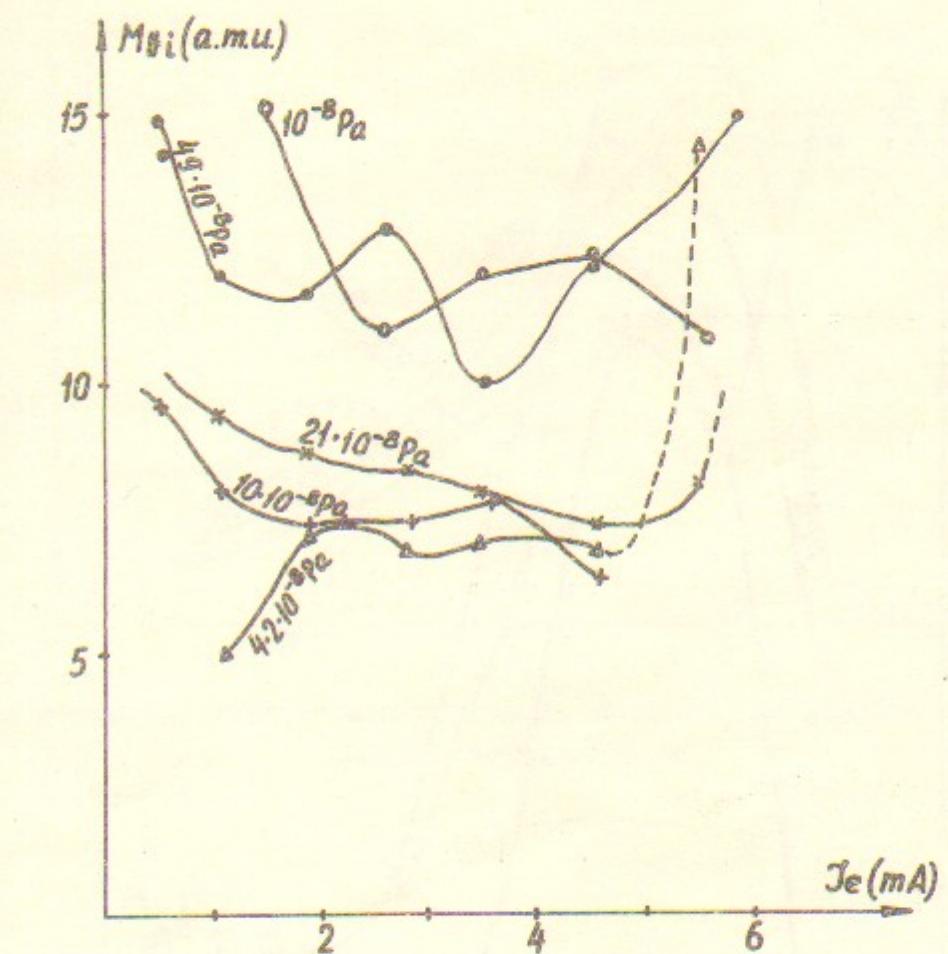


Рис. 27. Масса компенсирующих ионов, определение из продольных спектров.

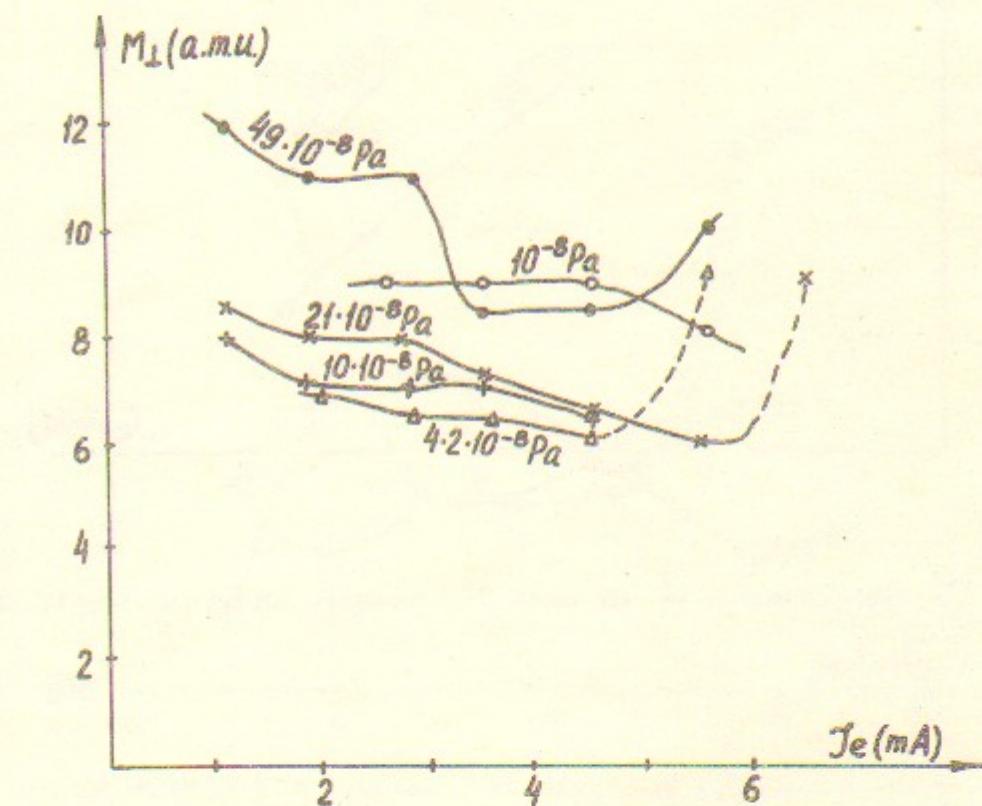


Рис. 28. Масса компенсирующих ионов, определение из поперечных спектров вынужденных колебаний.

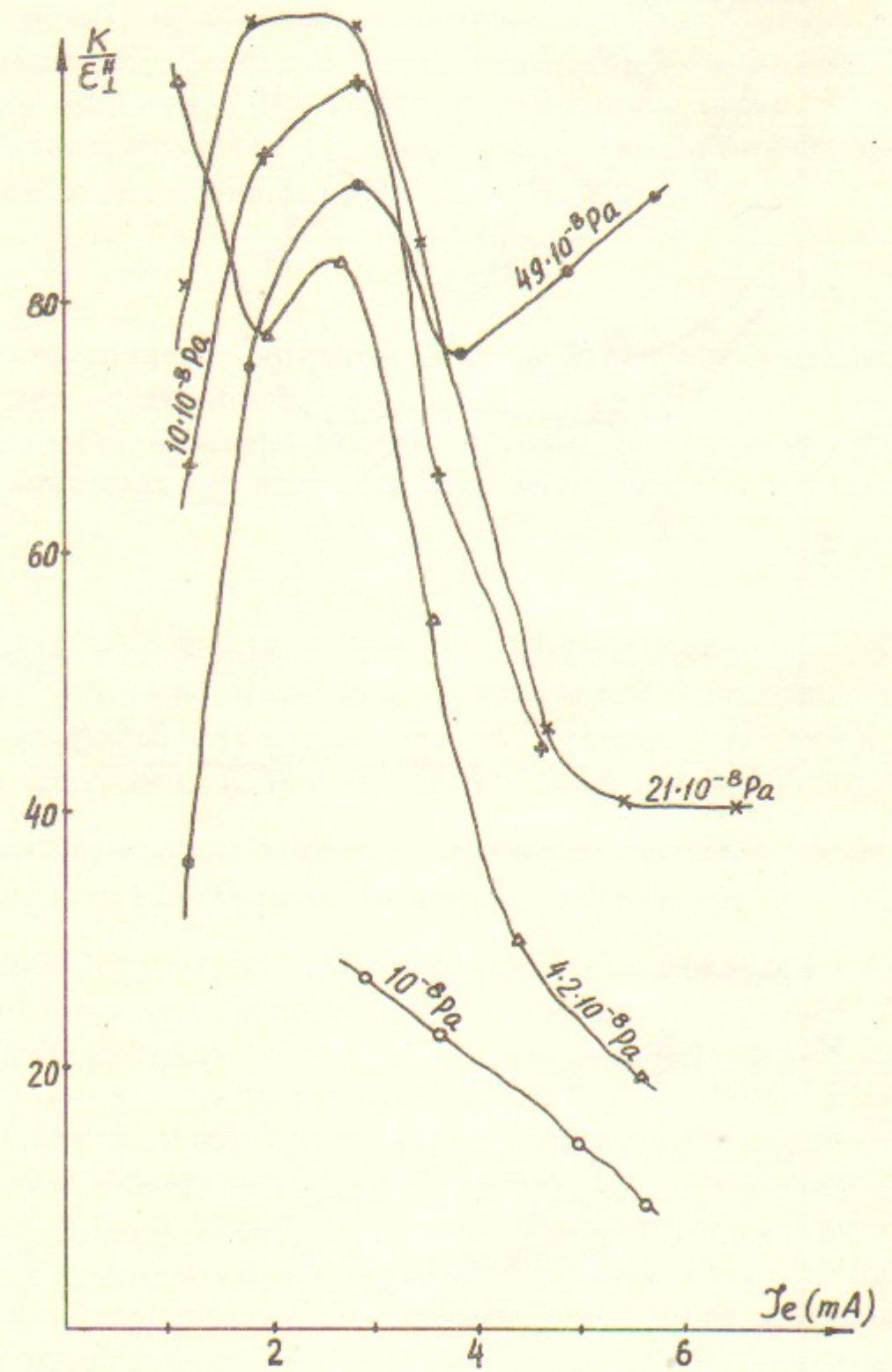


Рис. 29. Зависимость  $\frac{K}{\epsilon_{\perp}''}$  от тока для разного вакуума.  $L=40$  см.

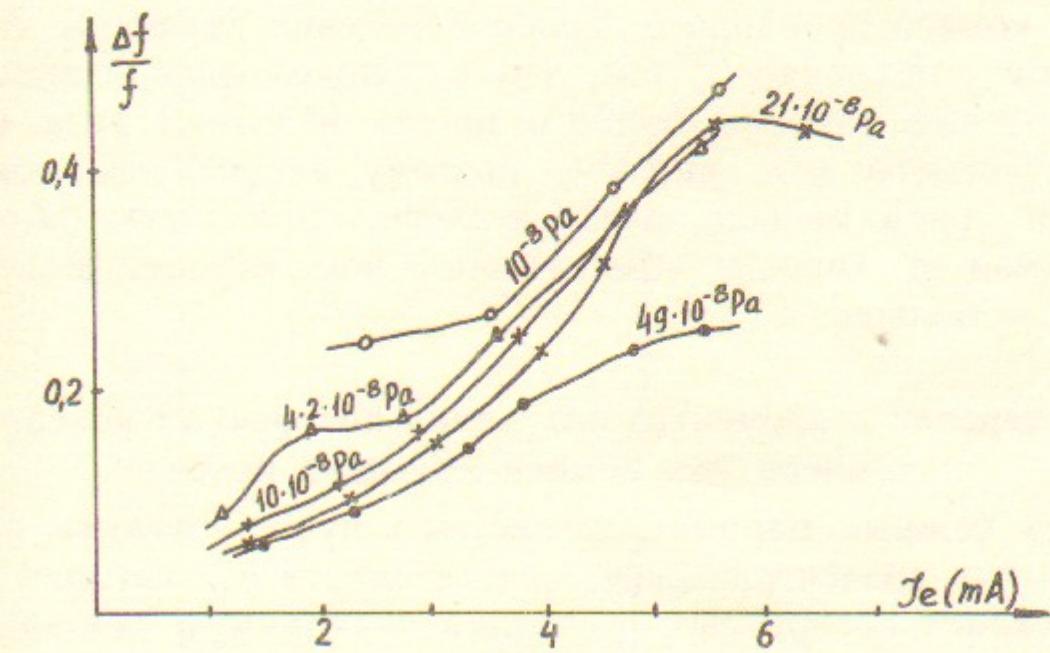


Рис. 30. Добротность спектра вынужденных поперечных колебаний (ширина на полувысоте)  $L=40$  см.

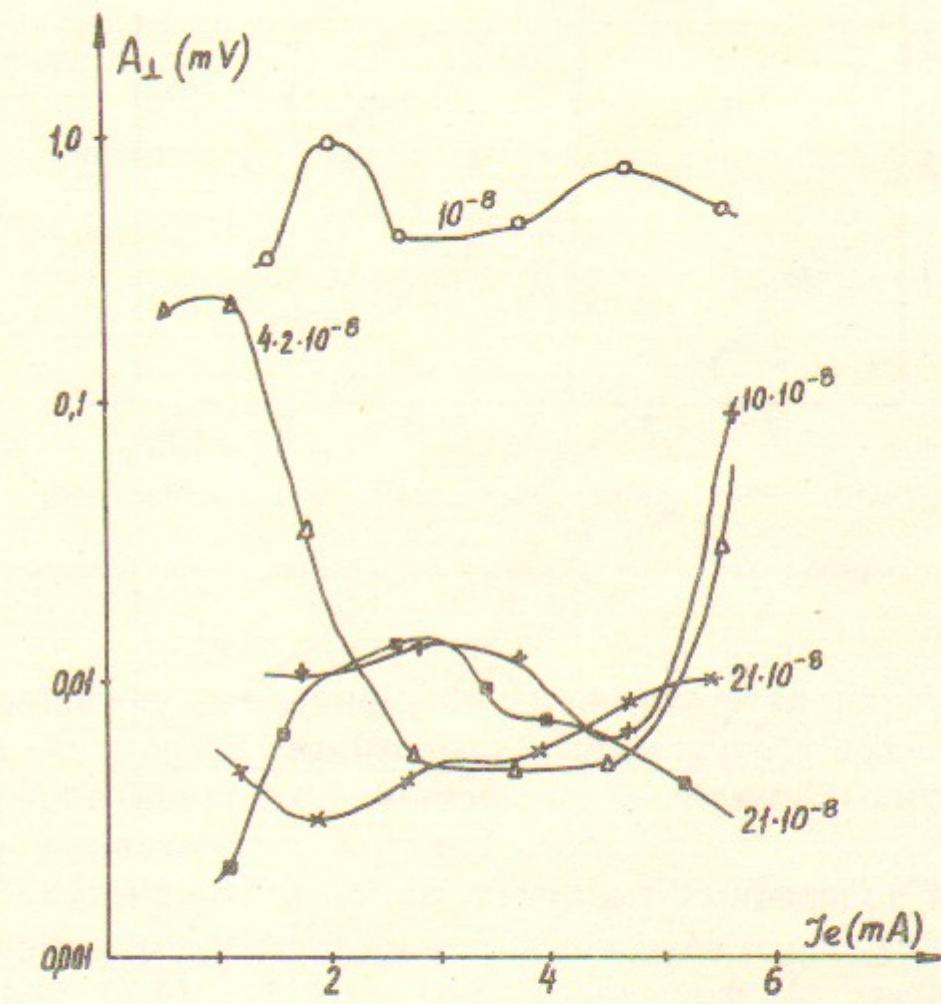


Рис. 31. Амплитуда собственных тепловых колебаний ионов.

$L=40$  см,  $A_{\perp} = \sqrt{A_{\text{вс}}^2 \Delta \omega} \cdot 1$  мВ сигнала соответствует отклонению ионов  $\frac{10^{-3}}{I_e (\text{mA})}$ , см.

частично компенсированного. Такое поведение величины  $\langle M_i/Z_i \rangle$ , по-видимому, объясняется тем, что в недокомпенсированном случае поперечные размеры ионного шнуря в 1.5—2 раза больше, чем электронного (см. рис. 19), поэтому вероятность повторной ионизации ионов меньше, следовательно, зарядность  $\langle Z_i \rangle$  будет меньше, чем в хорошо компенсированном случае, а величина  $\langle M_i/Z_i \rangle$  — больше.

### 6.3. Измерение декрементов затухания поперечных колебаний и температуры компенсирующих ионов

Одним из важных параметров системы пучок—плазма является мнимая часть диэлектрической проницаемости  $\epsilon''_{\perp}$ , которая определяет затухание поперечных колебаний и напрямую связана с температурой компенсирующих ионов. Величину  $\epsilon''_{\perp}$  можно определить

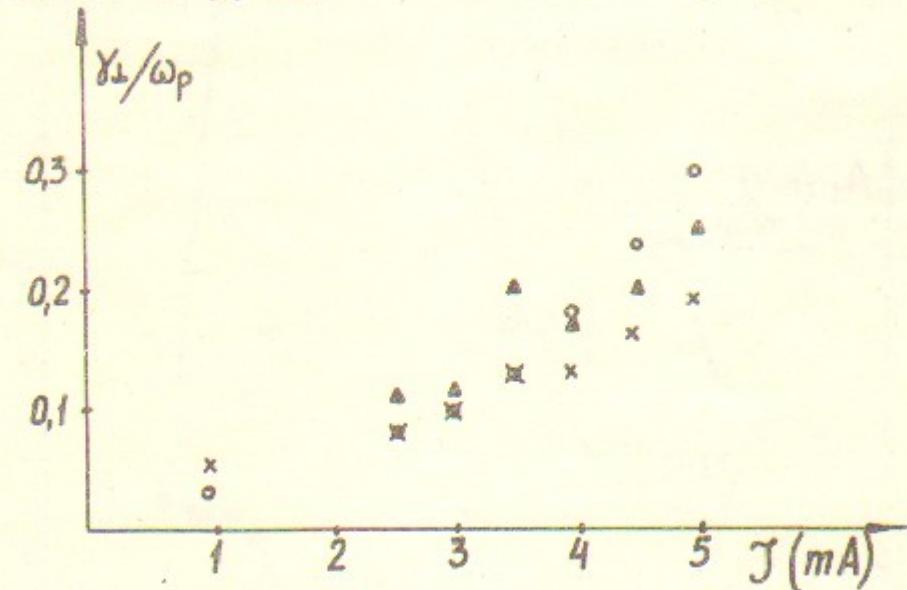


Рис. 32. Декремент поперечных колебаний  $\gamma_{\perp}$ , отнесенный к частоте  $\omega_{\perp} (\epsilon'' = 2\gamma_{\perp}/\omega_{\perp})$ :  
о — вычисления по ширине пика;  $x$  — по коэффициенту усиления;  $\Delta$  — по температуре.  $L = 40$  см,  $p = 10^{-7}$  Па.

из различных характеристик: из коэффициента усиления, из добротности спектра вынужденных поперечных колебаний, из амплитуды собственных тепловых поперечных колебаний ионного пучка. Величины  $K_{\max}/\epsilon''_{\perp}$ , добротность спектра вынужденных колебаний и амплитуда поперечных тепловых шумов в зависимости от тока и давления остаточного газа показаны на рис. 29—31. Определенная из этих данных по формулам (3.8) — (3.11), (4.1) величина  $\epsilon''_{\perp}$  показана на рис. 32. Видно, что в хорошо компенсированном случае  $\epsilon''_{\perp} \approx 0.1 \div 0.3$  и слабо зависит от способа определения. Некоторое отличие может быть связано с тем, что в экспериментах, как правило, плазменная и ларморовская частоты ионов достаточно

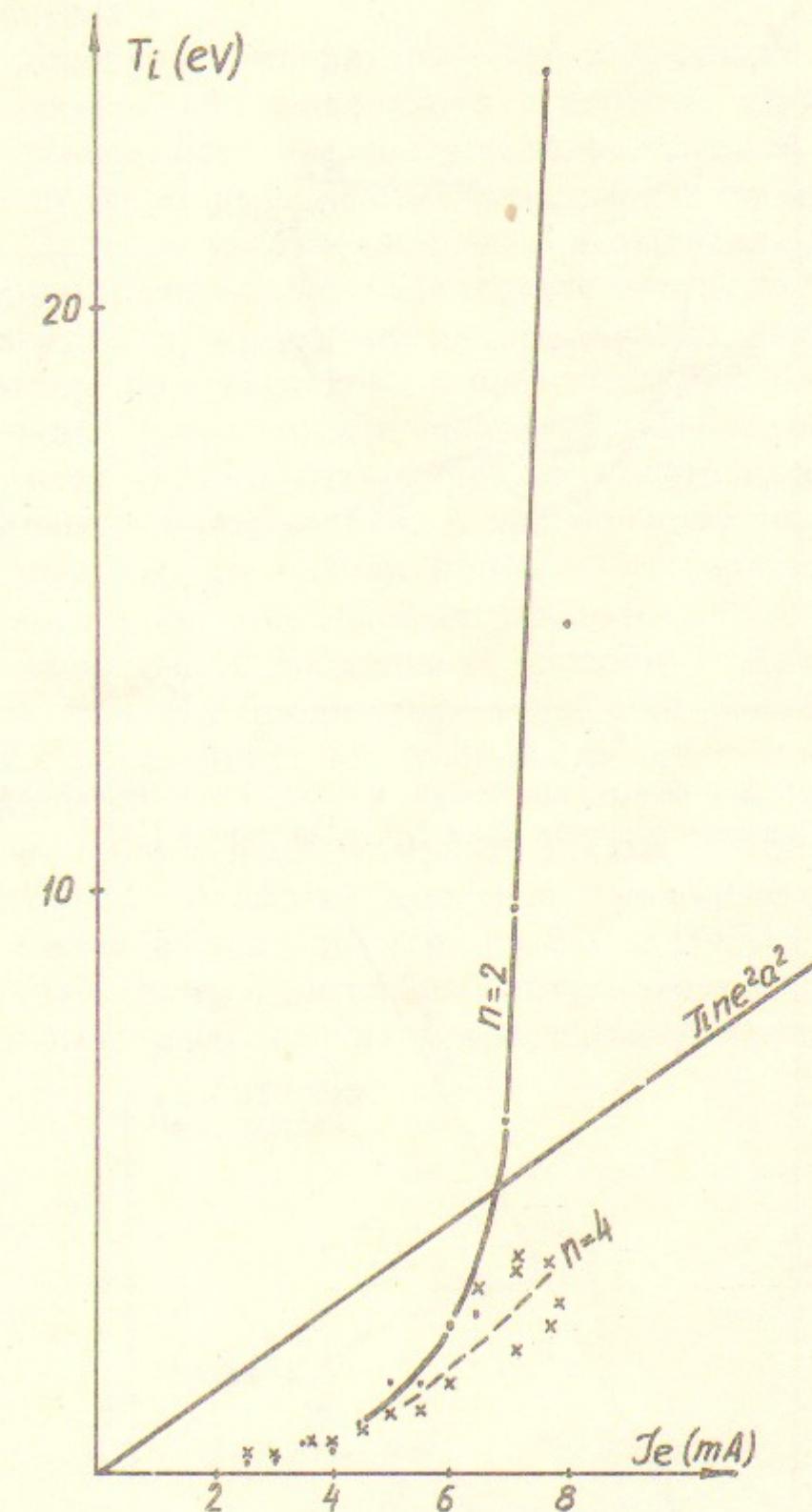


Рис. 33. Температура ионов, определенная из мощности теплового продольного шума в зависимости от тока.  
 $L = 40$  см;  $n$  — номер гармоники, по которой определялась температура.

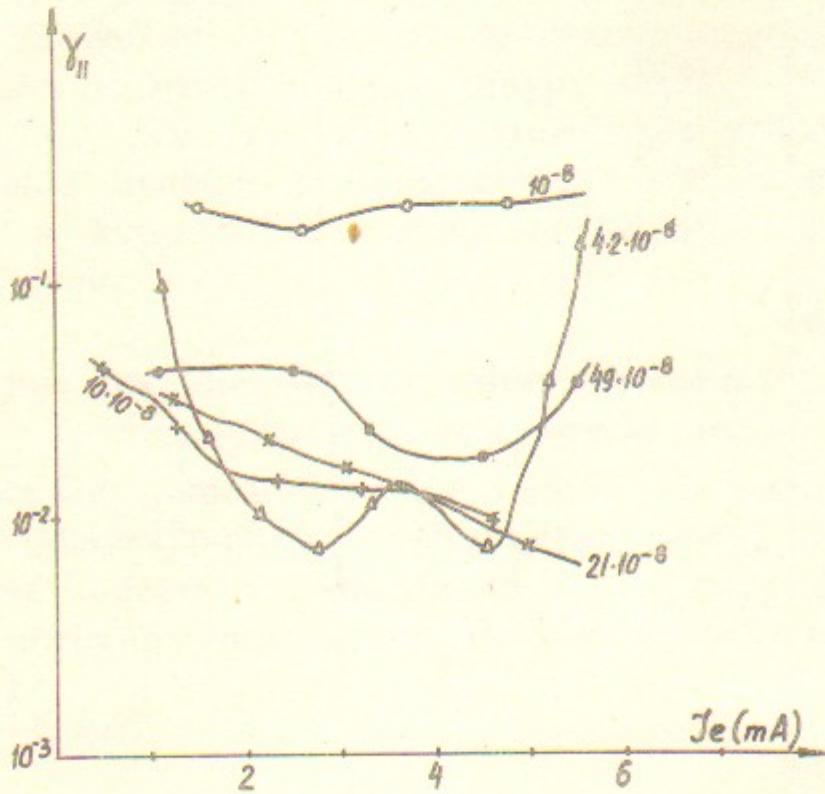


Рис. 34. Декремент продольных колебаний ионов, определенный как добавка к фазовой скорости  $u(1+i\gamma_{||})$  (давление в Па).

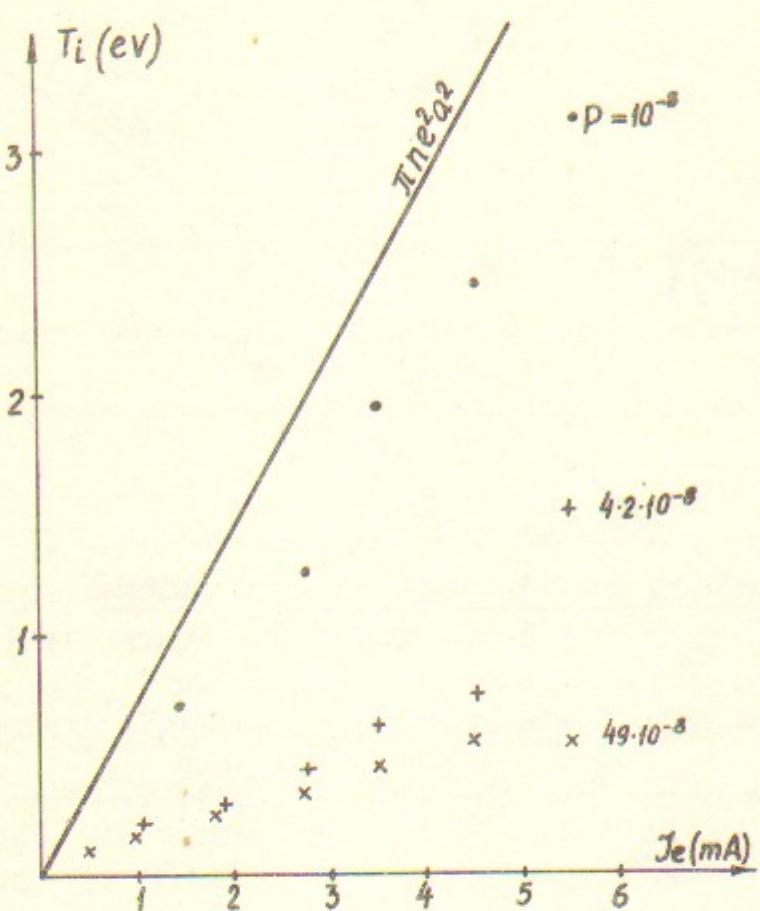


Рис. 35. Температура компенсирующих ионов, полученная из декрементов затухания продольных колебаний.

близки по величине и поэтому замагниченность может проявиться в виде изменения  $\varepsilon''$ .

На рис. 33 показана температура компенсирующих ионов, определенная из измерений продольного теплового шума (см. п. 4.2). Видно, что зависимость температуры, определенной по второй гармонике, имеет ярко выраженный пороговый характер с порогом  $I_e = 7.7$  мА. Далее с увеличением тока вспыхивала неустойчивость и компенсация разрушалась. Поведение температуры, определенной из четвертой гармоники, предположительно, также имеет пороговый характер, но с несколько и большим порогом по току электронного пучка. Строго говоря, лишь при малых токах, где температуры во всех гармониках совпадают, состояние было реально термодинамически равновесным. А при больших токах возрастание шума, который уже не связан прямо с температурой, свидетельствует о появлении надтепловых продольных колебаний ионов. Пороговая зависимость продольных колебаний указывает на связь низкочастотной части продольных колебаний ионов с механизмом возбуждения поперечной неустойчивости, ответственной за срыв компенсации.

Наиболее точные и достоверные данные о температуре ионов мы получали из обработки спектров продольных вынужденных колебаний малой амплитуды (см. пп. 2.3, 2.4). Считая, что декремент обусловлен столкновительным затуханием и затуханием Ландау можно было выделить их относительный вклад и определить

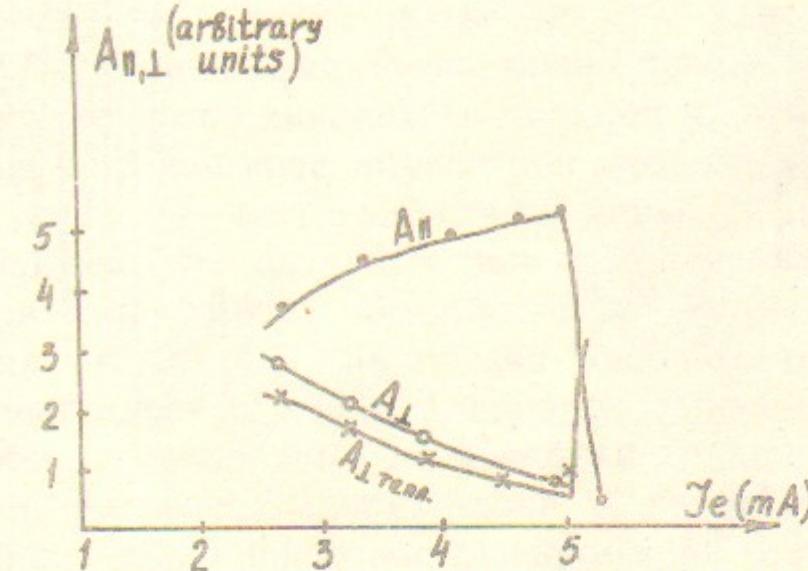


Рис. 36. Зависимость от тока при приближении к порогу неустойчивости (5 мА) амплитуд собственных продольных  $A_{||}$  и поперечных  $A_{\perp \text{тепл}}$  а также амплитуд вынужденных поперечных колебаний  $A_{\perp}$ .  $L = 40$  см.

температуру. Однако и этот результат довольно сильно зависит от наличия в массовом спектре легких ионов, например, водорода. На

рис. 34 показаны декременты затухания, а на рис. 35 температуры ионов в предположении, что массовый состав идентичен изображенному на рис. 21 в случае компенсированного состояния (количество наиболее легкого элемента — гелия составляет  $\sim 5\%$ ). Значения температур, полученных из продольных спектров и из спектров электростатических шумов, находятся в хорошем согласии.

Еще одно подтверждение связи собственных продольных колебаний ионов с возбуждением неустойчивости видно из рис. 36, где показаны зависимости амплитуд продольных и поперечных колебаний, измеренных в зависимости от тока. Видно, что при приближении к порогу амплитуда продольных колебаний растет, а поперечных даже несколько уменьшается. Такое поведение свидетельствует в пользу того, что обратная связь для поперечных колебаний может осуществляться через продольные волны.

#### 6.4. Характеристика неустойчивого состояния с частичной компенсацией

При увеличении тока электронов выше порогового вспыхивает неустойчивость, т. е. развиваются аксиально-несимметричные колебания пучка. Степень компенсации при этом может составлять, в зависимости от давления остаточного газа, 50—70%. Амплитуда поперечных колебаний пучка во времени не постоянна, она резко увеличивается при вспышках неустойчивости. Во время вспышек амплитуда колебаний, происходящих на резонансной частоте (близкой к (3.10)) увеличивается, затем снова уменьшается, и, по-видимому, вспышка описывается выражением (3.5). Длительность одной вспышки порядка нескольких сотен периодов заполняющей частоты, а частота повторения вспышек 50—200 Гц в зависимости от тока, давления остаточного газа.

Экспериментально было подтверждено, что компенсация пространственного заряда скачкообразно уменьшается при вспышках аксиально-нессимметричных колебаний. Во время таких вспышек амплитуда поперечных колебаний ионов относительно электронов возрастает на порядок и больше по сравнению с состоянием между вспышками. На рис. 37 представлены сигналы с пикап-электрода, подключенного на измерение поперечных колебаний на участке компенсации. Отчетливо видно разное поведение этих колебаний до и после возбуждения неустойчивости: кроме увеличения амплитуды, появляются вспышки длительностью 1 мс и скважностью 2—10. На рис. 38 показаны суммовой и разностный сигналы во время одной вспышки. Видно, что в суммовом сигнале во время

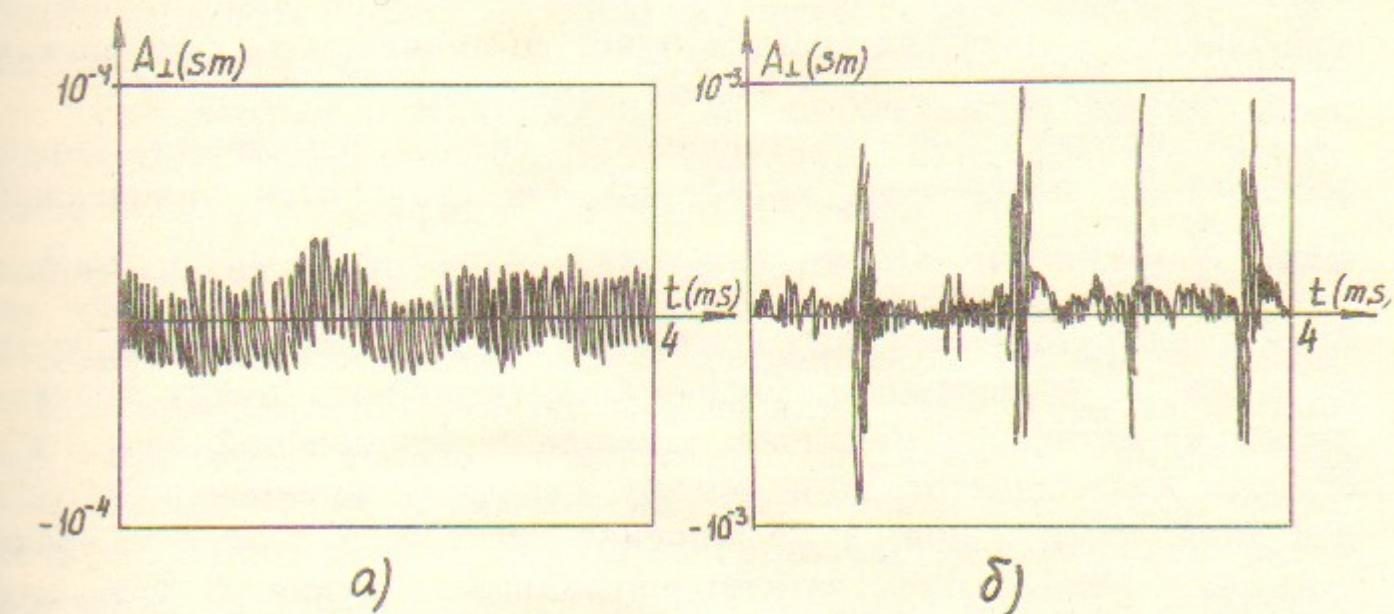


Рис. 37. Поперечные электрон-ионные колебания, измеренные пикап-электродом в состоянии:  
а) устойчивом, б) неустойчивом.  $I_e = 1.2 \text{ мА}$ ,  $B = 3 \text{ кГс}$ ,  $P_{\text{ост}} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ .

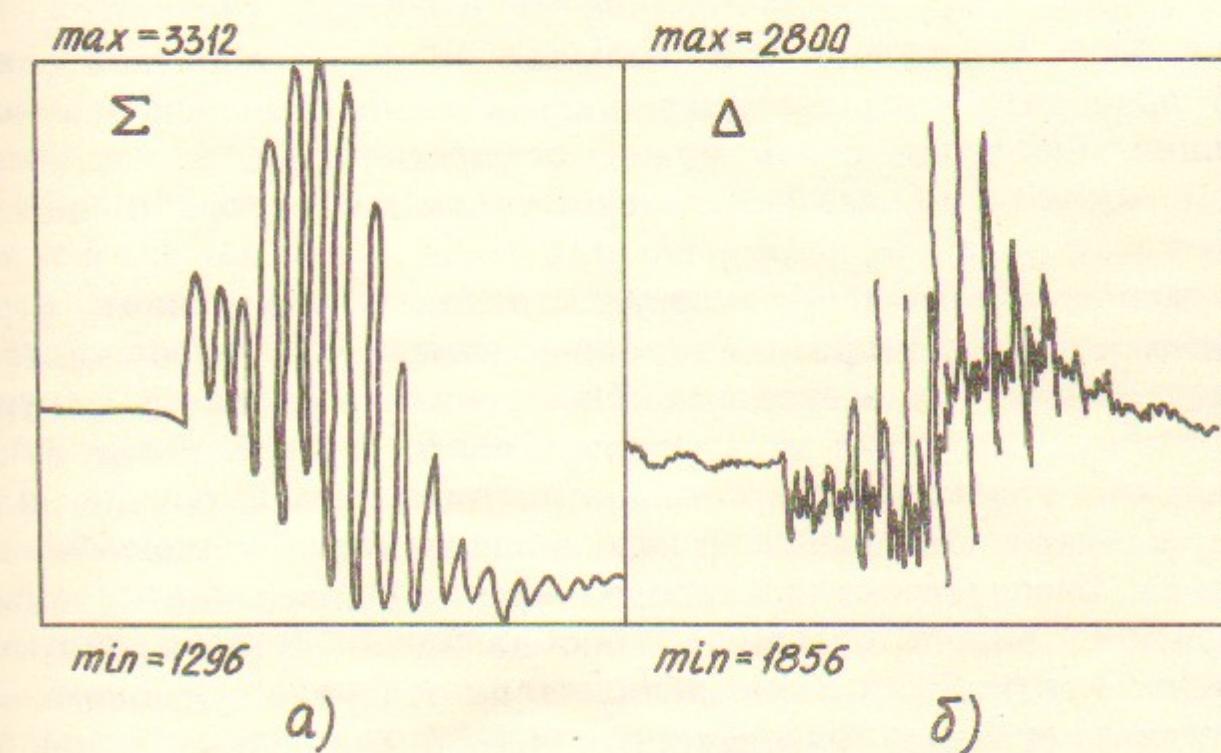


Рис. 38. Сигналы с пикап-электрода во время одной вспышки поперечных колебаний:  
а) суммовой сигнал, б) разностный. Время измерения 1 мс. Единицы измерения относительные.

вспышки происходит понижение уровня сигнала, что говорит об уменьшении количества ионов в пучке со временем за счет раскачки поперечных колебаний большой амплитуды.

При возбуждении неустойчивости сильно изменяется спектр собственных поперечных колебаний. Он становится значительно шире  $\frac{\Delta f}{f} \sim 0.1 \div 0.2$  и заметно сдвигается в сторону низких частот.

Хотя амплитуда поперечных колебаний ( $\leq 10^{-2}$  см) в обоих случаях мала по сравнению с радиусом электронного пучка спектры имеют качественное различие. Смещение резонансной частоты в область малых частот, по-видимому, связано с уменьшением средней зарядности ионов, а расширение спектра, в первую очередь, связано с разрушением электронейтральности пучка. В этом случае каждый сорт ионов откликается на своей частоте и в спектре появляется несколько пиков. Так как пики значительно перекрываются между собой, то результирующий спектр видится в виде широкого пика с несколькими вершинами.

### 6.5. Измерение обратной связи, осуществляемой вторичными электронами

Как было показано в п. 3, большая величина обратной связи может приводить к ограничению токов хорошо компенсированного состояния. Обратная связь может осуществляться, в частности, вторичными электронами — отраженными от коллектора и ионизационными.

Величина обратной связи, осуществляемой электронами, отраженными от коллектора электронов, измерялась возбуждением волны во вторичных электронах. Измерения проводились следующим образом. Из пучка отсасывались ионы, затем в конце пучка на пластине подавалось переменное напряжение и в случае наличия отраженных электронов по нему, в зависимости от способа возбуждения, распространялась продольная или поперечная волна в направлении, обратном направлению движения основного пучка. Величина обратной связи определялась по величине суммового или разностного сигнала, наведенного вторичными электронами на пикап-электрод, расположенный в начале пучка, синхронным детектированием с сигналом возбуждения. Такие измерения показали, что в случае, когда созданы условия для минимального отражения электронов от коллектора (+600 В на коллекторе) величина обратной связи через отраженные электроны не превышает  $10^{-4}$ . Если потенциал коллектора уменьшать до нуля или

делать отрицательным, то обратная связь может достигать нескольких процентов. В соответствии с этим при подаче нулевого или отрицательного напряжения на коллектор не наблюдалось устойчивого компенсированного состояния электронного пучка, ввиду большого коэффициента обратной связи.

Были проведены также и эксперименты по определению влияния электронов ионизации на обратную связь в системе и, соответственно, на устойчивость. Ионизационные электроны специально накапливались на участке компенсации. Для этого на кольцевой электрод вблизи коллектора подавалось напряжение ( $-100 \div 400$  В), не влияющие на прохождение электронов пучка, но достаточное для отражения электронов, рожденных в актах ионизации на участке компенсации. Поскольку в начале установки для этих электронов «пробкой» служит отрицательное напряжение катода электронной пушки, то внутри участка компенсации концентрация  $n_{e_2}$  возрастила, по крайней мере, на порядок по сравнению с обычной ситуацией и в зависимости от вакуума достигала 1—6%. Однако каких-либо изменений  $j_{cr}$  и степени компенсации не происходило, что говорит о весьма малом коэффициенте обратной связи через электроны ионизации.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В установке с высоким вакуумом ( $10^{-8} \div 10^{-10}$  Торр) и сильным магнитным полем (1—4 кГс) электронный пучок, движущийся вдоль силовых линий магнитного поля, ионизует атомы остаточного газа. Заряд образующихся ионов, если принять дополнительные меры по их накоплению, может компенсировать пространственный заряд электронного пучка.

В образующейся электронно-ионной плазме могут возбуждаться дипольные колебания ионного столба и электронного пучка друг относительно друга в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. В случае устойчивости данных поперечных волн, при их внешнем возбуждении, амплитуда колебаний конечна и экспоненциально возрастает по направлению движения электронного пучка. При плотности электронного тока, превышающей экспериментально определенное пороговое значение:

$$j_{th} = \frac{v_0^2 B}{3.8 L c}$$

( $v_0$  — скорость электронов,  $B$  — величина магнитного поля,  $L$  — дли-

на участка компенсации,  $c$  — скорость света), поперечные колебания перестают быть устойчивыми, их амплитуда увеличивается на несколько порядков величины, что приводит к резкому увеличению температуры ионов и уменьшению их количества, так что степень компенсации падает до 40—70%.

Такая неустойчивость связана с существованием обратной связи, при которой колебания в конце участка компенсации воздействуют на начало. Пути передачи могут быть различными: через связь продольных ионных и поперечных электрон-ионных волн; через электроны, отраженные от коллектора электронов; электроны, рожденные при ионизации остаточного газа; и т. д. Экспериментально подтверждено определяющее влияние первых двух типов обратной связи.

Обнаружено существование неустойчивости и в области малых токов (в несколько раз меньших  $j_{th}$ ), где степень компенсации также скачком уменьшается до 50%.

Исследования устойчивого состояния системы показывают, что степень компенсации в этом состоянии отлична от единицы менее чем на 10%; температура компенсирующих ионов значительно меньше разности потенциалов между центром и краем некомпенсированного электронного пучка; массовый состав характеризуется средним значением  $M_i/Z_i$  порядка 5—7 и малой долей ионов с большим  $M_i/Z_i$  по сравнению с неустойчивым состоянием.

В ходе экспериментального изучения компенсированного электронного пучка было использовано большое количество различных методов диагностики, в том числе и оригинальных, результаты которых находятся в хорошем согласии между собой, что повышает достоверность полученных результатов.

### Приложение 1 ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ИОННОГО СТОЛБА

Найдем решение системы уравнений (3.4), связанное с начальным значением ионных амплитуд  $\xi_i(z)|_{t=0}$ . Предположим, что пучок компенсирован ионами одного сорта, и сделаем в уравнениях (3.4) преобразование Лапласа по времени, в предположении, что при  $t=0$  для любого  $z>0$  ионы имеют постоянное смещение  $\xi_i|_{t=0}=\xi_0$ ,  $\frac{\partial \xi_i}{\partial t}|_{t=0}=0$ . Тогда можно получить:

$$i\omega\xi_e + v_0 \frac{\partial \xi_e}{\partial z} = -\frac{i\omega_p^2}{2\Omega_i}(\xi_i - \xi_e), \\ -\omega^2\xi_i - i\omega\xi_{i0} = -\frac{\omega_p^2}{2}(\xi_i - \xi_e) + i\Omega_i(i\omega\xi_i - \xi_{i0}), \quad (\text{П1.1})$$

где затуханием  $\gamma$  мы пока пренебрегли. Отсюда уравнение на  $\xi_e$ :

$$\frac{\partial \xi_e}{\partial z} = -\frac{i}{v_0} \left[ \omega + \frac{\omega_p^2}{2\Omega_i} \frac{(\Omega_i - \omega)}{\left( \omega^2 - \omega\Omega_i - \frac{\omega_p^2}{2} \right)} \right] \xi_e + \frac{(\Omega_i - \omega)\xi_{i0}}{\left( \omega^2 - \omega\Omega_i - \frac{\omega_p^2}{2} \right)} \frac{\omega_p^2}{2\Omega_i v_0}. \quad (\text{П1.2})$$

Решение, отвечающее условию  $\xi_e(z=0)=0$ , записывается в виде

$$\xi_e = \frac{e^{i\omega z} - 1}{i\omega} \frac{(\Omega_i - \omega)}{\left( \omega^2 - \omega\Omega_i - \frac{\omega_p^2}{2} \right)} \frac{\omega_p^2}{2\Omega_i v_0} \xi_{i0}, \quad (\text{П1.3})$$

где

$$\dot{\omega} = -\frac{\omega^2}{v_0} \frac{(\omega - \omega_1)}{(\omega - \omega_2)(\omega - \omega_3)}, \quad \omega_1 = \Omega_i + \frac{\omega_p^2}{2\Omega_i}, \\ \frac{\omega_p^2}{2} = \frac{2\pi ne^2}{M}, \quad \omega_{2,3} = \frac{\Omega_i}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega_i^2}{4} + \frac{\omega_p^2}{2}}.$$

Обратное преобразование Лапласа дает зависимость амплитуды электронных колебаний от времени:

$$\xi_e(t) = \frac{\xi_{i0}\omega_p^2}{2\pi i\Omega_i^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega_0 t} \frac{(e^{i\omega z} - 1)(\Omega - \omega)}{\omega^2(\omega - \omega_1)} d\omega. \quad (\text{П1.4})$$

Наибольший вклад в интеграл дают особые точки, где обращаются в нуль знаменатели показателя экспоненты. Поэтому в асимптотике  $t \rightarrow \infty$  для интеграла можно записать:

$$I \simeq \frac{(\Omega - \omega_2) e^{i\omega_2 t}}{\omega_2^2(\omega_2 - \omega_1)} \int \exp\left(i\omega t + \frac{i\omega_2 z}{\omega}\right) d\omega + \\ + \frac{(\Omega - \omega_3) e^{i\omega_3 t}}{\omega_3^2(\omega_3 - \omega_1)} \int \exp\left(i\omega t + \frac{i\omega_3 z}{\omega}\right) d\omega, \quad (\text{П1.5})$$

где

$$\omega_{2,3} = -\frac{\omega_{2,3}^2}{v_0} \frac{(\omega_{2,3} - \omega_1)}{(\omega_{2,3} - \omega_{3,2})}.$$

Так как, согласно таблице преобразований Лапласа [18]:

$$\int \exp\left(i\omega t + \frac{i\omega_2 z}{\omega}\right) d\omega =$$

$$= \int \exp\left(ts - \frac{\kappa_2 z}{s}\right) \frac{ds}{s^2} \frac{i\kappa_2 z}{t} \rightarrow -\sqrt{\frac{\kappa_2 z}{t}} J_1(2\sqrt{\kappa_2 z t}). \quad (\text{П1.6})$$

А асимптотика функции Бесселя

$$J_1(x) \sim -\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \quad \text{при } x \rightarrow \infty, \quad (\text{П1.7})$$

то при  $t \rightarrow \infty$  определяющий вклад в интеграл будет давать слагаемое с  $J_1(2\sqrt{|\kappa_3| z t})$ , поскольку  $\kappa_3 < 0$ :

$$\xi_e(t) = \frac{\xi_{e0} \omega_p^2}{8\pi^{3/2} \Omega_i} \frac{(\Omega_i - \omega_3) e^{i\omega_3 t}}{\omega_3^2(\omega_3 - \omega_1)} \frac{(|\kappa_3| z)^{1/4}}{t^{3/4}} \exp(2\sqrt{|\kappa_3| z t}). \quad (\text{П1.8})$$

Таким образом, в пренебрежении диссипацией, после отклонения ионов на некоторую величину возникают колебания, амплитуда которых неограниченно возрастает. Для учета влияния трения на поведение решения при  $t \rightarrow \infty$  достаточно учесть его в множителе  $e^{i\gamma_\perp t}$ . При этом зависимость амплитуды колебаний от времени будет

$$\xi_e(t) \sim \exp\left(-\frac{\gamma_\perp t}{2}\left(1 - \frac{\Omega_i}{2\sqrt{\frac{\Omega_i^2}{4} + \frac{\omega_p^2}{2}}}\right) + 2\sqrt{|\kappa_3| z t}\right). \quad (\text{П1.9})$$

Т. е. при учете затухания амплитуда колебаний ограничена. Момент времени, когда амплитуда достигает максимума

$$t_{\max} \sim \frac{4|\kappa_3| z}{\gamma_\perp^2 \left(1 - \frac{\Omega_i}{2\sqrt{\frac{\Omega_i^2}{4} + \frac{\omega_p^2}{2}}}\right)^2}, \quad (\text{П1.10})$$

а амплитуда колебаний в этот момент:

$$\xi_{\max} \sim \exp\left[\frac{z\omega_p^2}{2\gamma_\perp v_0 \Omega_i} \left(\frac{\Omega_i}{2} + \sqrt{\frac{\Omega_i^2}{4} + \frac{\omega_p^2}{2}}\right)\right]. \quad (\text{П1.11})$$

## Приложение 2 РАСЧЕТ ЗАТУХАНИЯ ЛАНДАУ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН

Простой и эффективный метод вычисления декремента затухания поперечных волн в компенсированном электронном пучке предложен А.В. Буровым.

Ниже будет рассматриваться двумерный случай, когда цилиндрический электронный пучок радиуса  $a$  с одинаковой по сечению плотностью заряда  $n_0$ , компенсирован ионами массы  $M$  и зарядом

$Ze$ . В интересующем нас случае слабозамагнченных ионов  $\omega_p \gg \Omega_i = \frac{Z_i e B}{Mc}$  в системе развиваются поперечные дипольные колебания на резонансной частоте (ср. (3.10)):

$$\omega_\perp = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2\pi n_0 e^2 Z_i}{M}}. \quad (\text{П2.1})$$

Возникающее при этом электрическое поле волны однородно внутри пучка и является полем диполя снаружи.

Невозмущенное электрическим полем движение ионов прямолинейно и равномерно от одного столкновения со стенкой до другого. При каждом столкновении с границей пучка направление скорости иона меняется на некоторый угол  $\phi$  (различный для разных частиц). Толщина слоя, в котором меняется направление скорости иона, порядка дебаевского радиуса  $r_D$ , а поскольку условие высокой компенсации требует  $r_D \ll a$  ( $a$  — радиус пучка), то взаимодействие иона с границей пучка можно с хорошим приближением считать отражением от упругой жесткой стенки.

В 2D геометрии удобно работать с комплекснозначными величинами  $v = v_x + i v_y$ ,  $E = E_x + i E_y = E_0 e^{i\omega t + \delta t}$ . Малый декремент  $\delta$  введен для согласования начальных условий при  $t \rightarrow -\infty$  и для упрощения последующих вычислений. Пусть в отсутствие поля волны функция распределения ионов имеет максвелловский вид:

$$f_0 \sim \exp\left(-\frac{v^2}{2v_T^2}\right). \quad (\text{П2.2})$$

Кинетическое уравнение на возмущение функции распределения электрическим полем волны:

$$\frac{d\tilde{f}}{dt} = -\frac{Z_i e}{M} \left(E, \frac{\partial f_0}{\partial v}\right),$$

что дает:

$$\tilde{f} = -\frac{Z_i e}{M} \left[ \int_{-\infty}^t (E(t'), v(t')) dt' \right] \frac{\partial f_0}{\partial(v^2/2)}. \quad (\text{П2.3})$$

Передача энергии волны ионам составляет (в единицу времени)

$$Q = \int d\Gamma \overline{\tilde{f}(ZeE, v)} = -\frac{Z_i^2 e^2}{M} \int d\Gamma \frac{\partial f_0}{\partial(v^2/2)} \operatorname{Re}(Ev^*) \operatorname{Re} \int_{-\infty}^t dt' Ev'^*, \quad (\text{П2.4})$$

где как обычно  $d\Gamma$  — элемент фазового объема. Поскольку через время  $T$  между столкновениями скорость иона меняет направление на угол  $\varphi$ , то

$$v(t+T) = v(t) e^{i\varphi}. \quad (\text{П2.5})$$

Поэтому для периодической функции  $u(t) = v(t) \exp\left(-i\varphi \frac{t}{T}\right)$  возможно разложение в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \exp\left(2\pi i n \frac{t}{T}\right) |v| \exp\left(-i\varphi \frac{t}{T}\right) = \\ &= |v| \frac{\sin(\pi n - \varphi/2)}{\pi n - \varphi/2} = -|v| (-1)^n \frac{\sin(\varphi/2)}{\pi n - \varphi/2}. \end{aligned}$$

Тогда

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u_n \exp\left(i(\varphi - 2\pi n) \frac{t-\tau}{T}\right), \quad (\text{П2.5})$$

Здесь  $\tau$  — время до первого столкновения с границей (начальное условие для каждой частицы). Имеем далее:

$$Q = -\frac{Z_i^2 e^2}{M} \int d\Gamma \frac{\partial f_0}{\partial(v^2/2)} \times$$

$$\begin{aligned} &\times \operatorname{Re} \left[ E_0 e^{i\omega t} \sum_{-\infty}^{\infty} u_n \exp\left(-i(\varphi - 2\pi n) \frac{t-\tau}{T}\right) \right] \times \\ &\times \operatorname{Re} \left[ E_0 e^{i\omega t} \sum_m u_m \frac{\exp\left(-i(\varphi - 2\pi m) \frac{t-\tau}{T}\right)}{\delta + i\left(\omega - \frac{(\varphi - 2\pi m)}{T}\right)} \right] = \\ &= -\frac{Z_i^2 e^2}{2M} E_0^2 \int \frac{\partial f_0}{\partial(v^2/2)} d\Gamma \operatorname{Re} \sum_{m,n} \times \end{aligned} \quad (\text{П2.6})$$

$$\begin{aligned} &\times \frac{u_m u_n \exp\left(-i(2\varphi - 2\pi n - 2\pi m) \frac{t-\tau}{T} + 2i\omega t\right) + u_m u_n^* \exp\left(-2\pi i(n-m) \frac{t-\tau}{T}\right)}{\delta + i\left(\omega + \frac{2\pi m - \varphi}{T}\right)}. \end{aligned}$$

Проведя усреднения по начальным условиям ( $\tau$  меняется от 0 до  $T$ ), получим:

$$\begin{aligned} Q &= -\frac{Z_i^2 e^2}{2M} E_0^2 \int d\Gamma \frac{\partial f_0}{\partial(v^2/2)} \times \\ &\times \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m,n} \frac{u_m u_n \exp\left(-i(2\varphi - 2\pi n - 2\pi m) \frac{t}{T} + 2i\omega t\right) \sin(\varphi - \pi n - \pi m)}{\delta + i\left(\omega + \frac{2\pi m - \varphi}{T}\right)} + \right. \\ &\left. + \sum_n \frac{u_n u_n^*}{\delta + i\left(\omega + \frac{2\pi m - \varphi}{T}\right)} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П2.7})$$

Первое слагаемое в (П2.7) имеет по сравнению со вторым дополнительную малость порядка  $1/\omega T$  после усреднения по  $t$ . В приближении  $\omega T \gg 1$ , т. е. большое количество периодов колебаний волны укладывается во время между двумя столкновениями иона с границей; первым слагаемым можно пренебречь. Для частиц, которые отклоняются на угол  $\varphi$  при столкновении:

$$T = \frac{2a}{v} \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{2a}{v} \cos \psi, \quad \psi = \frac{\pi - \varphi}{2}; \quad \psi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

Тогда имеем:

$$Q = -\frac{Z_i^2 e^2 E_0^2}{2M} \sum_n \int d\Gamma \frac{\partial f_0}{\partial(v^2/2)} \operatorname{Re} \frac{|u_n|^2}{\delta + i\left(\omega + \frac{\pi(n - \frac{1}{2}) + \psi}{a \cos \psi} v\right)}. \quad (\text{П2.8})$$

Легко доказать, что в предположении равновероятного распределения по направлениям скорости частица  $\vec{v}$  внутри пучка, распределения по углу  $\psi$  будет пропорционально  $\cos^2 \psi$ . Поэтому

$$f_0 d\Gamma = \frac{2n_i}{\pi v_{T_i}^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{T_i}^2}\right) v dv dV \cos^2 \psi d\psi.$$

Условие компенсации связывает плотность ионов  $n_i$  с плотностью электронов  $n_0$ :  $Z_i n_i = n_0$ . Интеграл по скорости (П2.8) легко взять, используя правило

$$\frac{1}{z-i0} = p \frac{1}{z} + i\pi\delta(z).$$

При этом в сумме по  $n$  остаются только члены с  $n < 0$ , поскольку в скобках в (П2.8) в знаменателе величины  $v$ ,  $a$ ,  $\cos \psi$ ,  $\omega$  положительны. Выполнив указанные действия, получим

$$Q = -\frac{Z_i^2 e^2 n_0 E_0^2 V a^4 \omega^3}{2mv_{T_i}^4} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \frac{\cos^k \psi}{\left| \pi \left( k + \frac{1}{2} \right) + \psi \right|^6} \exp \left[ - \frac{a^2 \cos^2 \psi \omega^2}{2v_T^2 \left( \pi \left( k + \frac{1}{2} \right) + \psi \right)^2} \right] \quad (\text{П2.9})$$

В предположении  $k_{eff} \equiv \frac{a\omega}{v_T} \gg 1$  сумму по  $k$  можно заменить на интеграл. Выполнив после этого простое интегрирование по  $dk$  и по  $d\psi$  получим с учетом (П2.1)

$$Q = \frac{\frac{2}{3} \cdot 3}{2^{1/2} \pi^{3/2}} E_0^2 V \frac{v_T}{a}, \quad v_T = \sqrt{\frac{T_i}{M}}. \quad (\text{П2.10})$$

Полная энергия волны с учетом поля вне пучка и кинетической энергии частиц в волне составляет

$$W = V \frac{E_0^2}{2\pi}, \quad (\text{П2.11})$$

поэтому декремент затухания волн

$$\gamma_{\perp} = \frac{Q}{2W} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{v_T}{a} \quad (\text{П2.12})$$

В (П2.9) суммирование по  $k$  производится до  $\infty$ , что не вполне корректно, поскольку ввиду конечных размеров области, где происходит отражение иона от стенки ( $\sim r_D$ ) необходимо отбросить члены ряда с  $k \geq \frac{a}{\pi r_D}$ . Однако их вклад невелик и его доля оценивается сверху относительной величиной  $\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left( \frac{r_D}{a} \right)^2$ , что при условии хорошей компенсации  $r_D \ll a$  оправдывает данное пренебрежение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бурсиан В.Р., Павлов В.И. Журн. рус. физ.-хим. об-ва, 1923, т.55, с.71.
2. Будкер Г.И. Атомн. энергия, 1956, т.1, № 5, с.9.
3. Незлин М.В., Солнцев А.М. Предельные токи и электронные колебания в пучках.—ЖЭТФ, 1967, т.53, с.437.
4. Pierce I.R. Limiting Currents in Electron Beam in the Presence of Ions.—J.Appl. Phys., 1944, v.15, p.721.
5. Будкер Г.И., Скринский А.Н. Электронное охлаждение и новые возможности в физике элементарных частиц.—УФН, 1978, т.124, 4, с.561
6. Куделайнен В.И., Пархомчук В.В., Пестриков Д.В. Экспериментальное изуче-

- ние устойчивости компенсированного электронного пучка.—ЖТФ, 1983, т.53, № 5, с.870.
7. Диканский Н.С., Кот Н.Х., Куделайнен В.И. и др. Влияние знака заряда иона на силу трения при электронном охлаждении.—Препринт ИЯФ СО АН СССР 87—102. Новосибирск, 1987.
8. Незлин М.В. Динамика пучков в плазме.—М.: Энергоиздат, 1982.
9. Буров А.В. Устойчивость компенсированного пучка электронного охлаждения.—Препринт ИЯФ СО АН СССР 88—124, Новосибирск, 1988.
10. Vinograd S. On computing the DFT.—Mathematical Computation, 1978, v.32, p.175.
11. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы быстрого вычисления сверток.—М.: Радио и связь, 1985.
12. Лившиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика, М.: Наука, 1979.
13. Богданович Л.С., Рухадзе А.А. — УФН, 1971, т.103, вып.4, стр.609
14. Пархомчук В.В., Пестриков Д.В. Тепловые шумы интенсивного пучка в накопителе.—ЖТФ, 1980, т.50, № 7, стр.1411.
15. Лебедев В.А., Шарана А.Н.—ЖЭТФ, 1987, v.57, № 5, стр.975.
16. Арапов Л.Н. и др. Труды XIII Междунар. конф. по усл. част. высоких энергий. Новосибирск, 1987, т.1, стр.341
17. Куделайнен В.И., Пархомчук В.В., Пестриков Д.В. Стационарное состояние ионов, компенсирующих заряд электронного пучка.—ЖТФ, 1983, т.53, № 4, стр.691.
18. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.—М.: Наука, 1978, с.238.
19. Пискунов Г.С., Тарапышкин С.В. Двадцатичетырехразрядная ЭВМ в стандарте КАМАК.—Автометрия, 1986, № 4, с.23.

## Содержание

Введение . . . . .	3	56
1. Общее описание экспериментальной установки . . . . .	6	
2. Продольные волны. . . . .	10	
2.1. Дисперсионное уравнение в гидродинамическом приближении . . . . .	10	
2.2. Затухание продольных волн, связанных с ионами . . . . .	12	
2.3. Возбуждение стоячей продольной волны в ионном столбе конечной длины . . . . .	16	
2.4. Экспериментальное изучение распространения продольных волн . . . . .	18	
2.5. Нелинейная дисперсия . . . . .	19	
2.6. Нелинейные волны большой амплитуды . . . . .	21	
2.7. Волна раскомпенсации . . . . .	23	
2.8. Продольные волны, связанные с электронами—измерение потенциала пучка по времени пролета . . . . .	29	
3. Поперечные электрон-ионные колебания . . . . .	35	
3.1. Основные уравнения . . . . .	35	
3.2. Решение граничной задачи . . . . .	36	
3.3. Дисперсионное уравнение и оценка пороговой плотности тока . . . . .	37	
3.4. Влияние вторичных электронов . . . . .	39	
3.5. Затухание поперечных колебаний . . . . .	40	
3.6. Экспериментальное изучение вынужденных поперечных колебаний . . . . .	42	
4. Тепловые шумы . . . . .	43	
4.1. Спектральная мощность шумов продольных колебаний в ионном столбе и определение температуры ионов . . . . .	43	
4.2. Тепловые шумы поперечных колебаний . . . . .	47	
4.3. Влияние когерентного разогрева ионов . . . . .	49	
5. Методы измерения степени компенсации и зарядового состояния ионов . . . . .	50	
5.1. Ударно-дрейфовая методика определения компенсации пространственного заряда пучка . . . . .	51	
5.2. Измерение массового состава компенсирующих ионов . . . . .	54	
5.3. Методы измерения компенсации пучка с помощью электронного охлаждения . . . . .	56	
6. Экспериментальное изучение состояния компенсирующих ионов и определение пороговых токов . . . . .	59	
6.1. Область существования хорошо компенсированного состояния . . . . .	59	
6.2. Поведение массовых спектров . . . . .	62	
6.3. Измерение декрементов затухания поперечных колебаний и температуры компенсирующих ионов . . . . .	66	
6.4. Характеристика неустойчивого состояния с частичной компенсацией . . . . .	70	
6.5. Измерение обратной связи, осуществляющей вторичными электронами . . . . .	72	
Заключение . . . . .	73	
Приложение 1. Поперечные колебания ионного столба . . . . .	74	
Приложение 2. Расчет затухания Ландау поперечных волн . . . . .	76	
Литература . . . . .	80	

*А.В. Буров, В.И. Куделайнен, В.А. Лебедев,  
В.В. Пархомчук, А.А. Серый, В.Д. Шильцев*

**Экспериментальное исследование  
компенсированного состояния  
электронного пучка**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 17.08 1989 г.

Подписано в печать 23.08 1989 г. МН 10349

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 4,3 печ.л., 3,0 уч.-изд.л.

Тираж 220 экз. Бесплатно. Заказ № 116

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на ротапринте Института ядерной физики  
СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*