

Softverski algoritmi u sistemima automatskog upravljanja

Algoritmi sortiranja

Bubble sort

Ideja algoritma:

- ▶ U svakom prolasku **poredi dva susedna elementa**
- ▶ Ako su u pogrešnom redosledu → **zameni mesta**
- ▶ Nastavlja se dok **ceo niz ne postane sortiran**

8 5 3 1 4 7 9

```
def bubbleSort(niz):  
    for i in range(len(niz)):  
        for j in range(0, len(niz) - i - 1):  
            if niz[j] > niz[j + 1]:  
                niz[j], niz[j + 1] = niz[j + 1], niz[j]
```

Bubble sort

Ideja algoritma:

- ▶ U svakom prolasku **poredi dva susedna elementa**
- ▶ Ako su u pogrešnom redosledu → **zameni mesta**
- ▶ Nastavlja se dok **ceo niz ne postane sortiran**

Nema optimizacije:

- ▶ Čak i ako je niz **već sortiran** → i dalje se vrši sveukupan broj poređenja

 Jednostavan ali **neefikasan za veće nizove**

Kompleksnost:

- ▶ **Najgori slučaj:** $O(n^2)$
- ▶ **Najbolji slučaj:** $O(n^2)$ (*uvek radi sve iteracije*)

```
def bubbleSort(niz):  
    for i in range(len(niz)):  
        for j in range(0, len(niz) - i - 1):  
            if niz[j] > niz[j + 1]:  
                niz[j], niz[j + 1] = niz[j + 1], niz[j]
```

8 5 3 1 4 7 9

Bubble sort — Optimizovana verzija

Problem:

- ▶ Ako je niz **već sortiran** → nepotrebno prolazi kroz niz

Rešenje:

- ▶ Uvesti **indikator**
- ▶ Ako se u jednom prolazu ne izvrši **ni jedna** izmena:
 - ▶ **Niz je sortiran**
 - ▶ **Prekini izvršavanje**

Kompleksnost:

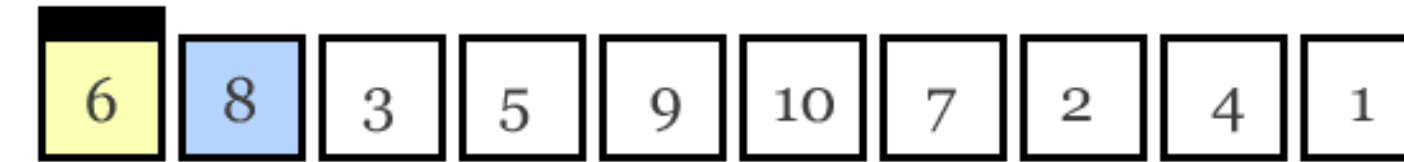
- ▶ **Najgori slučaj:** $O(n^2)$
- ▶ **Najbolji slučaj:** $O(n)$ (*niz već sortiran*)

```
def bubbleSortOptimized(niz):  
    for i in range(len(niz)):  
        izvrsenaIzmena = False  
        for j in range(0, len(niz) - i - 1):  
            if niz[j] > niz[j + 1]:  
                niz[j], niz[j + 1] = niz[j + 1], niz[j]  
                izvrsenaIzmena = True  
        if not izvrsenaIzmena:  
            break
```

Selection sort

Ideja algoritma:

- ▶ U svakom prolasku kroz niz:
 - ▶ Nađe se **najmanji element**
 - ▶ Zameni se sa **prvim nesortiranim elementom**
- ▶ Ponavlja se dok ceo niz ne postane sortiran



Yellow is smallest number found
Blue is current item
Green is sorted list

```
def selectionSort(niz):  
    for index in range(len(niz)):  
        min_index = index  
        for j in range(index + 1, len(niz)):  
            if niz[j] < niz[min_index]:  
                min_index = j  
        niz[index], niz[min_index] = niz[min_index], niz[index]
```


Selection sort

Ideja algoritma:

- ▶ U svakom prolasku kroz niz:
 - ▶ Nađe se **najmanji element**
 - ▶ Zameni se sa **prvim nesortiranim elementom**
- ▶ Ponavlja se dok ceo niz ne postane sortiran

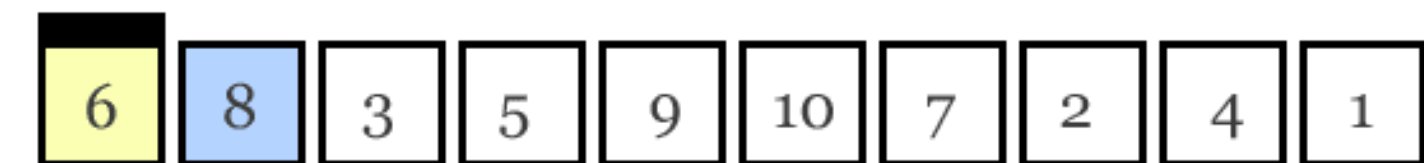
Nema optimizacije:

- ▶ Uvek se **traži minimum** do kraja niza, bez obzira na stanje elemenata
- ▶ Broj **poređenja** je uvek isti, bez obzira na to da li je niz skoro sortiran

Kompleksnost:

- ▶ **Najgori slučaj:** $O(n^2)$
- ▶ **Najbolji slučaj:** $O(n^2)$ (i dalje se traži minimum)

```
def selectionSort(niz):  
    for index in range(len(niz)):  
        min_index = index  
        for j in range(index + 1, len(niz)):  
            if niz[j] < niz[min_index]:  
                min_index = j  
        niz[index], niz[min_index] = niz[min_index], niz[index]
```



Yellow is smallest number found
Blue is current item
Green is sorted list

Insertion sort



Ideja algoritma:

- ▶ Poseća na **ređanje karata u ruci**
- ▶ U svakom koraku:
 - ▶ Uzima se **sledeći element** iz nesortiranog dela
 - ▶ Proedi se unazad i **ubacuje odgovarajuće mesto** u sortiranom delu niza
- ▶ Ponavlja se dok se ceo niz ne sortira

6 5 3 1 8 7 2 4

```
def insertionSort(niz):  
    for i in range(1, len(niz)):  
        trenutni = niz[i]  
        j = i - 1  
        while j ≥ 0 and niz[j] > trenutni:  
            niz[j + 1] = niz[j]  
            j -= 1  
        niz[j + 1] = trenutni
```

Insertion sort



Ideja algoritma:

- ▶ Poseća na **ređanje karata u ruci**
- ▶ U svakom koraku:
 - ▶ Uzima se **sledeći element** iz nesortiranog dela
 - ▶ Poredi se unazad i **ubacuje odgovarajuće mesto** u sortiranom delu niza
- ▶ Ponavlja se dok se ceo niz ne sortira

```
def insertionSort(niz):  
    for i in range(1, len(niz)):  
        trenutni = niz[i]  
        j = i - 1  
        while j ≥ 0 and niz[j] > trenutni:  
            niz[j + 1] = niz[j]  
            j -= 1  
        niz[j + 1] = trenutni
```



Nema optimizacije:

- ▶ Uvek se vrši **provera unazad** bez obzira da li je niz skoro sortiran
- ▶ Efikasan za male ili skoro sortirane nizove, ali **neefikasan za obrnut redosled**



Kompleksnost:

- ▶ **Najgori slučaj:** $O(n^2)$ (*niz je obrnuto sortiran*)
- ▶ **Najbolji slučaj:** $O(n^2)$ (*niz sortiran kako treba*)

6 5 3 1 8 7 2 4

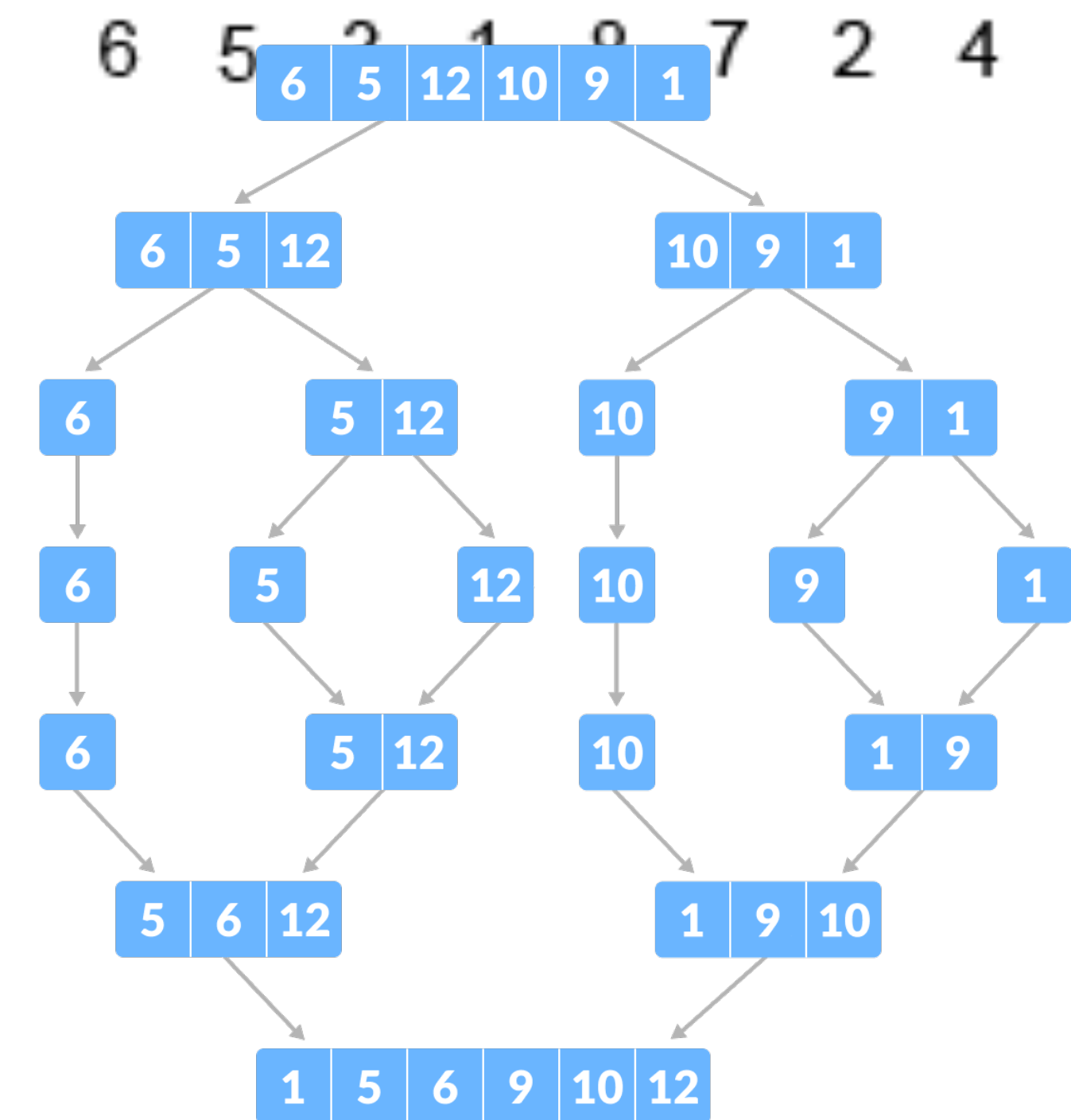
Merge sort

🧠 Ideja algoritma:

- ▶ Niz se **rekurzivno deli** na manje podnizove sve dok svaki ne sadrži samo **jedan element**
- ▶ Zatim se ti podnizovi **spajaju**, pri čemu se **elementi porede** i postavljaju na odgovarajuće mesto
- ▶ Na kraju dobijamo **jedan veliki, sortiran niz**

📈 Kompleksnost:

- ▶ **Najbolji = Prosečan = Najgori slučaj** = $O(n * \log n)$



Merge sort — Koraci algoritma

1. Podeli niz na dva dela:

```
sredina = len(niz) // 2
L = niz[:sredina]
R = niz[sredina:]
```

2. Pozovi rekurzivno mergeSort na L i R:

```
mergeSort(L)
mergeSort(R)
```

3. Spoji dva sortirana niza u jedan:

```
i = j = k = 0
while i < len(L) and j < len(R):
    if L[i] < R[j]:
        niz[k] = L[i]
        i += 1
    else:
        niz[k] = R[j]
        j += 1
    k += 1
```

4. Dodaj preostale elemente:

```
while i < len(L):
    niz[k] = L[i]
    i += 1
    k += 1

while j < len(R):
    niz[k] = R[j]
    j += 1
    k += 1
```

Merge sort — Zajedno

```
def mergeSort(niz):
    if len(niz) > 1:
        sredina = len(niz) // 2
        L = niz[:sredina]
        R = niz[sredina:]

        mergeSort(L)
        mergeSort(R)

        i = j = k = 0

        while i < len(L) and j < len(R):
            if L[i] < R[j]:
                niz[k] = L[i]
                i += 1
            else:
                niz[k] = R[j]
                j += 1
            k += 1

        while i < len(L):
            niz[k] = L[i]
            i += 1
            k += 1

        while j < len(R):
            niz[k] = R[j]
            j += 1
            k += 1
```

- ✓ **Pogodan za paralelizaciju** — nazivsne rekurzije na podnizovima
- ✓ **Stabilan algoritam** — ne menja redosled elemenata koji su jednaki
- ✓ **Deterministički** — vreme izvršavanja ne zavisi od redosleda elemenata
- ✓ **Efikasan za rad sa velikim strukturama** — pogodan za eksterno sortiranje (*fajlovi na disku*)
- ↻ Postoji više varijanti:
 - ▶ Top-down merge sort (*klasičan rekurzivni*)
 - ▶ Bottom-up merge sort (*iterativni*)
 - ▶ Natural merge sort (*iskorišćava već sortirane delove*)
 - ▶ Ping-pong merge sort (*dva niza koji se “prelivaju”*)

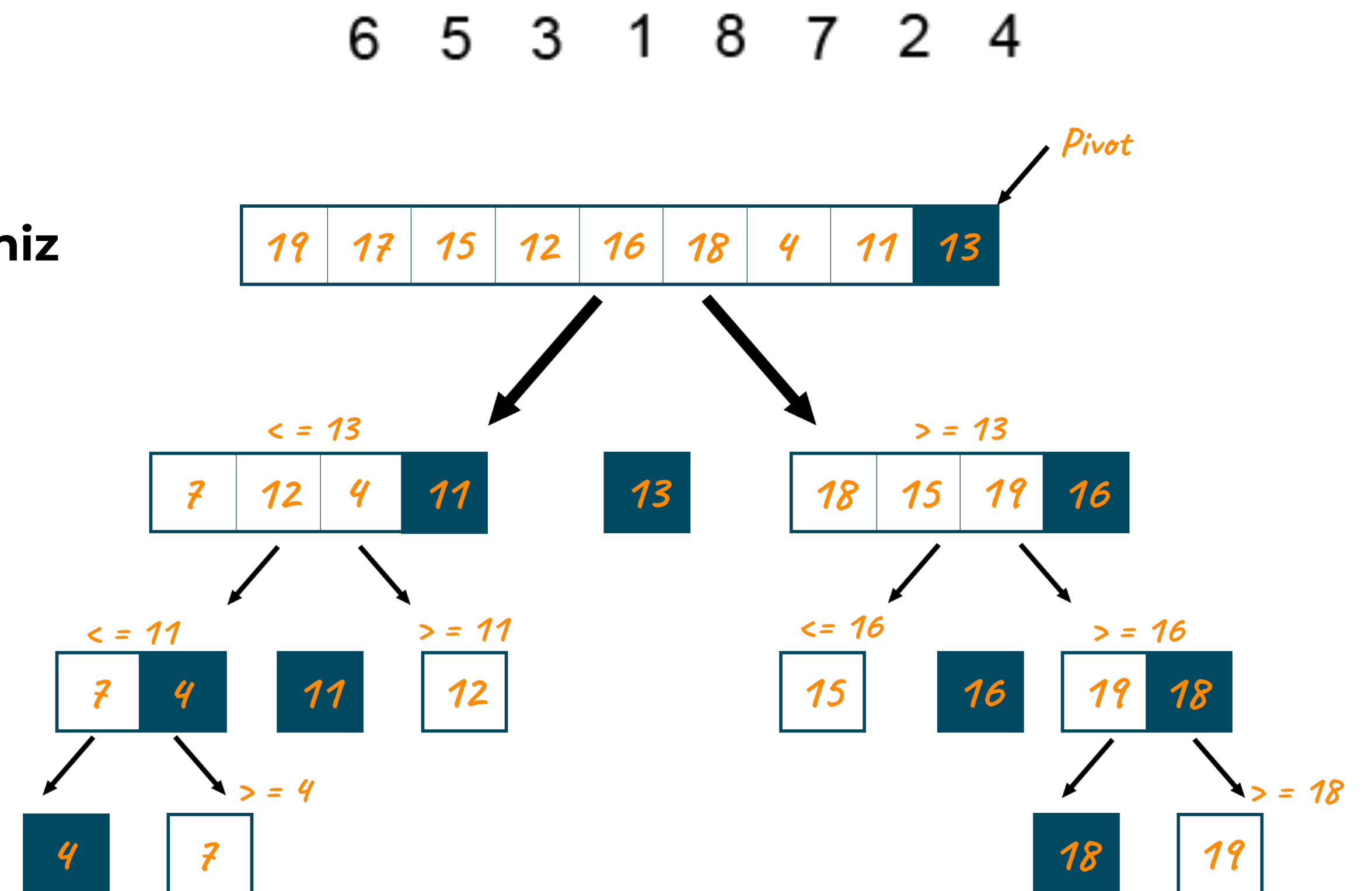
Quick sort

Ideja algoritma:

- ▶ Odavрати **pivot** element
- ▶ Podeliti niz u dva dela:
 - ▶ **Levi deo:** elementi **manji od pivota**
 - ▶ **Desni deo:** elementi **veći od pivota**
- ▶ Rekurzivno primeniti isti postupak na **svaki podniz**

Strategije za izbor pivota:

- ▶ **Prvi element** niza
- ▶ **Poslednji element** niza
- ▶ **Nasumični element**
- ▶ **Median-of-three**



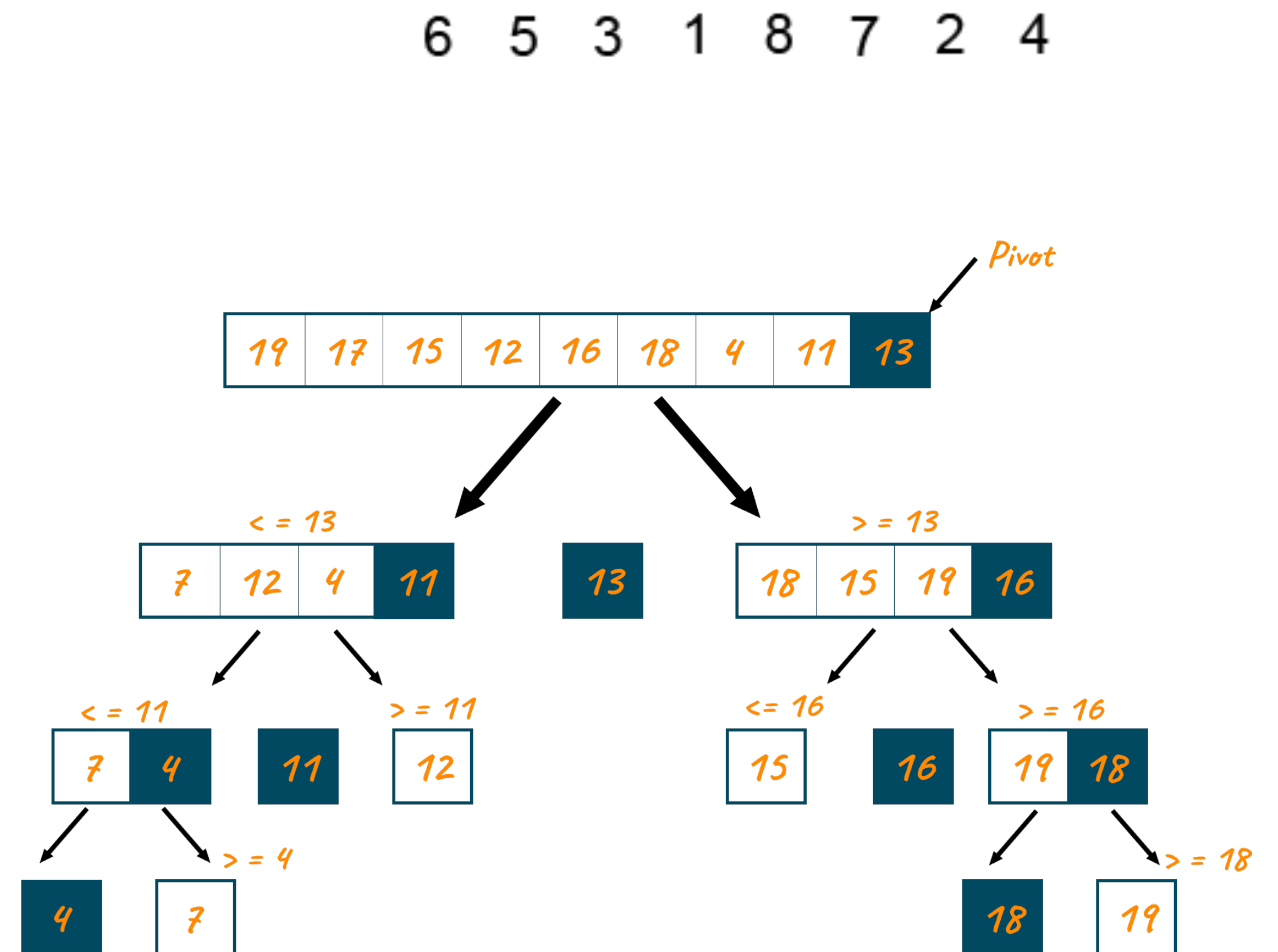
Quick sort

Karakteristike

- ▶ Deluje **rekurzivno** kao merge sort
- ▶ **Brži u praksi** ako su podaci već u memoriji
- ▶ **Manje memorijski zahtevan** od merge sorta (sortira u mestu)
- ▶ **Složeniji** za implementaciju

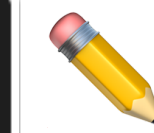
Kompleksnost:

- ▶ **Najgori slučaj:** $O(n^2)$ (niz je već sortiran sa lošim pivotom)
- ▶ **Prosečan slučaj:** $O(n * \log n)$



Partition funckija

```
def partition(niz, donjaGranica, gornjaGranica):  
    pivot = niz[gornjaGranica]  
    i = donjaGranica - 1  
  
    for j in range(donjaGranica, gornjaGranica):  
        if niz[j] ≤ pivot:  
            i += 1  
            niz[i], niz[j] = niz[j], niz[i]  
  
    niz[i + 1], niz[gornjaGranica] = niz[gornjaGranica], niz[i + 1]  
    return i + 1
```



Objašnjenje:

- ▶ **Pivot** je poslednji element podniza
- ▶ **Elementi manji od pivota** se pomeraju ulevo
- ▶ Na kraju **pivot ide na svoje mesto** (tačka razdvajanja)

Glavna funkcija

```
def quickSort(niz, donjaGranica, gornjaGranica):  
    if donjaGranica < gornjaGranica:  
        pi = partition(niz, donjaGranica, gornjaGranica)  
        quickSort(niz, donjaGranica, pi - 1)  
        quickSort(niz, pi + 1, gornjaGranica)
```

! Napomena:

- ▶ Prvi poziv: donjaGranica = 0, gornjaGranica = len(niz)-1
- ▶ **Svaki rekurzivni poziv** sortira podniz oko **novog pivota**
- ▶ Algoritam je **nestabilan**
- ▶ Sortira **in-place** (ne koristi dodatnu memoriju)

✓ Zašto je koristan:

- ▶ **Veoma brz u praksi** na velikim skupovima podataka
- ▶ **Jedan od najčešće korišćenih** sort algoritama

Softverski algoritmi u sistemima automatskog upravljanja

Zadaci za vežbu

Da li niz sadrži duplikat? (217.)

1. Dat je niz celobrojnih vrednosti nums. Vрати True ako se bilo koji broj pojavljuje **barem dva puta**, a False ako su **svi brojevi različiti**.

Example 1:

Input: nums = [1,2,3,1]

Output: true

Explanation:

The element 1 occurs at the indices 0 and 3.

Example 2:

Input: nums = [1,2,3,4]

Output: false

Explanation:

All elements are distinct.

Example 3:

Input: nums = [1,1,1,3,3,4,3,2,4,2]

Output: true

Da li je reč anagram? (242.)

2. Data su dva stringa s i t . Vрати True ako je t **anagram** stringa s , a False u suprotnom. **Anagram** je reč ili fraza koja nastaje **premeštanjem slova** iz druge reči, koristeći **sva slova tačno jednom**.

Example 1:

Input: $s = \text{"anagram"}, t = \text{"nagaram"}$

Output: true

Example 2:

Input: $s = \text{"rat"}, t = \text{"car"}$

Output: false

Sortiraj parne i neparne indekse (2164.)

3. Dat je niz celih brojeva `nums`, indeksiran od nule (0-indeksiran). Preuredi elemente niza prema sledećim pravilima:
1. **Elementi na neparnim indeksima** (1, 3, 5, ...) treba da budu sortirani opadajuće (*od većeg ka manjem*)
 2. **Elementi na parnim indeksima** (0, 2, 4, ...) treba da budu sortirani rastuće (*od manjeg ka većem*)

Ova dva dela sortiranja se rade nezavisno.

Example 1:

Input: `nums = [4,1,2,3]`

Output: `[2,3,4,1]`

Explanation:

First, we sort the values present at odd indices (1 and 3) in non-increasing order.

So, `nums` changes from `[4,1,2,3]` to `[4,3,2,1]`.

Next, we sort the values present at even indices (0 and 2) in non-decreasing order.

So, `nums` changes from `[4,1,2,3]` to `[2,3,4,1]`.

Thus, the array formed after rearranging the values is `[2,3,4,1]`.

Example 2:

Input: `nums = [2,1]`

Output: `[2,1]`

Explanation:

Since there is exactly one odd index and one even index, no rearrangement of values takes place.

The resultant array formed is `[2,1]`, which is the same as the initial array.

Sortiraj niz po parnosti (905.)

4. Dat je niz celih brojeva `nums`. Potrebno je da svi parni brojevi budu na početku niza, a neparni nakon njih. Nije bitan redosled unutar parnih i neparnih brojeva — **bilo koji rezultat** koji zadovoljava uslov je prihvatljiv.

Example 1:

Input: `nums = [3,1,2,4]`

Output: `[2,4,3,1]`

Explanation: The outputs `[4,2,3,1]`, `[2,4,1,3]`, and `[4,2,1,3]` would also be accepted.

Example 2:

Input: `nums = [0]`

Output: `[0]`

Relativni plasmani takmičara (508.)

5. Dat je niz `score` dužine `n`, gde `score[i]` predstavlja rezultat `i`-tog takmičara. Svi rezultati su **jedinstveni**. Potrebno je odrediti **plasman** svakog takmičara, tako da:

- Takmičar sa **najvećim rezultatom** dobija "Gold Medal",
- Takmičar sa **drugim najvećim rezultatom** dobija "Silver Medal",
- Takmičar sa **trećim najvećim rezultatom** dobija "Bronze Medal",
- Ostali dobijaju plasman kao **tekstualni broj** ("4", "5", itd.).

Vrati niz `answer` iste dužine, gde `answer[i]` predstavlja plasman takmičara sa rezultatom `score[i]`.

Example 1:

```
Input: score = [5,4,3,2,1]
Output: ["Gold Medal","Silver Medal","Bronze Medal","4","5"]
Explanation: The placements are [1st, 2nd, 3rd, 4th, 5th].
```

Example 2:

```
Input: score = [10,3,8,9,4]
Output: ["Gold Medal","5","Bronze Medal","Silver Medal","4"]
Explanation: The placements are [1st, 5th, 3rd, 2nd, 4th].
```