

Алгоритмы. Генерация сочетаний в лексикографическом порядке.

Сведение о алгоритме

Сложность по времени в наихудшем случае

$$O\left(\frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{n+1}{n+1-k}\right)$$

Затраты памяти

O(k)

k — элементов выбранных из множества из n - элементов

Принцип работы алгоритма

- 1) Создаем последовательность (в дальнейшем а) размером k элементов. Индексация в последовательности начинается с нуля. Заполняем последовательность значениями от 1 до k. Переходим к пункту 2.
- 2) Используем последовательность как очередное сочетание. Переходим к пункту 3.
- 3) Начиная с конца последовательности ищем такой элемент, что выполняется условие a[i] ≤ n-k+i. Если такой элемент найден то переходим у пункту 4. В противном случае заканчиваем алгоритм.
- 4) Увеличиваем найденный элемент на единицу. От найденного элемента и до конца последовательности устанавливаем значения на единицу больше предыдущего элемента. Переходим к пункту 2.

Графическая иллюстрация работы алгоритма (сочетание 3 из 5)

$$[1, 2, 3] \Longrightarrow [1, 2, 3] \Longrightarrow [1, 2, 3] \Longrightarrow [1, 2, 4] \Longrightarrow [1, 2, 4]$$

$$\begin{bmatrix}
1, 2, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 2, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 2, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 3, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 3, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
1, 3, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 3, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 3, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 4, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}
1, 4, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$



Графическая иллюстрация работы алгоритма (сочетание 3 из 5)

$$\begin{bmatrix}
1, 4, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
2, 3, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
2, 3, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
2, 3, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
2, 3, 4 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
2, 3, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
2, 3, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
2, 3, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix}
2, 4, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix}
2, 4, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix}
3, 4, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix}
3, 4, 5 \\
0 & 1 & 2
\end{bmatrix}$$

Графические обозначения

• - готовое сочетание



Реализация алгоритма на Python

Реализация алгоритма на Python

```
def print combination(k, n):
  comb = [i+1 for i in range(k)]
  while True:
     print(comb)
     m = -1
     for i in range(k-1,-1,-1):
       if comb[i] \le n-k+i:
          m = i
          comb[i]+=1
          break
     if m == -1:
        break
     for i in range(m+1,k):
        comb[i]=comb[i-1]+1
```



Реализация алгоритма на Java

Реализация алгоритма на Java

```
public static void printCombination(int k, int n) {
     int[] comb = new int[k];
     for (int i = 0; i < comb.length; i++) {</pre>
          comb[i] = i + 1:
     for (;;) {
          System.out.println(Arrays.toString(comb));
          int m = -1:
          for (int i = k - 1; i \ge 0; i - -) {
               if (comb[i] \le n - k + i) {
                    comb[i] += 1;
                    m = i:
                    break;
          if (m == -1) {
               break:
          for (int i = m + 1; i < k; i++) {
               comb[i] = comb[i - 1] + 1;
```



Реализация алгоритма на Fortran



Процедура для генерации сочетаний

```
subroutine print_combination(k,n)
   implicit none
   integer, intent(in)::k,n
   integer::comb(1:k)
   integer::i,m
   comb = [(i, i=1, k)]
   do
      write(*,*) comb
      m = -1
      do i = k, 1, -1
         if(comb(i) < n-k+i) then
            comb(i) = comb(i) + 1
            m = i
            exit
         end if
      end do
      if (m==-1) then
         exit
      end if
      do i = m+1, k
         comb(i) = comb(i-1) + 1
      end do
   end do
end subroutine print_combination
```



Список литературы

1) Д. Кнут. Искусство программирования. Том 4. Генерация всех сочетаний и разбиений, 3-е изд.