



Data Structures and Algorithms

Алгоритмы.
Поразрядная сортировка



Описание сути алгоритма

Поразрядная сортировка — алгоритм сортировки не использующий сравнение элементов между собой. Предназначен для сортировки данных ключи которых можно представить в виде последовательности «разрядов» каждому из которых можно сопоставить целое число. Например это могут быть целые числа (разряды записаны явно), строки (каждый символ это разряд). Алгоритм сводится к повторению алгоритма сортировки распределяющим подсчетом для каждого разряда. Важным моментом является способ «выравнивания» ключей сортировки, т.е. как сравнивать ключи которые имеют разное количество разрядов.

В зависимости от того как выполнять выравнивание ключей сортировки поразрядная сортировка делится на:

- **LSD** (least significant digit) — выравнивание по младшему разряду.
- **MSD** (most significant digit) — выравнивание со старшему разряду.

123
1234
LSD

Hello
Hello world
MSD



Сведение о алгоритме

Сложность по времени в наихудшем случае $O(n)$

Требуется $(n + \text{диапазон ключей})$ дополнительной памяти



Описание алгоритма

- 1) Определяем максимальное количество разрядов в ключах сортировки (в дальнейшем k).
Определяем способ выравнивания ключей сортировки (LSD или MSD).
- 2) Выполняем последовательно k раз сортировку используя алгоритм распределяющего подсчета, где в качестве ключа сортировки используется значение соответствующего разряда.



Графическое пояснение алгоритма на примере LSD выравнивания для целых положительных чисел

[121, 5, 24, 9, 32] → LSD выравнивание → [121, 005, 024, 009, 032]

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
[121, 005, 024, 009, 032] → [121, 032, 024, 005, 009]

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
[121, 032, 024, 005, 009] → [005, 009, 121, 024, 032]

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
[005, 009, 121, 024, 032] → [005, 009, 024, 032, 121]



Реализация алгоритма на Python



Вспомогательные функции для работы с разрядами целых чисел

```
def get_number_of_digits(number):
```

```
    i = 1
```

```
    while(number >= 10**i):
```

```
        i = i+1
```

```
    return i
```

```
def get_digit(number, i):
```

```
    return number % (10**(i+1))//(10**i)
```

```
def max_number_of_digits(numbers):
```

```
    number_of_digits = 1
```

```
    for number in numbers:
```

```
        current_digits = get_number_of_digits(number)
```

```
        if current_digits > number_of_digits:
```

```
            number_of_digits = current_digits
```

```
    return number_of_digits
```



Функция для сортировки распределяющим подсчетом ключ соответствующий разряд в числе

```
def counting_sort(sequence, position):
    min_key = min([get_digit(x, position) for x in sequence])
    max_key = max([get_digit(x, position) for x in sequence])
    n = max_key - min_key + 1
    support = [0 for i in range(n)]
    for element in sequence:
        support[get_digit(element, position)-min_key] += 1
    size = len(sequence)
    for i in range(n-1, -1, -1):
        size -= support[i]
        support[i] = size
    result = [None for i in range(len(sequence))]
    for element in sequence:
        result[support[get_digit(element, position)-min_key]] = element
        support[get_digit(element, position)-min_key] += 1
    return result
```




Python

Функция для поразрядной сортировки

```
def radix_sort(sequence):  
    number_of_digits = max_number_of_digits(sequence)  
    for i in range(number_of_digits):  
        sequence = counting_sort(sequence, i)  
    return sequence
```



Java

Реализация алгоритма на Java



Методы для работы с разрядами чисел

```
public static int numberOfDigits(int number) {
    int i = 1;
    long n = 10;
    for (; number >= n;) {
        i++;
        n *= 10;
    }
    return i;
}

public static int findMaxNumberOfDigits(int[] numbers) {
    int result = 1;
    for (int i = 0; i < numbers.length; i++) {
        int digits = numberOfDigits(numbers[i]);
        if (digits > result) {
            result = digits;
        }
    }
    return result;
}

public static int getDigit(int number, int divider) {
    return number % (divider * 10) / (divider);
}
```



Методы для сортировки распределяющим подсчетом

```
public static int[] findMinMaxKey(int[] numbers, int divider) {  
    int minKey = getDigit(numbers[0], divider);  
    int maxKey = minKey;  
    for (int number : numbers) {  
        int digit = getDigit(number, divider);  
        if (digit < minKey) {  
            minKey = digit;  
        }  
        if (digit > maxKey) {  
            maxKey = digit;  
        }  
    }  
    return new int[] { minKey, maxKey };  
}  
  
public static int[] countSort(int[] numbers, int divider) {  
    int[] minMaxKey = findMinMaxKey(numbers, divider);  
    int minKey = minMaxKey[0];  
    int maxKey = minMaxKey[1];  
    int n = maxKey - minKey + 1;  
    int[] support = new int[n];  
    for (int number : numbers) {  
        support[getDigit(number, divider) - minKey] += 1;  
    }  
    int size = numbers.length;  
    for (int i = support.length - 1; i >= 0; i--) {  
        size -= support[i];  
        support[i] = size;  
    }  
    int[] result = new int[numbers.length];  
    for (int number : numbers) {  
        result[support[getDigit(number, divider) - minKey]] = number;  
        support[getDigit(number, divider) - minKey] += 1;  
    }  
    return result;  
}
```



Метод поразрядной сортировки

```
public static int[] radixSort(int[] numbers) {  
    int maxNumberOfDigits = findMaxNumberOfDigits(numbers);  
    int devider = 1;  
    for (int i = 0; i < maxNumberOfDigits; i++) {  
        numbers = countSort(numbers, devider);  
        devider *= 10;  
    }  
    return numbers;  
}
```



Fortran

Реализация алгоритма на Fortran

Функции для работы с разрядами числа

```
function number_of_digits(c_number)
  implicit none
  integer(4),intent(in)::c_number
  integer(4)::number_of_digits
  integer(8)::pow
  pow = 10
  number_of_digits = 1
  do
    if(pow>c_number) then
      exit
    end if
    number_of_digits = number_of_digits + 1
    pow = pow * 10
  end do
end function number_of_digits

function get_digit(c_number,position)
  implicit none
  integer(4),intent(in)::c_number,position
  integer(4)::get_digit
  get_digit = mod(c_number,10**(position))/(10**(position-1))
end function get_digit

function get_max_number_of_digit(numbers) result(max_numbers)
  implicit none
  integer(4), dimension(:),intent(in)::numbers
  integer(4)::max_numbers,i
  max_numbers = 1
  do i = 1, size(numbers)
    if(number_of_digits(numbers(i))>max_numbers) then
      max_numbers = number_of_digits(numbers(i))
    end if
  end do
end function get_max_number_of_digit
```

Функции для поиска минимального и максимального ключа

```
function find_min_max_keys(numbers,position) result(min_max)
  implicit none
  integer(4),dimension(:),intent(in)::numbers
  integer(4),intent(in)::position
  integer(4),dimension(2)::min_max
  integer(4)::i, min_key, max_key,temp_key
  min_key = get_digit(numbers(1),position)
  max_key = min_key
  do i = 2,size(numbers)
    temp_key = get_digit(numbers(i),position)
    if (temp_key < min_key) then
      min_key = temp_key
    end if
    if (temp_key > max_key) then
      max_key = temp_key
    end if
  end do
  min_max = [min_key, max_key]
end function find_min_max_keys
```


Функция для сортировки распределяющим подсчетом на основании разряда числа

```
subroutine counting_sort(numbers,position)
  implicit none
  integer(4),dimension(:),intent(inout)::numbers
  integer(4),intent(in)::position
  integer(4),dimension(size(numbers))::temp_array
  integer(4)::i, min_key, max_key,n,c_size,c_index
  integer(4), dimension(2)::min_max
  integer(4),dimension(:),allocatable::support
  min_max = find_min_max_keys(numbers,position)
  min_key = min_max(1)
  max_key = min_max(2)
  n = max_key - min_key + 1
  allocate(support(n))
  do i = 1,size(numbers)
    c_index = get_digit(numbers(i),position) - min_key + 1
    support(c_index) = support(c_index) + 1
  end do
  c_size = size(numbers) + 1
  do i = n, 1,-1
    c_size = c_size - support(i)
    support(i) = c_size
  end do
  do i = 1, size(numbers)
    c_index = get_digit(numbers(i),position) - min_key + 1
    temp_array(support(c_index)) = numbers(i)
    support(c_index) = support(c_index) + 1
  end do
  deallocate(support)
  do i = 1,size(numbers)
    numbers(i)=temp_array(i)
  end do
end subroutine counting_sort
```



Процедура для поразрядной сортировки

```
subroutine radix_sort(numbers)
  implicit none
  integer(4), dimension(:), intent(inout)::numbers
  integer(4)::m_number_of_digits,i
  m_number_of_digits = get_max_number_of_digit(numbers)
  do i = 1,m_number_of_digits
    call counting_sort(numbers,i)
  end do
end subroutine radix_sort
```



Список литературы

- 1) Роберт Седжвик, Кевин Уэйн «Алгоритмы на java 4-е издание» Пер. с англ. - М. : ООО "И.Д. Вильямс", 2013. ISBN 978-5-8459-1781-2.
- 2) Дональд Кнут. Искусство программирования, том 3. Сортировка и поиск — 2-е изд. — М.: «Вильямс», 2007. — ISBN 5-8459-0082-4.