



Data Structures and Algorithms

Алгоритмы.

Сортировка распределяющим подсчетом



Описание сути алгоритма

Сортировка распределяющим подсчетом является разновидностью сортировки подсчетом. Используется для сортировки массивов данных, ключи сортировки которых представимы целыми числами и их значения лежат в относительно узком диапазоне. Например, если нужно отсортировать массив котов по возрасту, то этот алгоритм покажет очень высокое быстродействие. Важным и положительным моментом является то, что это **устойчивый алгоритм сортировки**.



Сведение о алгоритме

Сложность по времени в наихудшем случае $O(n)$

Требуется $(n + \text{диапазон ключей})$ дополнительной памяти



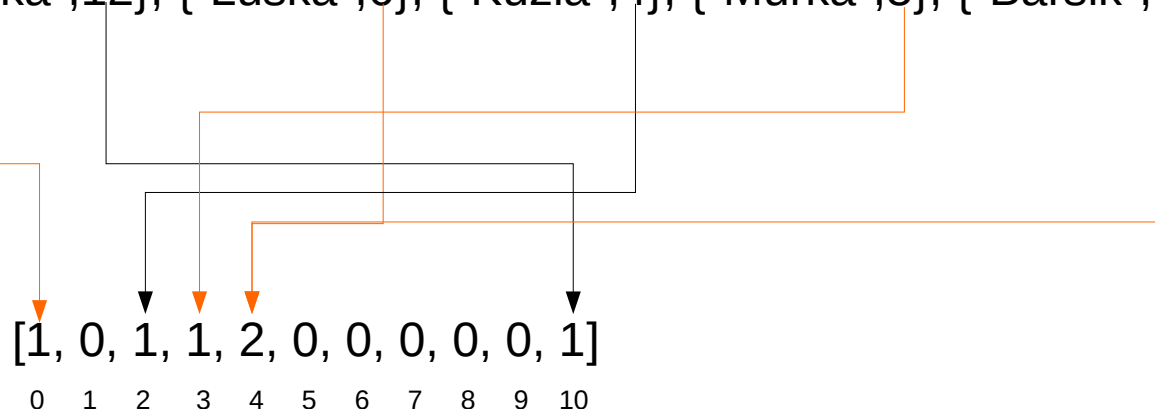
Описание алгоритма

- 1) Определяем минимальное и максимальное значение ключей сортировки в сортируемой последовательности (в дальнейшем `sort`) (обозначим их как `min` и `max` соответственно). Объявляем вспомогательную последовательность (в дальнейшем `support`) длина которой вычисляется как $\text{max} - \text{min} + 1$. Заполняем ее нулями.
- 2) Выполняем проход по `sort`, добавляем единицу к значению `support[element-min]` где `element` это значение ключа сортировки текущего элемента в `sort`
- 3) Объявляем дополнительную переменную `size`, значение которой равно длине сортируемой последовательности. Выполняем проход по вспомогательной последовательности в обратном порядке. Устанавливаем текущий элемент равный разности `size` и текущего элемента. Уменьшаем `size` на значение текущего элемента.
- 4) Создаем последовательность размер которой совпадает с размером сортируемой последовательности.
- 5) Выполняем проход по сортируемой последовательности размещаем текущий элемент на индекс вычисляемый как `support[element-min]`. Увеличиваем значение в `support[element-min]` на единицу.



Вычисление счетчика повторений

[{"Vaska",2}, {"Umka",12}, {"Luska",6}, {"Kuzia",4}, {"Murka",5}, {"Barsik",6}]



min = 2

max = 12

Длина вспомогательной последовательности $\text{max} - \text{min} + 1 = 12 - 2 + 1 = 11$

Для элемента основной последовательности вычисляется соответствующий ему индекс во вспомогательной последовательности. Для вычисления используется зависимость вида $\text{index} = \text{ключ} - \text{min}$. Так, например для 5 получим $5 - 2 = 3$. После чего увеличиваем значение элемента во вспомогательной последовательности на этом индексе на единицу.



Преобразование счетчиков в индексы

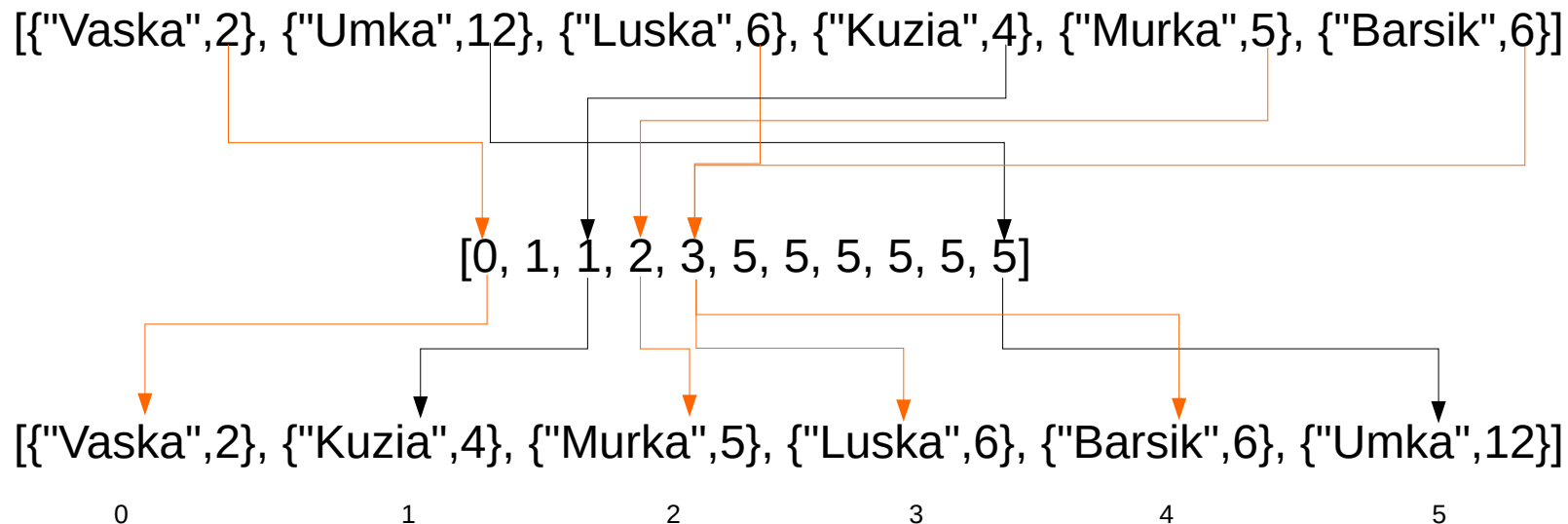
$[1, 0, 1, 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 1]$ → $[0, 1, 1, 2, 3, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Длина сортируемой последовательности равна 6 устанавливаем $n = 6$. Выполняем обратный проход устанавливая значение текущего элемента как разность n и текущего элемента. При этом устанавливаем n равный текущему элементу.



Размещение элементов



При размещении элементов выполняется проход по сортируемой последовательности текущий элемент устанавливается в позицию равную значению во вспомогательной последовательности по индексу $[key - min]$. При этом значение во вспомогательном индексе увеличивается на единицу.



Реализация алгоритма на Python



Тестовый класс для демонстрации

```
class Cat:
    def __init__(self, name, age):
        self.name = name
        self.age = age

    def __str__(self):
        return "Cat[name = {}, age = {}".format(self.name, self.age)
```



Функция для сортировки распределяющим подсчетом

```
def get_min_max_key(sequence):  
    min_key = min(sequence, key=lambda c: c.age).age  
    max_key = max(sequence, key=lambda c: c.age).age  
    return(min_key, max_key)
```

```
def counting_sort(sequence):  
    min_max = get_min_max_key(sequence)  
    min_key = min_max[0]  
    max_key = min_max[1]  
    n = max_key - min_key + 1  
    support = [0 for i in range(n)]  
    for element in sequence:  
        support[element.age-min_key] += 1  
    size = len(sequence)  
    for i in range(n-1, -1, -1):  
        size -= support[i]  
        support[i] = size  
    result = [None for i in range(len(sequence))]  
    for element in sequence:  
        result[support[element.age-min_key]] = element  
        support[element.age-min_key] += 1  
    return result
```



Java

Реализация алгоритма на Java



Тестовый класс для демонстрации

```
public class Cat {  
    private String name;  
    private int age;  
  
    public Cat(String name, int age) {  
        super();  
        this.name = name;  
        this.age = age;  
    }  
  
    public String getName() {  
        return name;  
    }  
  
    public void setName(String name) {  
        this.name = name;  
    }  
  
    public int getAge() {  
        return age;  
    }  
  
    public void setAge(int age) {  
        this.age = age;  
    }  
  
    @Override  
    public String toString() {  
        return "Cat [name=" + name + ", age=" + age + "];"  
    }  
}
```



Методы для сортировки распределяющим подсчетом

```
public static int[] findMinMaxKey(Cat[] cats) {
    int minKey = cats[0].getAge();
    int maxKey = cats[0].getAge();
    for (Cat cat : cats) {
        if (cat.getAge() < minKey) {
            minKey = cat.getAge();
        }
        if (cat.getAge() > maxKey) {
            maxKey = cat.getAge();
        }
    }
    return new int[] { minKey, maxKey };
}

public static Cat[] countingSort(Cat[] cats) {
    int[] minMaxKey = findMinMaxKey(cats);
    int minKey = minMaxKey[0];
    int maxKey = minMaxKey[1];
    int n = maxKey - minKey + 1;
    int[] support = new int[n];
    for (Cat element : cats) {
        support[element.getAge() - minKey] += 1;
    }
    int size = cats.length;
    for (int i = support.length - 1; i >= 0; i--) {
        size -= support[i];
        support[i] = size;
    }
    Cat[] result = new Cat[cats.length];
    for (Cat cat : cats) {
        result[support[cat.getAge() - minKey]] = cat;
        support[cat.getAge() - minKey] += 1;
    }
    return result;
}
```



Fortran

Реализация алгоритма на Fortran

Структура для описания кошки

```
type::Cat  
    character(len=10)::c_name  
    integer(4)::age  
end type Cat
```

Функции для поиска минимального и максимального ключа

```
function find_min_max_keys(cats) result(min_max)
  type(Cat), dimension(:), intent(in)::cats
  integer(4), dimension(2)::min_max
  integer(4)::i, min_key, max_key
  min_key = cats(1)%age
  max_key = cats(1)%age
  do i = 2, size(cats)
    if (cats(i)%age < min_key) then
      min_key = cats(i)%age
    end if
    if (cats(i)%age > max_key) then
      max_key = cats(i)%age
    end if
  end do
  min_max = [min_key, max_key]
end function find_min_max_keys
```

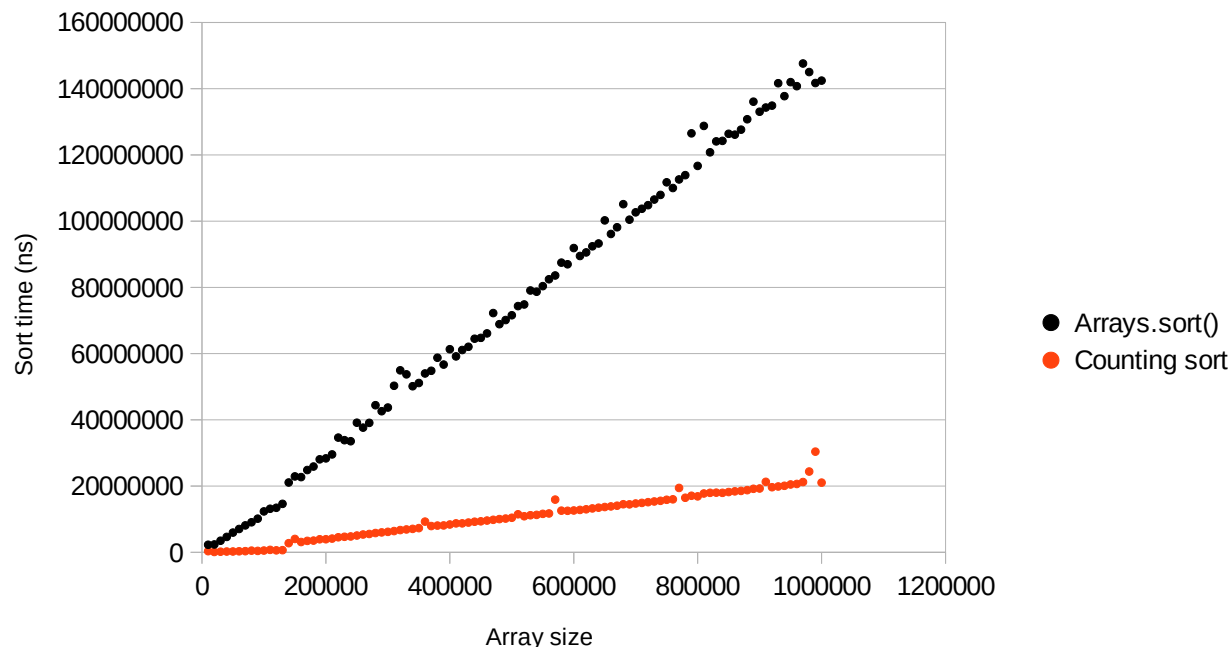

Функция для сортировки распределяющим подсчетом

```
function counting_sort(cats) result(cat_res)
  type(Cat), dimension(:), intent(in)::cats
  type(Cat), dimension(size(cats))::cat_res
  integer(4)::i, min_key, max_key, n, cats_size
  integer(4), dimension(2)::min_max
  integer(4), dimension(:), allocatable::support
  min_max = find_min_max_keys(cats)
  min_key = min_max(1)
  max_key = min_max(2)
  n = max_key - min_key + 1
  allocate(support(n))
  do i = 1, size(cats)
    support(cats(i)%age - min_key + 1) = support(cats(i)%age - min_key + 1) + 1
  end do
  cats_size = size(cats) + 1
  do i = n, 1, -1
    cats_size = cats_size - support(i)
    support(i) = cats_size
  end do
  do i = 1, size(cats)
    cat_res(support(cats(i)%age - min_key + 1)) = cats(i)
    support(cats(i)%age - min_key + 1) = support(cats(i)%age - min_key + 1) + 1
  end do
  deallocate(support)
end function counting_sort
```



Вычислительный эксперимент

Для проверки эффективности алгоритма по сравнению с алгоритмом сортировки общего назначения проведен вычислительный эксперимент. Проводится сортировка массивов кошек (ключом сортировки выступает возраст) разного размера. При этом использовался алгоритм сортировки общего назначения (реализован в стандартной библиотеке) и текущая версия сортировки распределяющим подсчетом. Результат приведен на графике.





Список литературы

- 1) Роберт Седжвик, Кевин Уэйн «Алгоритмы на java 4-е издание» Пер. с англ. - М. : ООО "И.Д. Вильямс", 2013. ISBN 978-5-8459-1781-2.