



Data Structures and Algorithms

Алгоритмы.
Генерация перестановок. Метод обмена
Эрлиха



Сведение о алгоритме

Сложность по времени в наихудшем случае $O(n)$

Внимание для одной перестановки !



Описание алгоритма

- 1) Создать две вспомогательные последовательности. Длина первой равна длине базовой последовательности (в дальнейшем b). Длина второй на один элемент больше (в дальнейшем c). Заполнить последовательность b числами от 0 и далее по возрастанию с шагом 1. Заполнить c нулями. Объявить переменную $k=1, j=1$. Перейти к пункту 2.
- 2) Вернуть базовую последовательность как очередную перестановку. Перейти к пункту 3.
- 3) Присвоить $k=1$. Выполняем проход от начала последовательности до тех пор пока $c[k]=k$. На каждом шаге устанавливаем $c[k] = 0$. По окончании прохода проверяем если $k = n$ **закончить алгоритм**. В противном случае $c[k]=c[k]+1$ и перейти к пункту 4.
- 4) Выполнить обмен $a[0] \leftrightarrow a[b[k]]$. Перейти к 5.
- 5) Установить $j=1, k = k - 1$. До тех пор пока $j < k$ выполнять обмен $b[j] \leftrightarrow b[k]$ установить $j = j + 1, k = k - 1$. Вернуться к 2.



Графическое пояснение алгоритма

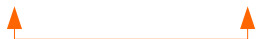
a	b	c	
[«a», «b», «c»]	[0, 1, 2]	[0, 0, 0, 0]	Возврат самой последовательности
			Ищем такой k, что $c[k] \neq k$. Увеличиваем $c[k]$ на единицу. Меняем местами $a[0] = a[b[k]]$
[«b», «a», «c»]		[0, 1, 0, 0]	Уменьшаем k на единицу. Устанавливаем $j = 1$. Ничего не делаем так как $j > k$



Графическое пояснение алгоритма

a

[«b», «a», «c»]



b

[0, 1, 2]



c

[0, 0, 1, 0]



Ищем такой k , что $c[k] \neq k$. По ходу поиска ставим $c[k] = 0$. Увеличиваем $c[k]$ на единицу. Меняем местами $a[0] = a[b[k]]$

[«c», «a», «b»]

[0, 1, 2]



[0, 0, 1, 0]

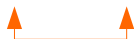
Уменьшаем k на единицу.
Устанавливаем $j = 1$. Ничего не делаем так как $j = k$



Графическое пояснение алгоритма

a

[«с», «а», «b»]



b

[0, 1, 2]



c

[0, 1, 1, 0]



Ищем такой k , что $c[k] \neq k$. По ходу поиска ставим $c[k] = 0$. Увеличиваем $c[k]$ на единицу. Меняем местами $a[0] = a[b[k]]$

[«а», «с», «b»]

[0, 1, 2]



[0, 1, 1, 0]

Уменьшаем k на единицу.
Устанавливаем $j = 1$. Ничего не делаем так как $j > k$



Реализация алгоритма на Python



Функция генератор возвращающая перестановки

```
def get_permutation(sequence):
    n = len(sequence)
    a = sequence[:]
    b = [i for i in range(n)]
    c = [0 for i in range(n+1)]
    k = 1
    j = 1
    while True:
        yield a
        k = 1
        while c[k] == k:
            c[k] = 0
            k = k + 1
        if k == n:
            return
        c[k] += 1
        a[0], a[b[k]] = a[b[k]], a[0]
        j = 1
        k = k-1
        while j < k:
            b[j], b[k] = b[k], b[j]
            j = j+1
            k = k-1
```




Java

Реализация алгоритма на Java



Метод для обмена элементов массива местами

```
public static <T> void swap(T[] array, int i, int j) {  
    T temp = array[i];  
    array[i] = array[j];  
    array[j] = temp;  
}
```

```
public static void swap(int[] array, int i, int j) {  
    int temp = array[i];  
    array[i] = array[j];  
    array[j] = temp;  
}
```



Метод для вывода на экран всех перестановок

```
public static <T> void printAllPermutation(T[] array) {
    T[] aSequince = Arrays.copyOf(array, array.length);
    int[] bTable = new int[aSequince.length];
    int[] cTable = new int[aSequince.length + 1];
    int k = 1;
    int j = 1;
    for (int i = 0; i < bTable.length; i++) {
        bTable[i] = i;
    }
    for (;;) {
        System.out.println(Arrays.toString(aSequince));
        k = 1;
        for (; cTable[k] == k;) {
            cTable[k++] = 0;
        }
        if (k == aSequince.length) {
            break;
        }
        cTable[k] += 1;
        swap(aSequince, 0, bTable[k]);
        j = 1;
        k = k - 1;
        for (; j < k;) {
            swap(bTable, k--, j++);
        }
    }
}
```



Список литературы

- 1) Д. Кнут. Искусство программирования. Том 4. «Генерация всех кортежей и перестановок», 2-е изд. ISBN 5-8459-0082-4 стр. 72
- 2) Gideon Ehrlich. Loopless algorithms for generating permutations, combinations, and other combinatorial configurations. Journal of the ACM, 20(3):500-513, July 1973.