



Data Structures and Algorithms

Алгоритмы.
Экспоненциальный поиск



Сведение о алгоритме

Сложность по времени в наихудшем случае $O(\ln(k))$

k — Позиция искомого элемента в последовательности



Краткие сведения о авторах и принципе алгоритма

Алгоритм был разработан Джоном Бентли и Эндрю Чи-Чи Яо в 1976 году. Этот алгоритм используется для быстрого определения диапазона поиска, с последующим поиском в указанном диапазоне с помощью бинарного поиска.

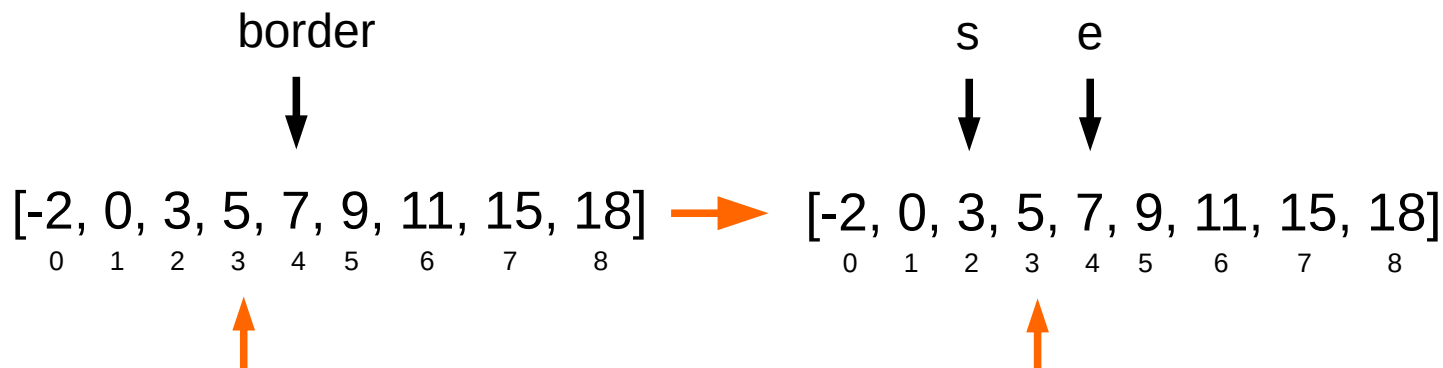
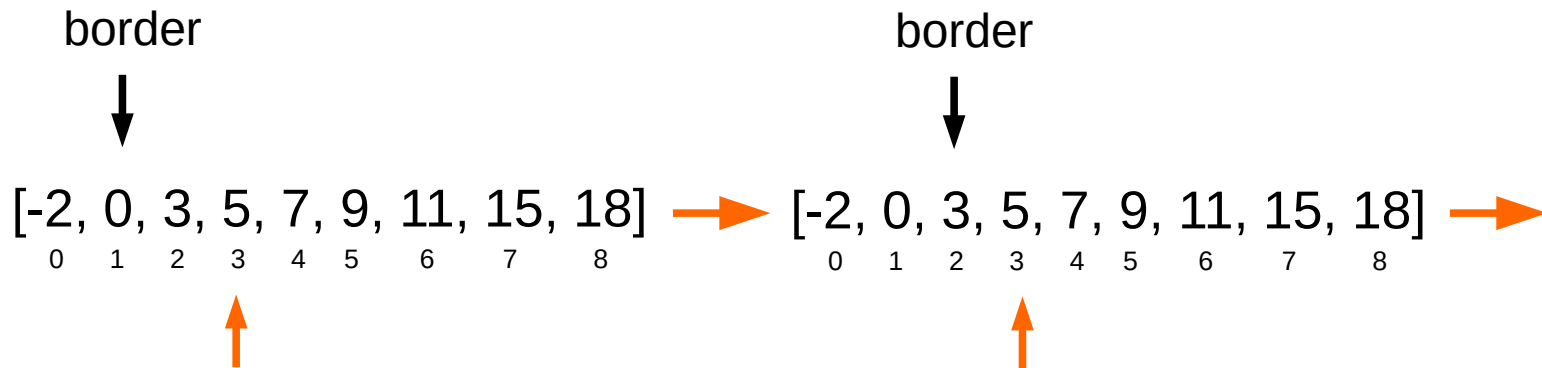


Описание алгоритма

- 1) Поиск проводим в отсортированной последовательности. Для определения границы объявляется дополнительная переменная (в дальнейшем `border`) ее значение устанавливается равной единице. Переходим к пункту **2**.
- 2) Выполняется проверка: если значение `border` больше чем длина последовательности то в таком случае выполняем бинарный поиск нужного элемента в промежутке от $\text{border}/2$ до размера последовательности. **Заканчиваем поиск**. В противном случае переходим к пункту **3**.
- 3) Выполняем проверку: если значение на индексе `border` больше искомого элемента то выполняем бинарный поиск нужного элемента в промежутке от $\text{border}/2$ до `border`. **Заканчиваем поиск**. В противном случае переходим к пункту **4**.
- 4) Увеличиваем значение `border` в два раза. Переходим к пункту **2**.



Графическое пояснение алгоритма



Обозначения



Граница



Искомое



Графическое пояснение алгоритма

border



[-2, 0, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 18] →

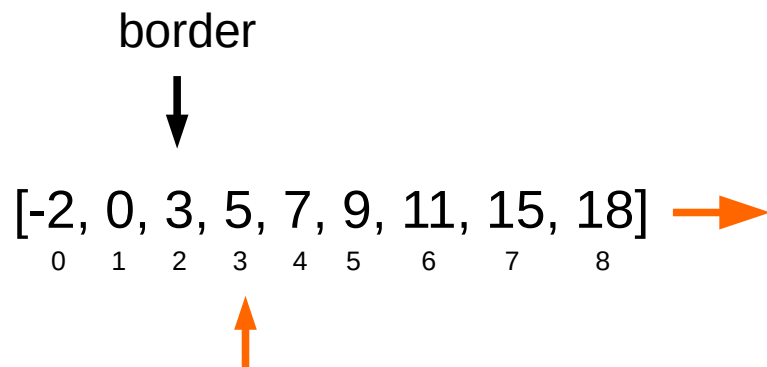
0 1 2 3 4 5 6 7 8



Значение `border = 1`. Это меньше чем длина последовательности. Значение на 1 индексе меньше искомого. Увеличиваем значение `border` в два раза и переходим к следующему шагу.



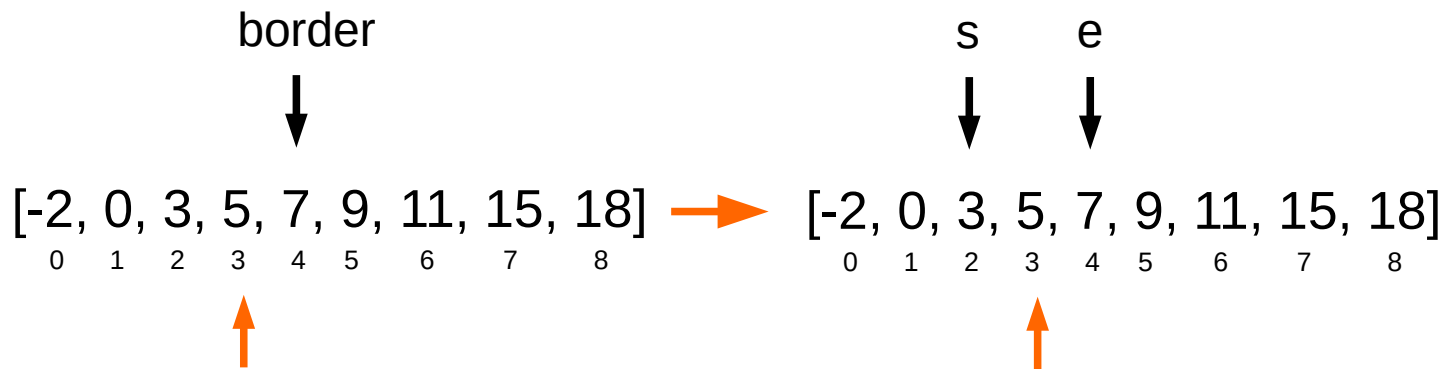
Графическое пояснение алгоритма



Значение `border = 2`. Это меньше чем длина последовательности. Значение на 2 индексе меньше искомого. Увеличиваем значение `border` в два раза и переходим к следующему шагу.



Графическое пояснение алгоритма



Значение `border` = 4. Это меньше чем длина последовательности. Значение на 4 индексе больше искомого. Проводим бинарный поиск в диапазоне от 2 ($\text{border}/2$) до 4(`border`). Заканчиваем алгоритм.



Реализация алгоритма на Python



Python

Бинарный поиск в указанных границах

```
def binary_search(sequence, required_element, start, end):  
    while start <= end:  
        m = (start + end)//2  
        element = sequence[m]  
        if element == required_element:  
            return m  
        if element < required_element:  
            start = m + 1  
        else:  
            end = m - 1  
    return None
```



Python

Экспоненциальный поиск

```
def exponential_search(sequence, required_element):  
    border = 1  
    while border < len(sequence)-1 and sequence[border] < required_element:  
        border = border * 2  
    if border > len(sequence)-1:  
        border = len(sequence)-1  
    return binary_search(sequence, required_element, border//2, border)
```



Java

Реализация алгоритма на Java



Бинарный поиск в заданном диапазоне

```
public static int binarySearch(int[] array, int requiredElement, int l, int r){  
    for (; l <= r;) {  
        int m = l + (r - l) / 2;  
        int element = array[m];  
        if (requiredElement == element) {  
            return m;  
        }  
        if (element < requiredElement) {  
            l = m + 1;  
        } else {  
            r = m - 1;  
        }  
    }  
    return -1;  
}
```



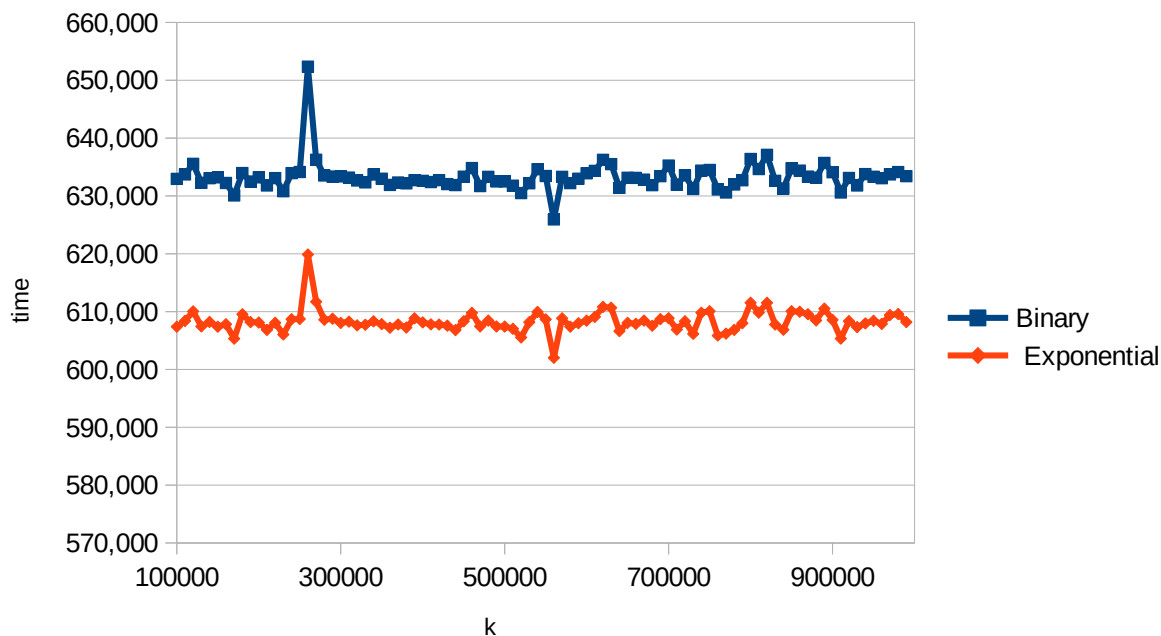
Экспоненциальный поиск

```
public static int exponentialSearch(int[] array, int requiredElement) {  
    long border = 1;  
    for (; border < array.length && array[(int) border] < requiredElement;) {  
        border *= 2;  
    }  
    int l = (int) (border / 2);  
    int r;  
    if (border > array.length - 1) {  
        r = array.length - 1;  
    } else {  
        r = (int) border;  
    }  
    return binarySearch(array, requiredElement, l, r);  
}
```



Вычислительный эксперимент

Для проверки ускорения от применения экспоненциального поиска. Был выполнен вычислительный эксперимент. В массиве размером 100_000_000 элементов было произведено k поисков. На графике представлена зависимость времени на k поисков от значения k . Искомые значения равномерно распределены по диапазону значений в массиве.



Как видно из графика экспоненциальный поиск оказывается незначительно оптимальнее бинарного поиска.



Список литературы

- 1) Дональд Кнут — Искусство программирования. Том 3. Сортировка и поиск. / Knuth D.E. — The Art of Computer Programming. Vol. 3. Sorting and Searching.