

1 Dinamika spina

Neka je dat sledeći Hamiltonijan

$$H = \frac{\omega_0}{2} Z + g(X \cos \omega t + Y \sin \omega t) \quad (1)$$

Šredingerova jednačina

$$i\partial_t |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle \quad (2)$$

Smena za rotirajući referentni sistem

$$|\varphi(t)\rangle = e^{i\omega t Z/2} |\psi(t)\rangle \quad (3)$$

$$i\partial_t |\varphi(t)\rangle = \left[\frac{\omega_0 - \omega}{2} + gX \right] |\varphi(t)\rangle \quad (4)$$

$$|\varphi(t)\rangle = e^{i\left[\frac{\omega_0 - \omega}{2} Z + gX\right]t} |\varphi(0)\rangle \quad (5)$$

U rotirajućem referentnom sistemu u pitanju je rotacija oko ose

$$\hat{n} = \frac{\hat{z} + \frac{2g}{\omega_0 - \omega} \hat{x}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2g}{\omega_0 - \omega}\right)^2}} = \frac{2g\hat{x} + (\omega_0 - \omega)\hat{z}}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + 4g^2}} \quad (6)$$

za ugao

$$|\vec{n}| = t \sqrt{\left(\frac{\omega_0 - \omega}{2}\right)^2 + g^2} \quad (7)$$

Uvodimo sledeću smenu

$$a = \frac{\omega_0 - \omega}{2g} \quad (8)$$

$$\tau = gt \quad (9)$$

Za početno stanje $(1 \ 0)$ dobijamo sledeće

$$|\psi(\tau)\rangle = \left(\frac{(\sqrt{a^2+1}+a)e^{i\tau\sqrt{a^2+1}}}{2\sqrt{a^2+1}} - \frac{(a-\sqrt{a^2+1})e^{-i\tau\sqrt{a^2+1}}}{2\sqrt{a^2+1}} \frac{e^{i\tau\sqrt{a^2+1}}}{2\sqrt{a^2+1}} - \frac{e^{-i\tau\sqrt{a^2+1}}}{2\sqrt{a^2+1}} \right) \quad (10)$$