

Modelagem Geométrica

André Tavares da Silva

andre.silva@udesc.br

Capítulo 7 do “Foley”

Capítulo 4 de Azevedo e Conci

Mortenson (Geometric Modeling)

Modelagem Sólida

Métodos de Criação de Objetos

- Instanciação
- Parametrização
- Varredura (*Sweeping*)
- Modelagem Topológica Poliédrica

Instanciação

Instanciamento (A&C, 2003: 4.5.1)

Instanciação

- Produz uma cópia modificada de objetos padronizados e previamente programados
- São variações de **Tamanho, Posição e Orientação** (**somente**) obtidas por transformações lineares de escala, translação e rotação, respectivamente (**TGLR**).
- São bastante compactos
- São muito limitados

Instanciação

- É uma operação que altera a **geometria** mas não a **topologia** de uma **primitiva gráfica**
- Geometria
- Topologia
- Primitiva Gráfica

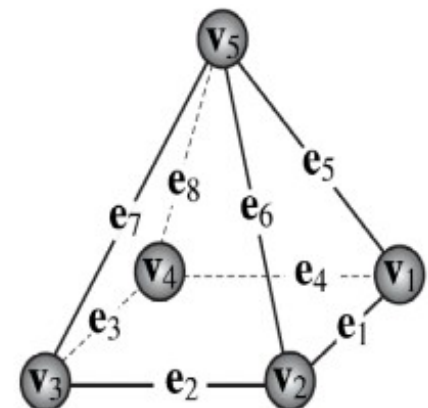
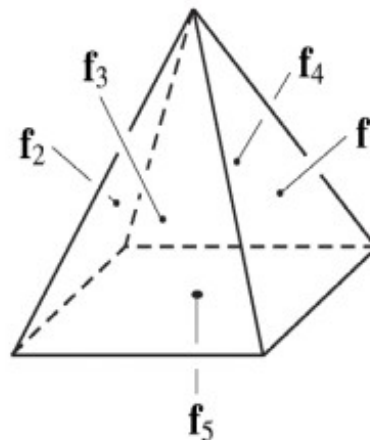
Elementos de um Poliedro

Geometria

Ponto, reta, círculo, plano, ...

Topologia

- **V**értices (índice, organização)
- Arestas (**E**edges) e
- **F**aces



Topologia

(Mortenson 2006:333)

✦ São propriedades não métricas (não relacionadas com o espaço Euclidiano) que se relacionam com questões da estrutura do objeto (sua **conectividade**, **vizinhança** e **continuidade** dimensional)

✦ em Curvas e Superfície (Abertas ou fechada, Superfícies de um ou dois lados)

✦ Propriedades que são **invariante** às **TGLRs** torcer, comprimir, ..., **sem rasgar, furar nem induzir auto-intersecção**

Instanciação Primitivas Gráficas

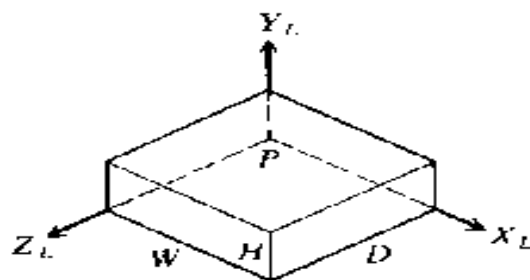


Principais Primitivas

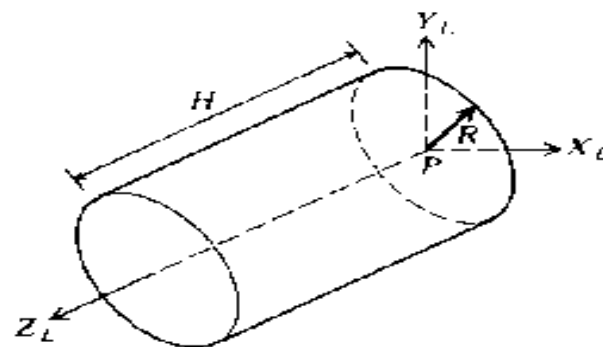
- **Cubo**
 - Superfície plana
- **Cilindro**
 - Curvatura cilíndrica
- **Esfera**
 - Curvatura esférica
- **Toróide**
 - Curvatura complexa, toroidal (com furo).
- **Cone (*)**
 - Curvatura cônica; *tapered cylinder*
- **Wedge/Calço/Cunha (*)**
 - *Tapered cube*

Primitivas Mais Comuns

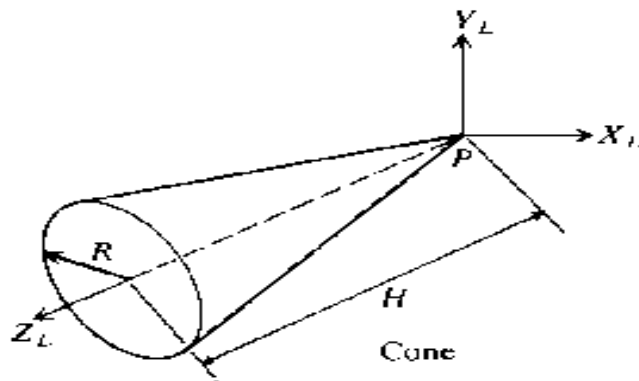
(Zeid:342)



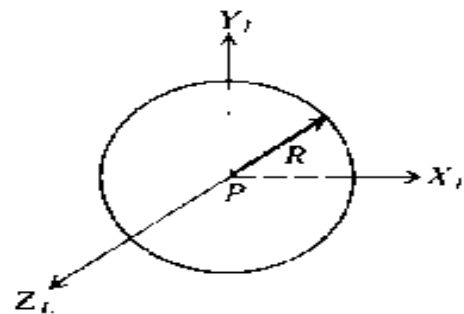
Block



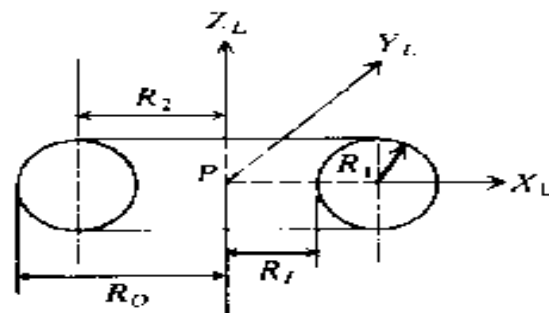
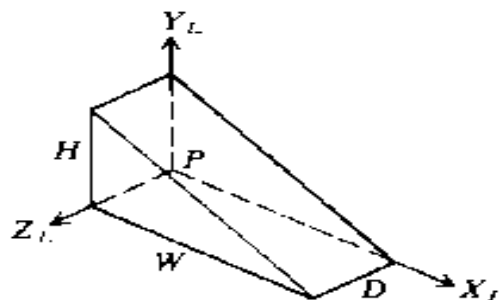
Cylinder



Cone



Sphere



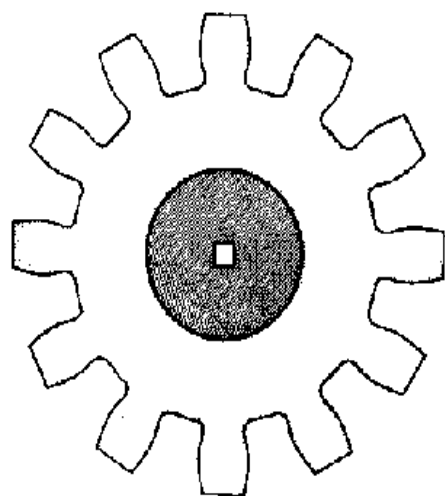
Parametrização

Parametrização

- São uma generalização da instanciação
 - Não está limitado às TGLR
 - Podem gerar objetos com **variações de topologias**
- É usado geralmente para objetos relativamente complexos, que são tediosos para serem definidos usando outras operações de modelagem e que sejam facilmente caracterizados por um conjunto de parâmetros de “alto-nível” (Foley96:539)

Parametrização

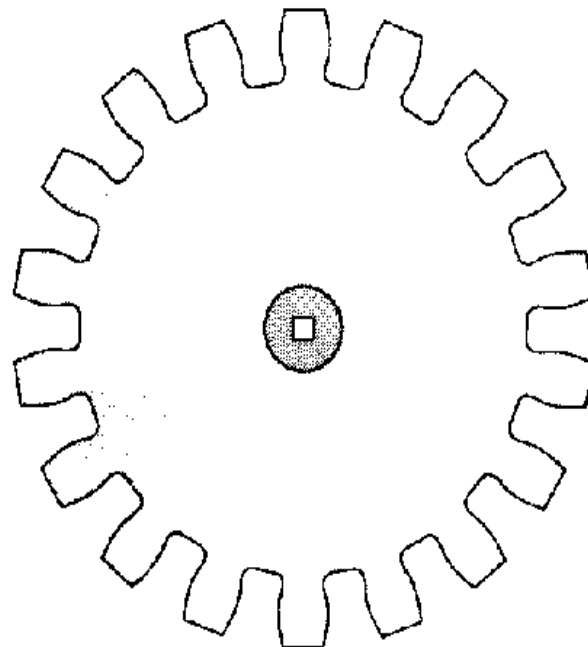
(Foley96:559)



(a)

gear

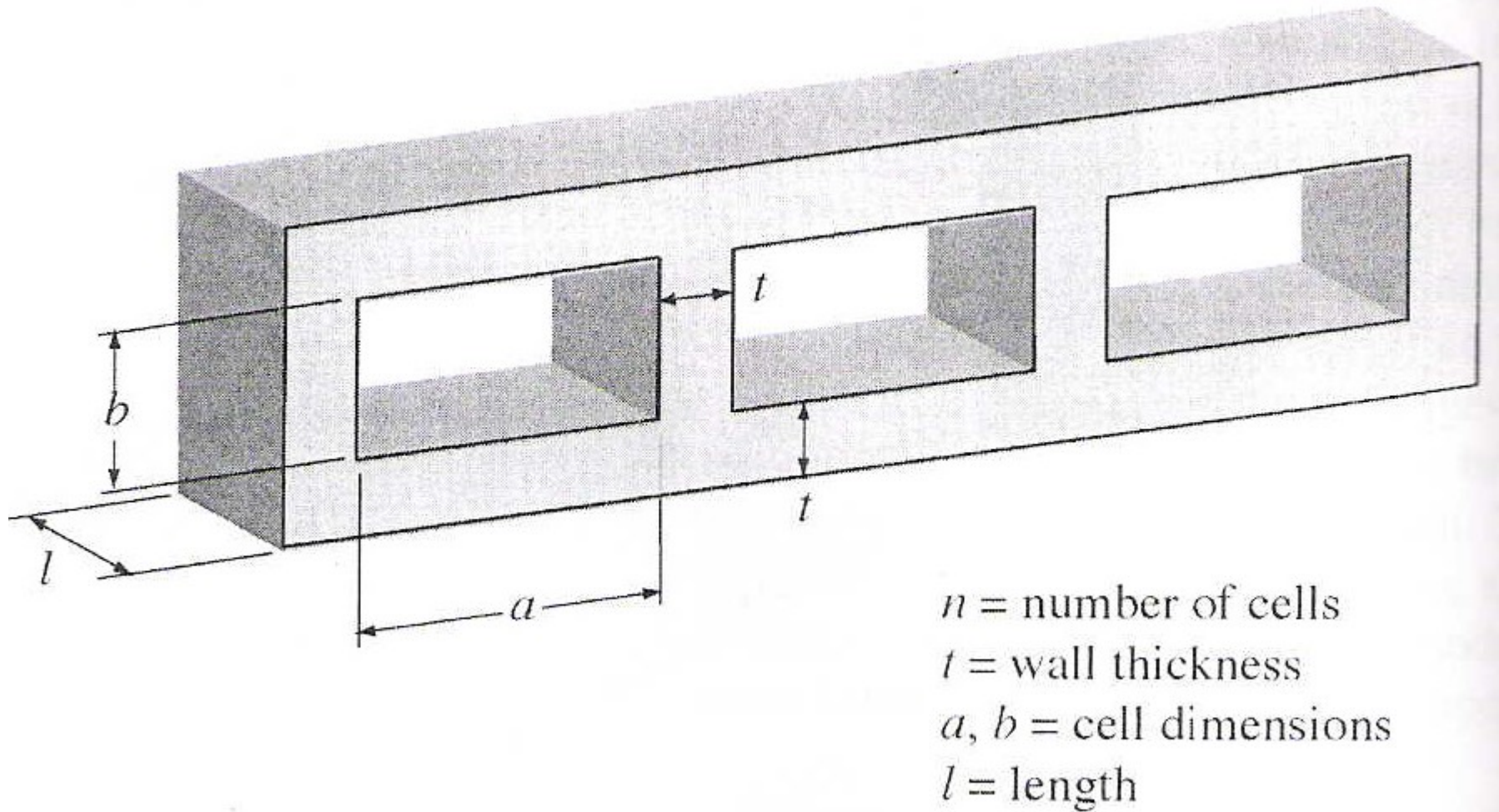
diam = 4.3
hub = 2.0
thickness = 0.5
teeth = 12
hole = 0.3



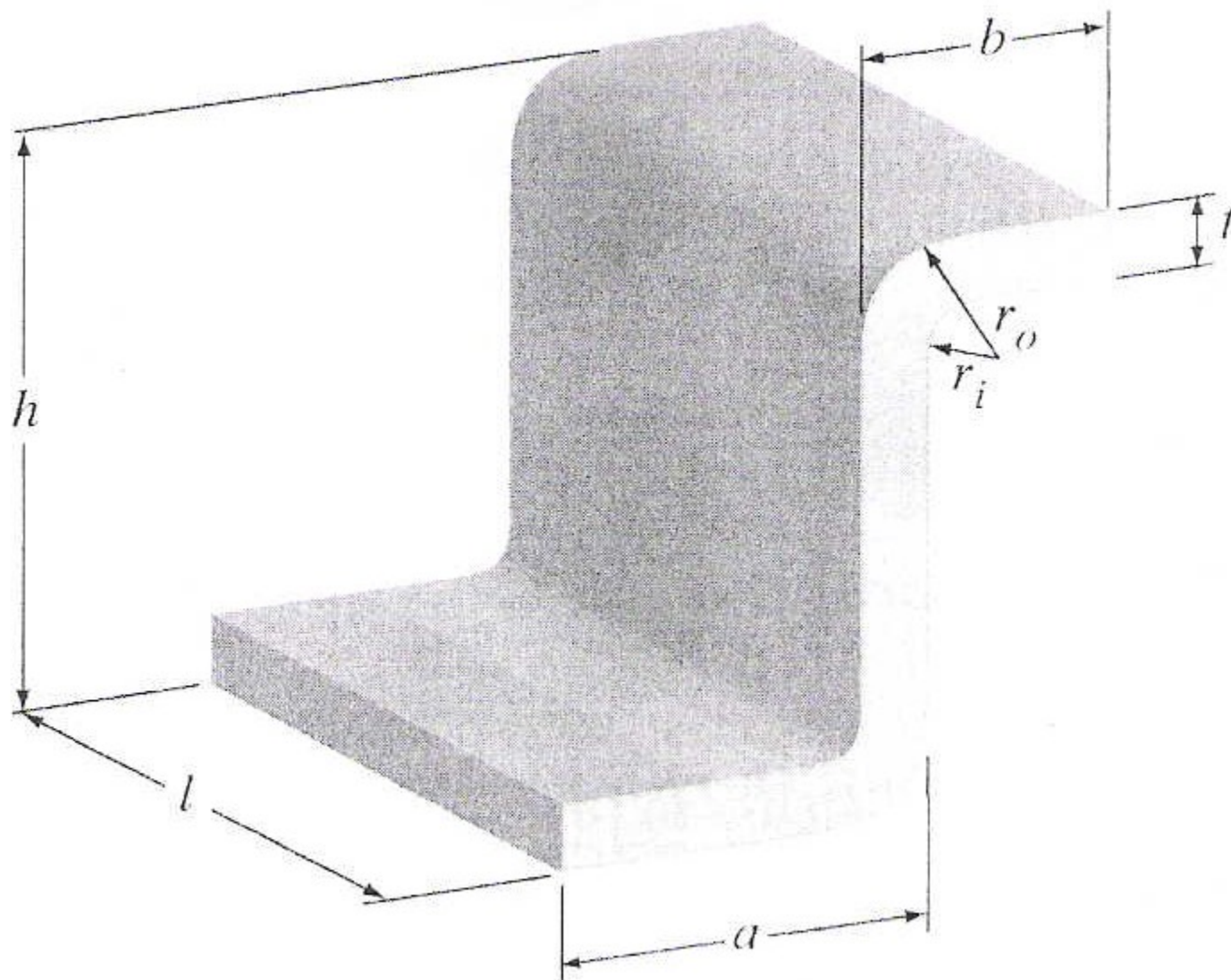
(b)

gear

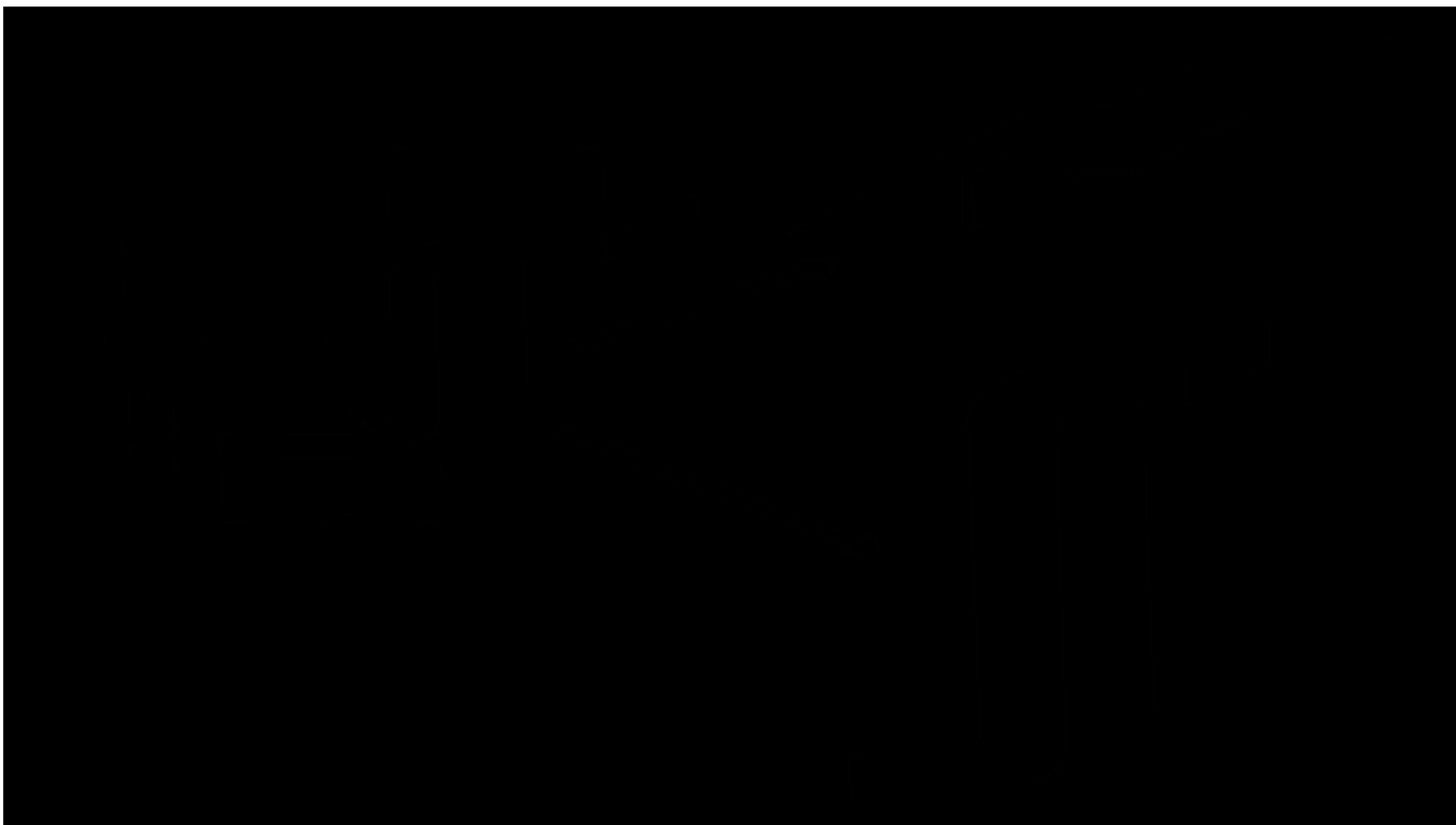
diam = 6.0
hub = 1.0
thickness = 0.4
teeth = 18
hole = 0.3



• Figura 10.17 do Mortenson2006



Parametrização



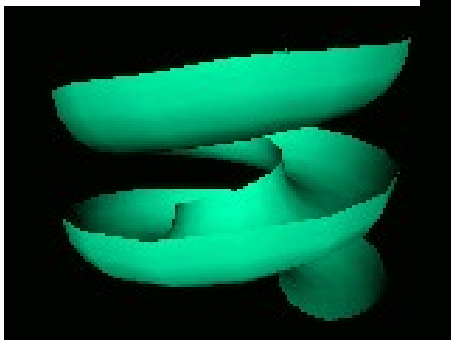
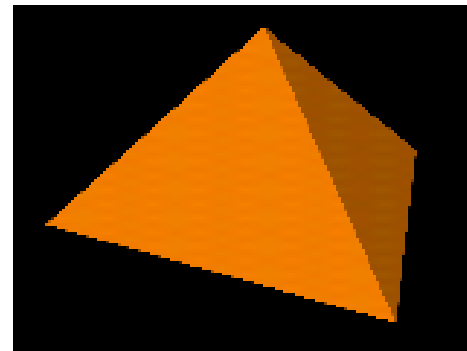
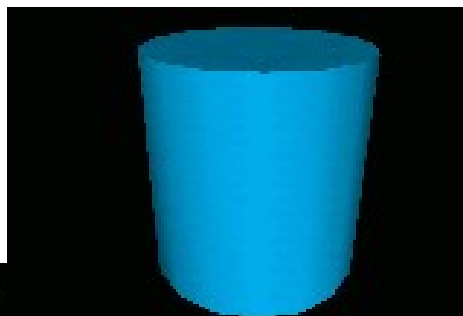
Sweeping / Varredura

Extrusão/Translacional

Revolução/Rotacional

Cônica/Generalizada

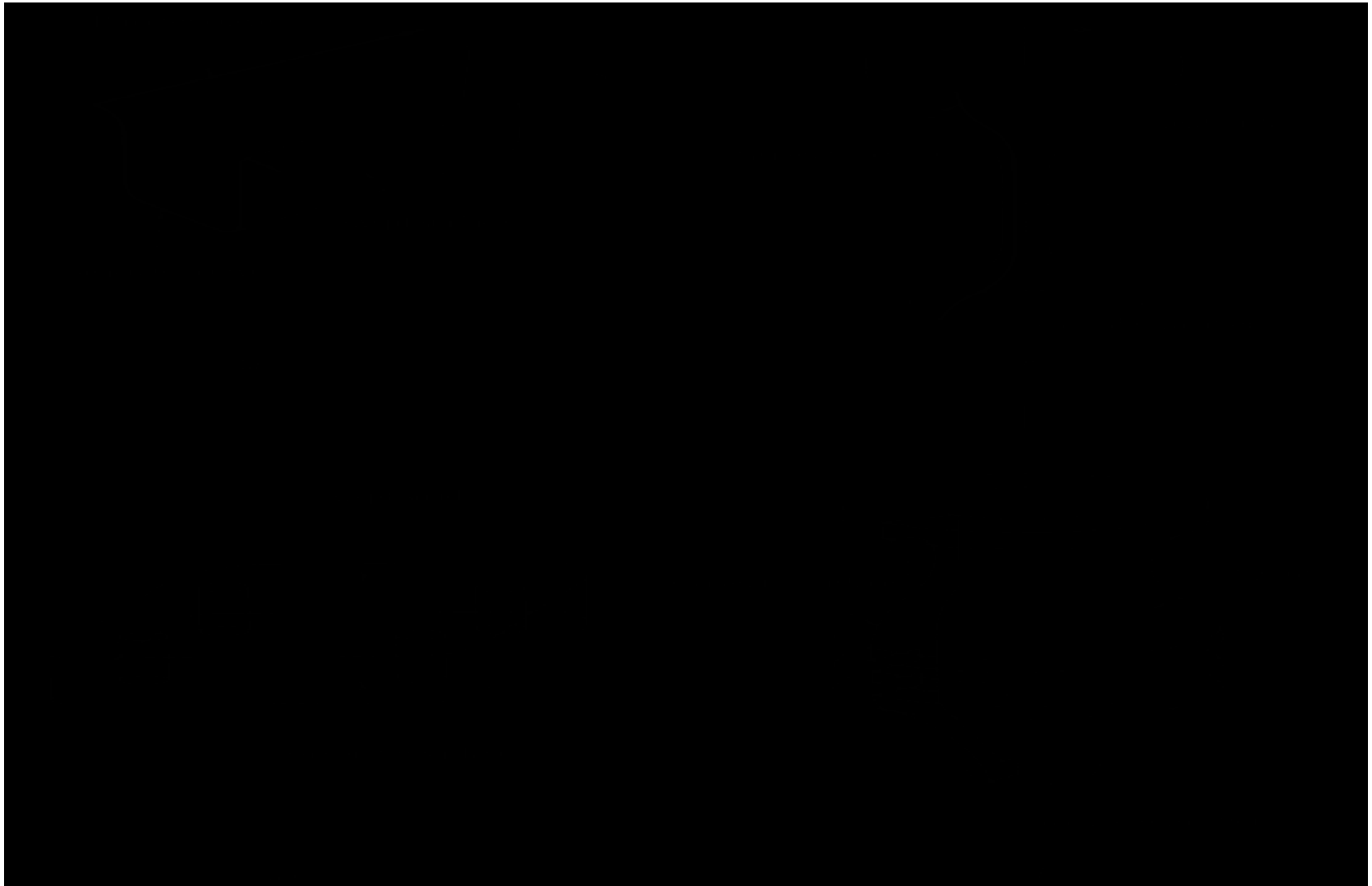
Exemplos de Objetos Extrudados ou Rotacionados



Sweeping

- Arrastar/Varrer um objeto através de uma trajetória no espaço define um novo objeto.
- Exemplos
 - Varrer um ponto \rightarrow reta(curva)
 - Varrer uma reta(curva) \rightarrow superfície (área)
 - Varrer uma face (área) \rightarrow sólido
 - Varrer um sólido \rightarrow sólido

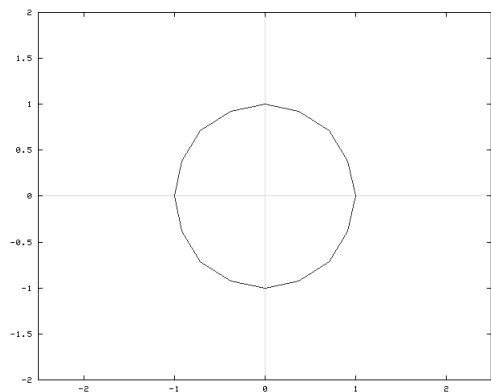
Modelagem *Sweeping*



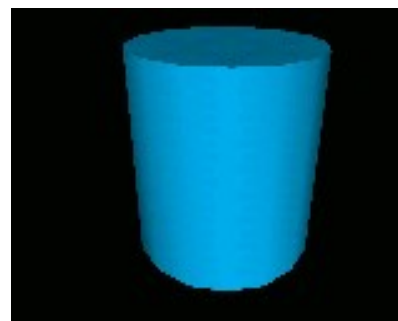
Sweeping

Sweeping é governado pelos elementos **Gerador** (dá a forma) e **Diretor** (dá a dimensão)

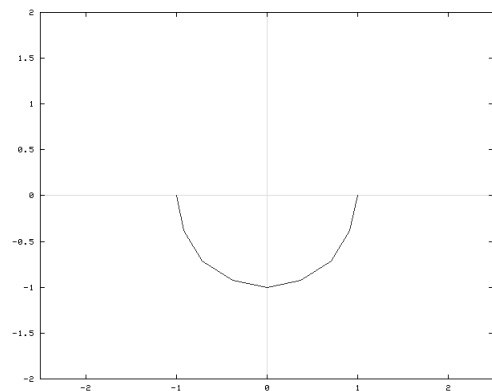
Varredura (*sweep*)



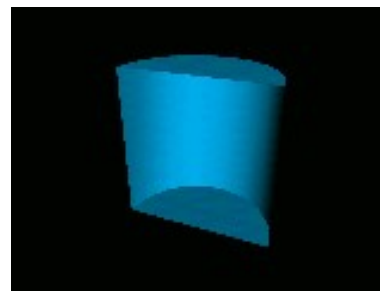
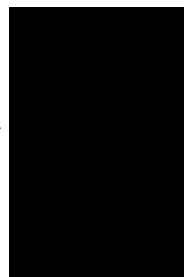
Área



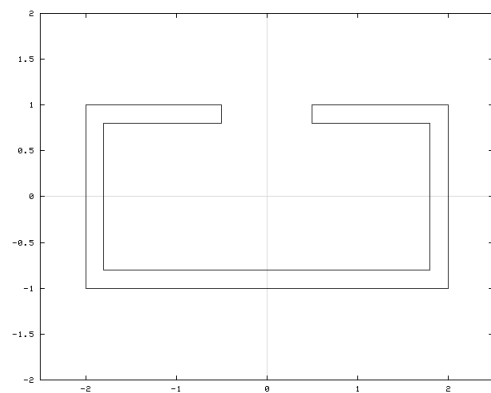
Volume



Curva

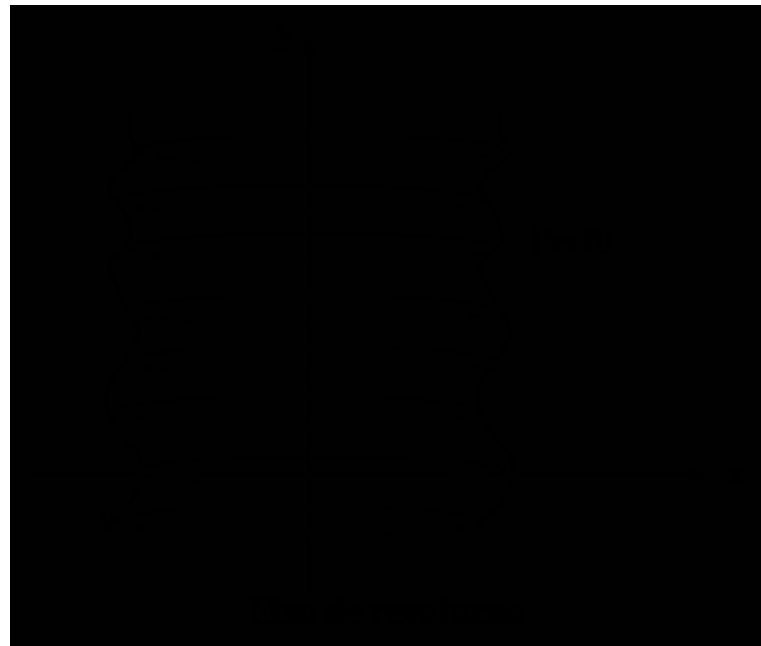


Casca

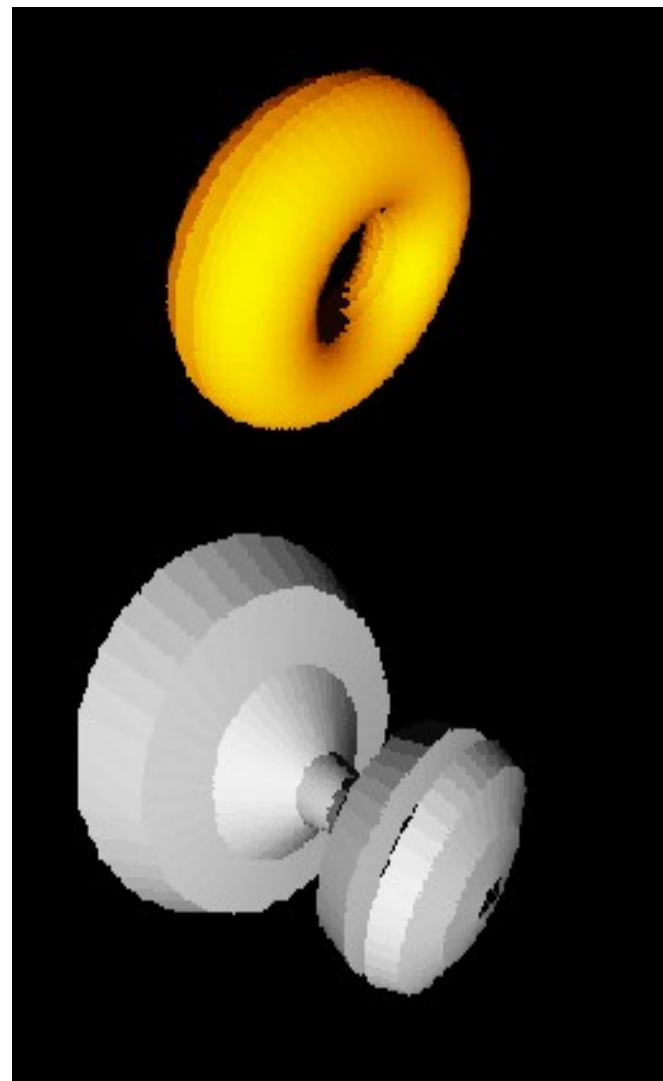
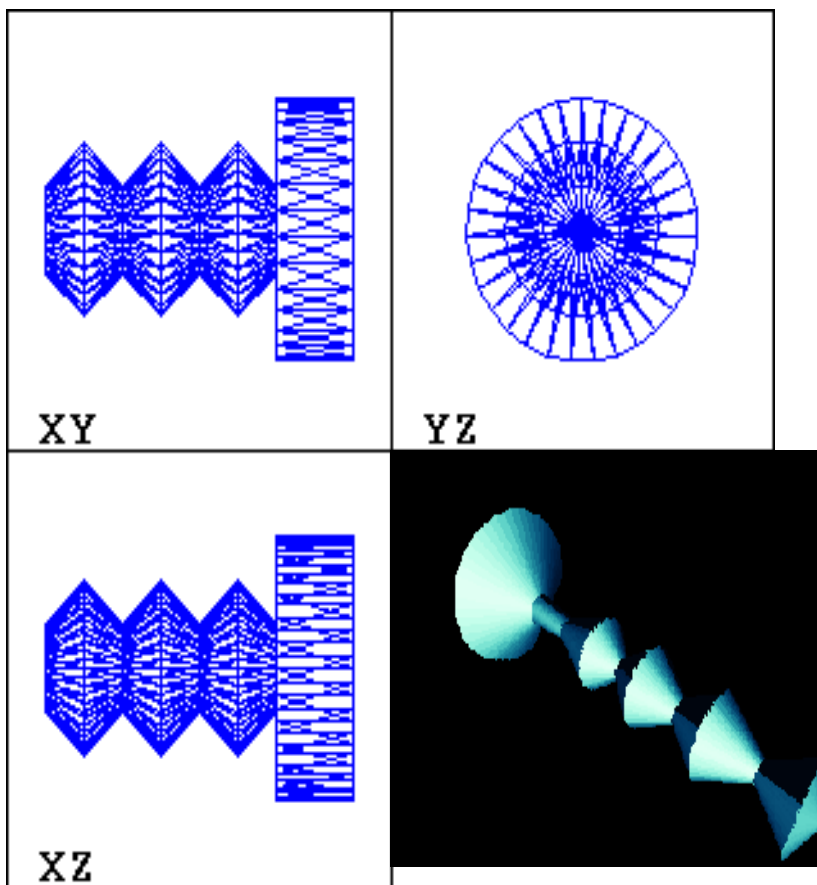


Superfícies de Revolução

Criada a partir de uma curva plana, chamada perfil, que é rotacionada em torno de um eixo de revolução.



Sweeping Rotacional Objetos de Revolução



Superfícies de Revolução

O usuário tem a possibilidade de determinar os seguintes parâmetros do toro:

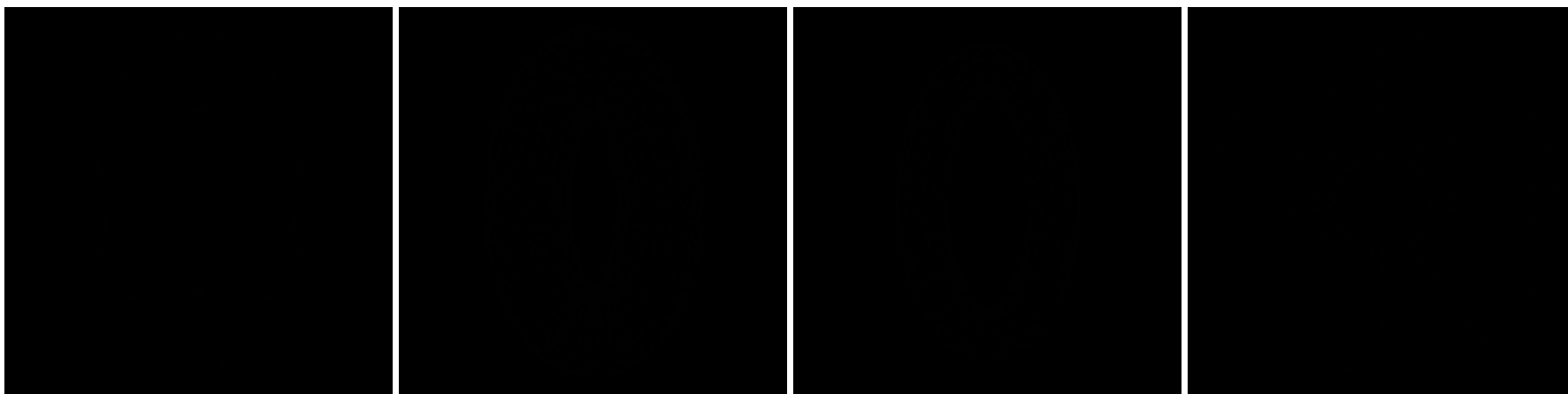
Raio de Revolução.

Raio do Perfil.

Densidade de poligonalização do perfil.

Densidade de poligonalização da revolução.

Superfícies de Revolução



Densidade do perfil = 5

Densidade de rev. = 10

Densidade do perfil = 22

Densidade de rev. = 44

Raio do perfil = 75

Raio de rev. = 15

Raio do perfil = 40

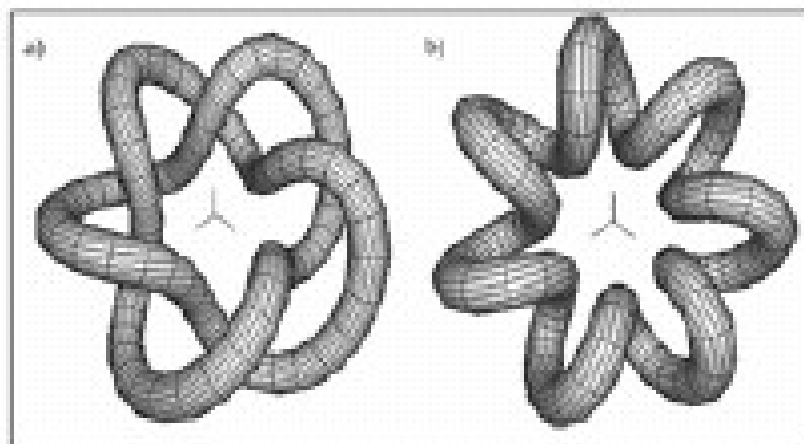
Raio de rev. = 65

Generalizando o Sweeping

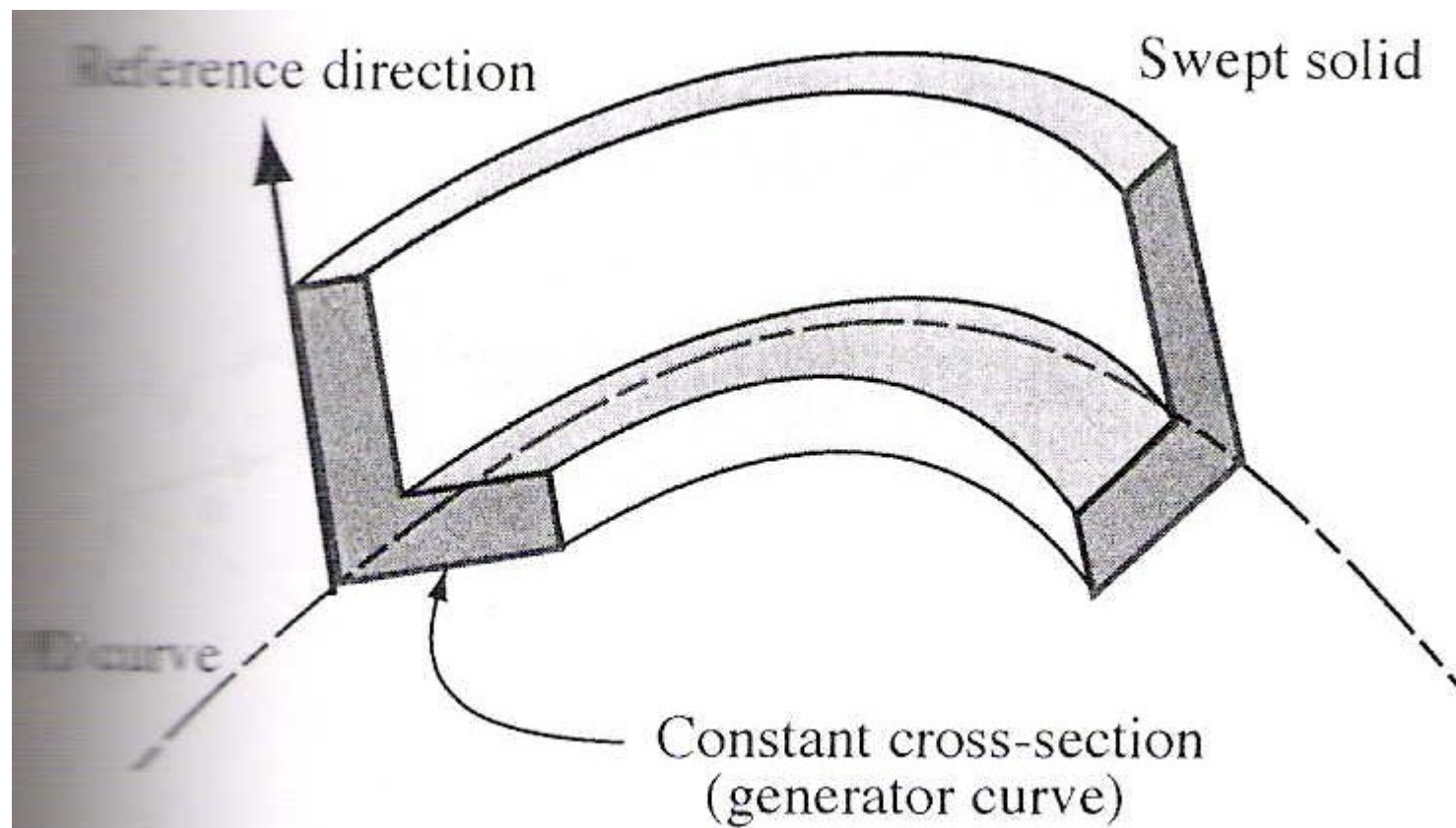
- Alterações na **Diretriz**
 - Linear (Rotação e Escala)
 - Curva Qualquer (Explícita ou Implícita)
- Alterações na **Geratriz**
 - Linear (Rotação e Escala)
 - Forma Livre (não linear)
 - *Lofting* e Reconstrução Planar 3D

Diretriz Analítica

- $C(t) = ((a + b \cos(qt)) \cos(pt), (a + b \cos(qt)) \sin(pt), c \sin(qt))$,
onde a , b , p e q são constantes escolhidas
- (a) $p = 2$ e $q = 5$
- (b) $p = 1$ e $q = 7$



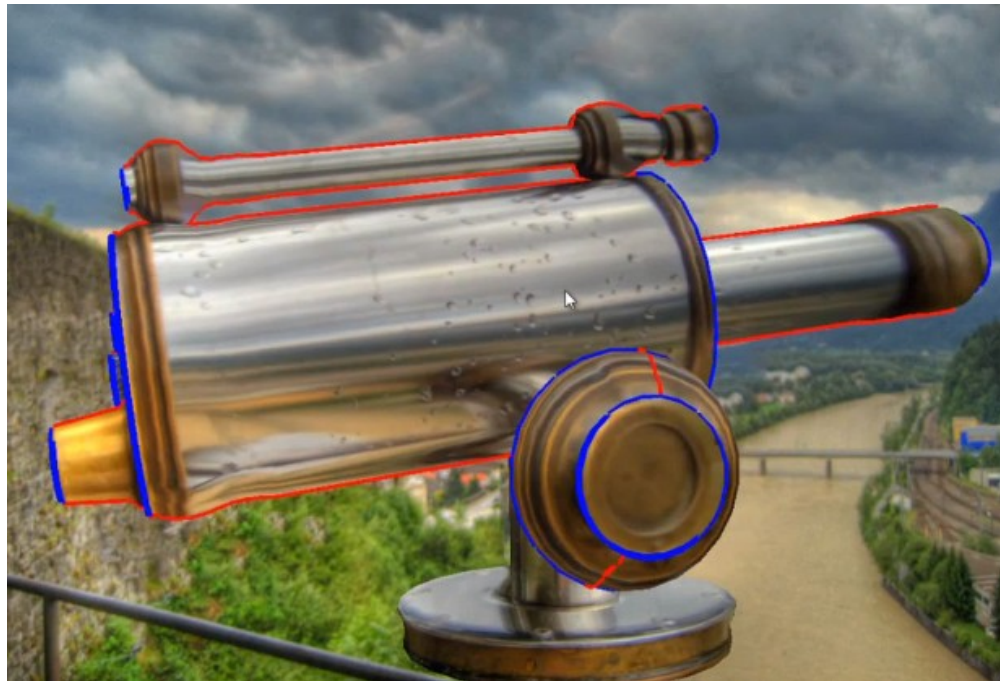
Diretriz com rotação ao longo da curva



Super Sweeping

SIGGRAPH 2013

<http://petapixel.com/2013/09/09/type-3d-manipulation-software-future-photo-manipulation/>



<https://cacm.acm.org/magazines/2016/12/210374-extracting-3d-objects-from-photographs-using-3-sweep/fulltext>

Generalizando o *Sweeping*

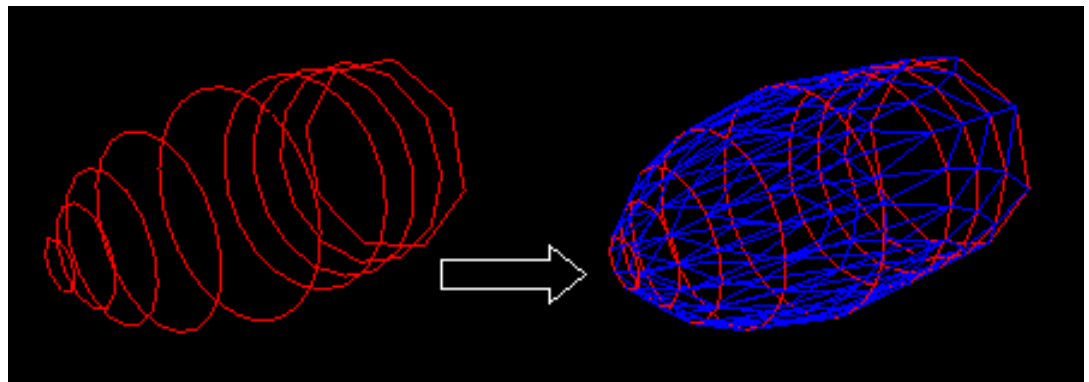
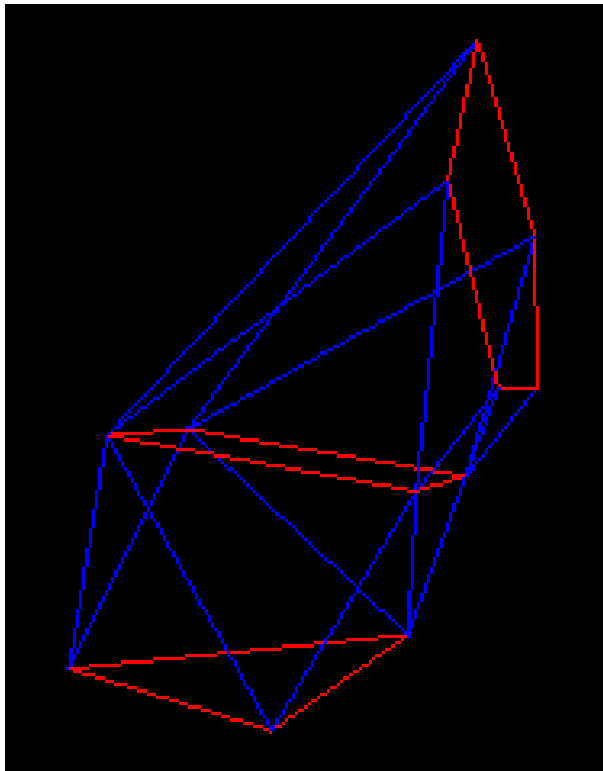
- Alteração da **forma** da geratriz ao longo da diretriz (**não linear**)
 - *Interpolação de Curvas/Formas*
 - *Lofting (no eixo)*
 - *Tiling*

Lofting/Reconstrução 3D

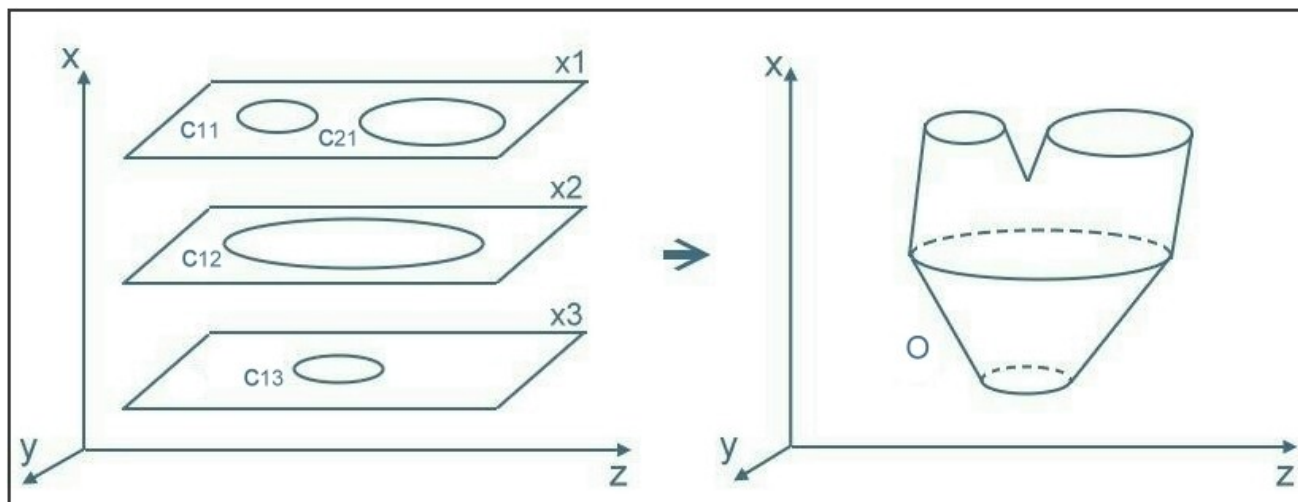
Lofting (Gomes e Velho, 1990:145)

“Constrói a superfície interpolando suas seções transversais de qualquer formato, ao longo de um eixo”

<http://www.raudins.com/glenn/Projects/Lofting/default.htm>

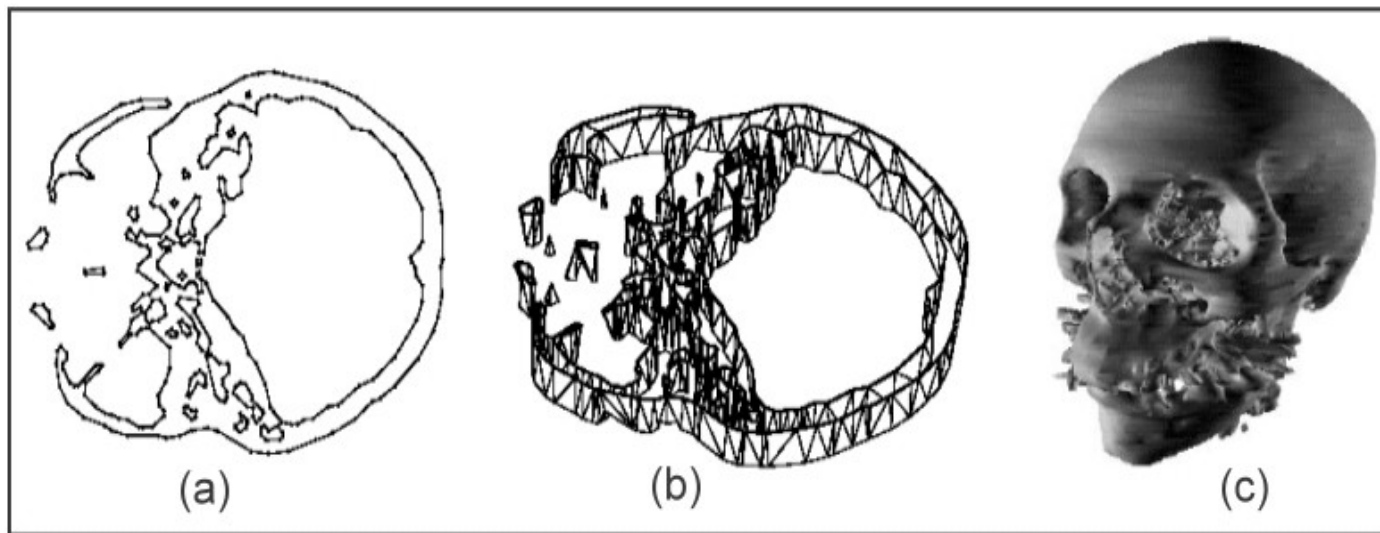


Reconstrução 3D (Lofting Progressivo)



Dado um conjunto de curvas c_{ij} onde $i=1, 2, \dots, n$ e n é um número diferente de curvas no plano x_j , criar um objeto O sendo que as curvas c_{ij} sejam a interseção de O com os planos x_j .

Reconstrução 3D: Aplicações: Crânio

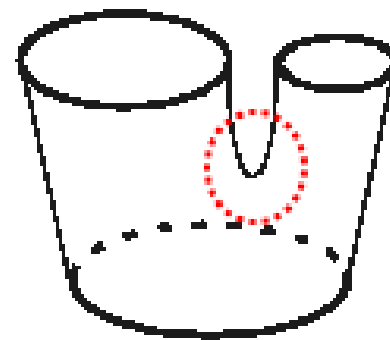
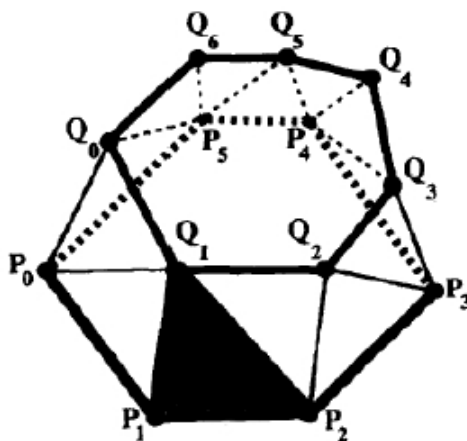
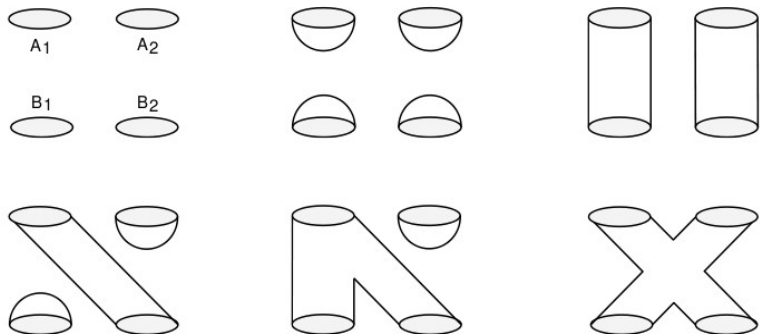


Reconstrução 3D

Etapas de Reconstrução 3D por Seções Planares:

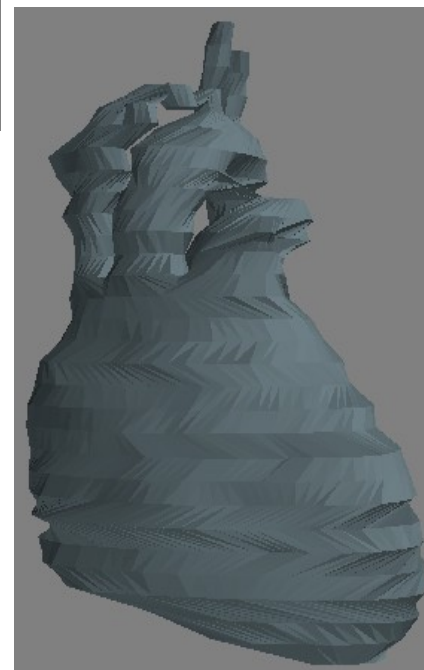
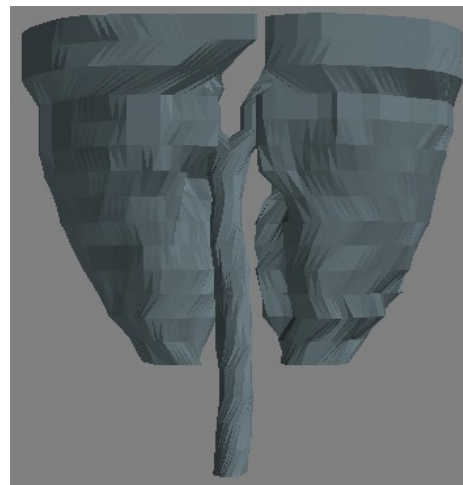
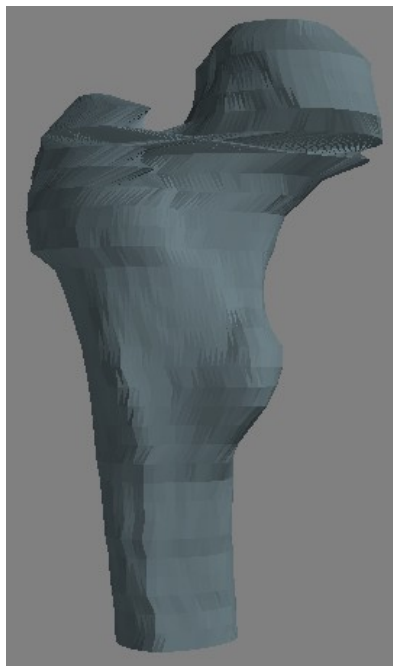
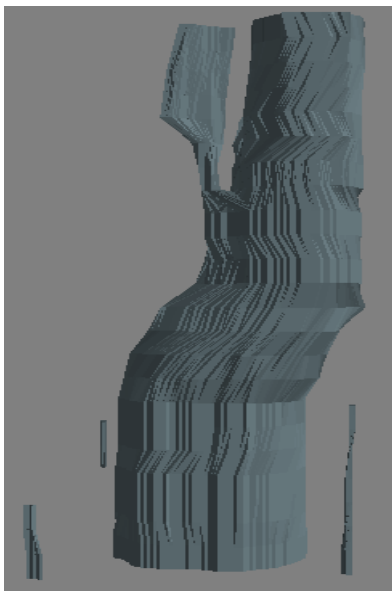
- Correspondência (*Corresponcence*)
- Interpolação/Geração de Malha (*Tiling/Lofting*)
- Bifurcação (*Branching*)

Etapas da Reconstrução 3D



Reconstrução com o Delta+

(Anzollin 2006, Bittencourt 2009)



Modelagem Topológica Poliédrica

Conteúdo

1. O que é um Poliedro
2. O que é Geometria e Topologia
3. Noções de Topologia
4. Validação de um Poliedro
5. Operadores de Euler
6. Comentários

O que é um Poliedro ?

Definindo um **Poliedro**

(Mortenson 2006:319)

- É um **sólido** que é composto por **polígonos** planares cujas arestas pertencem a outro polígono
- É um arranjo de polígonos de forma que dois e somente **dois** polígonos se encontram em uma aresta
- É possível visitar toda a **superfície** do poliedro passando pelas arestas e visitando todos os polígonos

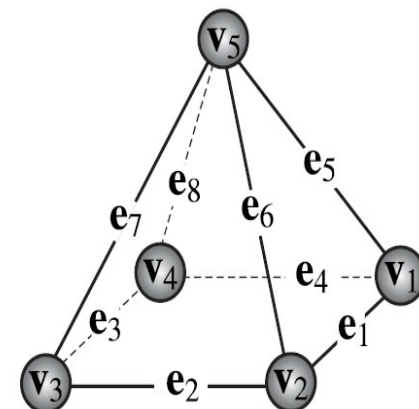
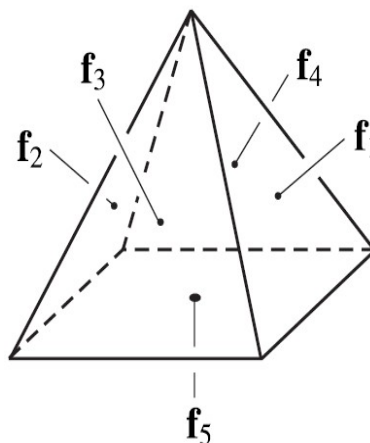
Elementos de um Poliedro

Geometria

Ponto, reta, círculo, plano, ...

Topologia

- **V**értices (índice, organização)
- Arestas (**E**edges) e
- **F**aces



O que é topologia ?

Topologia

(Mortenson 2006:333)

- São propriedades não métricas (não relacionadas com o espaço Euclidiano) que se relacionam com questões da estrutura do objeto (sua **conectividade**, **vizinhança** e **continuidade** dimensional) em Curvas e Superfície (Abertas ou fechada, Superfícies de um ou dois lados)
- Propriedades que são **invariante** às TGLRs torcer, comprimir, ..., **sem rasgar, furar nem induzir auto-intersecção**

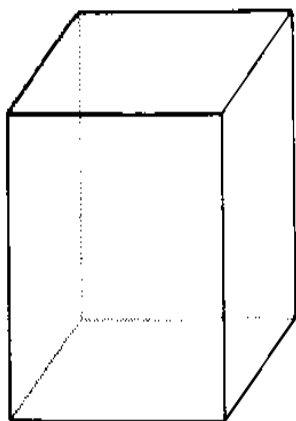
Fórmula de Euler

(A&C, 2003: Cap 4.4.3.1)

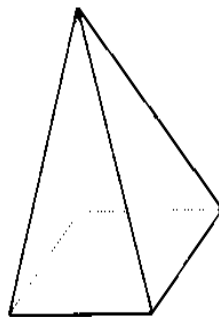
- Objetos poliédricos **simples** seguem a **Fórmula de Euler**
 - (Teorema da Topologia de Poliedros no R3)
 - A Fórmula de Euler funciona mesmo para arestas curvas e faces não planas !
 - Pode-se então “validar” topologicamente um poliedro simples verificando se:

$$V - E + F = 2$$

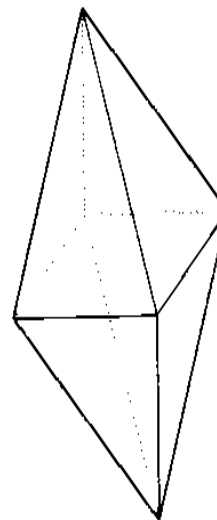
Fórmula de Euler: $V - E + F = 2$



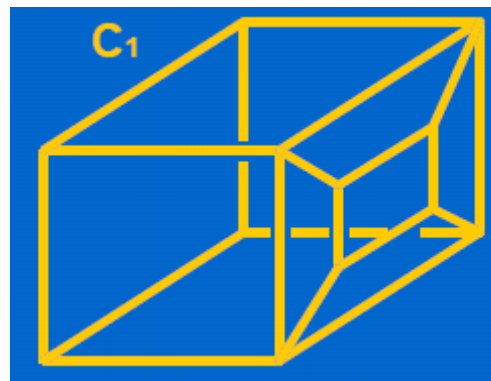
$$\begin{aligned} V &= 8 \\ E &= 12 \\ F &= 6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V &= 5 \\ E &= 8 \\ F &= 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V &= 6 \\ E &= 12 \\ F &= 8 \end{aligned}$$

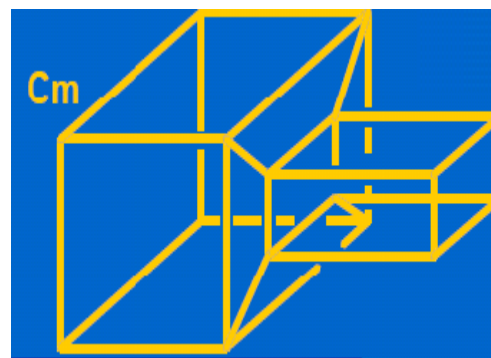


$V = ?$

$E = ?$

$F = ?$

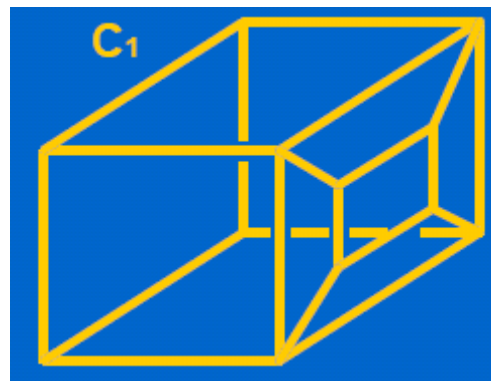
$$V - E + F = 2$$



$V = ?$

$E = ?$

$F = ?$

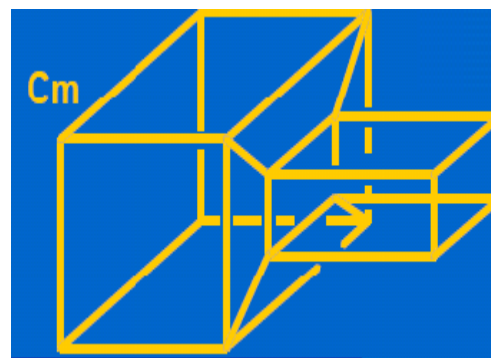


$$V = 12$$

$$E = 20$$

$$F = 10$$

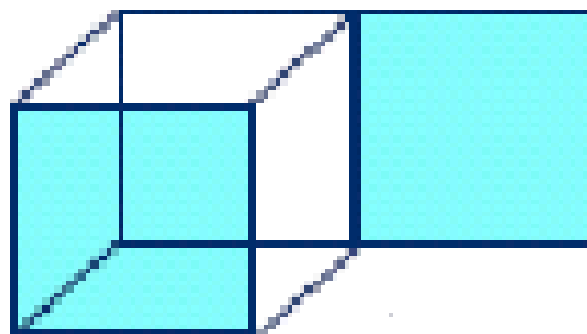
$$V - E + F = 2$$



$$V = 16$$

$$E = 28$$

$$F = 14$$



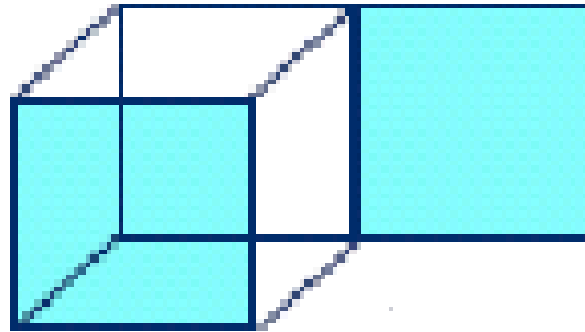
$$V = ?$$

$$E = ?$$

$$F = ?$$

$$V - E + F = ???$$

Só a Fórmula de Euler valida ?



$$V = 10$$

$$E = 15$$

$$F = 7$$

$$V - E + F = 10 - 15 + 7 = 2 \text{ !!!!!}$$

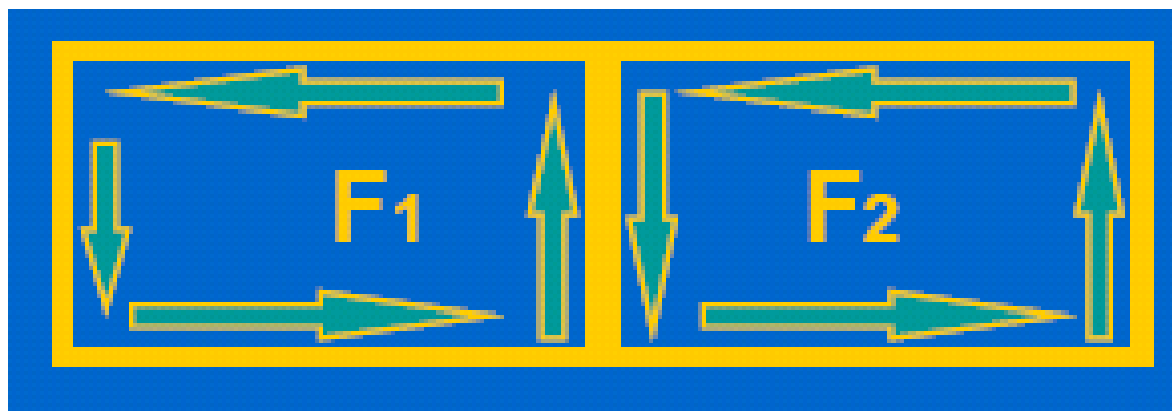
- Não....
- A Fórmula de Euler é **necessária** mas não **suficiente** para validar um poliedro simples

Restrições de um Poliedro

- Suas arestas são, cada uma, membros de um número par de polígonos (exatamente **2** no caso de Variedades-2 = ***2-manifolds***)

Propriedade de um Poliedro

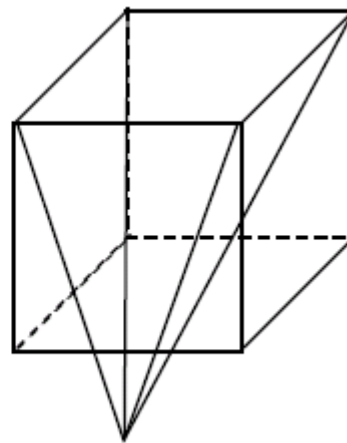
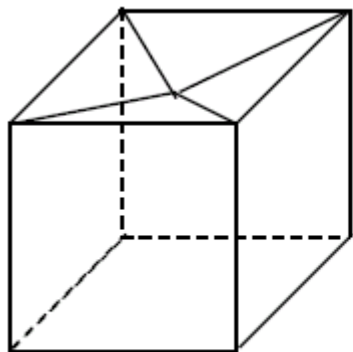
- O Poliedro é **orientável** se é possível orientar todas as suas faces de modo que arestas comuns a duas faces tenham orientações opostas.
- Olhando de “fora” do objeto, todas as faces são constituídas de arestas (anti) horárias



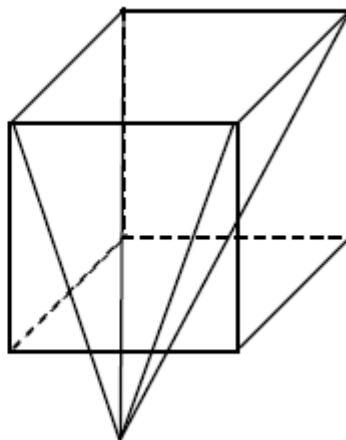
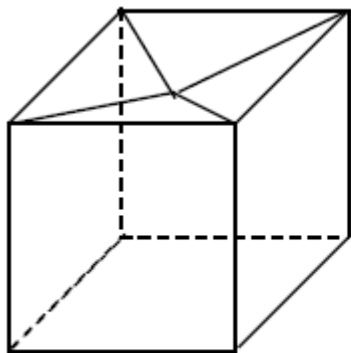
Validando Poliedros Simples

- Além da Fórmula de Euler, um **sólido** poliédrico simples tem que satisfazer restrições **topológicas**:
 - Cada aresta conecta 2 vértices
 - Cada aresta deve ser compartilhada por 2 faces
 - Pelo menos 3 arestas devem se encontrar em um vértice
 - Faces não podem se interpenetrar

Estes objetos atendem as restrições topológicas ?



Não só a parte topológica tem que ser avaliada ...



$$V = 9$$

$$E = 16$$

$$F = 9$$

$$9 - 16 + 9 = 2 !!$$

Mas a validação geométrica também ...

Validação Geométrica

- Todos os vértices são distintos entre si ?
 - Todos os vértices de uma face (*patch*) satisfazem a equação daquele plano (superfície) ?
 - Todas as arestas do objeto não interceptam nenhuma face ?
 - ...
-
- Mas... a validação geométrica é **MUITO** cara

Validação de Poliedros

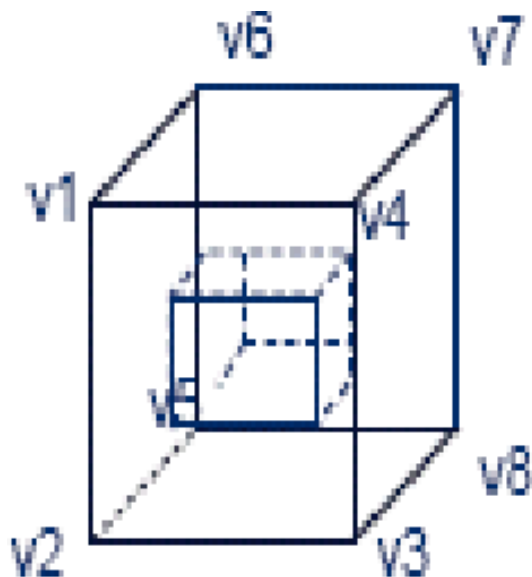
A Validação Completa deve ser feita em três partes:

- Teste da Fórmula de Euler
 - Teste das Restrições Topológicas
 - Testes das Restrições Geométricas
-
- Assim se garante que o poliedro é íntegro e portanto, um **sólido**!

E para poliedros quaisquer ????

Objetos com *furos na face*

Obs: o furo não atravessa o objeto (*pocket*)



$$V = ?$$

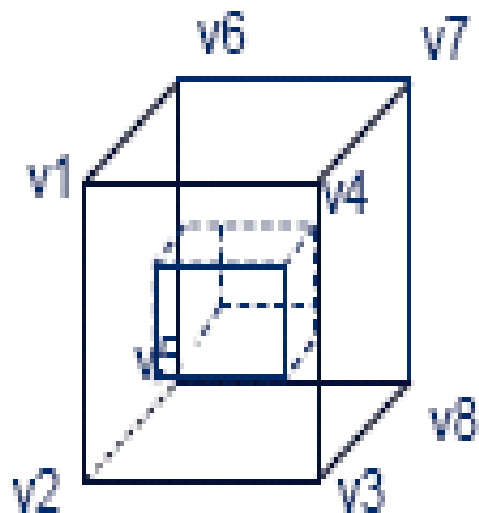
$$E = ?$$

$$F = ?$$

$$V - E + F = ?$$

Objetos com *furos na face*

Não satisfazem a Fórmula de Euler



$$V = 16$$

$$E = 24$$

$$F = 11$$

$$V + F - E = 16 + 11 - 24 = 3$$

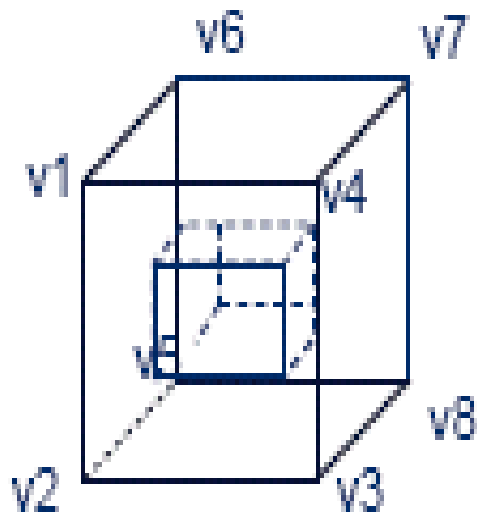
~ mas, é um sólido!!

Fórmula de Euler-Poincaré

$$V - E + F - H = 2 (C - G)$$

- H = buracos nas faces (**H**ole)
- G = buracos que perpassam todo o objeto de face a face (**G**enus)
- C = número de **C**onjuntos disjuntos do objeto, **C**ascas, *shells*
- Aplica-se a poliedros quaisquer (não só os simples)
- Como antes, há necessidade de se validar o objeto com as outras restrições geométricas e topológicas

Buracos em Faces (*Holes*)



$$V = 16$$

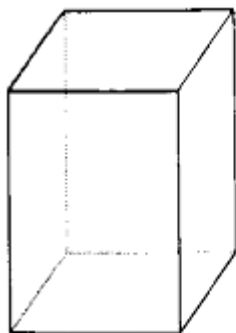
$$E = 24$$

$$F = 11$$

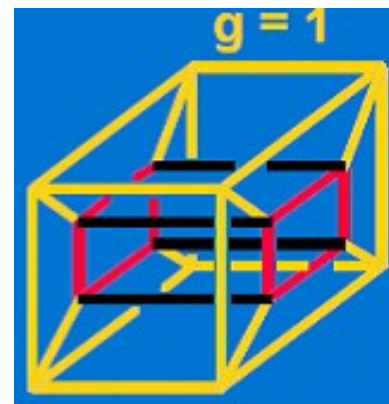
$$V - E + F - H = 2 (C - G)$$

$$16 - 24 + 11 - 1 = 2 (1 - 0)$$

Buracos no Objeto (*Genus*)



$$\begin{aligned}V &= 8 \\E &= 12 \\F &= 6\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}V - E + F - H &= 2(C - G) \\8 - 12 + 6 - 0 &= 2(1 - 0)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V - E + F - H &= 2(C - G) \\16 - 32 + 16 - 0 &= 2(1 - 1)\end{aligned}$$

Buracos no Objeto (*Genus*)

