Matematik, KTH **SF1688, Diskret matematik, ht 2022**

Några extra exempel

Övning 5

1. Vilka av följande permutationer (givna på enradsform) är konjugerade?

$$\pi = 5\,4\,1\,2\,3, \qquad \sigma = 4\,5\,2\,3\,1, \qquad \tau = 3\,5\,1\,2\,4.$$

2. Hur många element i S_6 har cykelstruktur [24]?

3. Hur många olika konjugatklasser finns det i S_6?

4. Är $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ (tvåradsform) jämn eller udda?

5. a) Har udda permutationer udda ordning? b) Har jämna permutationer jämn ordning?

6. Skriv cykeln (1 2 3 4 5 6 7) som en sammansättning av transpositioner.

7. Finn permutationer χ, ψ så att $\pi\chi = \sigma$, $\psi\pi = \sigma$, med

$$\pi = (1\ 7\ 2)(3\ 6\ 9\ 8)(4\ 5), \quad \sigma = (1\ 5\ 3\ 9\ 6\ 8)\,(2\ 4) \quad \text{(cykelform)}.$$

Vilka av χ, π, ψ och σ är konjugerade? Varför?
Avgör om χ, π, ψ och σ är jämna eller udda permutationer.

8. Det går att fylla i vidstående tabell så att den blir multiplikationstabellen för en grupp, dess grupptabell. Gör det.
a. Är gruppen abelsk?
b. Vilket element är identitetselement?
c. Bestäm inverser till alla element.
d. Bestäm ordningen för alla element och alla cykliska delgrupper till gruppen.

$*$	a	b	c	d	f	g
a			c			
b					d	c
c		f		g		
d				a		b
f		c	d			
g					a	

e. Beräkna $a * b * c * d * f * g$. (Behövs här inga parenteser?)

9. Låt G vara en grupp med identitetselementet 1 och $a, b, c \in G$.

a. Givet att $x \in G$ uppfyller $\begin{cases} ax^2 = b \\ x^3 = 1, \end{cases}$ vad är x?

b. Givet att $x \in G$ uppfyller $\begin{cases} (xax)^3 = bx \\ x^2a = (xa)^{-1}, \end{cases}$ vad är x?

c. Visa $bac = a^{-1} \Rightarrow cab = a^{-1}$.
d. Visa $(abc)^{-1} = abc \Rightarrow (bca)^{-1} = bca$.
e. Visa att $a^3 = 1 \Rightarrow a$ har en kvadratrot, dvs för ett $r \in G$ gäller $a = r^2$.
f. Visa att $b^2ab = a^{-1} \Rightarrow a$ har en kubikrot, dvs för ett $s \in G$ gäller $a = s^3$.