



Búsqueda Ternaria



Bach. Rodolfo Mercado Gonzales
Universidad Nacional de Ingeniería

Búsqueda Ternaria

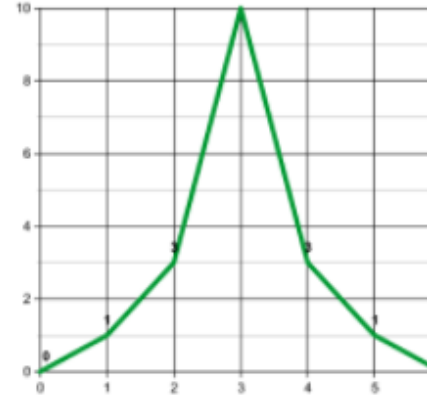
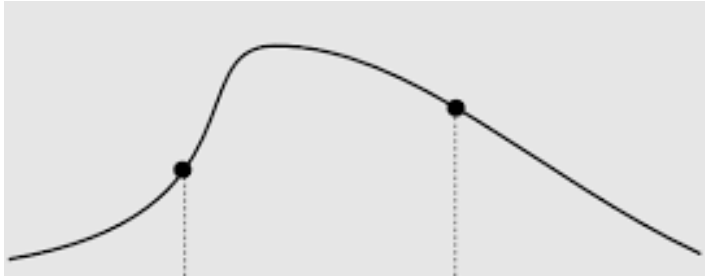
Permite resolver de forma eficiente la siguiente tarea:

Hallar el máximo/mínimo valor de una función en un intervalo $[A, B]$, siendo la función unimodal en dicho intervalo.

Función Unimodal

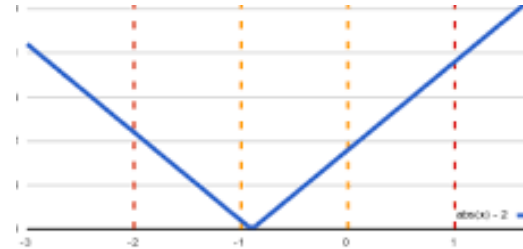
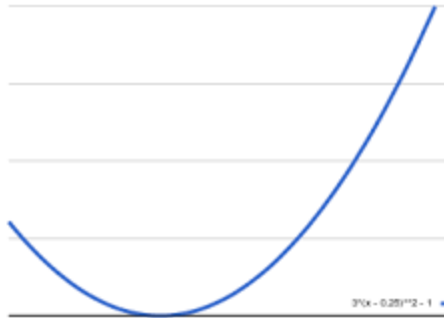
Tenemos 2 casos:

- La función al inicio es estrictamente creciente, alcanza el máximo en un punto o segmento y luego es estrictamente decreciente.



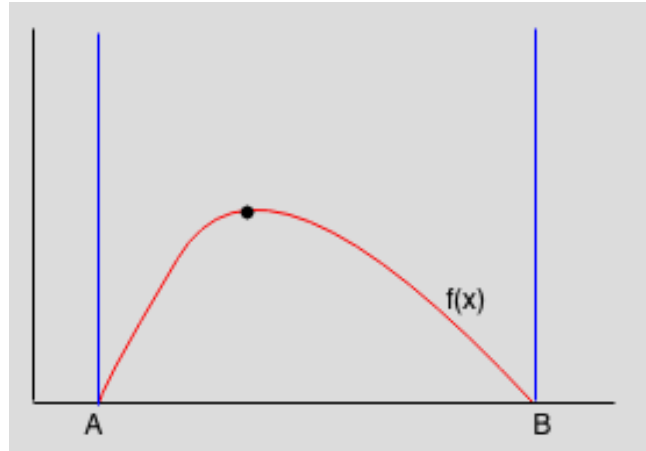
Función Unimodal

- La función al inicio es estrictamente decreciente, alcanza el mínimo en un punto o segmento y luego es estrictamente creciente.



Búsqueda Ternaria

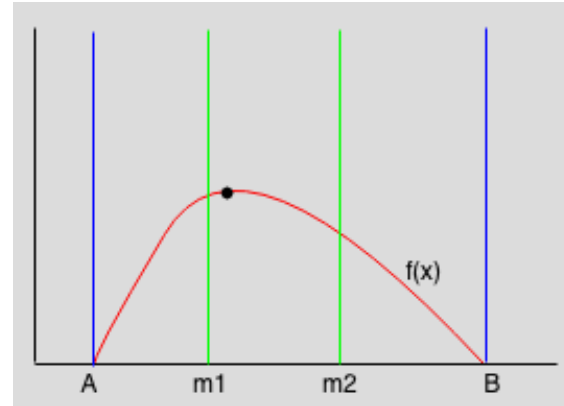
Hallar el máximo valor de la siguiente función unimodal en el rango $[A, B]$



Búsqueda Ternaria

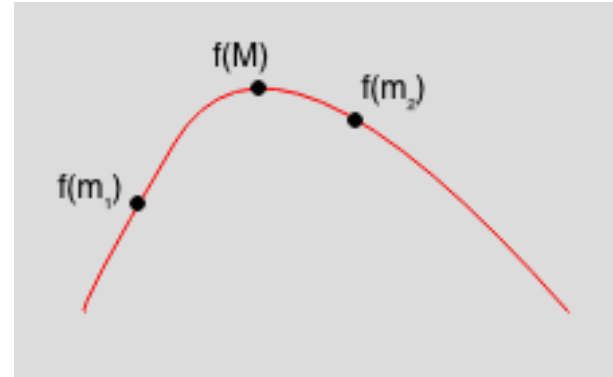
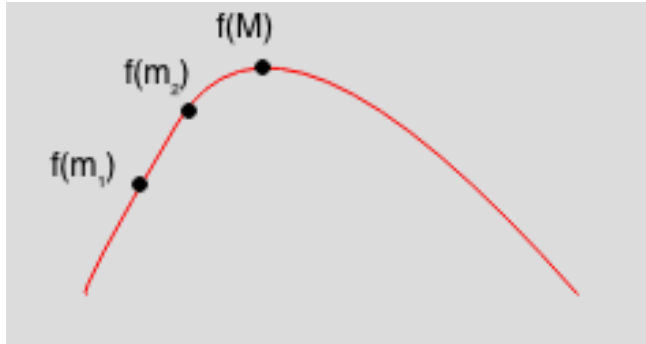
- Similar a la búsqueda binaria, reduce el espacio de búsqueda. Para ello lo dividimos en 3 partes iguales.
- Definimos los puntos m_1 y m_2 de tal forma que $A < m_1 < m_2 < B$.

$$m_1 = A + \frac{B-A}{3}, m_2 = B - \frac{B-A}{3}$$



Búsqueda Ternaria

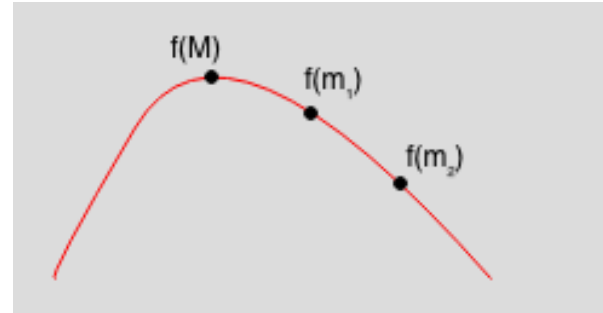
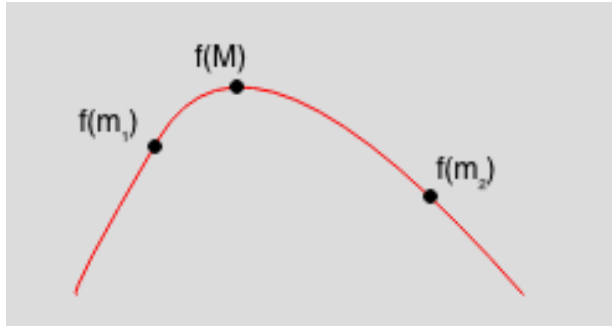
- Caso 1 : $f(m_1) < f(m_2)$



$m_1 < M$, la solución está entre m_1 y B

Búsqueda Ternaria

- Caso 2 : $f(m_1) \geq f(m_2)$



$M < m_2$, la solución está entre A y m_2

Búsqueda Ternaria

Finalmente repetimos el proceso hasta que el rango de búsqueda sea muy pequeño.

```
double ternary(double lo, double hi){
    double eps = 1e-9;
    while( hi - lo > eps ){
        double m1 = lo + (hi - lo) / 3;
        double m2 = hi - (hi - lo) / 3;
        if( f( m1 ) < f( m2 ) ) lo = m1;
        else hi = m2;
    }
    return f( (lo + hi)/2 );
}
```

Analizando la Complejidad

En cada iteración reducimos el intervalo de búsqueda a 2/3 del intervalo inicial.

$$n, \frac{2}{3} * n, \left(\frac{2}{3}\right)^2 * n, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^i n$$

Como buscamos que $\left(\frac{2}{3}\right)^i n = \text{eps}$

$$O\left(\log_{3/2}^{n/\text{eps}}\right) = O(\log n)$$

Búsqueda Ternaria en Enteros

Hallar el máximo/mínimo valor de una función en un intervalo $[A,B]$ discreto, siendo la función unimodal en dicho intervalo.

```
int ternary(int lo, int hi){
    while( hi - lo > 2 ){
        int m1 = lo + (hi - lo) / 3;
        int m2 = hi - (hi - lo) / 3;
        if( f( m1 ) < f( m2 ) ) lo = m1;
        else hi = m2;
    }
    int maxi = f( lo );
    for( int i=lo ; i<=hi ; ++i){
        maxi = max ( maxi, f( i ) );
    }
    return maxi;
}
```

Consideraciones

- ❑ Si conocemos la función unimodal y es posible obtener su derivada, entonces debemos hallar x tal que $f'(x) = 0$.

Podemos ayudarnos de una búsqueda binaria sobre $f'(x)$. En el caso de querer el máximo valor deberíamos hallar el menor x tal que $f'(x) \leq 0$

- ❑ Algunas veces necesitamos maximizar/minimizar funciones que dependen de 2 variables $f(x, y)$. Podemos realizarlo usando 2 búsquedas ternarias anidadas (siempre y cuando las funciones formadas sean unimodales)

Problemas

Halla el mínimo valor de la función:

$$f(x) = 3 * x^2 - 5 * x + 7$$

Problemas

UVA – Hardly Hard

Two Pointers

Dado un arreglo ordenado A, encontrar un par de números $(A[i], A[j])$ tal que sumen x.

Si $x = 25$, entonces una solución puede ser (7, 18);

1	5	7	12	14	18	21	31
---	---	---	----	----	----	----	----

Two Pointers

```
int main(){  
    int A[] = { 1, 5, 7, 12 ,14, 18, 21, 31 };  
    int n = 8, x = 25;  
    int j = n - 1;  
  
    bool ans = 0;  
    for( int i = 0; i < n; ++i){  
        while( j > 0 && A[ i ] + A[ j ] > x) j--;  
        if( A[ i ] + A[ j ] == x ) ans = 1;  
    }  
    cout << ans << endl;  
}
```


Problemas

Codeforces – Counting Kangaroos is fun

Referencias

- ❑ E-maxx, Ternary Search
- ❑ CS Handbook, Ternary Search
- ❑ Topcoder Forums

¡ Good luck and have fun !