수치해석 4주차 과제

20150339 김진민

풀이: 3자리 유효숫자까지 정확 $\rightarrow n=3$

$\Rightarrow \varepsilon_s = (0.5\times 10^{2-n})\% = (0.5\times 10^{2-3})\% = \underline{0.05\%}$ (백분율허용치)

① 참값

$\Rightarrow e^{0.5}$

② 근사값

$$\Rightarrow \underbrace{\underbrace{\underbrace{1+0.5}_{n=1}+\frac{(0.5)^2}{2!}}_{n=2}+\frac{(0.5)^3}{3!}}_{n=3}+\cdots+\frac{(0.5)^n}{n!}$$

⋮

③ 참값을 아는 경우이기 때문에 $\varepsilon_t < \varepsilon_s$ 인 n의 값을 도출해보자.

$\left(\varepsilon_t = \frac{\text{참값}-\text{근사값}}{\text{참값}}\right)$

i) $n=1$ 일 때

$$\varepsilon_t = \frac{e^{0.5}-(1+0.5)}{e^{0.5}}\times 100 = 9.0204\% > \varepsilon_s (=0.05)$$

ii) $n=2$ 일 때

$$\varepsilon_t = \frac{e^{0.5}-\left(1+0.5+\frac{(0.5)^2}{2!}\right)}{e^{0.5}}\times 100 = 1.4388\% > \varepsilon_s (=0.05)$$

iii) $n=3$ 일 때

$$\varepsilon_t = \frac{e^{0.5}-\left(1+0.5+\frac{(0.5)^2}{2!}+\frac{(0.5)^3}{3!}\right)}{e^{0.5}}\times 100 = 0.1752\% > \varepsilon_s (=0.05)$$

iv) $n=4$ 일 때

$$\varepsilon_t = \frac{e^{0.5}-\left(1+0.5+\frac{(0.5)^2}{2!}+\frac{(0.5)^3}{3!}+\frac{(0.5)^4}{4!}\right)}{e^{0.5}}\times 100 = 0.0172\% < \varepsilon_s (=0.05)$$

$$\therefore e^{0.5} = \underbrace{1+0.5+\frac{(0.5)^2}{2!}+\frac{(0.5)^3}{3!}+\frac{(0.5)^4}{4!}}_{n=4}$$ 일 때 이다.