

# Generación de campos gaussianos en teorías inflacionarias

TFG: FS20-29-FSC

19 de noviembre de 2022

Universidad de Córdoba

**Rafael Jurado Ariza**



## **Abstract**

### **1. Introducción**

### **2. Objetivos**

### **3. Materiales y métodos**

### **4. Resultados**

### **5. Conclusions**

# Abstract

1. Introducción

2. Objetivos

3. Materiales y métodos

4. Resultados

5. Conclusions

# Abstract

In order to explain certain **peculiarities** that appear in the Big Bang theory, we resort to the concept of **inflation**.

This work gives an introduction to the theoretical framework of the **Big Bang and its problems** and inflation, as well as the **fluctuations** that occurred in the primordial universe and the statistics needed to understand them. The initial distribution of these fluctuations can be shaped by means of a random density field with **Gaussian statistics**. For the purpose to delve into the meaning of such a Gaussian statistics, an **algorithm** has been programmed in the **Python** language. This is done by using tools such as the **fast Fourier transform** or random numbers.

Finally, the numerical simulations are represented by means of heat maps, which are the peak results of the work.

Abstract

## **1. Introducción**

2. Objetivos

3. Materiales y métodos

4. Resultados

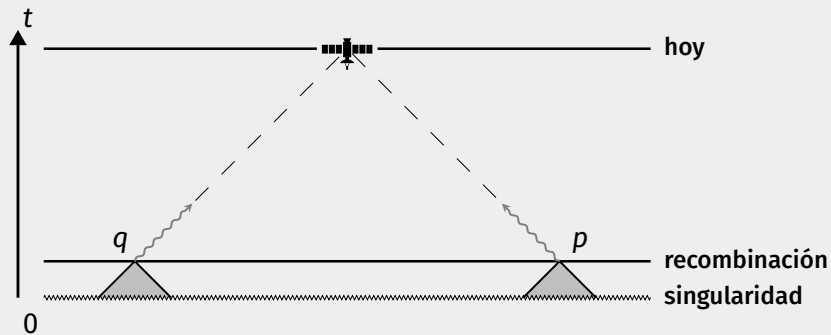
5. Conclusions

# Introducción

## Inflación

El Universo no es como las ecuaciones del *Hot Big Bang* orquestan. Aparecen una serie de problemas teóricos, entre ellos: **el problema del horizonte**

# Introducción



# Introducción

## Inflación

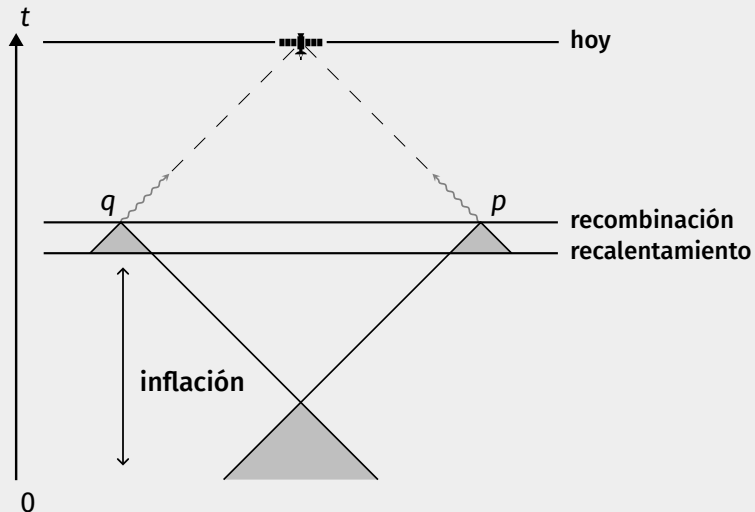
El Universo no es como las ecuaciones del *Hot Big Bang* orquestan. Aparecen una serie de problemas teóricos, entre ellos: **el problema del horizonte** y el **problema de la planitud**:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad \rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G} = \rho.$$

Inflación es capaz de **resolver** estos dos problemas y además provee de manera natural un **mecanismo generador** de las fluctuaciones primordiales.



# Introducción

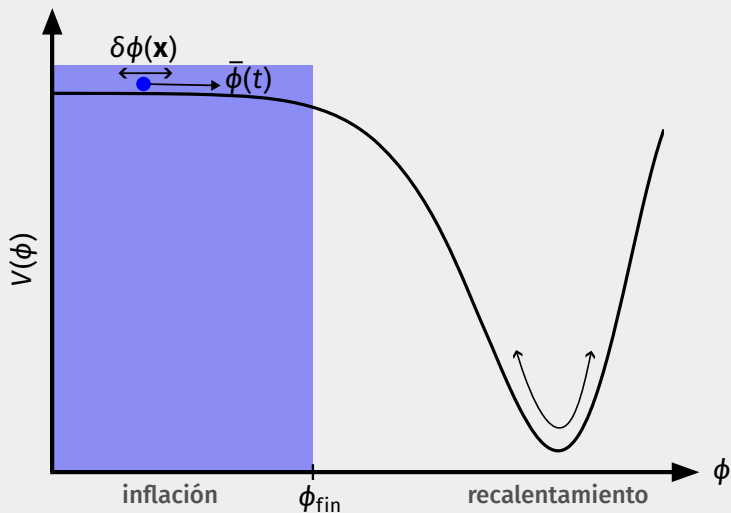


# Introducción

## Inflación

- 👉 Marco teórico  $\longrightarrow$  Campos escalares.
- 👉 El campo escalar es el **inflatón**  $\phi(t, \mathbf{x})$ .
- 👉 Su ec. de estado  $w = \mathcal{P}_\phi / \rho_\phi < -1/3$ .
- 👉 Tiene una densidad de e. potencial  $V(\phi)$  y de e. cinética  $\dot{\phi}^2/2$ .
- 👉 Su ec. de movimiento  $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$ .
- 👉 Escenario *slow-roll*.

# Introducción



# Introducción

## Espectro de potencias y función de transferencia

Fluctuaciones cuánticas  $\delta\phi(\mathbf{x}) \longrightarrow$  Fluctuaciones clásicas densidad de energía  $\delta\rho(t, \mathbf{x})$

Estas fluctuaciones clásicas son descritas en el **régimen lineal**:

$$\delta(t, \mathbf{x}) = \frac{\delta\rho(t, \mathbf{x})}{\bar{\rho}(t)} \ll 1.$$

El espacio de Fourier entra en juego para facilitar el estudio de las fluctuaciones (“modos”). En cosmología nos importa el comportamiento estadístico de las cantidades estudiadas. El campo de fluctuaciones  $\delta$  se modela con un **campo aleatorio**.

# Introducción

## Espectro de potencias y función de transferencia

Estamos interesados en la **correlación espacial** de las fluctuaciones:

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) \equiv \langle \delta(\mathbf{x}, t), \delta(\mathbf{x}', t) \rangle = \int \mathcal{D}\delta \mathbb{P}[\delta] \delta(\mathbf{x}, t) \delta(\mathbf{x}', t).$$

$$\text{Homogeneidad e isotropía} \implies \xi(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) = \xi(r).$$

En el espacio de Fourier:

$$\langle \delta(\mathbf{k}) \delta^*(\mathbf{k}') \rangle \equiv (2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P(k),$$

donde  $P(k)$  es el espectro de potencias.

En el caso que veremos adelante,  $P(k)$  lleva toda la información del campo aleatorio. La evolución gravitatoria de las fluctuaciones es descrita con la **función de transferencia**  $T(k)$ .

# Introducción

## Campos aleatorios gaussianos

En este tipo de campos aleatorios, la FDP es una gaussiana en cada punto del espacio. Existe **evidencia observacional** suficiente para tomar este campo como modelo del campo de densidad primordial.

El **espectro de potencias** define completamente un campo aleatorio gaussiano.

Para los diferentes vectores de onda  $\mathbf{k}$ :

$$\delta(\mathbf{k}) = A_{\mathbf{k}} + iB_{\mathbf{k}} = |\delta(\mathbf{k})| e^{i2\pi\phi_{\mathbf{k}}}, \quad |\delta(\mathbf{k})| \sim \mathcal{N}(0, P(k)) \wedge \phi_{\mathbf{k}} \sim U(0, 1).$$

Abstract

1. Introducción

**2. Objetivos**

3. Materiales y métodos

4. Resultados

5. Conclusions

# Objetivos

- 👉 Algoritmo Python.
- 👉 FFT y números aleatorios como herramientas principales en este algoritmo.
- 👉 Modelo para espectro de potencias primordial  $P_0(k)$ .
- 👉 Modelo para espectro de potencias en época de recombinación  $P(k) = P_0(k)T^2(k)$ .
- 👉 Visualizar los campos aleatorios.



Abstract

1. Introducción

2. Objetivos

**3. Materiales y métodos**

4. Resultados

5. Conclusions

# Materiales y métodos

## FFT y números aleatorios gaussianos

Al simular por ordenador la transformada de Fourier se convierte en una DFT.

✗ DFT (definición directa)  $\longrightarrow O(N^2)$

✓ FFT (algoritmo ingenioso)  $\longrightarrow O(N \log_2 N)$

# Materiales y métodos

## FFT y números aleatorios gaussianos

Al simular por ordenador la transformada de Fourier se convierte en una DFT.

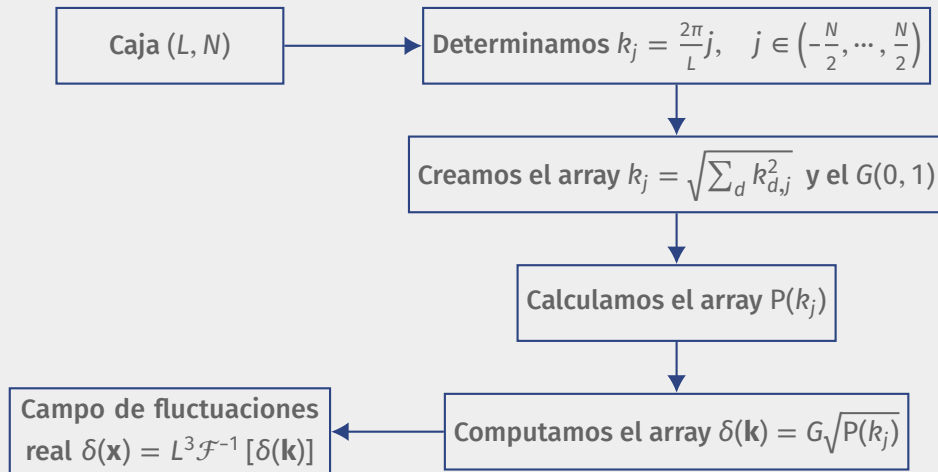
✗ DFT (definición directa)  $\longrightarrow O(N^2)$

✓ FFT (algoritmo ingenioso)  $\longrightarrow O(N \log_2 N)$

El **campo aleatorio gaussiano** es computado mediante el uso de número aleatorios bajo una estadística normal (o gaussiana) con media nula y desviación típica  $\sqrt{P(k)}$ .

# Materiales y métodos

## Método



Abstract

1. Introducción

2. Objetivos

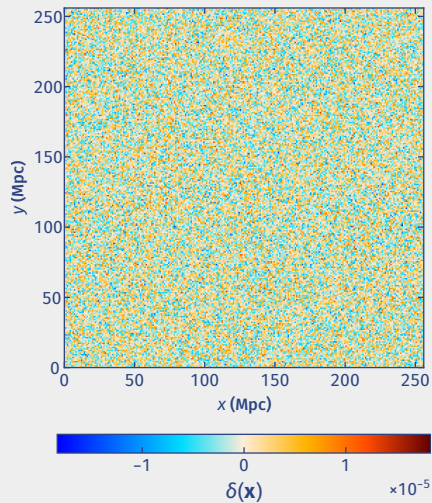
3. Materiales y métodos

**4. Resultados**

5. Conclusions

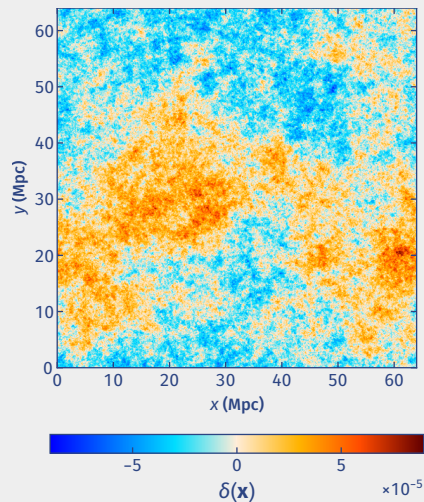
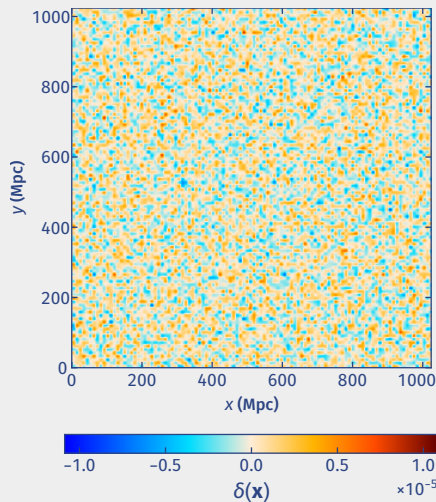
# Resultados

## Ruido blanco ( $n_s = 0$ )



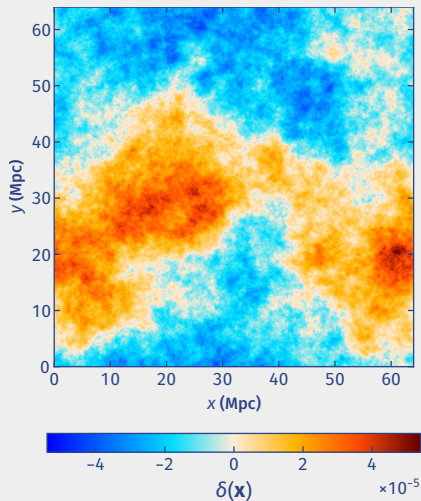
# Resultados

## Campo primordial (Izda. $n_s = 1$ Dcha. $n_s = -3$ )



# Resultados

## Campo en época de recombinación ( $n_s = 0.965$ )





# Resultados

Campo tridimensional ( $n_s = 0.965$ )



## Abstract

### 1. Introducción

### 2. Objetivos

### 3. Materiales y métodos

### 4. Resultados

### 5. Conclusions

# Conclusions

- Python ❤️ Computational cosmology.
- FFT and random numbers are essential in this simulation approach.
- For  $P_0(k)$ :
  - Large scale fluctuations for  $n_s < 0$ .
  - Small scale fluctuations for  $n_s > 0$ .
  - Harrison-Zel'dovich ( $n_s = 1$ ) homogeneous fluctuations at large scales with noticeable fluctuations at smaller scales.
- With  $T(k)$  we reproduce the spatial distribution of fluctuations in the CMB.
- 2D and 3D realizations are essential for the comprehension.

# Generación de campos gaussianos en teorías inflacionarias

TFG: FS20-29-FSC

19 de noviembre de 2022

Universidad de Córdoba

**Rafael Jurado Ariza**

