

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Facultad de Ciencias

Grado de Física

Trabajo Fin de Grado

# Generación de campos gaussianos en teorías inflacionarias

Código del TFG: **FS20-29-FSC**

Tipo de TFG: **Trabajo teórico-práctico general**

---

Autor: Rafael Jurado Ariza



A DETERMINAR



---

## Índice general

---

<b>Índice general</b>	<b>2</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>3</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>4</b>
<b>Resumen. Palabras clave</b>	<b>5</b>
<b>Abstract. Keywords</b>	<b>6</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>7</b>
1.1. El <i>Hot Big Bang</i> . . . . .	9
1.2. Inflación . . . . .	13
<b>2. Resultados</b>	<b>14</b>
2.1. Campos gaussianos con $P(k) \propto k^n$ . . . . .	14
2.2. Campos gaussianos con $P(k) \propto T(k) \cdot k^n$ . . . . .	18
<b>Bibliografía</b>	<b>23</b>

---

## Índice de figuras

---

1.1.	Cuaderno con la idea original de Guth . . . . .	8
1.2.	Representación de la recombinaón de protones y electrones . . . . .	10
1.3.	Ilustración del problema del horizonte . . . . .	11
1.4.	Solución inflacionaria al problema del horizonte . . . . .	12
2.1.	Ruido blanco, campo gaussiano con $P(k) \propto k^0$ . . . . .	15
2.2.	Campo gaussiano con $P(k) \propto k$ . . . . .	16
2.3.	Campo gaussiano con $P(k) \propto k^{-1}$ . . . . .	16
2.4.	Campo gaussiano con $P(k) \propto k^{-2}$ . . . . .	17
2.5.	Campo gaussiano con $P(k) \propto k^{-3}$ . . . . .	17
2.6.	Campo gaussiano con $P(k) \propto k^{-4}$ . . . . .	18
2.7.	Campo gaussiano con $P(k) \propto T(K) \cdot k^0$ . . . . .	19
2.8.	Campo gaussiano con $P(k) \propto T(K) \cdot k$ . . . . .	19
2.9.	Campo gaussiano con $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-1}$ . . . . .	20
2.10.	Campo gaussiano con $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-2}$ . . . . .	20
2.11.	Campo gaussiano con $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-3}$ . . . . .	21
2.12.	Campo gaussiano con $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-4}$ . . . . .	21

---

## **Índice de tablas**

---

1.1. Eventos clave en la historia del universo . . . . .	10
--	----

---

## Resumen

---

Escriba aquí un resumen de la memoria en castellano que contenga entre 100 y 300 palabras. Las palabras clave serán entre 3 y 6.

**Palabras clave:** palabra clave 1; palabra clave 2; palabra clave 3; palabra clave 4

---

## **Abstract**

---

Insert here the abstract of the report with an extension between 100 and 300 words.

**Keywords:** keyword1; keyword2; keyword3; keyword4

# CAPÍTULO 1

---

## Introducción

---

Si el universo tuvo un principio, como el *Big Bang*, procedente de esa “explosión” la distribución de materia y energía habría sido muy irregular. Enormemente difusa. El tiempo y el espacio habrían estado curvados, retorcidos, deformados.

Pero cuando miramos al universo hoy, no vemos nada de eso. La distribución de materia y energía es casi uniforme en el universo, y el propio espacio es extremadamente plano, obedeciendo a las leyes de la geometría más sencilla. Así que, ¿cómo llegamos desde ese salvaje estado inicial hasta el presente? Ahí es donde nació la idea de inflación.

El concepto que introdujo la inflación es que, después del *Big Bang*, quizás hubo un periodo de expansión muy rápida y acelerada, expandiendo el universo tan rápido que lo convertiría en algo aplanado y uniforme, y la distribución de materia y energía habría sido también uniformada de esta manera.

La teoría inflacionaria [1–3], uno de los ejes centrales de la Cosmología moderna, fue introducida por Alan Guth —entre otros— en 1981 para resolver una serie de problemas [4] que estaban presentes en el marco teórico de la Cosmología de la época: el *Hot Big Bang*. En la [figura 1.1](#) se muestra una parte de sus notas originales.

Una de las asombrosas características de la inflación es que encierra un mecanismo para producir las fluctuaciones de densidad primordiales. Estas pequeñas fluctuaciones cuánticas son estiradas por la expansión inflacionaria y se convierten en las semillas para la formación de la estructura a gran escala del universo [5–9]. Dichas fluctuaciones se describen mediante campos aleatorios, que son la generalización de las variables aleatorias a cantidades que toman valores diferentes en distintos puntos del espacio y/o del tiempo. La estadística de los campos aleatorios está codificada en el espectro de potencias  $P(k)$ , donde  $k$  es el módulo del vector de onda.

EV (S)  
Dec 7, 1979

SPECTACULAR REALIZATION:

This kind of supercooling can explain why the universe today is so incredibly flat — and therefore ~~why~~ resolve the fine-tuning paradox pointed out by Bob Dicke in his Einstein day lectures.

Let me first rederive the Dicke paradox. He relies on the empirical fact that the deacceleration parameter today  $q_0$  is of order 1.

$$q_0 = - \ddot{R} \frac{R}{\dot{R}^2}$$

Use the eqs of motion

$$3\ddot{R} = -4\pi G (\rho + 3p) R$$

$$\dot{R}^2 + k = \frac{8\pi G}{3} \rho R^2,$$

so

$$q_0 = \frac{\frac{1}{2} (1 + 3p/\rho)}{1 - \frac{3kM_p^2}{8\pi G\rho R^2}}$$

$$\frac{k}{R^2} = \frac{8\pi\rho}{3M_p^2} - H^2 \quad G = \frac{1}{M_p^2}, \quad H = \frac{\dot{R}}{R}$$

$$q_0 = \frac{4\pi}{3M_p^2} (\rho + 3p) \frac{1}{H^2}$$

$$\frac{k}{R^2} = \frac{H^2}{(1 + \frac{3p}{\rho})} [2q_0 - 1 - \frac{3p}{\rho}]$$

Using the above eq, the fact that  $\frac{3p}{\rho} \approx 0$  for today's universe, and the fact that  $q_0 \sim 1$ , one has

**Figura 1.1.** Cuaderno con la idea original de Guth

Sin embargo, si se proporciona un  $P(k)$ , no es muy sencillo visualizar cómo sería el correspondiente mapa espacial de fluctuaciones, lo que dificulta la intuición de lo que significa un espectro de potencia concreto. En este trabajo, mediante el uso del lenguaje de programación Python, se generarán y representarán realizaciones de distintos campos aleatorios gaussianos de densidad.

## 1.1. EL HOT BIG BANG

La teoría del *Hot Big Bang* es considerablemente exitosa, superando algunas pruebas clave de observación: expansión del universo, la existencia y espectro del *Cosmic Microwave Background* (CMB), las abundancias de elementos ligeros en el universo (nucleosíntesis) [10–12], entre otras [13].

El universo se está expandiendo [14]. Era entonces más denso y caliente en el pasado. Las partículas colisionaban frecuentemente y el universo estaba en un estado de equilibrio térmico con una temperatura  $T$ . Ajustando la constante de Boltzmann a la unidad  $k_B = 1$ , se mide la temperatura en unidades de energía. De este modo, midiendo las energías en electronvoltios:

$$\text{eV} \approx 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 1.2 \times 10^4 \text{ K}. \quad (1.1)$$

La relación entre la temperatura del universo temprano y su edad es [15]

$$\frac{T}{1 \text{ MeV}} \approx \left( \frac{t}{1 \text{ s}} \right)^{-1/2}. \quad (1.2)$$

Un segundo después del *Big Bang* la temperatura del universo era de unos  $10^{11}$  K (o 1 MeV). Como aún había pasado poco tiempo en el universo temprano, la cadencia de las reacciones era extremadamente alta, así que pasaron muchas cosas en un corto período de tiempo (véase [tabla 1.1](#)).

Un acontecimiento importante en la historia del universo primitivo es la formación de los primeros átomos y el consecuente desacoplamiento de los fotones (véase [figura 1.2](#)). Ocurrió 380 000 años después del *Big Bang* y se le conoce por **recombinación**. En este punto, la temperatura era lo suficientemente baja —debajo de 0.3 eV— para que se formaran átomos de hidrógeno mediante la reacción  $e^- + p^+ \rightarrow H + \gamma$ . Alrededor de 0.25 eV, los fotones se desacoplaron de la materia y el universo se torna transparente. Estos fotones todavía se ven hoy en día como un resplandor del *Big Bang*. Estirada por 13 800 millones de años de expansión cósmica, la primera luz del universo se observa hoy como una débil radiación de microondas, el CMB [16].

Una característica destacable de las correlaciones observadas en el CMB es que abarcan escalas mayores que la distancia recorrida por la luz entre el inicio del *Hot Big Bang* y el momento en que se creó el CMB. Esto entra en conflicto con la causalidad, a menos que las correlaciones se generaran antes del *Hot Big Bang*. De hecho, cada vez hay más pruebas de que el *Big Bang* no fue el comienzo del tiempo, sino que las fluctuaciones de densidad primordiales se produjeron durante un periodo anterior de expansión acelerada llamado inflación.

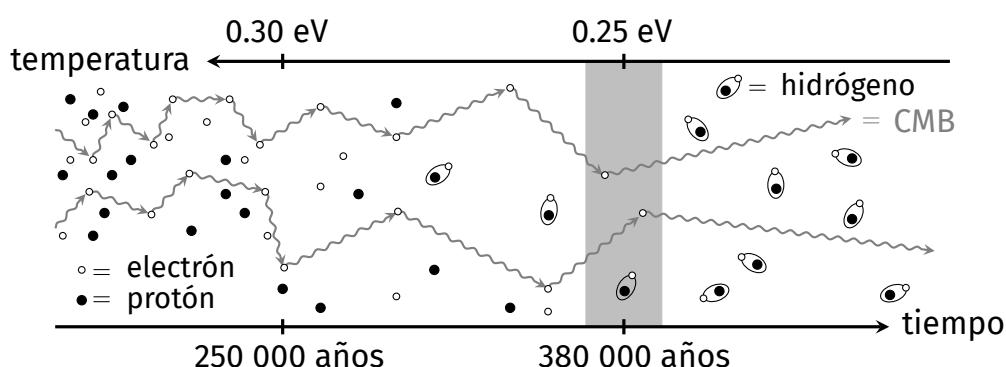
Aun así, surgen dilemas en esta teoría ya que se limita a aquellas épocas en las que el universo es lo suficientemente frío para que los procesos físicos fundamentales que subyacen estén bien consolidados y comprendidos a través de la experiencia en

**Tabla 1.1.** Eventos clave en la historia del universo

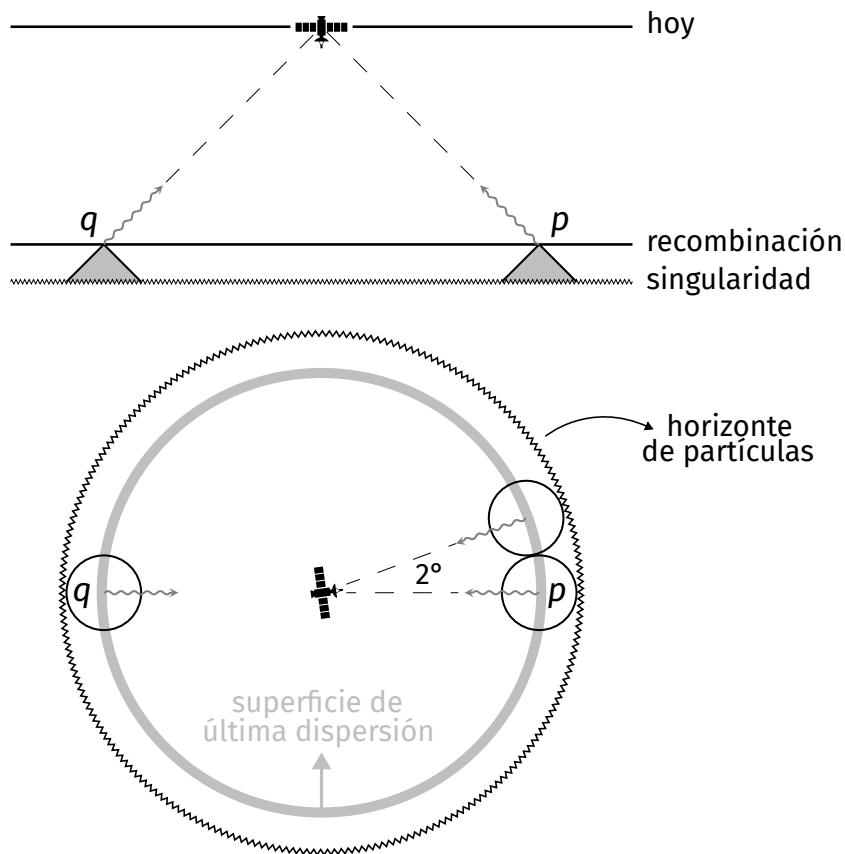
Evento	temperatura	energía	tiempo
Inflación	$< 10^{28}$ K	$< 10^{16}$ GeV	$> 10^{-34}$ s
Desacoplamiento materia oscura	?	?	?
Formación de bariones	?	?	?
Transición de fase electrodébil	$10^{15}$ K	100 GeV	$10^{-11}$ s
Formación de hadrones	$10^{12}$ K	150 MeV	$10^{-5}$ s
Desacoplamiento de neutrinos	$10^{10}$ K	1 MeV	1 s
Formación de núcleos	$10^9$ K	100 KeV	200 s
Formación de átomos	3400 K	0.30 eV	250 000 a
Desacoplamiento de fotones	2900 K	0.25 eV	380 000 a
Primeras estrellas	50 K	4 meV	100 Ma
Primeras galaxias	20 K	1.7 meV	1 Ga
Sistema solar	3.8 K	0.33 meV	9 Ga
Escritura de este TFG	2.7 K	0.23 meV	13.8 Ga

la Tierra; no aborda el estado del universo en momentos anteriores, más calientes. Estas cuestiones cruciales sin respuesta en el *Hot Big Bang* —precursoras en la introducción de la inflación— son el problema de la **planitud**, el problema del **horizonte** y la existencia de **monopolos magnéticos**. Tanto la primera como la segunda son el objeto de estudio de este texto al estar relacionadas con las condiciones iniciales del universo, que tuvieron que ser muy especiales y finamente ajustadas para dar lugar a lo que se observa hoy día. La última, la existencia de monopolos magnéticos y otras partículas que hoy no se observan pero deberían estar ahí [13], también queda resuelta con inflación pero no se dirá más sobre ella en este escrito.

Para especificar las condiciones iniciales del *Hot Big Bang*, se definen las posi-



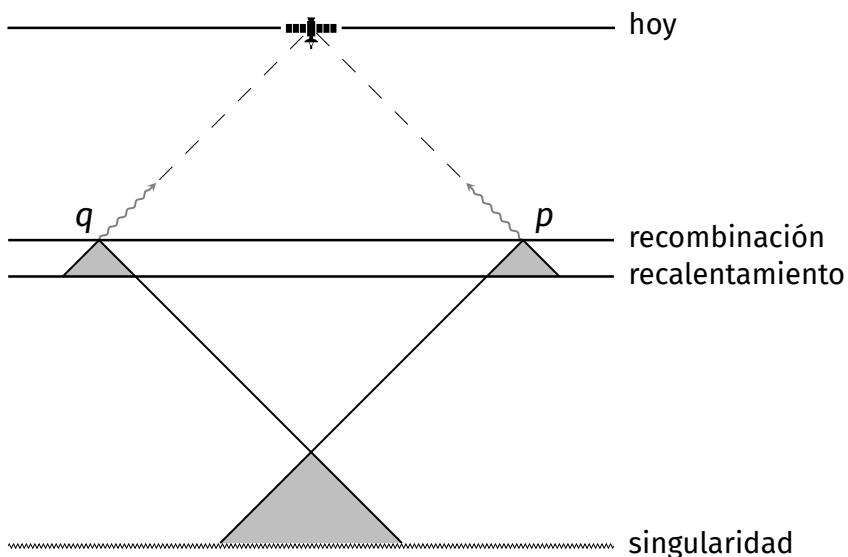
**Figura 1.2.** Representación de la recombinación de protones y electrones en átomos de hidrógeno neutros y el correspondiente desacoplamiento de los fotones.



**Figura 1.3.** Ilustración del problema del horizonte en el modelo convencional del *Big Bang*. Todos los eventos que observamos actualmente están en nuestro cono de luz pasado. La intersección de nuestro cono de luz del pasado con la franja espacial en el momento de la recombinación es la superficie de última dispersión. Los puntos que están separados por más de  $2^\circ$  en el cielo parecen no haber estado nunca haber estado en contacto causal, ya que sus conos de luz pasados no se solapan. Notar que la singularidad del *Big Bang* es un momento en el tiempo y no un punto en el espacio.

ciones y velocidades de todas las partículas en un intervalo de tiempo inicial. Las leyes de la gravedad se utilizan entonces para hacer evolucionar el sistema en el tiempo. En la teoría estándar del *Big Bang* se supone la distribución de materia como homogénea e isotrópica [15]. Pero, ¿cómo se explica esta uniformidad del universo temprano? Incluso es algo que contrasta con la imagen proyectada por la teoría del *Big Bang* donde la mayor parte del universo parece no haber estado en contacto causal y no hay motivo dinámico para que estas regiones causalmente no conectadas tengan tales propiedades físicas similares que se suponen. Este problema de la homogeneidad se conoce como el problema del **horizonte**.

Para visualizar el primer problema, considérense dos direcciones opuestas en el cielo. Los fotones del CMB que recibimos de dichas direcciones fueron emitidos en los puntos etiquetados como  $q$  y  $p$  en la figura 1.3. Se observa que los fotones fueron liberados lo suficientemente cerca de la singularidad del *Big Bang* para que los conos de luz del pasado de  $q$  y  $p$  no se superpongan. Como ningún punto se encuentra dentro de los horizontes de  $q$  y  $p$ , tenemos el siguiente enigma: ¿Cómo



**Figura 1.4.** Solución inflacionaria al problema del horizonte. La singularidad del *Big Bang* estándar se sustituye por la superficie de recalentamiento. En lugar de marcar el comienzo del tiempo, ahora corresponde a la transición de la inflación a la evolución clásica del *Big Bang*. Todos los puntos del CMB tienen conos de luz pasados que se superponen y, por tanto, se originan en una región del espacio conectada causalmente.

“saben” los fotones procedentes de estos dos puntos que deben estar a la misma temperatura? Simplemente no hubo tiempo suficiente para que las diferencias en las temperaturas iniciales se eliminaran mediante transferencia de calor. Lo mismo se aplica para cualesquiera dos puntos en el CMB que estén separados por más de  $2^\circ$  [15].

En teorías inflacionarias se coloca la transición entre inflación y el *Hot Big Bang*. Notar que el tiempo  $t = 0$  sigue estando en la singularidad. La física sigue manteniendo el tiempo entre la singularidad y recombinação en 380 000 años, pero los conos de luz se estiran drásticamente por la expansión inflacionaria permitiendo que estos se superpongan antes del fin de inflación. Esto es representado esquemáticamente en la figura 1.4.

Para que el universo siga siendo homogéneo en tiempos posteriores, las velocidades iniciales deben tomar valores muy precisos. Si las velocidades iniciales son ligeramente demasiado pequeñas, el universo vuelve a colapsar en una fracción de segundo. Si son demasiado grandes, el universo se expande demasiado rápido y se queda casi vacío. El ajuste de las velocidades iniciales se hace aún más drástico si se considera en combinación con el problema del horizonte, ya que las velocidades de las partículas deben ajustarse a través de regiones del espacio causalmente desconectadas. Este ajuste preciso en la condición inicial de velocidad es lo que se conoce como el problema de la **planitud** y se plantea comúnmente como por qué la curvatura espacial del universo es tan pequeña, cuya relación con las velocidades viene dada por la suma de la energía cinética y potencial en una determinada región [15].

## **1.2. INFLACIÓN**

Inflación predice que las condiciones iniciales del universo son descritas con buena aproximación por un campo aleatorio gaussiano [15, 17].

# CAPÍTULO 2

---

## Resultados

---

En este punto presentamos los resultados obtenidos tras las simulaciones en forma de cortes 2D de una simulación 3D. En un primer apartado mostraremos las imágenes correspondientes a un espectro de potencia puramente proporcional a  $k$ , excepto algunos términos correctivos de la amplitud para conseguir unos valores del contraste de la densidad más acordes a la realidad.

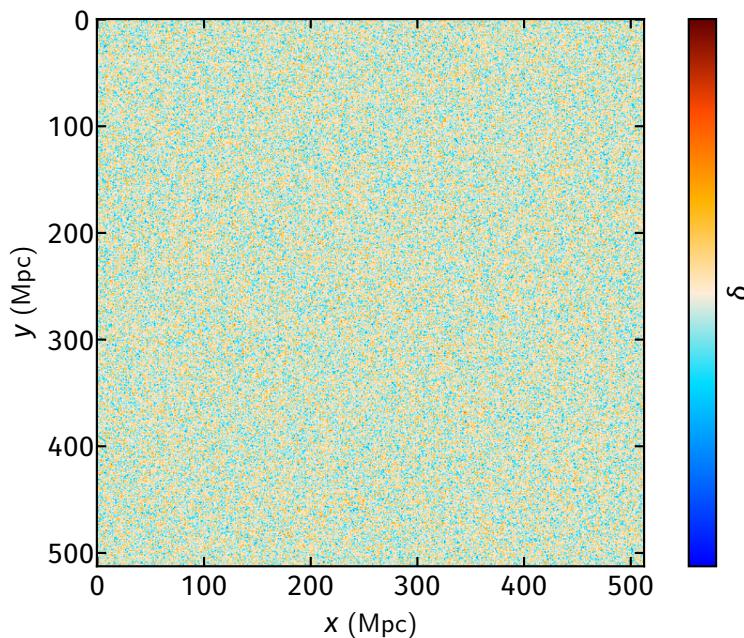
Más adelante, en el segundo punto del capítulo, se observan las simulaciones con la función de transferencia (DE ESTA FUNCIÓN PUEDO HABLAR ANTES Y AQUÍ REFERENCIARLA) que son las más acordes al CMB, de acuerdo a (AQUÍ SE PUEDE PONER ALGUNA CITA QUE CORROBORE QUE SON MÁS CERCANAS A LA REALIDAD).

En las figuras se están representando, tanto en el eje horizontal como en el vertical, distancias medidas en megapársecs (REFERENCIA DE QUE EFECTIVAMENTE SON MPC). La barra de color representa el contraste de la densidad de materia  $\delta$  entre diferentes zonas del espacio, donde los colores más rojos muestran que hay más materia en comparación a otras áreas de igual volumen mientras que los colores más azules significan lo opuesto; el valor 0 (en blanco) señala donde no existe contraste en la densidad.

### 2.1. CAMPOS GAUSSIANOS CON $P(k) \propto k^n$

En la [figura 2.1](#) hemos representado el campo de densidad que tendría lugar si el espectro de potencias  $P(k)$  fuera una constante. No se producen fluctuaciones en este caso y resulta una especie de fondo constante que será modificado conforme cambiemos la variación del espectro de potencias con  $k$ .

En la [figura 2.2](#) se realiza la simulación con una dependencia lineal de  $k$ . En este escenario, el universo tendría una distribución casi uniforme (como la del ruido blanco) de materia, algo que no observamos hoy en día.



**Figura 2.1.** Ruido blanco, campo gaussiano con  $P(k) \propto k^0$

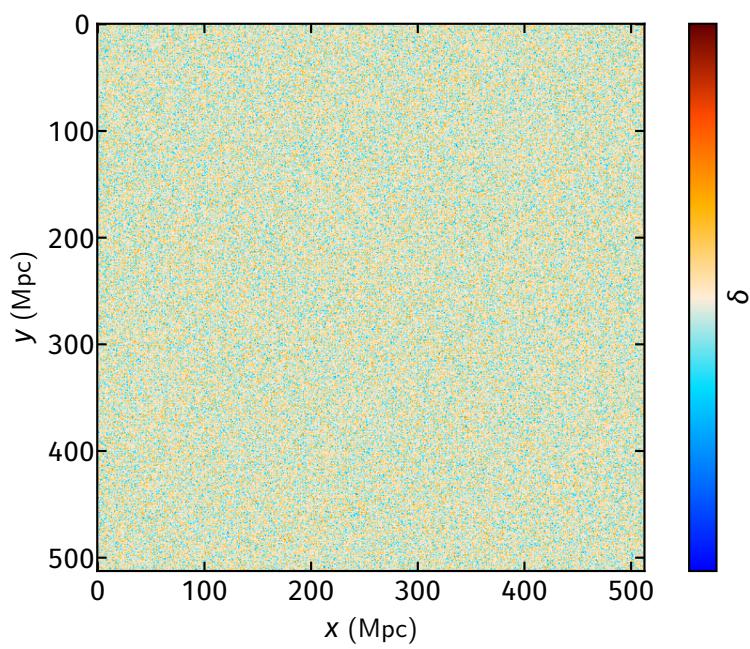
En la [figura 2.3](#) tenemos el primer caso de exponente negativo en  $k$ . Aquí ya es posible observar como los colores se agrupan más, esto quiere decir que se van formando estructuras así como vacíos inter-galácticos. Señalar que las estructuras que aparecen con este espectro son pequeñas, demasiado para lo que observamos en nuestro universo.

La imagen más interesante hasta ahora es la [figura 2.4](#) donde ya se pueden visualizar estructuras de algunas decenas de megapársecs, pero aún pequeñas para las estructuras que se forman en el LSS (Large-Scale Structure): supercúmulos de galaxias, *Great Walls*, filamentos...

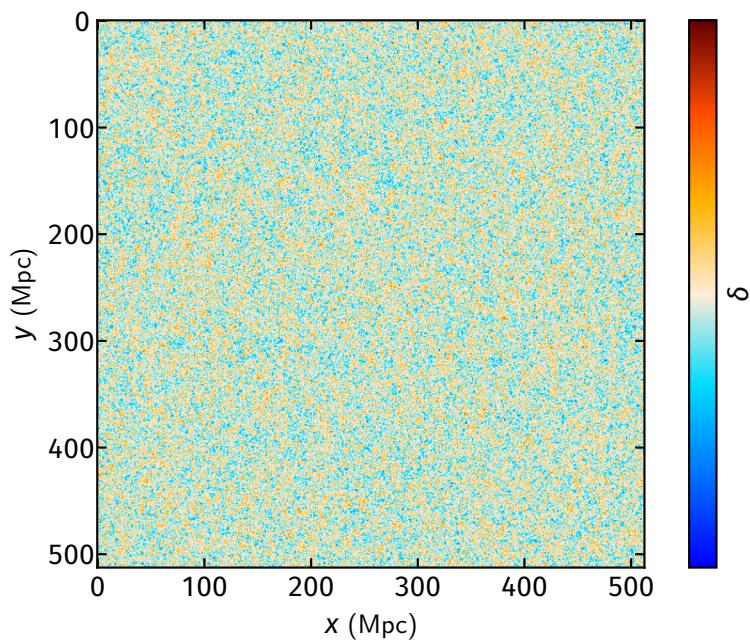
Estas estructuras enormes abarcan algunos cientos de Mpc y podemos verlas en la [figura 2.5](#), la cual es la que más se asemeja a nuestro universo (AQUÍ PODRÍA REFERENCIAR QUE EL EXPONENTE -3 ES EL QUE SE PREDICE TEÓRICAMENTE).

Por último, en la [figura 2.6](#) tenemos grupos de materia que podrían asemejarse a lo que observamos en el cielo pero que están demasiado agrupadas como para darlas por válidas.

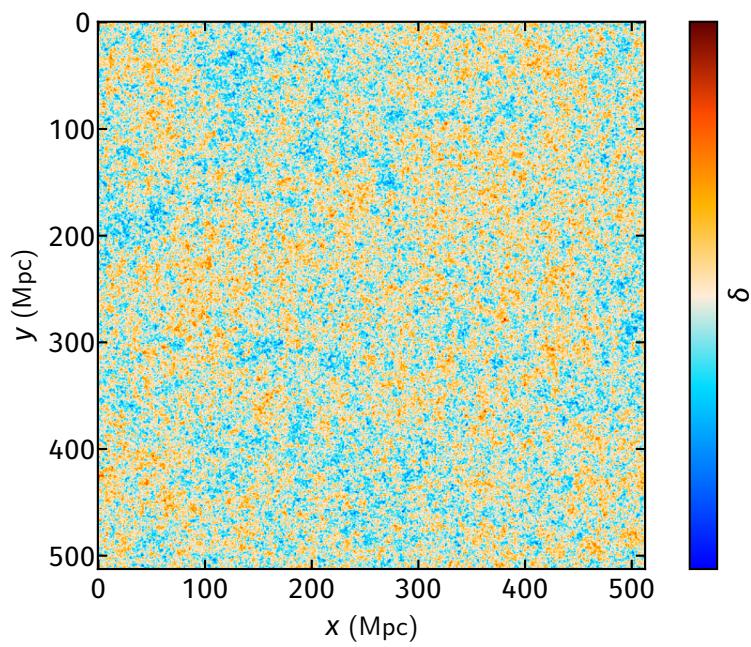
(PÁRRAGO COMPARANDO FIGURAS – AÚN NO SÉ QUÉ PONER)



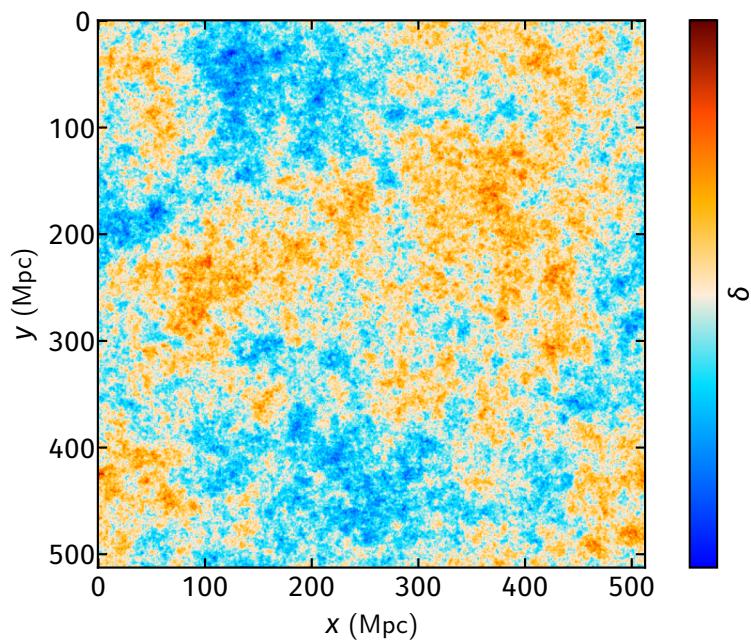
**Figura 2.2.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto k$



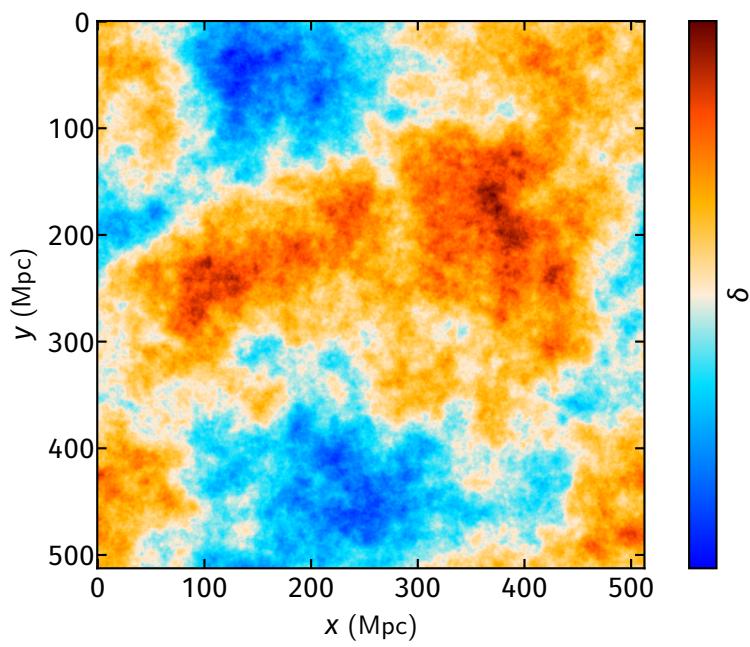
**Figura 2.3.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto k^{-1}$



**Figura 2.4.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto k^{-2}$

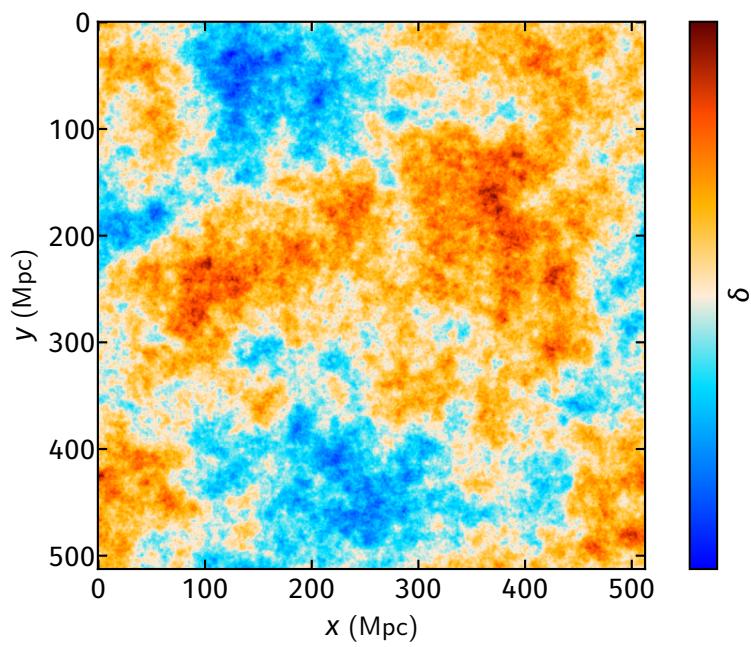


**Figura 2.5.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto k^{-3}$

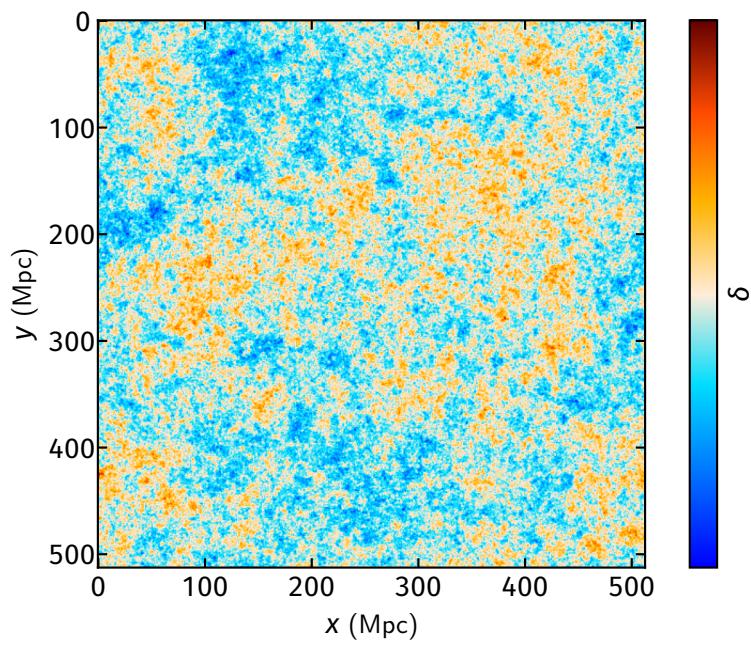


**Figura 2.6.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto k^{-4}$

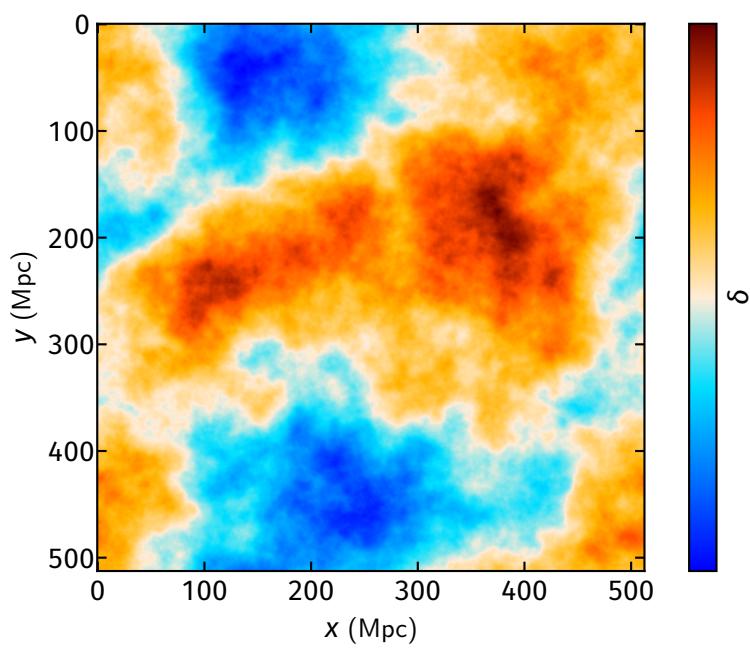
## 2.2. CAMPOS GAUSSIANOS CON $P(k) \propto T(k) \cdot k^n$



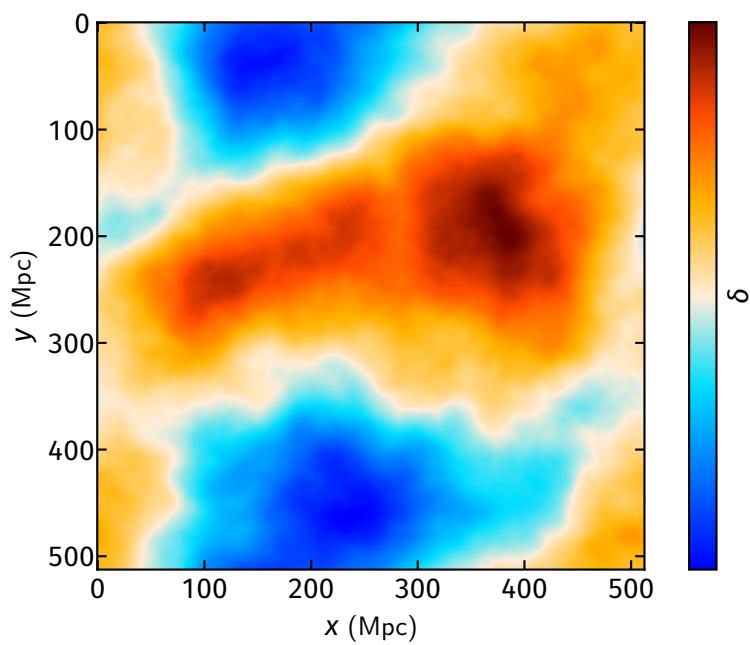
**Figura 2.7.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto T(K) \cdot k^0$



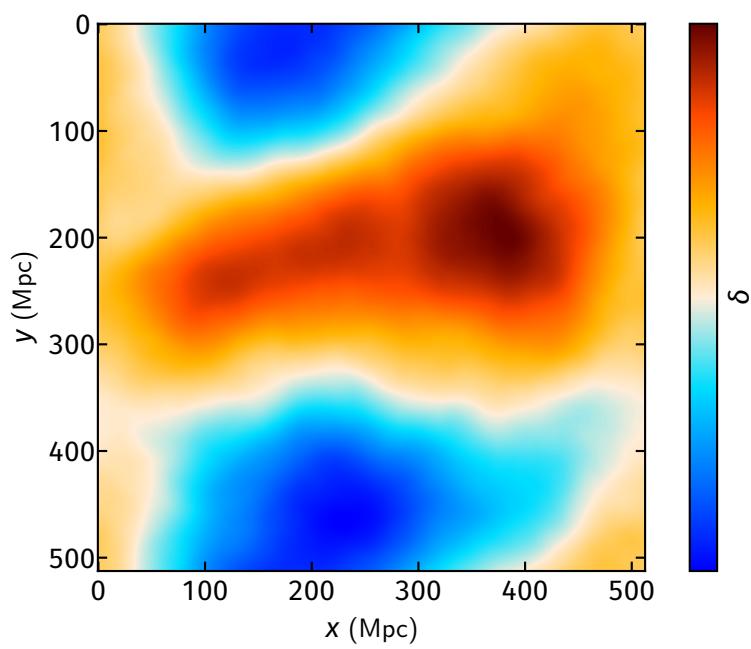
**Figura 2.8.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto T(K) \cdot k$



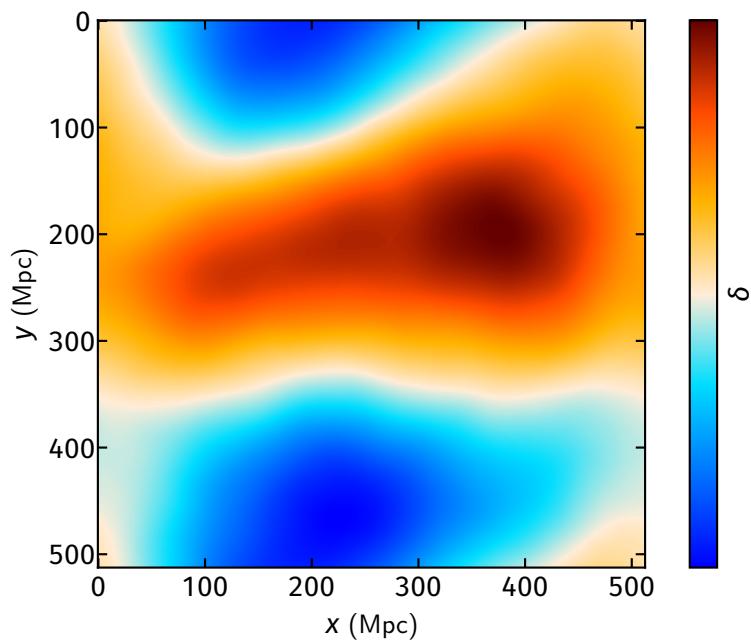
**Figura 2.9.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-1}$



**Figura 2.10.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-2}$



**Figura 2.11.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-3}$



**Figura 2.12.** Campo gaussiano con  $P(k) \propto T(K) \cdot k^{-4}$



---

## Bibliografía

---

- [1] A. Albrecht and P. J. Steinhardt, “Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking,” *Physical Review Letters*, vol. 48, no. 17, p. 1220, 1982. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1220>
- [2] A. H. Guth, “Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems,” *Physical Review D*, vol. 23, no. 2, pp. 347–356, 1981. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.23.347>
- [3] A. D. Linde, “A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems,” *Physics Letters B*, vol. 108, no. 6, pp. 389–393, 1982. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)91219-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)91219-9)
- [4] P. J. Peebles, *Principles of physical cosmology*. Princeton university press, 1993, vol. 27. <https://doi.org/10.1515/9780691206721>
- [5] V. F. Mukhanov and G. V. Chibisov, “Quantum Fluctuations and a Nonsingular Universe,” *JETP Lett.*, vol. 33, pp. 532–535, 1981. [http://jetpletters.ru/ps/1510/article\\_23079.pdf](http://jetpletters.ru/ps/1510/article_23079.pdf)
- [6] J. M. Bardeen, P. J. Steinhardt, and M. S. Turner, “Spontaneous creation of almost scale-free density perturbations in an inflationary universe,” *Physical Review D*, vol. 28, no. 4, p. 679, 1983. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.28.679>
- [7] S. W. Hawking, “The development of irregularities in a single bubble inflationary universe,” *Physics Letters B*, vol. 115, no. 4, pp. 295–297, 1982. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)90373-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90373-2)
- [8] A. A. Starobinsky, “Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations,” *Physics Letters B*, vol. 117, no. 3-4, pp. 175–178, 1982. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)90541-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90541-X)
- [9] A. H. Guth and S.-Y. Pi, “Quantum mechanics of the scalar field in the new inflationary universe,” *Physical Review D*, vol. 32, no. 8, p. 1899, 1985. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.32.1899>

- [10] G. Gamow, "Expanding universe and the origin of elements," *Physical review*, vol. 70, no. 7-8, pp. 572–573, 1946. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.70.572.2>
- [11] R. A. Alpher and R. Herman, "Evolution of the universe," *Nature*, vol. 162, no. 4124, pp. 774–775, 1948. <https://doi.org/10.1038/162774b0>
- [12] R. A. Alpher, J. W. Follin Jr, and R. C. Herman, "Physical conditions in the initial stages of the expanding universe," *Physical Review*, vol. 92, no. 6, pp. 1347–1361, 1953. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.92.1347>
- [13] A. R. Liddle, "An introduction to cosmological inflation," *High energy physics and cosmology*, p. 260, 1998. <https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/9901124>
- [14] E. Hubble, "A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae," *Proceedings of the national academy of sciences*, vol. 15, no. 3, pp. 168–173, 1929. <https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168>
- [15] D. Baumann, *Cosmology*. Cambridge University Press, 2022. <https://doi.org/10.1017/9781108937092>
- [16] A. A. Penzias and R. W. Wilson, "A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s." *The Astrophysical Journal*, vol. 142, pp. 419–421, 1965. <https://www.doi.org/10.1086/148307>
- [17] S. Dodelson and F. Schmidt, *Modern cosmology*. Academic Press, 2020. <https://doi.org/10.1016/C2017-0-01943-2>