Tarea Taller 1

Integrantes: Rafael Cabrera, Camilo Silva, Guillermo Ribero

3 Febrero 2021

1 Ejercicio 4

Usted entra a un torneo de ajedrez en el que debe jugar contra 3 oponentes. Aunque los oponentes estan fijos, usted puede escoger el orden en que los enfrenta. De experiencias anteriores, usted sabe cual es la probabilidad de derrotar a cada unode los oponentes. Usted gana el torneo si logra derrotar a dos oponentes de forma consecutiva. Si usted quiere maximizar la probabilidad de ganar el torneo, muestre que la estrategia optima es jugar contra el oponente mas debil en el segundo partido, y que el orden en que juegue contra los otros dos no importa.

Sea la condición para ganar el torneo, vencer a 2 jugadores consecutivamente, el torneo consiste de 3 partidas.

Por experiencia previa de los 3 jugadores a enfrentar conocemos cual es el más débil. Adicionalmnete podemos escoger el ordenen el que vamos a enfrentar a los rivales.

Para ganar el torneo es necesario ganar las primeras 2 o las últimas 2 partidas, luego tenemos los siguientes casos:

1. **Caso más débil al inicio:** Para ganar el torneo la única opción es ganar la siguiente partida.
2. **Caso más débil al final:** Para ganar el torneo debe ganar las primeras 2 o las últimas 2 partidas y como el débil esta al final hace más probable ganar las últimas 2.
3. **Caso más débil en el medio:** Para ganar el torneo hay 2 opciones. Ganar las primeras dos o las dos últimas, puesto que el débil está en la mitad, estas son las opciones donde es más probable ganar. Y el orden de los otros 2 jugadores no importan puesto que después de que el más débil está en la mitad, las 2 opciones de los 2 órdenes posibles son equiprobables.

De todos los casos planteados el más probable para ganar el torneo es el caso donde el jugador más débil esta en el medio.

2 Ejercicio 5

Utilice los axiomas de probabilidad para demostrar que, para dos eventos A y B, $P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)) = P(A) + P(B) 2P(A \cap B)$ que es la probabilidad de que exactamente uno de los eventos A o B ocurra.

Sean A y B eventos $\in \Omega$ para demostrar que:
$P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)) = P(A) + P(B) 2P(A \cap B)$
Nótese que: $(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) = (A \cup \overline{A}) \cap (A \cup B) \cap (\overline{B} \cup \overline{A}) \cap (\overline{B} \cap B) = (A \cup B)$
Luego tenemos los siguientes casos:

1. **Caso** $(A \cap B) = \emptyset$
   Luego $P(A \cap B) = 0$ y $2P(A \cap B) = 0$. Ahora, por el axioma de adividtidad tenemos que $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Por consiguiente $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + 0 = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.

2. **Caso** $(A \cap B) \neq \emptyset$
   Puesto que se quiere tener los resultados exclusivamente de A o B:

   - Para que sea solo A, $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$
   - Para que sea solo B, $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

   Sumando las dos igualdades tenemos:

   $P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

Como los 2 casos se cumplen concluimos que:
$P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$