

Exercícios Propostos<sup>1</sup>△ Ângulo entre retas e planos

1. Seja  $\alpha = \text{ang}(r, s)$ . Calcule  $\sin \alpha$  nos casos (a) e (b) e  $\cos \alpha$  nos casos (c) e (d):

(a)  $r : X = \left(-5, \frac{2}{3}, 0\right) + \lambda \left(\frac{1}{2}, 1, 1\right)$  ,  $s : z = 3x = 2y - 16$

(b)  $r : X = (1, 1, 0) + \lambda(0, -1, 1)$  ,  $s : x - y + 3 = z = 4$

(c)  $r : \begin{cases} x + 3z = 7 \\ y = 0 \end{cases}$  ,  $s : \begin{cases} x - 4y - 2z = 5 \\ y = 0 \end{cases}$

(d)  $r : x = \frac{1-y}{2} = \frac{z}{3}$  ,  $s : \begin{cases} 3x + y - 5z = 0 \\ x - 2y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$

2. Determine o ponto  $P$  na reta  $r : X = (0, 2, 0) + \lambda(0, 1, 0)$  e o ponto  $Q$  na reta  $s : X = (1, 2, 0) + \mu(0, 0, 1)$ , tais que a reta  $PQ$  forme ângulos de  $45^\circ$  com  $r$  e de  $60^\circ$  com  $s$ .

3. Obtenha o ângulo em radianos entre a reta  $r$  e o plano  $\pi$ .

(a)  $r : x = y - z = 0$  ,  $\pi : z = 0$

(b)  $r : -x = y = \frac{z-1}{2}$  ,  $\pi : 2x - y = 0$

(c)  $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, -2)$  ,  $\pi : x + y - z - 1 = 0$

4. Obtenha um vetor diretor *unitário* da reta que é paralela ao plano  $\pi_1 : x + y + z = 0$  e forma ângulo de  $45^\circ$  com o plano  $\pi_2 : x - y = 0$ .

5. Calcule o ângulo entre os planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$

(a)  $\pi_1 : 2x + y - z - 1 = 0$  ,  $\pi_2 : x - y + 3z - 10 = 0$

(b)  $\pi_1 : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(-1, 0, 0)$  ,  $\pi_2 : x + y + z = 0$

(c)  $\pi_1 : X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(1, 1, 1)$  ,  $\pi_2 : X = (1, 0, 0) + \lambda(-1, 2, 0) + \mu(0, 1, 0)$

6. Encontre o ângulo entre o plano  $2x - y + z = 0$  e o plano que passa pelo ponto  $P = (1, 2, 3)$  e é perpendicular ao vetor  $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

△ Distância entre ponto, reta e plano

7. Obtenha os pontos da reta  $r$  que equidistam de  $A$  e  $B$ .

(a)  $r : x - 1 = 2y = z$  ,  $A = (1, 1, 0)$  e  $B = (0, 1, 1)$

(b)  $r : X = (0, 0, 4) + \lambda(4, 2, -3)$  ,  $A = (2, 2, 5)$  e  $B = (0, 0, 1)$

(c)  $r : X = (2, 3, -3) + \lambda(1, 1, 1)$  ,  $A = (1, 1, 0)$  e  $B = (2, 2, 4)$

<sup>1</sup>Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 10/06/2024 até 14:00 horas**

8. Calcule a distância do ponto  $P$  à reta  $r$ .

(a)  $P = (-2, 0, 1)$  ,  $r : X = (1, -2, 0) + \lambda(3, 2, 1)$

(b)  $P = (1, -1, 4)$  ,  $r : \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{1-z}{2}$

(c)  $P = (0, -1, 0)$  ,  $r : x = 2y - 3 = 2z - 1$

9. Obtenha os pontos da intersecção dos planos  $\pi_1 : x + y = 2$  e  $\pi_2 : x = y + z$  que distam  $\sqrt{\frac{14}{3}}$  da reta  $s : x = y = z + 1$ .

10. Calcule a distância do ponto  $P$  ao plano  $\pi$ .

(a)  $P = (1, 3, 4)$  ,  $\pi : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(-1, 0, 3)$

(b)  $P = (0, 0, -6)$  ,  $\pi : x - 2y - 2z - 6 = 0$

(c)  $P = (1, 1, 1)$  ,  $\pi : 2x - y + 2z - 3 = 0$

11. Obtenha os pontos da reta  $r : x = 2 - y = y + z$  que distam  $\sqrt{6}$  do plano  $\pi : x - 2y - z = 1$ .

12. Calcule a distância entre as retas  $r$  e  $s$ .

(a)  $r : X = (2, 1, 0) + \lambda(1, -1, 1)$  ,  $s : x + y + z = 2x - y - 1 = 0$

(b)  $r : \frac{x+4}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+5}{-2}$  ,  $s : X = (21, -5, 2) + \lambda(6, -4, -1)$

(c)  $r : \frac{x-1}{-2} = 2y = z$  ,  $s : X = (0, 0, 2) + \lambda(-4, 1, 2)$

13. Calcule a distância entre a reta  $r$  e o plano  $\pi$ .

(a)  $r : X = (1, 9, 4) + \lambda(3, 3, 3)$  ,  $\pi : X = (5, 7, 9) + \lambda(1, 0, 0) + \mu(0, 1, 0)$

(b)  $r : x - y + z = 0 = 2x + y - z - 3$  ,  $y - z = 4$

(c)  $r : x = y - 1 = z + 3$  ,  $\pi : 2x + y - 3z - 10 = 0$

14. Calcule a distância entre os planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .

(a)  $\pi_1 : 2x - y + 2z + 0 = 0$  ,  $\pi_2 : 4x - 2y + 4z - 21 = 0$

(b)  $\pi_1 : 2x + 2y + 2z = 5$  ,  $\pi_2 : X = (2, 1, 2) + \lambda(-1, 0, 3) + \mu(1, 1, 0)$

(c)  $\pi_1 : x + y + z = 0$  ,  $\pi_2 : 2x + y + z + 2 = 0$

15. O plano  $\pi$  é determinado pelas retas  $r : x + z = 5 = y + 4$  e  $s : X = (4, 1, 1) + \lambda(4, 2, -3)$ . Obtenha equações gerais dos planos que distam 2 de  $\pi$ .