

Exercícios Propostos¹△ Eliminação de Gauss-Jordan

1. Em cada item, suponha que a matriz aumentada de um sistema foi transformada usando operações elementares na *matriz escalonada reduzida* dada. Resolva o sistema correspondente.

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(f) \begin{pmatrix} 1 & -6 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Resolva os sistemas lineares usando o método de Gauss-Jordan.

$$(a) \begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 3x + 2y - 5z = 8 \\ 2x - 4y - 2z = -4 \\ x - 2y - 3z = -4 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} x + 3z = -8 \\ 2x - 4y = -4 \\ 3x - 2y - 5z = 26 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 5x + 8y = 34 \\ 10x + 16y = 50 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 2x - 6y = -4 \\ x + 3y = 1 \\ 4x + 12y = 2 \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 3x + 4y + 6z = 23 \\ 2x + 2y + 3z = 13 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ 3x + 3y - 2z = 3 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} x - 3y + 4z - w = 2 \\ 2x - y + 3z - 2w = 19 \end{cases}$$

3. Resolva os sistemas lineares cujas matrizes aumentadas são:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Os sistemas lineares seguintes possuem a mesma matriz A de coeficientes. Resolva-os simultaneamente usando o método de Gauss-Jordan. (Observe que os dois sistemas podem ser resolvidos ao mesmo tempo escalonando-se a matriz aumentada $[A|B_1|B_2]$.)

$$(a) \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x - 5y + z = -2 \\ 3x - 7y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - 2y + z = 2 \\ 2x - 5y + z = -1 \\ 3x - 7y + 2z = 2 \end{cases}$$

¹Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 10/04/2024 até 14:00 horas**

5. Sejam $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$, O uma matriz nula de ordem 3×1 e X uma matriz 3×1 .

- (a) Encontre a solução geral do sistema $(A + 4I_3)X = O$, onde $I_3 = (\delta_{ij})_{3 \times 3}$.
 (b) Encontre a solução geral do sistema $AX = 2X$.

6. Para cada sistema linear dado, encontre todos os valores de a para os quais o sistema não tem solução, tem solução única e tem infinitas soluções.

$$(a) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 2z = 5 \\ 2x + 3y + (a^2 - 1)z = a + 1 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases}$$

△ Matriz inversa via escalonamento

7. Use a *matriz identidade* e as operações elementares entre linhas para encontrar a matriz inversa de:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (c) C = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (e) E = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(b) B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (d) D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

△ Problemas envolvendo sistemas lineares

8. Uma loja vende 3 pacotes diferentes de uniformes para o conselho estudantil da Academia Honnouji com os seguintes preços: 1 calça, 2 shorts, 3 blusas por R\$ 26,00; 2 calças, 5 shorts, 6 blusas por R\$ 60,00; 2 calças, 3 shorts, 4 blusas por R\$ 40,00. Qual o valor unitário de cada peça?
9. Uma sorveteria em Alubarna obteve o lucro de B 2.200,00 em um fim de semana. Sabendo que a sorveteria vende três tipos de sorvete (*sundae* - B 5,00; casquinha - B 2,00; e banana *split* - B 6,00), e que foi vendido o triplo de casquinhas em relação à quantidade de bananas *split* e que a quantidade de casquinhas é igual à soma de bananas *split* mais *sundaes* vendidos, indique as quantidades específicas vendidas.
10. O restaurante Tanba oferece três opções de prato para usuários de magia: torta de carne, salada e pizza. No primeiro dia, foram vendidas 40 tortas de carne, 30 pratos de salada e 10 pizzas, totalizando R\$ 7000,00 em vendas. No segundo dia, foram vendidas 20 tortas de carne, 40 pratos de salada e 30 pizzas, totalizando R\$ 6000,00 em vendas. No terceiro dia, foram vendidas 10 tortas de carne, 20 pratos de salada e 40 pizzas, totalizando R\$ 5000,00 em vendas. Qual seria o preço de cada prato?
11. Um parque de Zaban tem 3 pistas para corrida e caminhada, A , B e C . Killua deu 2 voltas na pista A , 3 voltas na pista B e 1 volta na pista C , tendo corrido um total de 8.420 metros. Leorio deu 1 volta na pista A , 2 voltas na pista B e 2 voltas na pista C , num total de 7.940 metros. Gon deu 4 voltas na pista A e 3 voltas na pista B , num total de 8.110 metros. Em quanto o comprimento da maior dessas pistas excede o comprimento da menor pista?