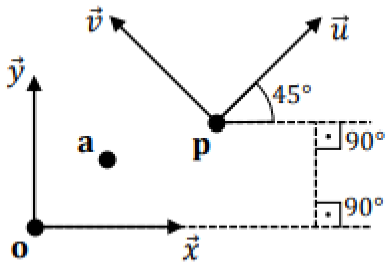
Resolução do Questionário 2

Rafael Baldasso Audibert (00287695)

1. Considere um segmento de reta definido pelos pontos Cartesianos $\mathbf{a} = (ax, ay)$ e $\mathbf{b} = (bx, by)$. Suponha um outro ponto $\mathbf{q} = (qx, qy)$. Que teste pode ser feito para determinar de qual lado do segmento o ponto $\mathbf{q}$ se encontra?

   Fazemos $(\mathbf{q} - \mathbf{a}) \bullet (\mathbf{b} - \mathbf{a})$, e olhamos para o sinal do resultado, seguindo alguma convenção sobre negativo significar que estamos a direita ou a esquerda do segmento de reta

2. Considere os sistemas de coordenadas ortonormais x , y com origem $\mathbf{o}$; e u, v com origem $\mathbf{p}$, conforme a figura abaixo.



   2.1) Como expressamos um ponto $\mathbf{a}$ em relação à x , y e $\mathbf{o}$?

   $\mathbf{a} = \mathbf{o} + \mathrm{a}_x x + \mathrm{a}_y y$

   2.2) Como expressamos um ponto $\mathbf{a}$ em relação à u, v , $\mathbf{p}$?

   $\mathbf{a} = \mathbf{p} + \mathrm{a}_u u + \mathrm{a}_v v$

   2.3) Defina u e v como uma combinação linear de x e y.

   Sabemos que sin(45º) = √2/2 e cos(45º) = √2/2, então: $u = (\sqrt{2}/2)x + (\sqrt{2}/2)y$ e $v = -(\sqrt{2}/2)x + (\sqrt{2}/2)y$

   2.4) Assumindo que $\mathbf{p} = \mathbf{o} + x$, escreva a operação de mudança de sistema de coordenadas do ponto $\mathbf{a}$, de u, v , $\mathbf{p}$ para x , y , $\mathbf{o}$, como uma operação matricial com coordenadas homogêneas

$$\mathbf{p} = \mathbf{o} + 1\vec{x} + 0\vec{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \therefore \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & 1 \\ u_y & v_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_u \\ a_v \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. Considere as matrizes de escalamento $S(s_x, s_y)$ e de rotação $R(\alpha)$ definidas abaixo.

$$S(s_x, s_y) = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix}$$

$$R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

3.1) A transformação $S(2,3)S(2,2)$ é igual a $S(2,2)S(2,3)$?

Sim

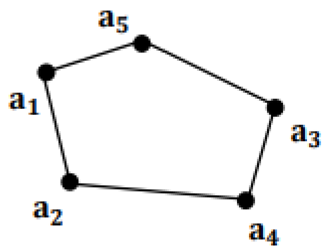
3.2) A transformação $R(\alpha)R(\beta)$ é sempre igual a $R(\beta)R(\alpha)$?

Sim

3.3) A transformação $S(3,1)R(\alpha)$ é sempre igual a $R(\alpha)S(3,1)$?

Não

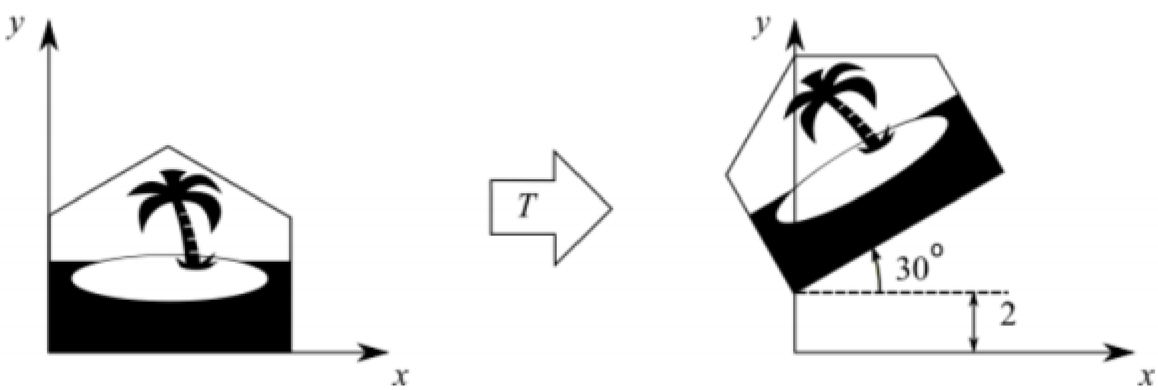
4. Dado um polígono convexo definido por um conjunto de vértices $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, ... , $\mathbf{a}_N$, como você pode testar se um dado ponto está dentro ou fora do polígono?



Dado um ponto $\mathbf{p}$, e sabendo que a_{N+1} =

$$(\forall i \in \{1 \ldots n\}, \mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_{1-1} = \mathbf{a}_n) \left[\arccos\left(\frac{\overrightarrow{(\mathbf{p}-\mathbf{a}_i)} \cdot \overrightarrow{(\mathbf{a}_{i+1}-\mathbf{a}_i)}}{\left\|\overrightarrow{(\mathbf{p}-\mathbf{a}_i)}\right\| \left\|\overrightarrow{(\mathbf{a}_{i+1}-\mathbf{a}_i)}\right\|} \right) < \arccos\left(\frac{\overrightarrow{(\mathbf{a}_{i-1}-\mathbf{a}_i)} \cdot \overrightarrow{(\mathbf{a}_{i+1}-\mathbf{a}_i)}}{\left\|\overrightarrow{(\mathbf{a}_{i-1}-\mathbf{a}_i)}\right\| \left\|\overrightarrow{(\mathbf{a}_{i+1}-\mathbf{a}_i)}\right\|} \right) \right] \Leftrightarrow \mathbf{p} \in poligono\{a_i, \ldots, a_n\}$$

5. Considere a transformação T ilustrada abaixo, que mapeia a figura da esquerda na figura da direita.



Sabendo que os pontos P_i da imagem são representados em coordenadas homogêneas por matrizes coluna da forma $\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$ e a imagem transformada é obtida por uma pré-multiplicação, isto é $P_i^{'} = TP_i$, então, a transformação T é dada por:

$$\begin{bmatrix} \cos 30 & -sen30 & 0 \\ sen30 & \cos 30 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$