



TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**INSTRUMENTAÇÃO E CONTROLE DE BRAÇO ROBÓTICO  
PARA DEFICIENTES**

Rafael Augusto Torres

Brasília, dezembro de 2020



**ENGENHARIA  
MECATRÔNICA**  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASILIA  
Faculdade de Tecnologia  
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

## TRABALHO DE GRADUAÇÃO

# INSTRUMENTAÇÃO E CONTROLE DE BRAÇO ROBÓTICO PARA DEFICIENTES

Rafael Augusto Torres

*Relatório submetido como requisito parcial de obtenção  
de grau de Engenheiro de Controle e Automação*

## Banca Examinadora

Prof. Walter de Britto Vidal Filho, ENM/UnB \_\_\_\_\_  
*Orientador*

Prof. Guilherme Caribé de Carvalho, \_\_\_\_\_  
ENM/UnB  
*Examinador interno*

Prof. José Maurício Santos Torres da Motta, \_\_\_\_\_  
ENM/UnB  
*Examinador interno*

**Brasília, dezembro de 2020**

---

## **RESUMO**

Este trabalho tem como finalidade apresentar o projeto de circuitos de instrumentação e acionamento, bem como de um sistema central, para controle de um braço robótico montado em uma cadeira de rodas, a ser utilizado por pessoas com deficiências motoras. O projeto de circuitos conta com a escolha de todos os dispositivos relacionados a serem inseridos na estrutura do manipulador, visando garantir uma boa integridade dos sinais transmístidos e boa resposta de atuação. Os circuitos de acionamento, processamento e controle são em sua totalidade baseados em modelos comerciais, que já possuem uma grande confiabilidade e baixo custo no mercado. O sistema de controle do robô foi desenvolvido de modo a transformar velocidades informadas por um usuário através de um *joystick* em velocidades a serem impostas nas juntas, controlando simultaneamente todos os atuadores do sistema. Foi criado um ambiente de simulação para facilitar a visualização da posição e orientação do manipulador. O ambiente realiza uma animação do robô na tela com base em dados obtidos pelo microcontrolador empregado, e, através deste, foi possível validar o funcionamento dos circuitos e do sistema de controle propostos.

Palavras Chave: Braço Robótico Montado Sobre Cadeira de Rodas, Tecnologias Assistivas, Manipulador Robótico, Sensoriamento Robótico.

---

## ABSTRACT

This work has as purpose the presentation of instrumentation and driver circuits design, as well as the design of a central system, for controlling a wheelchair mounted robotic arm, to be used by people with motor impairments. The circuits design takes in consideration the choice of all the related devices to be inserted in the manipulator structure, aiming to guarantee a good signal integrity for the transmitted signals and a good actuation response. The driver, processing and control circuits are entirely based on commercial models, which already show a great reliability and low cost in the market. The robot's control system was developed in a way to transform speeds informed by the user through a joystick into speeds to be imposed on the joints, controlling all the system's motors simultaneously. A simulation environment was created to facilitate the visualization of the manipulator position and orientation. The environment performs the robot's animation based on data obtained by the microcontroller employed, and, through this mean, it was possible to validate the proposed circuits and control system operations.

Keywords: Wheelchair Mounted Robotic Arm, Assitive Technologies, Robotic Manipulator, Robot Sensing.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	2
1.2.1	ESTRUTURA DO MANIPULADOR ROBÓTICO BASE .....	2
1.3	OBJETIVOS DO PROJETO .....	4
1.4	APRESENTAÇÃO DO TRABALHO .....	4
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica.....</b>	<b>5</b>
2.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	5
2.2	ATUADORES .....	8
2.3	SENSORIAMENTO E CONDICIONAMENTO .....	9
2.4	CONTROLE DE VELOCIDADE .....	14
2.4.1	MOTORES DC .....	15
2.4.2	MOTORES DE PASSO .....	16
2.5	CINEMÁTICA DE MANIPULADORES .....	17
2.5.1	PROPAGAÇÃO DE VELOCIDADES .....	19
2.5.2	JACOBIANA .....	19
<b>3</b>	<b>Projeto Eletro-Eletrônico .....</b>	<b>20</b>
3.1	FONTE DE ALIMENTAÇÃO DO SISTEMA .....	20
3.2	RESTRIÇÕES MECÂNICAS .....	21
3.3	ANÁLISE E SELEÇÃO .....	26
3.3.1	ATUADORES .....	26
3.3.2	SENSORES .....	29
3.3.3	CIRCUITOS DE POTÊNCIA .....	30
3.3.4	CIRCUITOS DE PROCESSAMENTO DE SINAL E CONTROLE .....	31
3.4	PLACAS DE SENSORIAMENTO .....	32
3.5	PLACA DE CONTROLE.....	37
<b>4</b>	<b>Projeto Sistema de Controle .....</b>	<b>43</b>
4.1	MODELAGEM .....	43
4.2	ANÁLISE CINEMÁTICA .....	44
4.3	TRATAMENTO DAS VARIÁVEIS DE ENTRADA .....	46

4.4	MOTORES DE PASSO .....	47
4.5	MOTORES DC .....	48
4.6	FLUXOGRAMA DE OPERAÇÃO.....	48
4.7	SIMULAÇÃO.....	50
<b>5</b>	<b>Resultados.....</b>	<b>52</b>
5.1	PRECISÃO DO POTENCIÔMETRO .....	52
5.2	CIRCUITOS DE SENSORIAMENTO.....	53
5.3	JACOBIANA INVERSA .....	54
5.4	CIRCUITO CENTRAL.....	55
5.5	CONTROLE .....	56
5.5.1	TEMPO DE EXECUÇÃO DO LAÇO DE REPETIÇÃO .....	56
5.5.2	SIMULAÇÃO.....	57
5.5.3	ATUADORES REAIS .....	58
<b>6</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>63</b>
6.1	PERSPECTIVAS FUTURAS.....	64
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>65</b>
<b>Anexos.....</b>		<b>67</b>
<b>I</b>	<b>Descrição do Repositório.....</b>	<b>68</b>
<b>II</b>	<b>Datasheets de Dispositivos .....</b>	<b>69</b>
II.1	MABUCHI JC/LC-578VA.....	69
II.2	HT23-397 .....	70
II.3	42HK <i>Family Series</i> .....	72
II.4	BOURNS - 3590.....	73
<b>III Cinemática Inversa do Manipulador.....</b>		<b>74</b>
<b>IV</b>	<b>Cálculos matriz Jacobiana .....</b>	<b>81</b>
IV.1	VELOCIDADES.....	81
IV.2	TERMOS JACOBIANA.....	82
IV.3	DETERMINANTE JACOBIANA.....	83
IV.4	COFATORES .....	84

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Modelagem do robô montado [1].....	3
2.1	Modelagem do robô didático [2].....	6
2.2	Braço robótico completo construído na USF [3] .....	7
2.3	Interferência causada por múltiplos terras. ....	10
2.4	Filtro RC.....	11
2.5	Configurações de amplificadores operacionais. ....	13
2.6	Circuito usual no emprego de optoacoplador. ....	14
2.7	Formas de representação para controle em malha aberta e malha fechada .....	15
2.8	Modelo eletromecânico para armadura de motores DC.....	15
2.9	Exemplo de controle de velocidade para motor de passo. ....	17
3.1	Renderização do modelo 3D do manipulador.....	22
3.2	Arranjo de sistemas definido no projeto base [1].....	22
3.3	Novo arranjo de sistemas. ....	23
3.4	Elos isolados do manipulador.....	25
3.5	Inclusão de mola para compensação de torque na junta 2 .....	28
3.6	Teste para validação da resolução do potenciômetro escolhido. ....	30
3.7	Dimensões para inserção de placa nas juntas.....	33
3.8	Esquemático de regulação de tensão das placas de sensoriamento .....	34
3.9	Esquemático de leitura do potenciômetro .....	34
3.10	Esquemático de leitura dos sensores fim-de-curso .....	36
3.11	Placa de sensoriamento com todos os componentes .....	36
3.12	Espaço disponível para inclusão de placa na junta 1 .....	37
3.13	Circuito de tratamento dos sinais de fim-de-curso na placa de controle.....	38
3.14	Gráfico relacionando CTR com corrente de entrada para dispositivos PC817C.....	38
3.15	Circuito de tratamento dos sinais de potenciômetros na placa de controle .....	39
3.16	Circuito de controle para os diferentes tipos de motores .....	40
3.17	Placa de controle com todos os componentes .....	42
4.1	Fluxograma do sistema de controle. ....	49
4.2	Fluxograma do sistema de controle com simulação. ....	50
4.3	Exemplo de robô criado no <i>software</i> simulador. ....	51
5.1	Ambiente de testes para medida de resolução do sensor.....	52

5.2	Círculo de prototipagem do sensoriamento. ....	53
5.3	Fluxograma programa de validação da jacobiana inversa. ....	54
5.4	Círculo de prototipagem da placa central. ....	56
5.5	Ambiente de simulação com posição inicial. ....	57
5.6	Ambiente de simulação com posição zero.....	58
5.7	Diversas configurações do manipulador simulado.....	59
5.8	Resultado com atuação de motor de passo.....	60
5.9	Montagem de teste para motores DC.....	61
5.10	Resultado com atuação de motor de passo.....	61
5.11	Simulação com dados reais de 2 motores. ....	62
I.1	Organização do respositório.....	68

# LISTA DE TABELAS

1.1	Atuadores pré-selecionados para as juntas. ....	3
3.1	Dados dos motores que acompanham a estrutura. ....	20
3.2	Torques necessários para movimento das juntas. ....	21
3.3	Comparação entre parâmetros DH para modelo original e modificado. ....	23
3.4	Valores de massa, posição de centro de massa e tensor de inércia para as juntas. ....	24
3.5	Torques recalculados, para movimento das juntas. ....	26
3.6	Redução empregada nas juntas. ....	26
3.7	Limites de movimentação para as juntas. ....	26
3.8	Torques fornecidos e necessários para movimento das juntas. ....	28
3.9	Organização das conexões dos periféricos à placa central. ....	41
5.1	Exemplo de resultado para conversão de velocidade. ....	55

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Latinos

$e$	Força contra-eletromotriz	[V]
$I$	Corrente elétrica	[A]
$\mathcal{I}$	Momento de inércia angular	[kg.m <sup>2</sup> ]
$J$	Matriz Jacobiana	
$M$	Torque/Momento de Força	[N.m]
$q$	Vetor das variáveis de juntas	
$r$	Vetor de posição	[3x1m]
$t$	Tempo	[s]
$T$	Matriz de transformação	
$v$	Velocidade linear	[m/s]
$V$	Tensão elétrica	[V]
$Z$	Impedância elétrica	[Ω]

## Símbolos Gregos

$\alpha$	Ângulo, constante	[rad]
$\delta$	Variação	
$\theta$	Ângulo, variável	[rad]
$\Theta$	Vetor de ângulos	
$\tau$	Constante de tempo	[s]
$\omega$	Velocidade angular	[rad/s]
$\nu$	Vetor de velocidades	

## Grupos Adimensionais

i, k      Contador

## Subscritos

$Th$       Equivalente de Thévenin

## Sobrescritos

- ^ Vetor unitário
- . Variação temporal

## Siglas

ABS	<i>Acrylonitrile Butadiene Styrene</i> - Acrilonitrila Butadieno Estireno
AC	<i>Alternating Current</i> - Corrente Alternada
ADC	<i>Analog-to-Digital Converter</i> - Conversor Analógico-Digital
ADL	<i>Activities of Daily Living</i> - Atividades Diárias Básicas
CI	Círcuito Integrado
CMRR	<i>Common-Mode Rejection Ratio</i> - Taxa de Rejeição de Modo Comum
CTR	<i>Current Transfer Ratio</i> - Taxa de Transmissão de Corrente
DC	<i>Direct Current</i> - Corrente Contínua
DH	Denavit-Hartenberg
LED	<i>Light Emitting Diode</i> - Diodo Emissor de Luz
MCU	<i>Microcontroller Unit</i> - Unidade microcontroladora
ONU	Organização das Nações Unidas
PIC	<i>Peripheral Interface Controller</i> - Controlador de Interface Periférica
PID	Proporcional Integral Derivativo
PLA	Poliácido láctico
PPR	Pulsos por revolução
PVC	<i>Polyvinyl chloride</i> - Policloreto de vinila
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> - Modulação por largura de pulso
TA	Tecnologia Assistiva
UnB	Universidade de Brasília
WMRA	<i>Wheelchair Mounted Robotic Arm</i> - Braço Robótico Montado em Cadeira de Rodas

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contextualização

A Constituição Federal Brasileira, em seu artigo 5º, define:

“Art. 5º. Todos são iguais perante a lei, sem distinção de qualquer natureza, garantindo-se aos brasileiros e aos estrangeiros residentes no País a inviolabilidade do direito à vida, à liberdade, à igualdade, à segurança e à propriedade[...]  
(Constituição Federal, 1988)[4].

Baseando-se na igualdade proposta e elevando este conceito acima do nível simplesmente nacional, são propostas frequentemente novas tecnologias que buscam proporcionar ou ampliar habilidades funcionais de pessoas com deficiência, garantindo autonomia e igualdade em questão de acessibilidade a estas pessoas, promovendo por fim a sua independência e inclusão. Para se referir a este tipo de tecnologias, é comumente utilizado o termo Tecnologia Assistiva - TA [5].

Sancionado em 2015, o Estatuto da Pessoa com Deficiência fornece uma definição para acessibilidade no âmbito nacional:

“I - acessibilidade: possibilidade e condição de alcance para utilização, com segurança e autonomia, de espaços, mobiliários, equipamentos urbanos, edificações, transportes, informação e comunicação, inclusive seus sistemas e tecnologias, bem como de outros serviços e instalações abertos ao público, de uso público ou privados de uso coletivo, tanto na zona urbana como na rural, por pessoa com deficiência ou com mobilidade reduzida;”

(Estatuto Da Pessoa com Deficiência, 2015)[6].

Assim, pessoas com deficiência motora, que têm em sua condição uma autonomia reduzida, possuem também uma menor acessibilidade geral, sendo necessário fornecer meios de ampliar sua independência, respeitando os seus direitos fundamentais. A autonomia em questão é afetada

diretamente pelo tipo de lesão ou má-formação observada: a paraplegia, ou ausência de membros inferiores, dificulta a locomoção, já a tetraplegia chega a restringir quase toda a movimentação do deficiente. Na pesquisa por novas Tecnologias Assistivas para incrementar a autonomia nestes casos, há o ramo de desenvolvimento de braços mecânicos assistivos, podendo estes serem fixos em determinado local, ou móveis, como quando são acoplados em cadeiras de rodas. Enquadrandose na categoria de TA de auxílio para vida diária e vida prática, os braços robóticos montados sobre cadeiras de rodas (*WMRA - Wheelchair Mounted Robotic Arm*), assim como outras tecnologias assistivas, têm como finalidade permitir um bom desempenho em atividades diárias básicas (*ADL - Activities of Daily Living*) [7].

Tendo em vista que, em 2010, 15% da população mundial vivia com algum tipo de deficiência [8], os avanços buscados em tecnologias assistivas são de grande importância, pois afetam grande parte da população, direta e indiretamente, garantindo maior liberdade a pessoas com deficiência e uma sociedade mais igualitária, alinhando-se com a agenda 2030 da ONU - Organização das Nações Unidas, para desenvolvimento sustentável, especificamente com a meta 10 - Redução das Desigualdades [9].

## 1.2 Definição do problema

Foi idealizada e construída na Universidade de Brasília - UnB, no período de 2018 a 2019, a estrutura mecânica de um braço robótico a ser montado em uma cadeira de rodas, com a finalidade de ser uma solução barata e suficiente para aprimorar a acessibilidade de pessoas que sofreram lesão medular completa do tipo tetraplegia [1]. O projeto base conta com uma seleção inicial de atuadores para as juntas deste, no entanto, para garantir uma adequação real do braço construído como tecnologia assistiva, faz-se necessário que o braço possa ser controlado pelo usuário final, sendo essencial para isto a verificação dos atuadores selecionados, inserção de elementos sensoriais no manipulador, projeto de uma plataforma de controle e junção eletro-eletrônica desta com os atuadores e sensores propostos.

### 1.2.1 Estrutura do manipulador robótico base

O braço robótico em questão é do tipo articulado, possui 3 juntas principais e um punho implementado como 3 juntas rotativas com eixos que não se cruzam em um mesmo ponto. A primeira junta constitui a rotação do robô em torno de sua base, a segunda é denominada como ombro, a terceira como cotovelo e as juntas do punho são divididas com base no tipo de movimento de rotação que causam, sendo estes denominados como rolagem, arfagem e guinada. As juntas do robô são construídas majoritariamente de chapas de alumínio conformado, os elos por sua vez foram projetados com material PVC e *Nylon* (*TechNyl*).

Foram selecionados para o acionamento do manipulador 3 motores do tipo Mabuchi JC/LC-578VA, 1 motor de passo HT23-397/NEMA 23 e 2 motores de passo 42HS48-1684/NEMA 17. Para a transmissão do torque de saída dos atuadores propostos até o ponto de atuação foi idealizada

uma transmissão por engrenagens, sendo as engrenagens fabricadas com tecnologia de manufatura aditiva e materiais PLA e ABS. Para o controle do robô foi proposto inicialmente um Arduino, no entanto, esta escolha deve ser revista após a revisão dos atuadores e seleção de sensores e circuitos de ativação e processamento.

A modelagem gráfica do manipulador pode ser vista na figura 1.1.

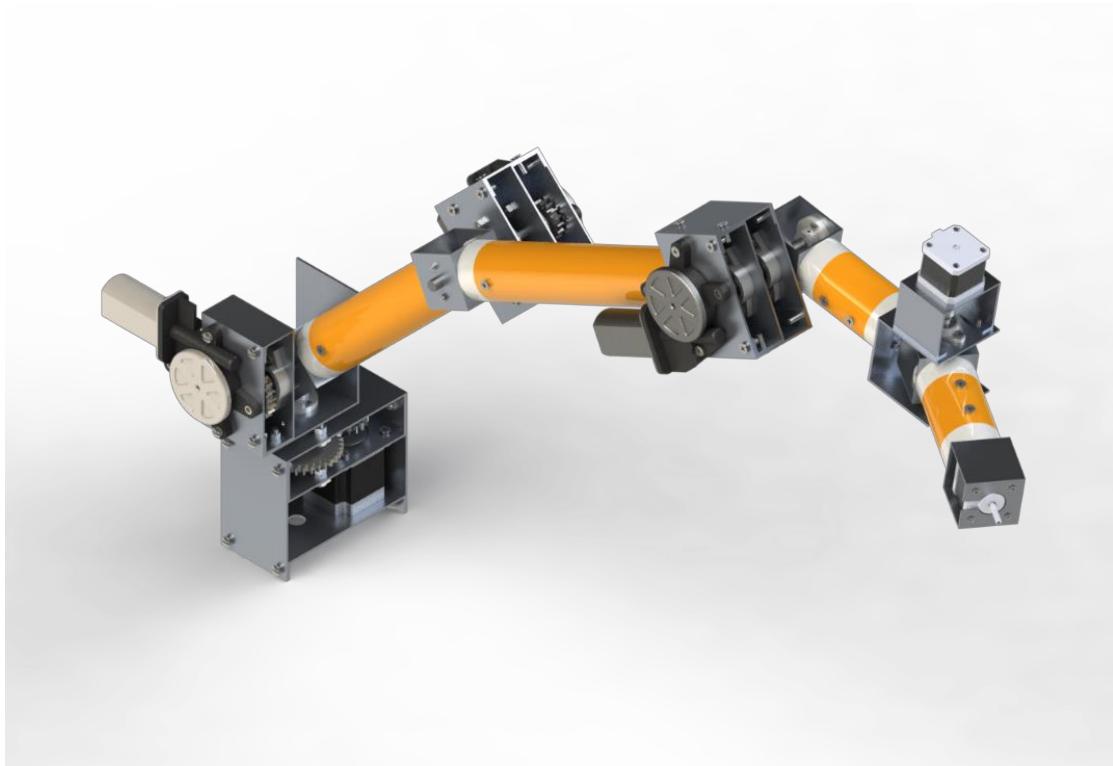


Figura 1.1: Modelagem do robô montado [1].

Nota-se pela figura o local de aplicação dos atuadores selecionados, assim como descrito na tabela 1.1. A figura demonstra também como foram empregados os tubos de material PVC e acopladores de *Nylon* na construção dos elos, bem como o formato das juntas com uma separação para inserção das engrenagens que compõem a relações calculadas no projeto base [1].

Tabela 1.1: Atuadores pré-selecionados para as juntas.

Junta	Atuador selecionado
1 (Base)	HT23-397/NEMA 23
2 (Ombro)	Mabuchi JC/LC-578VA
3 (Cotovelo)	Mabuchi JC/LC-578VA
4 (Arfagem)	Mabuchi JC/LC-578VA
5 (Guinada)	42HS48-1684/NEMA 17
6 (Rolagem)	42HS48-1684/NEMA 17

### **1.3 Objetivos do projeto**

O objetivo principal deste trabalho é analisar o braço robótico apresentado na seção 1.2.1 a fim de revisar os atuadores existentes neste e propor instrumentos de medição e circuitos de acionamento e processamento para serem inseridos em sua estrutura, bem como idealizar um controlador para reger os movimentos deste manipulador robótico. Os circuitos eletro-eletrônicos e o sistema de controle propostos devem ser capazes de receber comandos do usuário e acionar os atuadores de maneira a permitir que a estrutura mecânica subjacente e o efetuador final do manipulador sejam posicionados de acordo a auxiliar o operador na interação com o espaço ao seu redor para a realização de atividades diárias básicas.

Pautando-se em um dos objetivos do trabalho base, o manipulador, com todo o sistema de sensoriamento, ativação e controle, deve apresentar um baixo custo, para que possa ser considerado um protótipo acessível para auxílio de pessoas com deficiência motora dos membros inferiores e superiores.

### **1.4 Apresentação do trabalho**

O trabalho foi organizado em 6 capítulos. O primeiro capítulo é introdutório, indicando as motivações e objetivos do projeto. No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre projetos semelhantes, da mesma forma são expostos modelos comerciais de WMRAs, servindo como possíveis fontes de inspiração e comparação com o produto a ser desenvolvido neste trabalho. No mesmo capítulo são também revisados conceitos teóricos que forneceram o embasamento técnico para a realização do projeto.

O desenvolvimento foi dividido em 2 capítulos, Capítulo 3, onde são enunciados os objetivos, diretrizes e escolhas realizadas quanto ao desenvolvimento dos diversos circuitos eletro-eletrônicos, e Capítulo 4, que descreve a maneira como o controlador geral do robô foi implementado.

O Capítulo 5 contém resultados observados ao longo do desenvolvimento, tanto obtidos por simulações como através de protótipos construídos, para comparação entre os objetivos propostos e resultados de fato obtidos. No Capítulo 6 encontram-se as considerações finais do projeto, com uma conclusão pautada em tudo o que foi observado durante a realização do projeto e perspectivas futuras para possíveis trabalhos que possam emanar do projeto desenvolvido.

# Capítulo 2

## Fundamentação Teórica

### 2.1 Revisão Bibliográfica

A idealização, construção e controle de braços robóticos montados sobre cadeiras de rodas é um foco de pesquisa amplo, sendo desenvolvidos projetos tanto na área comercial quanto na área de pesquisa universitária, resultando em diferentes produtos com focos distintos. É interessante estudar os tipos de tecnologias, características e funcionalidades propostas nos diversos trabalhos desenvolvidos, tanto para tecnologias assistivas quanto para tecnologias semelhantes, para se ter uma boa base no desenvolvimento de um novo projeto, que busque apresentar algum diferencial frente às tecnologias já existentes.

Na Universidade de Brasília, já foram desenvolvidos projetos envolvendo a adaptação, controle e instrumentação de cadeiras de rodas para deficientes. Uma vez que os braços robóticos são montados sobre estas, é importante analisar estes projetos a fim de estudar tecnologias de alimentação e acoplagão para o braço proposto. Foi apresentado, em conjunto com a Universidade Federal de Pernambuco e outras partes, um *kit* de automação para cadeiras de rodas convencionais [10], sendo este de extrema importância por já demonstrar as dimensões e limitações básicas de uma cadeira de rodas convencional, o tipo e posicionamento do circuito de alimentação e componentes eletrônicos comumente empregados neste tipo de projeto. O trabalho apresentado em [11] foca no desenvolvimento de uma interface para que o operador possa controlar a cadeira de rodas de forma satisfatória, fornecendo ideias para uma interface viável também para o controle do braço robótico a ser acoplado neste tipo de cadeira de rodas.

Os projetos citados demonstram que é comum a utilização de baterias automotivas como fonte de energia ao sistema de locomoção, podendo esta mesma bateria servir também como alimentação para um braço robótico acoplado à cadeira de rodas, fornecendo uma tensão nominal comum de 12V. Também é notável a escolha por motores de corrente contínua, ou simplesmente motores DC, para este tipo de tecnologia, com acionamento controlado através de circuitos do tipo “Ponte H”.

Embora não tenham sido encontrados especificamente projetos acerca de WMRA na Universidade de Brasília, foram identificados projetos de braços robóticos construídos para outros fins, sendo uma análise desses imprescindível para se ter conhecimento acerca do tipo de atuadores e

sensores comumente empregados em braços robóticos no geral.

Um manipulador didático, desenvolvido em [2] e aprimorado em [12], apresenta uma estrutura semelhante **a** do trabalho base deste projeto, em relação ao posicionamento relativo das juntas iniciais, como pode ser visto na figura 2.1.

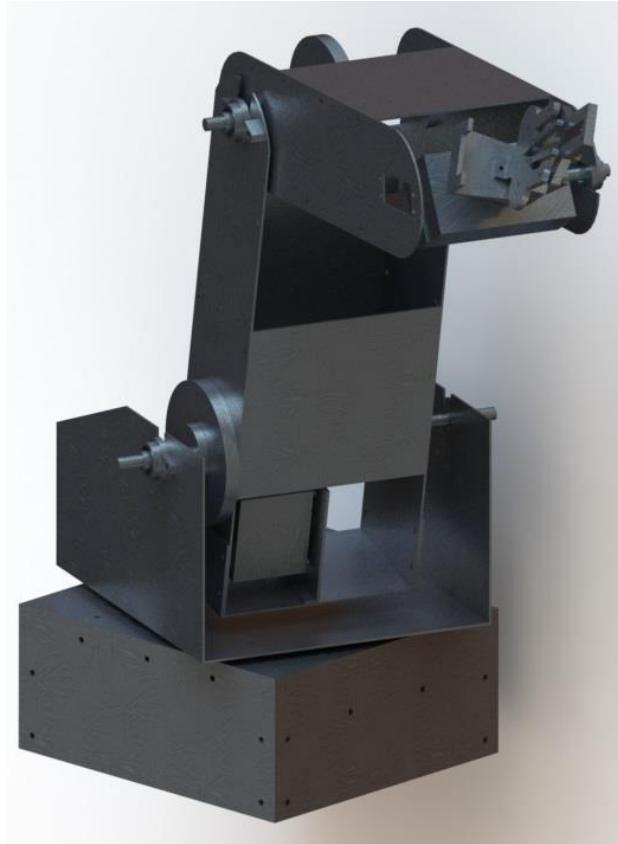


Figura 2.1: Modelagem do robô didático [2].

O projeto em questão tem como foco a interação entre o braço e pessoas com a finalidade de estimular e auxiliar o aprendizado no ramo da engenharia. Embora este manipulador não seja do tipo WMRA, os circuitos de acionamento projetados e o método de controle desenvolvido podem ser levados em consideração no projeto atual, demonstrando a importância da análise deste sistema. A estrutura do robô apresenta uma base e três juntas com eixos paralelos em sequência, em convergência com o modelo base para este projeto, desse modo, pontos de desenvolvimento acerca da cinemática inversa podem ser comparados e reutilizados.

Neste trabalho **são expostas** também a **escolha** por motores de passo em algumas juntas e uma ideia de **driver** para controle destes, levantando a possibilidade de uso desse tipo de motores **em** projetos de manipuladores robóticos.

Foi desenvolvido na *Universisty of South Florida* um robô com motivações semelhantes à deste projeto [3], buscando atender às necessidades de pessoas com mobilidade reduzida e redução de custos deste tipo de tecnologia. O manipulador final apresenta 7 graus de liberdade, onde todas as juntas são acionadas por motores DC escovados servo-controlados e controladas em conjunto **através** de placas controladoras baseadas na arquitetura PIC. Uma foto do braço construído pode

ser vista na figura 2.2.



Figura 2.2: Braço robótico completo construído na USF [3].

O manipulador final, com uma massa de 12.5kg, tem a capacidade de atingir uma altura máxima de 1.37m acima do chão e suporta uma carga, ou *payload*, de até 6kg. Há dois pontos principais que devem ser observados no resultado final obtido pelo projeto citado, no que diz respeito a este projeto. O primeiro ponto de interesse está na utilização de caixas de engrenagens harmônicas, que permitem uma alta relação de transmissão de torque, facilitando a escolha dos motores utilizados. O segundo ponto está nas unidades de controle aplicadas, apresentando características importantes no controle de motores DC, como controle PID de posição e velocidade, comunicação RS-485 e leitura integrada de diversos sensores, fatores que também devem ser levados em consideração no desenvolvimento deste projeto.

Além dos modelos de braço robótico resultantes de estudos em universidades, há diversos tipos de modelos de WMRA existentes no mercado, apresentando geometrias, método de atuação, alcances e *payloads* diferentes. O estudo desses modelos fornece uma boa base para novos projetos, podendo o modelo proposto ser comparado aos modelos comerciais a fim de se analisar a adequação da solução proposta ao mundo real.

Entre os modelos comerciais encontram-se o sistema JACO, construído pela empresa Kinova, o sistema MANUS e sua evolução iARM, desenvolvidos pela *Assistive Innovations* e o modelo *Raptor*, fabricado pela *Applied Resources* [13], onde cada um desses modelos pode ser levado em consideração na geração de especificações para um novo braço robótico com finalidade semelhante.

Em relação aos modelos comerciais, os fatores de comparação que mais impactam este projeto seriam a velocidade linear atingível, tensão de alimentação, consumo e interface homem-máquina, outros fatores como alcance, peso e *payload* foram importantes no momento de decisão da estrutura mecânica no manipulador.

Um estudo destes modelos demonstra que *joysticks* são frequentemente utilizados como uma possibilidade de interface entre o operador e o robô [7], sendo este modelo de interface adotado também na execução deste trabalho.

## 2.2 Atuadores

Em relação aos atuadores utilizados em manipuladores robóticos, há a possibilidade de emprego de atuadores do tipo hidráulico, pneumático e/ou eletromagnéticos, dentre outros, onde cada tipo de atuador apresenta pontos fortes e fracos para a aplicação em questão.

Os atuadores hidráulicos são empregados geralmente por sua capacidade de gerar forças e torques elevados, com um controle simples, no entanto, embora os atuadores em si normalmente sejam compactos, é necessário uma grande quantidade de equipamentos extras para garantir o funcionamento e segurança destes, como bomba, mangueiras, válvulas e acumuladores. Por sua vez, os atuadores pneumáticos apresentam uma capacidade de gerar forças um pouco inferiores àquelas atingidas por atuadores hidráulicos mas em velocidades mais elevadas, e também não necessitam de meios de contenção de líquidos, outrora utilizados em meios hidráulicos, porém, apresentam em geral um controle menos preciso com precisão afetada pela compressibilidade do ar e atrito interno dos atuadores [14]. Nestas duas classes de atuadores os mais utilizados são os atuadores lineares, porém há também os atuadores rotativos e atuadores do tipo músculo.

No que diz respeito aos atuadores elétricos, estes vêm ganhando uma grande participação na aplicação em manipuladores, principalmente pela quantidade de alternativas de faixas de torque e velocidade, além de poderem apresentar um controle mais simples e fino. Entre os motores elétricos há aqueles operados por corrente alternada e aqueles acionados por uma corrente contínua, sendo que a principal diferença entre estes encontra-se no método de controle da velocidade de rotação. Os motores de corrente alternada, ou motores AC, são geralmente mais robustos e tem a sua velocidade controlada através da frequência de oscilação da alimentação, sendo utilizados majoritariamente em aplicações com potência elevada e uma velocidade contínua com pequenas variações. Dentro da categoria de motores de corrente contínua existe uma diversa gama de modelos de atuadores, como motores DC de imã permanente, de excitação independente e em série, sendo diferenciados também pela presença de escovas ou não [15]. Os motores DC podem apresentar um tamanho mais reduzido para aplicações mais simples, além de necessitarem de circuitos acionadores frequentemente mais simples em relação aos motores AC.

## 2.3 Sensoriamento e Condicionamento

Para se garantir eficiência e precisão durante a operação de um robô, é essencial a utilização de sensores, sendo neste ramo de pesquisa os sensores divididos em sensoriamento interno, como no caso de medição da posição, velocidade e torque das juntas, ou sensoriamento externo, como sensores próprios para visão, e medição de força e distância [16].

Em um sistema de medição, geralmente são identificados quatro tipos de elementos, sendo os elementos do tipo sensor o primeiro desses. Usualmente são empregados em conjunto com sensores elementos de condicionamento, processamento e de apresentação de dados, para garantir que a leitura desejada será devidamente medida e tratada [17].

Na categoria de sensores que podem ser utilizados para se monitorar posicionamento, as principais escolhas seriam os potêniometros, *encoders* ópticos, sensores indutivos e de efeito *hall*. Entre estes sensores de posicionamento, há aqueles que fornecem informações relativas à uma posição inicial e aqueles capazes de fornecer uma informação acerca de um posicionamento absoluto mensurado [17]. Sensores de toque, ou fim-de-curso, podem ser utilizados a fim de se ter conhecimento do estado das juntas de um robô em determinada posição, auxiliando em um posicionamento correto no espaço.

Para se ter uma ideia do torque interno das juntas de um robô podem ser empregados também sensores do tipo *hall*, no caso de juntas com motores elétricos, com o objetivo de se mensurar e auxiliar no controle da corrente que chega nos atuadores, diretamente relacionada com o torque resultante. A fim de mensurar ações de forças externas são comumente empregadas células de carga, que constituem um sistema de medição com extensômetros e condicionadores de sinal. O uso de extensômetros nos elos de um manipulador permite obter informações sobre ações externas e deformação que agem sobre estes, podendo estas serem usadas de modo a garantir uma maior segurança durante a operação do manipulador.

Alguns fatores importantes na escolha de elementos sensores são a resolução, histerese, limiar de medição e zona morta dos mesmos, fatores estes que influenciam a acurácia e precisão da leitura. Instrumentos de medição do tipo *encoder* e potenciômetros estão sujeitos a uma certa resolução, que é definida em [18] como a menor quantidade possível de variação na entrada que resulta em uma mudança do valor de saída, sendo imprescindível escolher um dispositivo que forneça uma resolução boa o suficiente para que o posicionamento dos elos e juntas de um manipulador seja conhecido com baixa incerteza.

Demais instrumentos de tratamento de sinal também estão sujeitos a estas condições de operação, conversores analógicos-digitais - ADC, por exemplo, possuem uma resolução relacionada com a quantidade de *bits* utilizados na conversão de valores, sendo importante atentar-se a este tipo de elemento em um circuito de instrumentação [17]. Esta relação de resolução pode ser vista na equação 2.1, onde a resolução foi indicada por  $\rho$  e  $n$  indica a quantidade de bits disponíveis no conversor.

$$\rho = \frac{1}{2^n} \quad (2.1)$$

Tratando-se de resolução, *encoders* rotativos apresentam características semelhantes aos conversores citados, por possuirem uma quantidade de posições que se equipara à quantidade de bits em um ADC. A resolução destes pode ser definida de acordo com a equação 2.2, onde *PPR* identifica a quantidade de pulsos, ou posições, por revolução. Esta resolução pode ser aprimorada incluindo-se uma relação de transmissão entre o eixo da junta e o sensor, aumentando assim a escala de saída do sensor para uma mesma escala de entrada, fazendo com que o mesmo valor na entrada possua uma gama maior de relação com a saída, superando a resolução básica do sensor.

$$\rho = \frac{2\pi}{PPR} \quad (2.2)$$

Potenciômetros podem também estar sujeitos às limitações impostas pela resolução, como no caso de potenciômetros construídos com fios enrolados, no entanto, outros modelos, como os de plástico condutivo, não estão sujeitos a estes efeitos [17].

Em relação à transmissão de sinais elétricos, o devido cuidado deve ser tomado para evitar que ruídos e interferências afetem o sinal de modo a inserir erro no funcionamento geral do sistema. As fontes de ruído são divididas em internas e externas. Uma possível fonte de ruído interna é a movimentação de cargas em elementos condutores devido à temperatura, por esse motivo este tipo de ruído é denominado ruído térmico, ou ruído de Johnson-Nyquist, sendo considerado uma forma de ruído branco, por apresentar uma densidade espectral aproximadamente constante. Circuitos AC ou circuitos com chaveamento próximo ao sistema são, por sua vez, fontes comuns de ruído externo, podendo gerar transientes no sinal transmitido [17].

Os ruídos e demais interferências sobre um sistema elétrico podem ser considerados como em série, apresentando-se como uma fonte de diferencial de potencial entre o sistema emissor e receptor do sinal, ou de modo comum, onde os potenciais de ambos emissor e receptor estão sujeitos a uma variação de potencial referente ao ruído que age sobre o sistema [17].

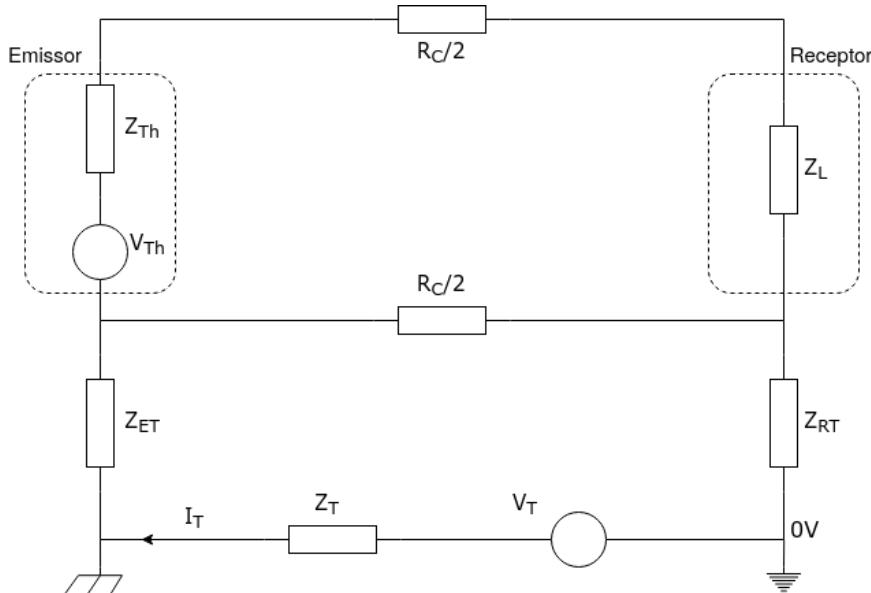


Figura 2.3: Interferência causada por múltiplos terras.

A figura 2.3 ilustra interferência causada pelo problema comum de múltiplos terras, onde pontos que teoricamente deveriam apresentar o mesmo potencial de 0V possuem entre si uma diferença de potencial, representada por  $E_T$ , causada por descarga de equipamentos ou quaisquer outros fatores. Esta diferença de potencial faz com que apareça no sistema uma corrente  $I_T$ , gerando tanto uma interferência de modo comum, ao induzir uma tensão sobre a impedância entre o receptor e o plano de terra real,  $Z_{RT}$  e um interferência em série, através da diferença de tensão que surge sobre a resistência do cabo  $R_C/2$ . Por esse motivo, é essencial que o sistema de medição seja conectado ao plano de terra em um único ponto, quando não é possível garantir o mesmo potencial no emissor e receptor [17].

Outro fator que pode afetar a integridade de sinais são as reflexões e distorções causadas por discontinuidades de impedância ao longo do caminho de transmissão. Quando um sinal elétrico encontra uma discordância entre pontos de diferentes impedâncias, parte dele será refletivo de volta à origem, causando ruídos de reflexão, resultando em uma degradação do sinal. A estratégia mais comum para evitar este tipo de reflexão consiste na inserção de uma resistência próxima ao emissor do sinal, com o valor necessário para que a soma das impedâncias dessa nova resistência com a impedância interna do emissor sejam equivalentes à impedância da linha de transmissão [19].

Dentre os métodos utilizados para redução dos efeitos de ruídos e interferências na transmissão de sinais, são notáveis a importância da separação do circuito de medição de possíveis fontes de interferência, como circuitos de potência, uso de técnicas de blindagem em cabos, como transmissão por par de cabos trançados e/ou uso de camadas específicas de blindagem, envio e recebimento de sinais diferenciais, isolamento entre emissor e receptor e tratamento por meio de filtros [17].

Dentre os filtros implementados no tratamento de sinais encontra-se os filtros passa-baixo, passa-alto, passa-banda e rejeita-banda [20]. Os filtros passa-baixo são utilizados na atenuação de componentes de alta frequência dos sinais, priorizando as variações de baixa frequência. Este tipo de filtro é utilizado largamente quando há a necessidade de filtrar sinais resultantes da mudança de estados de botões, removendo em grande parte os efeitos de seus transientes mecânicos [21].

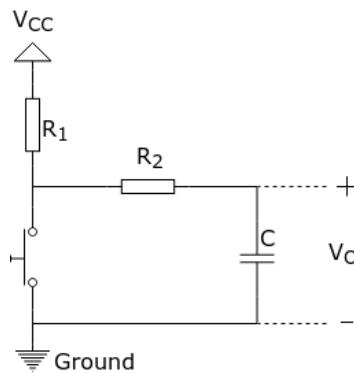


Figura 2.4: Filtro RC.

Normalmente assumindo o formato representado na figura 2.4, um filtro RC garante uma variação mais bem definida para a saída do circuito através do descarregamento e carregamento

do capacitor. A relação entre o valor de saída e valor de entrada depende do regime onde se encontra o capacitor, carregamento ou descarregamento. As equações que regem esses regimes estão descritas nas fórmulas 2.3, para o carregamento, e 2.4, para o descarregamento.

$$V_O = V(t) = V_{CC} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (2.3)$$

$$V_O = V(t) = V(t_0) \left( e^{\frac{-t}{\tau}} \right) \quad (2.4)$$

Em ambos casos a constante de tempo  $\tau$  é dada pela multiplicação entre a resistência equivalente do circuito e a capacitância,  $\tau = RC$ . Nota-se que para o carregamento do capacitor a resistência total do circuito equivale à soma das resistências de  $R_1$  e  $R_2$ , já no descarregamento, somente  $R_2$  influencia a constante de tempo.

Amplificadores operacionais podem também ser usados no condicionamento de sinais elétricos, sua impedância de entrada idealmente infinita evita perturbar o sinal nos terminais de entrada, por demandar pouca corrente. A definição de um ganho em circuito pode também facilitar a leitura de sinais pequenos de tensão por equipamentos com baixa precisão, elevando um sinal na escala de millivolts para volts.

Quando da aplicação de um circuito integrado (CI) do tipo amplificador operacional, alguns cuidados devem ser tomados em relação aos comportamentos não ideais deste, ou imperfeições, como tensão e corrente de *offset* [22]. A rejeição de modo comum, ou CMRR, do inglês *Common-Mode Rejection Ratio*, é uma característica que deve ser observada na aplicação deste tipo de CI, onde geralmente é desejado que seja amplificado unicamente a diferença de tensão entre os terminais de entrada, e o fator comum seja desprezível.

Amplificadores operacionais podem ser utilizados no modo inversor ou não-inversor, onde cada modelo apresenta seus benefícios e desvantagens. O modo não-inversor por exemplo apresenta uma resistência de entrada mais próxima do ideal, mas não permite ganhos inferiores a 1 [22]. Um arranjo de amplificadores operacionais e resistores de precisão pode ser realizado para se obter um outro tipo de amplificador denominado amplificador de instrumentação, que conta com alta rejeição de modo comum, pequenos fatores de não-linearidade, alta impedância de entrada e ganho diferencial facilmente ajustável [23], sendo considerado um circuito superior aos amplificadores comuns.

A figura 2.5 ilustra as configurações mais comuns no uso de amplificadores operacionais, com uma entrada mantida em um potencial conhecido. O ganho para a configuração inversora está definido na equação 2.5, já para a configuração não-inversora, o ganho é representado na equação 2.6. Para amplificadores de instrumentação, o ganho pode ser definido de diversas maneiras, a depender do CI empregado.

$$V_O = -V_I \left( \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (2.5)$$

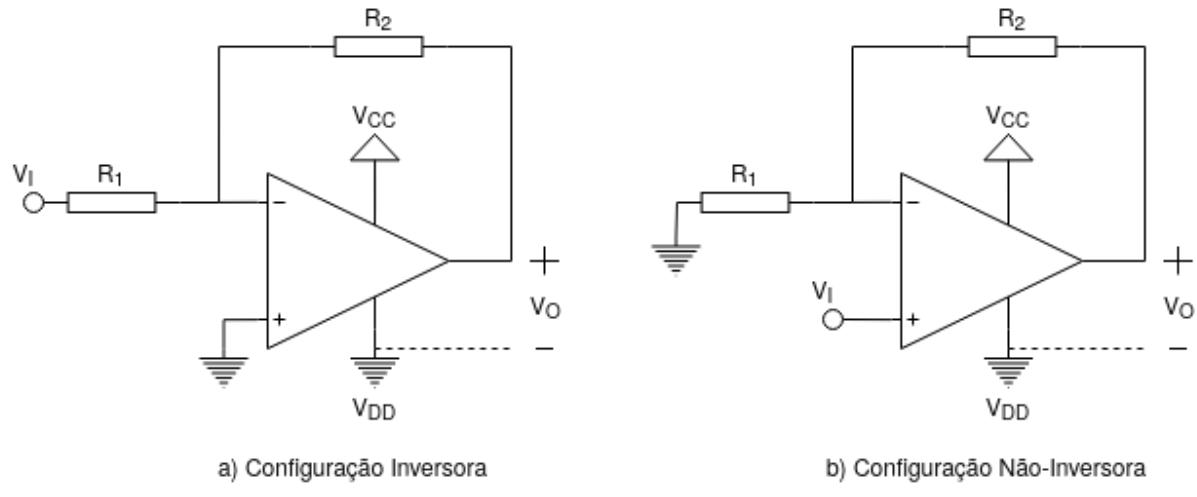


Figura 2.5: Configurações de amplificadores operacionais.

$$V_O = V_I \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (2.6)$$

As alimentações  $V_{CC}$  e  $V_{DD}$ , observadas na figura 2.5, são necessárias para o correto funcionamento dos amplificadores em CI's, devendo ser respeitados os limites impostos por fabricantes. Geralmente a alimentação é simétrica, sendo necessário duas fontes de alimentação para que se obtenha o valor correto de saída desejado. Todavia, alguns CI's empregam um funcionamento do tipo *single-supply*, onde algum dos terminais de alimentação pode ser mantido como potencial nulo, ou 0V. A saída de um circuito do tipo amplificador operacional é limitada a uma escala definida por essas duas alimentações, sendo comum esta escala ser menor que a escala de entrada por alguns volts. Amplificadores do tipo *rail-to-rail* permitem que a saída atinja valores mais próximos ao valor de alimentação, caso assim seja desejado [24].

Outra maneira de evitar a propagação de interferências da linha ao receptor do sinal está no uso de optoacopladores, dispositivos que isolam eletricamente o sinal controlador, da carga. A maioria deste tipo de equipamento emprega sinais luminosos na faixa de infravermelho à luz visível vermelha para o transporte de informação, sem o desgaste mecânico intrínseco ao funcionamento de relés [25].

A figura 2.6 ilustra o modelo de um optoacoplador, onde o sinal de entrada, constituído por  $V_{I1}$  e  $V_{I2}$  ativa o LED, que por sua vez causa um sinal luminoso que permite o chaveamento do fototransistor [26]. Uma característica importante sobre o funcionamento de optoacopladores diz respeito à sua taxa de transmissão de corrente, isto é, quanto da corrente de entrada o dispositivo permite que seja transportado na saída. Denominado como CTR, do inglês *Current Transfer Ratio*, esta taxa afeta diretamente o valor das resistências  $R_1$  do circuito, pois estas resistências devem ser projetadas de modo que a corrente de saída,  $I_O$ , atinja o valor esperado, e que a corrente de entrada esteja sempre no valor de segurança definido pelo fabricante. Caso a variável de interesse seja tensão,  $V_0$ ,  $R_2$  deve ser inserida no circuito com um valor de resistência que resulte em uma diferença de potencial entre seus terminais de acordo com o desejado.

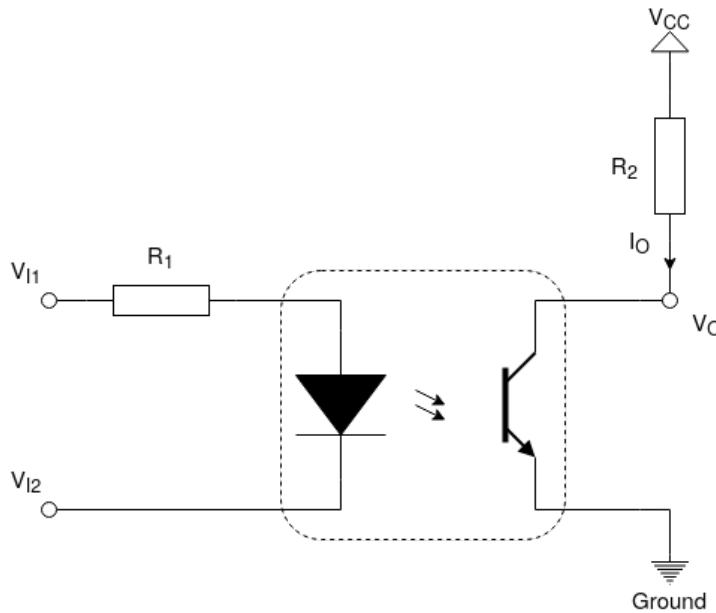


Figura 2.6: Circuito usual no emprego de optoacoplador.

A corrente de entrada do circuito, ou corrente direta de alimentação do diodo, é definida de acordo com a equação 2.7, em função da queda de tensão no diodo,  $V_f$ , sendo possível também expressar a resistência  $R_1$  em função de uma corrente pré-definida [22].

$$I_f = \frac{(V_{I1} - V_{I2}) - V_f}{R_1} \quad (2.7)$$

Tendo conhecimento da corrente de entrada e do gráfico de CTR para determinado positivo, define-se a máxima corrente de saída como  $I_f \cdot CTR$ .

## 2.4 Controle de velocidade

Uma típica malha de controle pode ser representada em duas formas, denominadas malha aberta ou malha fechada, assim como representado na figura 2.7, onde a entrada, ou referência, com interferência ou não da saída, ou variável controlada, alimenta o circuito de controle e este regula o sinal enviado ao processo para obter assim um valor de acordo com a referência indicada [27].

Em um sistema robótico é comum utilizar alguma malha de controle, como as da figura 2.7, para se controlar a posição e/ou velocidade das juntas do robô, resultando em alguma configuração desejada para este no espaço.

Para realizar o controle de um manipulador robótico, garantindo o correto processamento dos dados dos diversos sensores utilizados e o acionamento correto dos atuadores, deve ser utilizado um circuito próprio para este fim, como através de um microcontrolador, que agrupa em uma mesma placa um processador, memória e portas de entrada e saída de dados, sendo amplamente

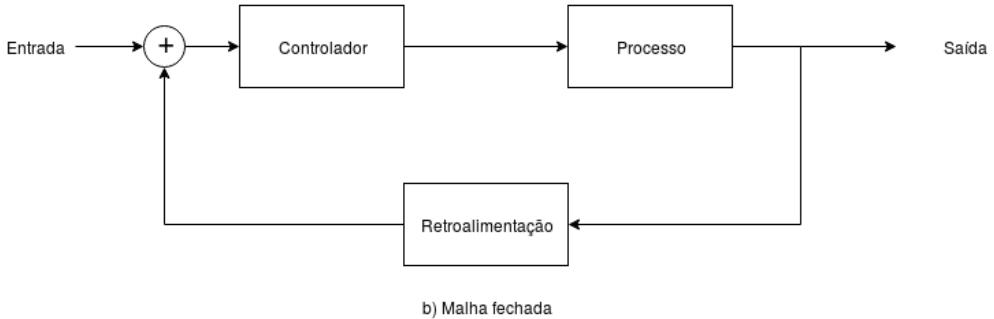
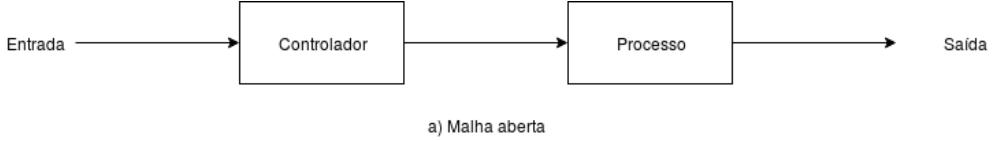


Figura 2.7: Formas de representação para controle em malha aberta e malha fechada

utilizados em sistemas de medição [17]. No emprego de um microcontrolador uma importante característica a ser analisada é o seu processador, onde a arquitetura deste afetará diretamente a implementação do controlador que irá determinar a movimentação do manipulador. Dentre as diversas famílias de processadores, as que mais se destacam na área da robótica são ARM, AVR e PIC, além do microcontrolador MSP430. Outra característica a ser analisada na utilização de microcontroladores é a quantidade e tipos de periféricos implementados, buscando-se uma unidade que apresente maior aderência com o robô em questão. A frequência de atuação dos microcontroladores é também de extrema importância na escolha destes, influenciando o tipo de controlador que pode ser implementado, no caso de controladores digitais.

#### 2.4.1 Motores DC

Para o controle de um motor DC, é necessário inicialmente um modelo para a representação deste tipo de sistema, sendo um possível modelo apresentado na figura 2.8 [28] [29].

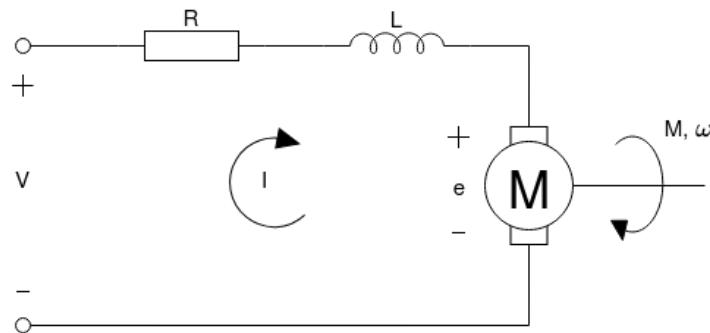


Figura 2.8: Modelo eletromecânico para armadura de motores DC.

A figura 2.8 fornece um modelo para o sistema eletromecânico da armadura de um motor DC, onde uma tensão de entrada,  $V$ , resulta em um torque e velocidade de saída, denominados

respectivamente por  $T$  e  $\omega$ . A equação elétrica que dita o funcionamento do motor é expressa em 2.8 [28].

$$V = e + RI + L \frac{dI}{dt} \quad (2.8)$$

Sabendo que o torque de saída se relaciona com a corrente de entrada por meio da equação 2.9, e simplificando a carga do sistema como um momento de inércia  $\mathcal{I}$  e um atrito viscoso,  $B$ , obtém-se a equação 2.10 [28].

$$T = K_b I \quad (2.9)$$

$$T = \mathcal{I} \omega + B \omega \quad (2.10)$$

Reagrupando as equações de 2.8 a 2.10, é possível observar uma relação entre a velocidade de saída e a tensão de entrada, ilustrada através da equação 2.11, no domínio de Laplace.

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_b}{s^2(\mathcal{I}L) + s(BL + \mathcal{I}R) + (BR + K_b^2)} \quad (2.11)$$

A equação em 2.11 fornece um modelo de segunda ordem para o controle de velocidades de motores DC, entretanto, caso a indutância do circuito de armadura,  $L$ , seja desprezível, é possível aproximar o modelo proposto como um sistema de primeira ordem.

A fim de controlar a tensão de entrada nestes motores, e consequentemente a velocidade de saída, pode-se utilizar um circuito que converta uma tensão contínua em uma tensão alternada, como através de um circuito do tipo *chopper* [28]. Circuitos conversores na configuração ponte completa, também conhecidos por ponte H completa, ou *Full-H Bridge*, são largamente utilizados na geração de níveis de tensão [30], e juntamente com a técnica de controle de modulação de largura de pulso - PWM, fornecem um bom meio para controle de circuitos análogicos [31], neste caso, a velocidade, e direção, de um motor DC.

#### 2.4.2 Motores de passo

Motores de passo são, por sua vez, considerados como uma categoria de motor síncrono, onde a frequência da alimentação que comanda a sua velocidade de rotação. Estes motores são utilizados em diversos sistemas de controle, por oferecerem um controle preciso, mesmo em malha aberta [15].

Embora considerados como máquinas síncronas, os motores de passo são ativados por uma sequência de chaveamento de suas bobinas que alinham, a cada passo, o rotor com o campo magnético gerado no estator. Uma relação entre a velocidade de rotação elétrica e a velocidade de rotação do eixo do motor é proposta em [15] e pode ser vista na equação 2.12, onde  $P$  denomina a quantidade de pólos no motor.

$$\omega_m = \frac{2}{P} \omega_e \quad (2.12)$$

Em [32], define-se uma relação mais direta entre a velocidade de rotação e o tempo decorrido entre os pulsos enviados por um microcontrolador para comando do motor, visível na equação 2.13. Esta fonte também indica as diferenças básicas entre motores de passo bipolares e unipolares, bem como no modo de ativação dos motores, com a possibilidade de uso de configurações de passo completo e meio-passo.

$$\omega_m = \frac{\alpha_s}{\delta t} = \frac{\alpha_s}{kt_0} \quad (2.13)$$

Na equação 2.13, a constante  $\alpha_s$  define o ângulo de passo básico para determinado motor, ou seja, a variação de rotação na saída resultante de um passo na entrada. O termo  $\delta t$  informa o período, em segundos, entre dois pulsos consecutivos para avanço do motor, este período pode ser definido como algum múltiplo de um período básico do microcontrolador,  $t_0$ , onde somente após decorridos  $k$  períodos internos no controlador, este provocará um pulso para ativação do motor controlado.

Deste modo, nota-se que o controle de velocidade pode ser realizado apenas alterando o valor de  $k$ , através de um contador variável no sistema do microcontrolador. Para que motores de passo atinjam determinada velocidade de uma maneira suave, é necessário que seja realizado um controle da aceleração e desaceleração do mesmo, variando o valor de  $k$  de modo incremental, para que se obtenha uma rampa de velocidade na saída, com uma aceleração finita [32]. Um exemplo de perfil de aceleração pode ser visto na figura 2.9.

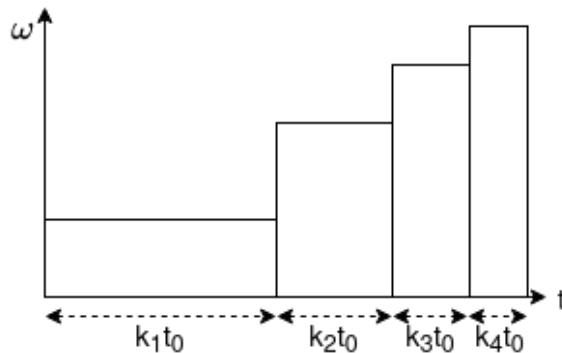


Figura 2.9: Exemplo de controle de velocidade para motor de passo.

## 2.5 Cinemática de manipuladores

Um manipulador pode ser analisado como um conjunto de elos conectados entre si por juntas, e para descrever a relação entre estes elos, são definidos sistemas de coordenadas para diferentes partes do manipulador, a fim de lidar com a geometria complexa deste [33].

Para a correta atribuição de sistemas de coordenadas ao robô, é preciso seguir alguma convenção, como aquela definida em [33]. A convenção apresentada, e que será utilizada ao longo deste trabalho, define que um sistema de coordenadas será atribuído a cada elo do sistema, e estes serão numerados de acordo com o elo, onde a base imóvel do robô é definida como o elo de índice 0. O eixo unitário  $\hat{Z}_i$  deve ter a mesma direção do eixo de rotação do respectivo elo  $i$ , a origem do sistema será posicionada no ponto de intersecção entre o eixo de rotação do elo um eixo perpendicular a este eixo e o eixo de rotação do próximo elo e o eixo  $\hat{X}_i$  fica ao longo deste mesmo eixo perpendicular. Por fim, o eixo  $\hat{Y}_i$  é estabelecido através da regra da mão direita.

Para relacionar matematicamente os diversos sistemas atribuídos ao manipulador, são extraídos parâmetros capazes de relacionar a rotação e translação entre sistemas de coordenadas consecutivos. Um conjunto de parâmetros, utilizado em conjunto com a convenção proposta, são os parâmetros de Denavit-Hartenberg, ou simplesmente parâmetros de DH, em sua forma modificada, estes parâmetros são resumidos do seguinte modo:

$$a_i = \text{distância entre } \hat{Z}_i \text{ e } \hat{Z}_{i+1}, \text{ ao longo de } \hat{X}_i;$$

$$\alpha_i = \text{ângulo entre } \hat{Z}_i \text{ e } \hat{Z}_{i+1}, \text{ em relação a } \hat{X}_i;$$

$$d_i = \text{distância entre } \hat{X}_{i-1} \text{ e } \hat{X}_i, \text{ ao longo de } \hat{Z}_i;$$

$$\theta_i = \text{ângulo entre } \hat{X}_{i-1} \text{ e } \hat{X}_i, \text{ em relação a } \hat{Z}_i.$$

Percebe-se que para representar a posição e orientação do sistema de índice  $i$  em relação ao sistema  $i - 1$ , são necessários os parâmetros  $\alpha_{i-1}$ ,  $a_{i-1}$ ,  $d_i$  e  $\theta_i$ . A equação 2.14 ilustra a transformação necessária para representar um vetor em coordenadas homogêneas definido no sistema de coordenadas  $i$ , em relação ao sistema  $i - 1$ .

$${}_{i-1}^i T = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin\theta_i \cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} d_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

A transformação exposta em 2.14 é composta pela junção de uma matriz de rotação,  ${}^{i-1} Rot$ , um vetor de translação,  ${}^{i-1} Pos_i$ , e uma linha extra composta por três zeros e um único um, a fim de transformar a matriz em uma matriz quadrática, facilitando a inversão da transformação, como indicado na equação 2.15.

$${}_{i-1}^i T = \begin{bmatrix} {}^{i-1} Rot & {}^{i-1} Pos_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

A notação adotada para os índices sobreescritos e subescritos se manterá a mesma ao longo de todo este documento, onde o índice sobreescrito precedente denota o sistema de coordenadas de referência de referência desejado, e o índice subescrito precedente informa o sistema de coordenadas original.

### 2.5.1 Propagação de velocidades

É possível definir a velocidade angular e linear de determinado sistema de referência no manipulador em função da movimentação desta junta e da movimentação de juntas passadas. Através dos cálculos desenvolvidos em [33], são obtidas equações para a propagação de velocidades entre juntas, referenciadas nas equações 2.16 e 2.17.

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^i\text{Rot} {}^i\omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \quad (2.16)$$

$${}^{i+1}v_{i+1} = {}^i\text{Rot} \left( {}^i v_i + {}^i\omega_i \times {}^i Pos_{i+1} \right) \quad (2.17)$$

As equações 2.16 e 2.17 dizem respeito à velocidades geradas por juntas de rotação. A velocidade angular pode ser vista como uma soma entre a velocidade angular da junta precedente, termo  ${}^i\text{Rot} {}^i\omega_i$ , e a rotação gerada pelo próprio eixo,  $\dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}$ . A velocidade linear, por sua vez, é a soma da velocidade linear da junta precedente com a resultante linear da multiplicação vetorial entre a velocidade angular da junta precedente com o deslocamento, ambos representados no novo sistema de coordenadas,  $i + 1$ .

### 2.5.2 Jacobiana

Aplicando-se as equações 2.16 e 2.17 para as juntas de um manipulador, é possível obter as velocidades de cada elo em função dos termos  $\dot{\theta}_i$ , agrupando-se estas relações em uma forma matricial, gera-se uma representação entre as velocidades das juntas e as velocidades lineares e angulares de diversos elos. À matriz resultante deste agrupamento, que relaciona variações temporais na entrada com a saída, relação visível na equação 2.18, atribui-se o nome de Jacobiana [33].

$$\dot{Y} = J(X)\dot{X} \quad (2.18)$$

Em certos casos, a matriz Jacobiana pode ser organizada com a sua inversão em mente, para que se obtenha a velocidade que deve ser imposta nas juntas de um robô para gerar determinadas velocidades lineares e angulares desejadas.

# Capítulo 3

## Projeto Eletro-Eletrônico

### 3.1 Fonte de alimentação do sistema

Bem como evidenciado na seção de revisão bibliográfica deste documento, 2.1, baterias automotivas podem ser empregadas como fonte de energia em cadeiras de rodas motorizadas, portanto, foi analisada também a possibilidade de emprego de uma bateria deste tipo para a alimentação do braço robótico em questão.

A fim de garantir a adequação de uma bateria deste tipo ao sistema, pode-se checar a demanda energética dos equipamentos, devendo esta ser inferior à capacidade máxima de fornecimento da bateria. O conjunto inicial de motores selecionados para o manipulador pode ser visto na figura 3.1, com dados sobre consumo de corrente e tensão nominal dispostos na tabela 3.1, com informações retiradas de suas respectivas fichas catalográficas.

Tabela 3.1: Dados dos motores que acompanham a estrutura.

Junta	Motor aplicado	Corrente máxima (A)	Tensão nominal (V)
1	HT23-397/NEMA 23	1,41/fase	-
2	Mabuchi/LC-578VA	24	12
3	Mabuchi/JC-578VA	24	12
4	Mabuchi/LC-578VA	24	12
5	42HS48-1684/NEMA 17	1.68/fase	-
6	42HS48-1684/NEMA 17	1.68/fase	-

O valor de corrente consumida pelos motores de passo (juntas 1, 5 e 6) é referente à configuração em uso bipolar dos mesmos, resultando num total de 9.54A para a alimentação desses motores, em instantes onde todas as fases de todos os motores sejam alimentadas simultaneamente. Os motores DC Mabuchi utilizados apresentam um consumo máximo de 24A cada, resultando em um valor total de 72A para estes 3 motores.

Como os motores não serão utilizados continuamente, e em momentos onde provavelmente a cadeira de rodas não estará em movimento, uma bateria comum de 45Ah pode ser utilizada

para a finalidade desejada, que mesmo em uso contínuo e em situação de estresse, com um gasto conjunto de 81.54A, o manipulador seria capaz de se mover, evidenciado pelo fato de que os motores empregados são comuns em aplicações automotivas. No entanto, uma faixa de trabalho que garanta um consumo menor por parte dos motores é interessante, ponto que será levado em consideração na análise dos atuadores escolhidos.

Pelas informações apresentadas, a fonte de energia para o sistema será adotada como sendo uma bateria automotiva de 12V com uma capacidade de carga mínima de 45Ah. Estes valores serão úteis também para a escolha de outros equipamentos que venham a constituir o sistema eletroeletrônico do braço robótico.

## 3.2 Restrições Mecânicas

O projeto eletro-eletrônico tem por finalidade analisar e escolher os melhores instrumentos de medição, atuadores, e demais componentes e circuitos para o sistema proposto, para tal, é necessário inicialmente ter conhecimento acerca das limitações e exigências mecânicas do manipulador robótico empregado.

Durante o desenvolvimento mecânico do manipulador, foram calculados os torques necessários para a movimentação de cada junta [1], estes valores estão dispostos na tabela 3.2.

Tabela 3.2: Torques necessários para movimento das juntas.

Junta	Torque calculado (N.m)
1	2,09
2	24,85
3	19,09
4	4,88
5	0,16
6	0,02

Os valores contidos na tabela 3.2 foram obtidos para um grupo específico de atuadores e um fator de segurança de 1,36.

Buscando validar as informações dispostas no trabalho base, foi desenvolvido um módulo de robótica utilizando a linguagem de código aberto *python*, baseado na *Robotics Toolbox* para *Matlab*. O módulo criado conta com um método generalizado para definição de manipuladores descritos por parâmetros de DH e uma rotina que implementa os cálculos de torque necessários nas juntas utilizando o método de Newton-Euler.

Para utilização correta do módulo, inicialmente é necessário descrever o manipulador em seus parâmetros de DH, para tal, foi utilizado um *software* de modelagem 3D que permitiu uma montagem virtual do braço robótico e verificação de suas dimensões e outras características, como massa e momento de inércia das juntas. Uma renderização do modelo 3D montado está disponível na figura 3.1.

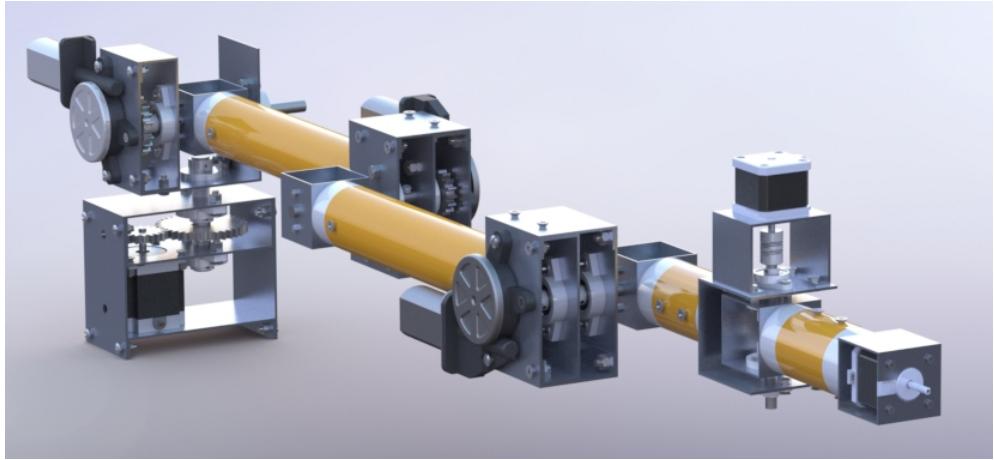


Figura 3.1: Renderização do modelo 3D do manipulador.

Através da modelagem, foram vistas algumas inconsistências entre o modelo virtual e o arranjo de sistemas definido no projeto base, visível na figura 3.2.

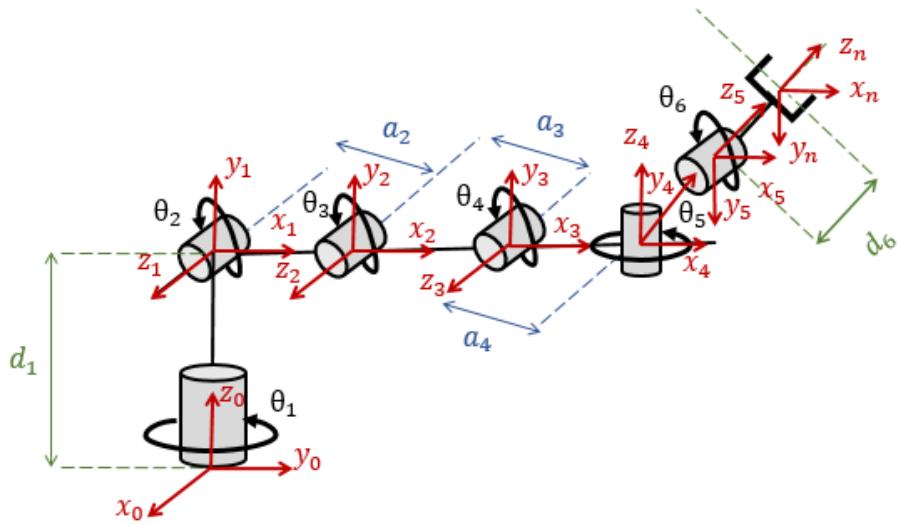


Figura 3.2: Arranjo de sistemas definido no projeto base [1].

Seguindo a metodologia para posicionamento dos sistemas de referência definido em [33], a origem do sistema da junta 1, referente à parte rotativa da base, deveria estar posicionada no mesmo plano horizontal do eixo  $\hat{Z}_1$ , uma vez que os eixos  $\hat{Z}_0$  e  $\hat{Y}_1$  não são colineares. Foi adotado também uma compensação, ou *offset*, com valor constante, para a junta 5, pois originalmente, com  $\theta_5 = 0$ , o último elo do sistema ficaria perpendicular ao elo precedente. A compensação foi de exatamente  $-\pi/2$ , para que na nova posição 0, o manipulador esteja completamente alongado na horizontal, bem como na figura 3.1. O novo modelo desenvolvido pode ser visto na figura 3.3.

Na figura 3.3 estão dispostos também os sistemas de referência para a base e para a ferramenta, representados por 0 e  $T$ , respectivamente. Para a análise de torque, as transformações de base e ferramenta,  ${}_0T$  e  ${}_TT$ , foram assumidas como unitárias, representadas por matrizes identidade 4x4, sem influencia sobre os resultados obtidos.

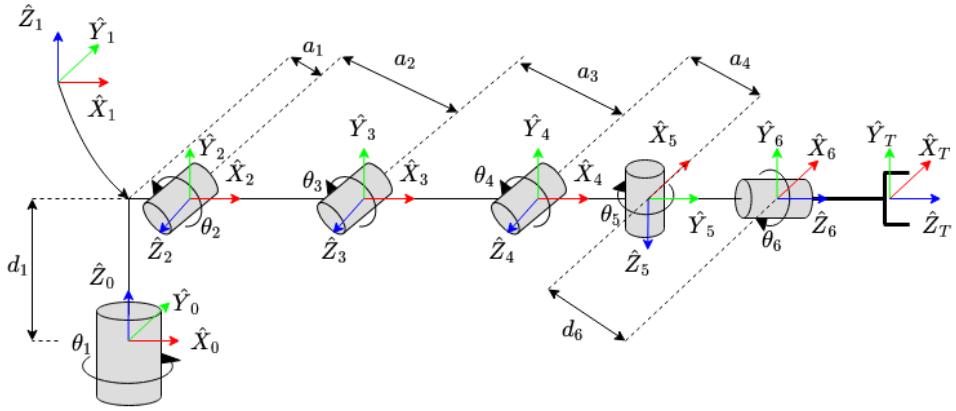


Figura 3.3: Novo arranjo de sistemas.

Nas imagens 3.2 e 3.3 são visíveis os parâmetros comuns  $d_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  e  $d_6$ , já o parâmetro  $a_1$  é exclusivo da nova versão. Esses valores são os parâmetros de DH utilizados para descrever o manipulador. Uma comparação entre os dois modelos, bem como o valor dos parâmetros, pode ser vista na tabela 3.3.

Tabela 3.3: Comparação entre parâmetros DH para modelo original e modificado.

(a) Modelo Original [1].

i	$\alpha_i$	$a_i$ (m)	$d_i$ (m)	$\theta_i$
1	$\pi/2$	0	$d_1 = 0,17$	$\theta_1$
2	0	$a_2 = 0,35$	0	$\theta_2$
3	0	$a_3 = 0,35$	0	$\theta_3$
4	0	$a_4 = 0,15$	0	$\theta_4$
5	$-\pi/2$	0	0	$\theta_5$
6	$-\pi/2$	0	$d_6 = 0,20$	$\theta_6$

(b) Modelo Modificado.

i	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$ (m)	$d_i$ (m)	$\theta_i$
1	0	0	$d_1 = 0.187$	$\theta_1$
2	$\pi/2$	$a_1 = 0.014$	0	$\theta_2$
3	0	$a_2 = 0.350$	0	$\theta_3$
4	0	$a_3 = 0.350$	0	$\theta_4$
5	$\pi/2$	$a_4 = 0.165$	0	$\theta'_5$
6	$-\pi/2$	0	$d_6 = 0.198$	$\theta_6$

É notável pela tabela 3.3 a diferença entre a posição dos parâmetros, isto ocorre pois a parte relativa ao modelo original, 3.3(a), foi representada de acordo com o observado no trabalho original, já a parte do novo arranjo, 3.3(b), foi realizada de acordo com a representação proposta em [33], os valores das constantes, no entanto, são similares. Na parte (b) da tabela nota-se também que a variável  $\theta_5$  foi alterada para  $\theta'_5$ , representando a nova variável obtida após incluir o deslocamento fixo adotado nesta junta, como indica a equação 3.1.

$$\theta'_5 = \theta_5 + (-\pi/2) \quad (3.1)$$

Da modelagem 3D do sistema foram obtidos os valores de massa, tensor de inércia  $I_T$  e posição do centro de massa,  $r_{CM}$ , referentes ao sistema de coordenadas adotado para aquela junta, os valores obtidos estão organizados na tabela 3.4. Para melhor compreender as massas que devem ser movimentadas por cada junta, os sistemas foram isolados e representados nas figuras de 3.4(a) a 3.4(e).

Tabela 3.4: Valores de massa, posição de centro de massa e tensor de inércia para as juntas.

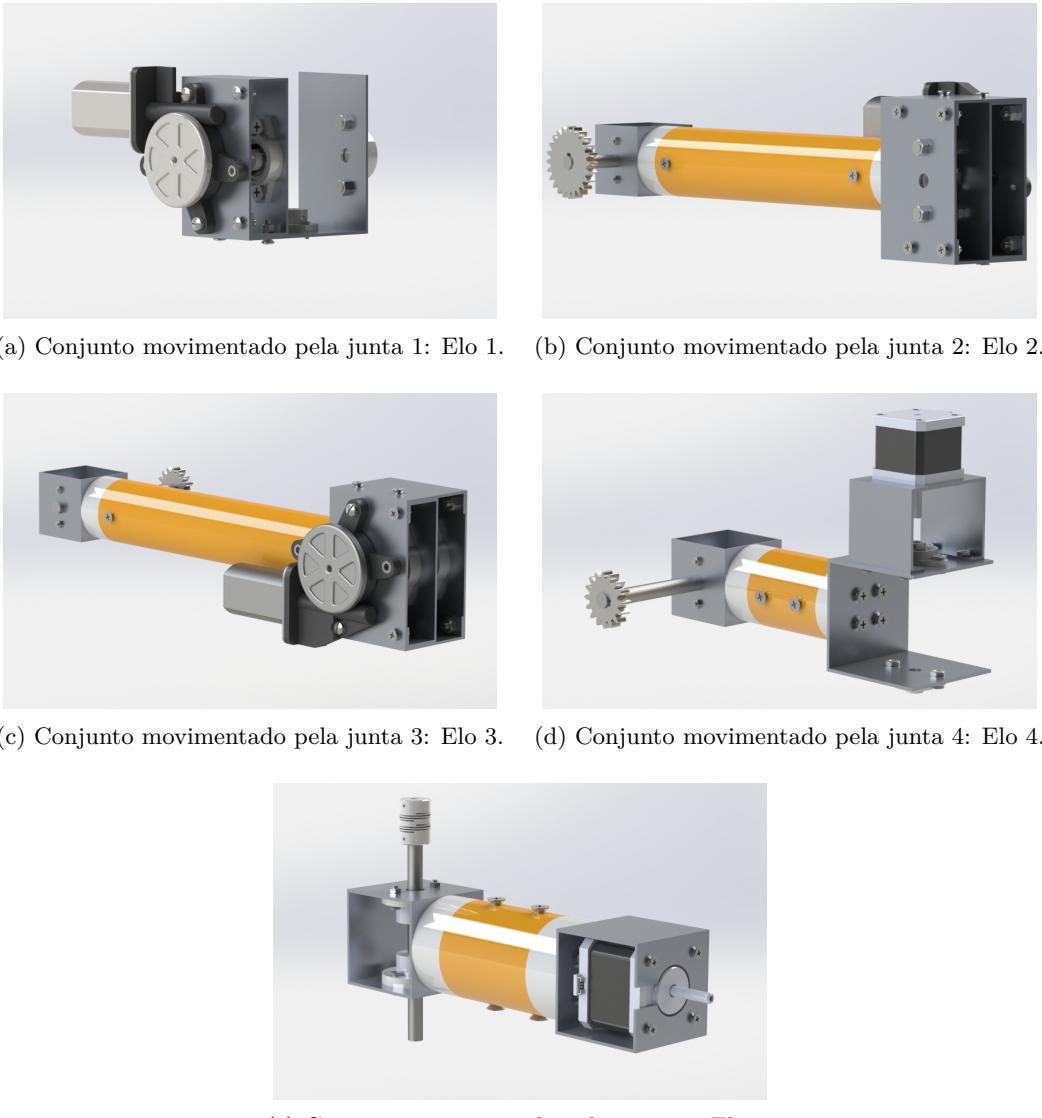
Junta	$r_{CM}$ (3x1 m)	Massa (kg)	$I_T$ (3x3 kg.m <sup>2</sup> )
1	$[-0,035 \ -0,062 \ 0,009]^T$	0,674	$\begin{bmatrix} 0,002 & 0,001 & 0,0 \\ 0,001 & 0,002 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,002 \end{bmatrix}$
2	$[0,231 \ 0,007 \ -0,015]^T$	1,257	$\begin{bmatrix} 0,002 & 0,0 & -0,001 \\ 0,0 & 0,021 & 0,0 \\ -0,001 & 0,0 & 0,020 \end{bmatrix}$
3	$[0,235 \ -0,008 \ 0,090]^T$	1,235	$\begin{bmatrix} 0,002 & 0,0 & 0,002 \\ 0,0 & 0,019 & 0,0 \\ 0,002 & 0,0 & 0,019 \end{bmatrix}$
4	$[0,097 \ 0,030 \ 0,005]^T$	0,672	$\begin{bmatrix} 0,002 & 0,001 & 0,0 \\ 0,001 & 0,003 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,005 \end{bmatrix}$
5	$[0,0 \ 0,091 \ 0,0]^T$	0,537	$\begin{bmatrix} 0,002 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,002 \end{bmatrix}$
6	$[0,0 \ 0,0 \ 0,0]^T$	0,0	$\begin{bmatrix} 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 \end{bmatrix}$

Em relação à junta 6, o eixo de saída não está diretamente conectado a nenhum equipamento, portanto os valores de massa e tensor de inércia são nulos, como demonstra a tabela 3.4. A ideia é que seja possível acoplar diferentes atuadores neste eixo de saída, para uma maior adaptação do braço com o usuário e ambiente. A fim de incluir o efeito da carga sobre o manipulador, com o intuito de calcular o torque nas juntas, assumiu-se uma massa de 1,2kg a 10cm de distância do eixo de saída, e para o efeito da gravidade, foi adotada uma aceleração vertical orientada para cima com o valor de 9,81m/s<sup>2</sup>, como indicado em [33].

Para a utilização das equações de Newton-Euler, se faz necessário identificar os valores de posição, velocidade e aceleração para cada junta. Nota-se que a posição que oferece maior resistência ao movimento para as juntas 2, 3 e 4 é aquela com as juntas subsequentes completamente estendidas, ampliando o efeito de braço de alavanca sobre a junta a ser analisada. A configuração 0, como ilustrado na imagem 3.1, maximiza a inércia observada pela junta 1, e também garante o efeito desejado para as juntas de 2 a 4.

O valor máximo de torque para a junta 5 pode ser observado com alguma configuração onde a soma dos ângulos das juntas 2, 3 e 4 seja igual a 90°,  $\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \pi/2$ , mantendo o eixo  $\hat{Z}_5$  na horizontal, e o ângulo desta junta seja  $\pm\pi/2$ , ou seja, com a junta agindo contra o efeito da gravidade e maior braço de alavanca possível.

Todas estas informações foram agrupadas e inseridas no módulo desenvolvido para aplicação das equações de Newton-Euler. Foram então realizadas duas execuções, uma para a configuração



(e) Conjunto movimentado pela junta 5: Elo 5.

Figura 3.4: Elos isolados do manipulador.

0 e outra para  $\theta_2 = \pi/2$ ,  $\theta_5 = -\pi/2$  e demais ângulos 0. Foi adotada uma velocidade de 0,0 rad/s e aceleração de 0,07 rad/s<sup>2</sup> para as juntas, seguindo a proposta inicial do trabalho base. Os maiores valores observados foram anotados na tabela 3.5.

É visível uma diferença em relação à tabela original 3.2, decorrente possivelmente da diferença dos valores utilizados de massa e afins em cada projeto.

Como algumas juntas necessitam de um torque elevado, foram utilizados pares de engrenagens para reduzir o esforço de atuação necessário e permitir a utilização de motores de dimensões mais reduzidas. As relações utilizadas e os torques resultantes estão dispostos na tabela 3.6.

Para os novos valores encontrados de torque, alguns conjuntos de atuadores e caixas de engrenagens não se mostram adequados para movimentar corretamente o manipulador, devendo a revisão de seleção dos atuadores levar também em consideração uma possível modificação nas relações de engrenagens utilizadas.

Tabela 3.5: Torques recalculados, para movimento das juntas.

Junta	Torque calculado (N.m)
1	0,19
2	34,32
3	18,81
4	7,56
5	4,01
6	0,0

Tabela 3.6: Redução empregada nas juntas.

Junta	1	2	3	4	5	6
Redução	1:2	1:3	1:2	1:2	1:1	1:1

No que diz respeito à velocidade linear máxima para o efetuador final, esta foi definida para a construção do braço como sendo 15cm/s [1]. É importante notar que o alcance, ou não, desta velocidade, depende de fatores que influenciam as velocidades das juntas, como saturação e posições de singularidades.

Outra informação de extrema importância para a seleção dos elementos atuadores e sensores pode ser retirada do projeto mecânico do manipulador, trata-se do deslocamento angular permitido para as juntas. Os valores de posicionamento máximo e mínimo para cada junta podem ser vistos na tabela 3.7.

Tabela 3.7: Limites de movimentação para as juntas.

	$\theta_1$ (Base)	$\theta_2$ (Ombro)	$\theta_3$ (Cotovelo)	$\theta_4$ (Arfagem)	$\theta_5$ (Guinada)	$\theta_6$ (Rolagem)
Limite Angular	$\pm 90^\circ$	-45° a +135°	-135° a +160°	$\pm 160^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 360^\circ$

Os valores contidos na tabela 3.7 ditam os limites de leitura que devem ser obtidos através dos equipamentos de medição a serem aplicados, de tal modo que a precisão obtida seja suficiente para um posicionamento fino de cada junta nos valores intermediários.

### 3.3 Análise e Seleção

#### 3.3.1 Atuadores

Como já descrito, o robô base conta com um conjunto de atuadores previstos para o seu funcionamento, portanto, com base nos valores apresentados, este conjunto deve ser revisado juntamente com outras possibilidade de atuadores e resultar ao final na seleção de elementos capazes de movimentar o braço robótico pautando-se nas especificações escolhidas, sendo estas:

- Torque máximo;
- Potência consumida;
- Precisão;
- Massa introduzida no sistema;
- Facilidade de inclusão na estrutura mecânica;
- Método de acionamento;
- Preço;
- Durabilidade.

O torque máximo e potência consumida são fatores limitantes na escolha de atuadores para um projeto robótico, devendo estes serem respeitados para que o robô possa se movimentar como desejado. Já o critério de precisão é um fator de interesse quando se deseja que o produto desenvolvido apresente capacidade de repetibilidade e confiança na movimentação, sendo portanto um fator a ser considerado neste projeto.

A massa dos atuadores escolhidos é de extrema importância para evitar sobrecarregar outras partes do sistema. De maneira semelhante, o critério de facilidade de inserção analisa como se dará a junção dos atuadores à estrutura do braço e à cadeira de rodas. O método de acionamento deve ser observado para evitar introduzir no sistema um alto grau de complexidade em relação ao circuito de acionamento. O preço e a durabilidade são dois parâmetros importantes nesse projeto, sendo estes os fatores desejados para incorporar um diferencial ao produto desenvolvido quando comparado a outras alternativas.

Partindo do critério sobre a facilidade de inclusão de atuadores ao sistema, é interessante considerar também o local de aplicação do braço mecânico, para que sejam escolhidos atuadores que possuam maior aderência com o sistema como um todo. Uma comparação foi realizada em [1] entre as opções de uso de atuadores elétricos, hidráulicos e pneumáticos, bem como entre atuação direta e indireta. O autor, por fim, optou pelo uso de atuadores elétricos e método de acionamento direto, garantindo um projeto mais compacto como um todo.

No entanto, dentre as desvantagens apresentadas pelo autor para o método de atuação direta, está o baixo torque de atuação, que acaba se tornando um problema quando são comparadas as tabelas 3.1, 3.5 e 3.6, onde os conjuntos atuador/caixa de redução empregados nestas juntas não se mostram capazes de movimentar corretamente o robô. Esta análise está simplificada na tabela 3.8.

A compactade apontada como vantagem do modo de atuação direta acaba se tornando então uma desvantagem neste projeto, pois, devido ao método de construção das juntas, a troca de atuadores se mostra trabalhosa, bem como inserção de elementos externos para compensação do alto torque. A figura 3.5 ilustra uma tentativa de inserção de mola na estrutura, para compensar o torque excessivo na junta 2 do sistema.

Tabela 3.8: Torques fornecidos e necessários para movimento das juntas.

Junta	Torque motor (N.m)	Redução	Torque resultante (N.m)	Torque necessário (N.m)
1	1,25	1:2	2,50	0,19
2	9,12	1:3	27,36	34,32
3	9,12	1:2	18,24	18,81
4	9,12	1:2	18,24	7,56
5	0,43	1:1	0,43	4,01
6	0,43	1:1	0,43	0,0

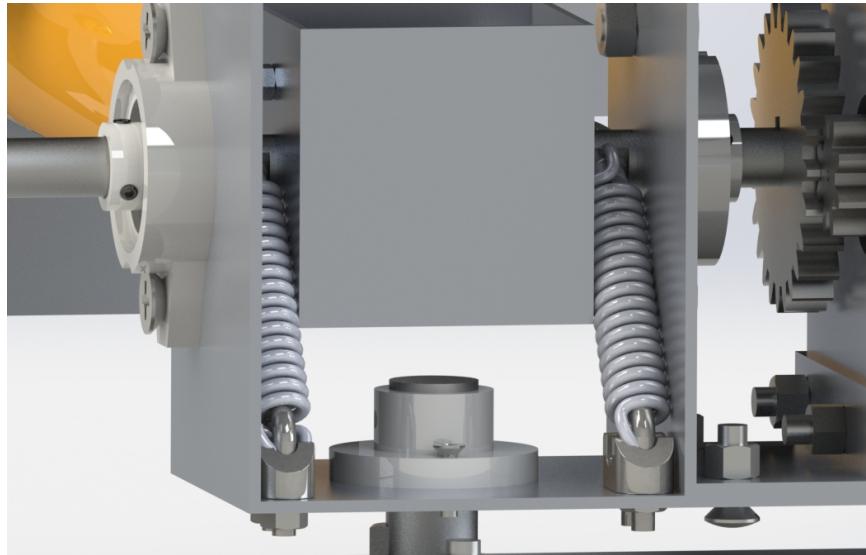


Figura 3.5: Inclusão de mola para compensação de torque na junta 2.

Para aplicação da mola de acordo com a figura 3.5, seria necessário usinar o eixo de rotação do elo, bem como modificar a própria estrutura da junta, implicando em mudanças na resistência mecânica desta. A mola necessitaria ainda de um valor de constante relativamente alto para uma boa compensação, portanto esta opção foi descartada.

A opção mais simples encontrada para resolver o problema de falta de torque nas juntas foi a alteração da relação de engrenagens aplicadas nestas juntas. As juntas 2 e 3 apresentam uma distância fixa entre os centros das engrenagens, por isso, se fez necessário incluir um adaptador para a saída dos motores Mabuchi, modificando a relação nestas juntas para, respectivamente, 1:4,5 e 1:2,5. A junta 5 é a que apresenta maior espaço para modificações, fornecendo maior liberdade para aplicar uma relação de engrenagens contínua, ou uma caixa de engrenagens planetária, sendo necessário que a redução final seja no mínimo de 1:10.

A mudança nestas relações fornece ainda uma melhora na precisão de atuação destas juntas, redução da potência elétrica consumida através da redução do torque e, consequentemente, potência mecânica requerida e ao mesmo tempo mantém as vantagens citadas pelo autor em relação ao acionamento, preço e compactade dos equipamentos.

### 3.3.2 Sensores

Em relação ao sensoriamento, é necessário que existam no manipulador sensores de posição angular para as juntas onde serão utilizados atuadores sem uma boa resposta a acionamento em malha aberta. Estes sensores também podem ser utilizados nas juntas que empregam atuadores com resposta em malha aberta suficientemente confiável, buscando garantir um grau de redundância em relação ao posicionamento. A escolha por determinada classe de sensor deve se basear também no nível de adaptação necessária para incluí-lo no robô.

A escolha dos elementos de sensoriamento é largamente relacionada com a quantidade, o modo de leitura e a aplicação destes, buscando não sobrecarregar os circuitos de processamento de sinais mas ainda sim garantir um bom conhecimento acerca do estado do braço robótico.

Foram comparadas as possibilidades de uso de sensores digitais do tipo *encoder* e sensores potênciometros análogicos. Os principais fatores levados em consideração foram preço, facilidade de inserção na estrutura do robô e resolução de leitura. A massa dos sensores analisados se mostrou desprezível em relação à massa dos atuadores e das juntas como um todo, bem como a potência consumida por estes, logo, estes parâmetros não foram levados em consideração para comparação entre os tipos de equipamentos.

Em relação à inserção na estrutura, ambas opções apresentam fatores similares, podendo ser conectados ao eixo de rotação das juntas. Um cuidado a ser tomado em relação a potenciômetros é que estes possuem uma faixa limitada de operação, que deve ser respeitada em sua aplicação.

Do ponto de vista da precisão, inicialmente foi realizado uma comparação entre o uso de um conjunto potenciômetro com conversor ADC de 10 bits, comum nas placas controladoras Arduino, contra um *encoder*. Segundo a equação 2.1, o ADC forneceria uma resolução de  $1/2^{10}$ , o que para um ângulo de entrada máximo de  $360^\circ$ , equivaleria a aproximadamente  $0,35^\circ$ . Para que esse valor seja respeitado, é importante escolher um potenciômetro com boa resolução, como um potenciômetro de precisão. Para obter a mesma resolução utilizando um *encoder*, seria necessário que o mesmo emitisse por volta de 1020 pulsos por revolução, de acordo com a equação 2.2.

Partindo dos dados apresentados, somando-se aos fatos de que *encoders* com um valor de *PPR* próximo ao apontado apresentaram um custo elevado, e que a inclusão de engrenagens com um alto fator de transmissão para permitir o uso de *encoders* com uma menor resolução seria trabalhoso, optou-se pelo uso de potenciômetros de precisão para medição da posição das juntas.

Dada a angulação máxima das juntas de acordo com a tabela 3.7 e o fato de que grande parte dos potenciômetros comerciais são limitados a uma rotação máxima de  $300^\circ$ , optou-se por utilizar potenciômetros de precisão multi-voltas, que atenderia aos requisitos de angulação mínima e máxima de todas as juntas.

Um potenciômetro encontrado que atende aos requisitos apresentados foi o da família *Bourns 3590*, que apresentou também um preço acessível e uma boa precisão, na casa de 0,02% da tensão de saída desejada. Para confirmar esta precisão indicada na sua ficha catalográfica, foi realizado um experimento, que consistiu em utilizar um *laser* e um espelho conectado a um sensor deste tipo. O raio de luz emitido pelo *laser* foi direcionado até o espelho e a deflexão gerada pela alteração

mínima detectada por um par potenciômetro\ADC de 10 bits foi mensurada. Uma ilustração do experimento pode ser vista na figura 3.6.

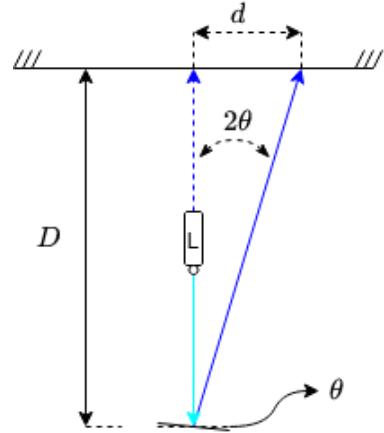


Figura 3.6: Teste para validação da resolução do potenciômetro escolhido.

Na figura 3.6 o raio na cor ciano indica o raio gerado pelo *laser* L, e os raios azuis-escuro indicam os raios refletidos pelo espelho, inicialmente com o espelho perpendicular ao raio de luz, raio tracejado, e após rotacionar o sensor o menor ângulo  $\theta$  possível detectado pelo conversor. Mensurando os valores de  $d$  e  $D$ , é possível calcular o novo ângulo do sensor através da equação 3.2.

$$\theta = \frac{\tan^{-1} \left( \frac{d}{D} \right)}{2} \quad (3.2)$$

Verificada a resolução indicada para o potenciômetro, foram selecionados 3 potênciometros de precisão multi-voltas para as juntas 2, 3 e 4, que não possuem uma boa resposta em malha aberta.

Embora os sensores potenciômetros já permitam um conhecimento acerca da posição absoluta das juntas, serão ainda incluídos nessas juntas sensores fim-de-curso, buscando atingir um maior nível de confiabilidade e segurança no sensoriamento. Sensores desse tipo também serão aplicados nas outras juntas, onde, juntamente com a boa resposta em malha aberta dos motores de passo, espera-se obter um bom conhecimento geral sobre o posicionamento do manipulador robótico. Para cada junta serão inseridos dois sensores fim-de-curso, para localizar os pontos de máxima e mínima rotação, com exceção na junta 6, que permite rotação contínua, será utilizado apenas um único sensor, para referenciar o ponto zero da junta.

### 3.3.3 Circuitos de potência

Para análise dos *drivers* a serem empregados utilizou-se como critérios de escolha principais a tensão e corrente de trabalho do circuito, a fim de garantir que a potência elétrica demandada pelos atuadores seja satisfeita, além do custo de aquisição e fatores de proteção empregados.

No caso dos motores DC de rotação contínua optou-se pela utilização de circuitos do tipo

ponte H, dada a sua boa capacidade de ativação deste tipo de motor, disponibilidade no mercado e segurança de aplicação. Os circuitos integrados VNH5019, BTS7960, MD30C e BTN7971B são exemplos de *drivers* comerciais utilizados para o controle de velocidade de motores DC que fazem uso desta tecnologia. Sendo um circuito de baixo custo, confiável e capaz de fornecer a corrente requisitada pelos motores DC selecionados, a escolha pelo circuito BTS7960 é favorecida frente ao projeto de um novo circuito ou outros modelos comerciais, logo, este circuito será o empregado no manipulador para o controle dos motores DC.

Em relação à ativação das bobinas dos motores de passo, os circuitos comerciais L298N, DRV8825, A4988 e TB6560 são exemplos de *drivers* comumente empregados, e para a aplicação em questão, notou-se que o mais indicado seria o DRV8825, sendo capaz de oferecer até 2.5A para a alimentação de motores de passo, além de apresentar um baixo custo e possibilidade de utilizar diversas configurações de passo, como passo completo ou 1/32 micro-passo.

Desse modo, serão utilizados 3 circuitos do tipo BTS7960 e 3 circuitos do tipo DRV8825, caracterizando ainda uma aplicação de baixo custo, frente a outras tecnologias semelhantes.

### 3.3.4 Circuitos de processamento de sinal e controle

Os quesitos a serem atendidos pelo circuito principal de processamento são: capacidade de leitura de todos os sensores propostos, capacidade de controlar a ativação dos atuadores propostos, capacidade de controle embarcado, facilidade de programação e, por fim, custo.

Além dos sensores de posição já citados, é necessário também preparar o sistema de processamento e controle para incluir algum equipamento que realizará a tradução dos comandos do operador para comandos de movimentação da estrutura. Para este projeto, adotou-se que a interação com o usuário será realizada por meio de um *joystick*, técnica de interface comum a WMRAs. O *joystick* escolhido foi o modelo KY-023, com dois eixos de movimentação contínua e um eixo discreto, equivalente a dois potenciômetros perpendiculares e um botão. Este modelo foi escolhido por apresentar uma interface de conexão simples e baixo custo, fatores que permitiriam uma troca futura por algum outro equipamento semelhante.

Levando em consideração então os 3 sensores potenciômetros, os 11 sensores fim-de-curso e o *joystick*, seriam necessárias no controlador subjacente 5 entradas analógicas e 12 entradas digitais. Em relação aos circuitos de potência, cada *driver* BTS7960 necessita de um mínimo de 2 pinos digitais que permitam funcionalidade PWM, já o *driver* DRV8825 necessita de no mínimo 2 pinos digitais, onde estes pinos representam os sinais de direção e avanço do motor controlado. Optou-se também por utilizar um pino extra nestes *drivers* que permite desligar o circuito quando este não estiver demandando um alto torque, poupando energia do sistema. Desse modo, ao total serão necessários no mínimo 5 entradas analógicas, 12 entradas digitais e 15 saídas digitais, dessas, no mínimo 6 devem apresentar funcionalidade PWM.

O processador ATmega-2560 foi escolhido como unidade de processamento primária para o manipulador por apresentar interfaces suficientes para os periféricos propostos, além de um baixo custo. A placa comercial ‘Arduino Mega’, que utiliza este processador, se mostra como uma

possível solução geral a ser aplicada como controladora do manipular, por ser acessível, ser *open-source*, e já estar bem solidificada no mercado. Esta placa possui 54 portas digitais, das quais 15 apresentam funcionalidade PWM, 16 portas analógicas, velocidade de processador de 16Mhz e um ambiente de programação próprio que aceita a linguagem de programação C++. Dadas estas características, nota-se que esta opção é mais do que suficiente para o problema em questão, permitindo ainda melhorias futuras e inserção de uma maior quantidade de elementos de sensoriamento e atuação, logo, esta será empregada como unidade microcontroladora (MCU) para todo o robô.

Para o tratamento dos dados provenientes dos sensores empregados serão utilizados componentes como resistores, capacitores e amplificadores operacionais, organizados de modo a garantir uma boa filtragem e condicionamento das leituras do robô, bem como optoacopladores, para garantir maior segurança no envio de sinais elétricos. As topologias empregadas serão discutidas nas seções seguintes.

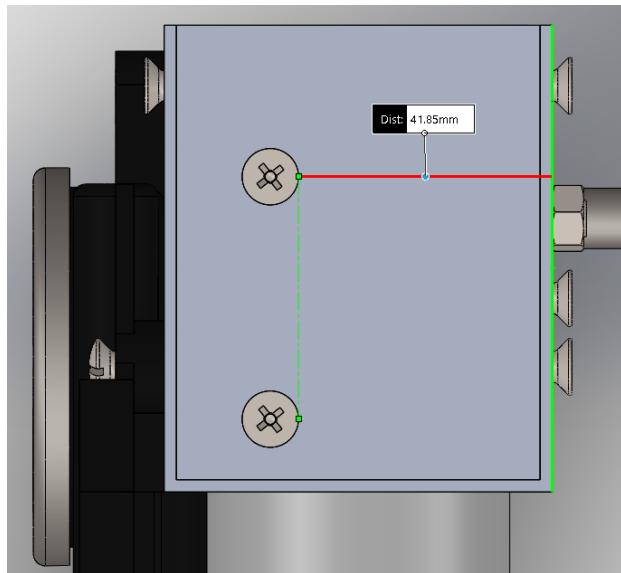
### 3.4 Placas de sensoriamento

Em relação às placas de sensoriamento, que realizam o tratamento inicial do sinais de leitura dos sensores, foi adotado que estas deveriam ser posicionadas o mais próximo possível do local de leitura, evitando o envio do sinal em sua forma bruta por cabos longos, mitigando possíveis interferências sobre o sinal. Embora haja uma diferença na quantidade e tipo de sensores utilizados em cada junta, optou-se por utilizar a mesma placa em todas as juntas, buscando facilitar os processos de projeto, manufatura e principalmente possíveis repositões. As placas serão diferenciadas entre si pela quantidade de equipamentos devidamente montados, ou soldados, na mesma, não sendo necessário incluir todos os dispositivos em uma placa, a depender da junta onde esta será aplicada.

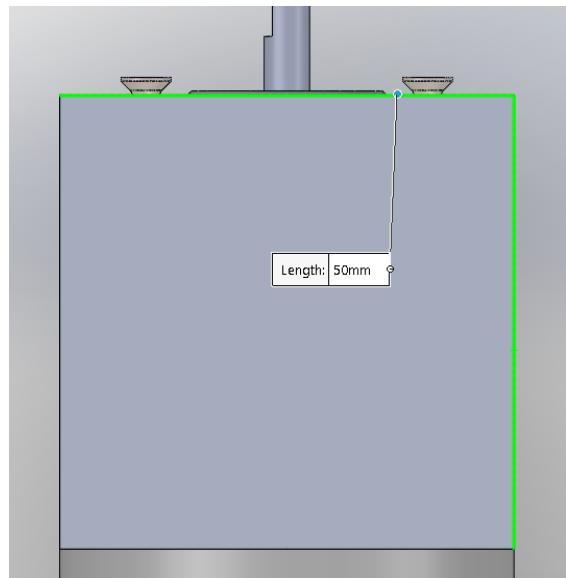
As dimensões máximas possíveis para as placas deste tipo foram retiradas do espaço disponível para acoplamento nas juntas. A figura 3.7 agrupa as restrições de tamanho impostas sobre o tamanho possível das placas.

Analizando as diversas limitações de tamanho nas juntas, optou-se por projetar uma placa de dimensões 45x30mm, sendo o lado de 30mm escolhido para respeitar o limite de 31.2mm na junta 2 e o valor de 45mm utilizado para respeitar os limites das outras juntas, mas ainda garantindo um bom espaço para o projeto do circuito. A área obtida para o projeto do circuito a ser gravado na placa foi um fator limitante na escolha dos tipos de componentes a serem empregados, pois componentes *through-hole* e seus furos, por utilizaram uma grande área, tornariam o projeto ainda mais difícil, mesmo em uma placa dupla face.

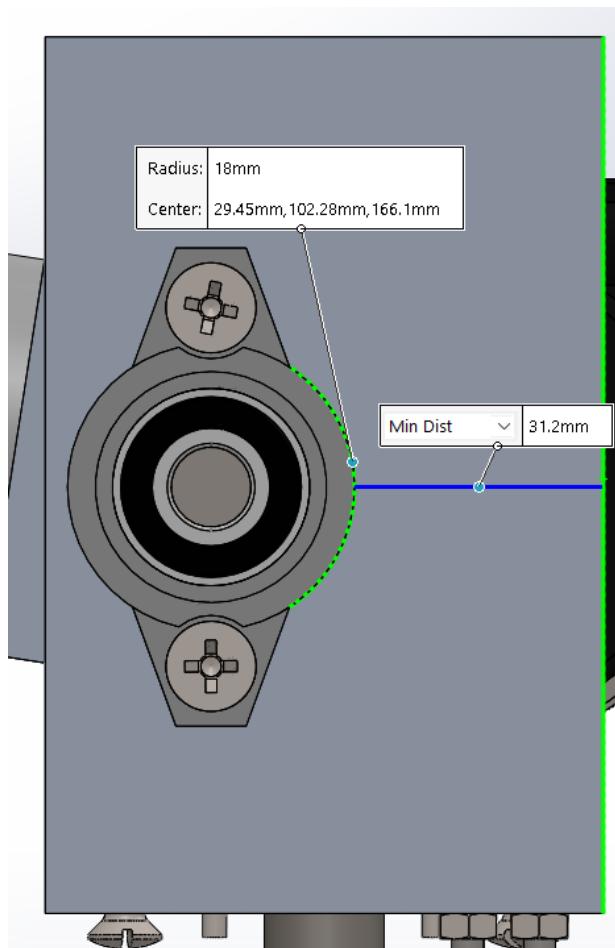
As placas de sensoriamento foram divididas em três circuitos: circuito regulador de tensão, circuito de condicionamento do sinal analógico do potenciômetro e circuito de condicionamento dos sinais de sensores fim-de-curso. O circuito regulador de tensão foi empregado buscando-se manter os dados de leitura o mais próximo possível do nível de segurança permitido para entrada no microcontrolador. O componente regulador de tensão escolhido foi o AMS-1117, modelo com 5V de saída e tipo SOT-223. Em conjunto com o regulador, foram aplicados capacitores de desacoplamento, ambos de tântalo com valores de 10uF, sendo posicionados o mais próximo



(a) Dimensões disponíveis nas juntas 3 e 4.



(b) Dimensões disponíveis nas juntas 5 e 6.



(c) Dimensões disponíveis na junta 2.

Figura 3.7: Dimensões para inserção de placa nas juntas.

possível da placa, seguindo as recomendações do fabricante, na ficha catalográfica do dispositivo.

Na figura 3.8 são visíveis os dois capacitores de desacoplamento no circuito regulador, sendo utilizados para filtrar as tensões de entrada e saída e aumentar a estabilidade do circuito integrado (CI) regulador. Para funcionamento correto do regulador, é necessário que a tensão de entrada supere a queda de tensão do equipamento, com valor máximo de 1.3V, de acordo com a ficha catalográfica. A tensão de 12V da bateria escolhida é suficiente para esta finalidade, ainda estando dentro do nível de segurança de 15V informado para o dispositivo.

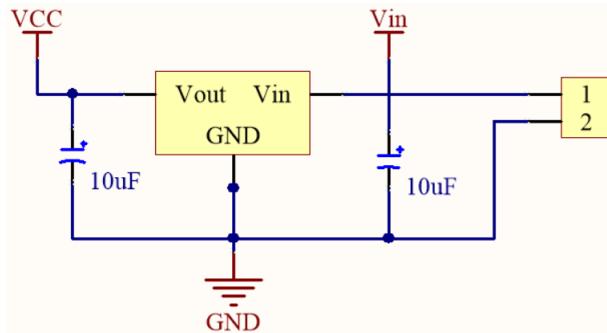


Figura 3.8: Esquemático de regulação de tensão das placas de sensoriamento

Para a leitura do potenciômetro, o valor resultante da divisão de tensão interna é submetido a um filtro RC do tipo passa-baixas e um amplificador operacional não-inversor, buscando-se manter uma certa estabilidade no valor lido e uma alta impedância de entrada no circuito condicionador, evitando influenciar a potência do sinal lido. Os elementos do filtro RC foram escolhidos de modo a propiciar uma constante de tempo para a o sistema igual a 1ms. O ganho do amplificador é definido de modo a se obter 5V na saída para a máxima angulação da junta, desse modo, a variação máxima de leitura é mantida fixa. O circuito resultando pode ser visto na figura 3.9.

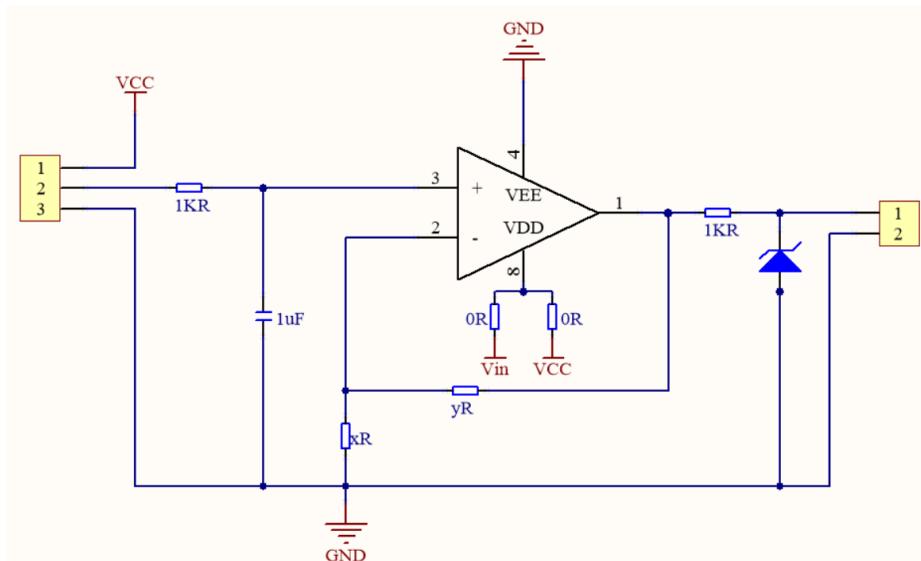


Figura 3.9: Esquemático de leitura do potenciômetro

Foi definido que o amplificador operacional empregado deve apresentar funcionamento do tipo

*Single-Supply*, de modo a simplificar o circuito de alimentação deste. Outra característica interessante a este amplificador seria a de apresentar uma saída *rail-to-rail*, permitindo que os valores de saída sejam valores próximos ao de alimentação, assim, o amplificador poderia ser alimentado com a mesma tensão de funcionamento das portas análogicas de leitura do arduino, garantindo maior segurança ao sistema. Como amplificadores deste tipo apresentaram um preço de compra elevado, optou-se por permitir que o amplificador seja alimentado diretamente pela alimentação da placa ou pelo regulador de tensão empregado, permitindo o uso tanto de amplificadores *rail-to-rail* quanto aqueles que não possuem essa característica. Estas duas possibilidades de alimentação estão visíveis na figura 3.9, onde somente um dos resistores de 0R deve ser montado, indicando a tensão de entrada.

A saída do amplificador é ainda limitada a 5,1V através do uso de um resistor e um diodo, o resistor é empregado para evitar que a limitação seja imposta diretamente sobre a saída do amplificador, resultando em uma realimentação incorreta do sistema eletrônico. O valor do resistor foi escolhido de modo a respeitar uma dissipação de potência neste resistor de no máximo 0,05W. Assumindo que em caso de falhas a saída do amplificador possa chegar a 12V, a queda de tensão no resistor seria de 6,9V. Utilizando a equação para potência elétrica em um resistor, chega-se a um valor mínimo de resistência de aproximadamente  $950\Omega$ , o valor comercial mais próximo, de  $1k\Omega$ , foi então utilizado.

O circuito inicial foi projetado utilizando o modelo para um amplificador operacional ideal: Impedância de entrada infinita, impedância de saída nula e curto virtual na entrada. A configuração não-inversora foi escolhida com base na alta impedância de entrada e no ganho positivo, evitando a necessidade de tratar tensões de valores negativos. Para compensar as características de funcionamento não ideal dos amplificadores, buscou-se um CI com baixa tensão de *offset*, boa compensação da corrente de *bias* e uma boa taxa de rejeição de modo comum. Com base nos dados apresentados, escolheu-se o CI LM358 para amplificação, na sua configuração SOIC-8, por ser um circuito acessível, mas com boas características.

Os resistores indicados com valores x e y na figura 3.9 indicam os resistores sem valor pré-definido, a serem determinados com base em uma possível relação de engrenagens entre o eixo da junta e o sensor, para configurar o valor máximo da leitura sempre de modo a utilizar toda a escala disponível de leitura no conversor ADC do microcontrolador.

Como dito anteriormente, nem todas as juntas empregam todos os circuitos projetados na placa, sendo que este circuito do potenciômetro não será montado nas juntas 1, 5 e 6.

Para os circuitos dos sensores fim-de-curso, fez-se uso de um circuito RC do tipo filtro passa-baixas para tratamento do sinal. Foi inserido também um resistor *pull-down* diretamente em um dos pinos de conexão do sensor, mantendo o sinal em um nível conhecido. O resistor *pull-down* foi dimensionado também respeitando uma potência máxima de dissipação de 0,05W. O valor comercial de 10K foi adotado para este resistor visando reduzir a corrente, e as perdas por efeito Joule, nesta parte do circuito, ainda obedecendo o valor mínimo especificado. Os valores dos componentes do circuito RC foram escolhidos de modo a facilitar a escolha por componentes comerciais. Tomando como base um valor para a constante de tempo próximo a 50ms, foi escolhido

um valor para a resistência igual a 47k e 1uF para o capacitor.

Na saída do circuito RC foi inserido um amplificador operacional no modo seguidor de tensão, buscando desacoplar o circuito de interfaceamento do circuito de sensoriamento e condicionamento. As mesmas análises realizadas para o circuito do potenciômetro foram levadas em consideração no emprego deste amplificador, no entanto, por se tratar de um sinal analisado como digital, foi possível emplegar o amplificador de um modo mais brando.

Os amplificadores na configuração não-inversora garantem uma alta impedância de leitura, funcionando apenas como um *buffer* para a interface. A saída é ainda limitada do mesmo modo como foi projetado para o sinal analógico do potenciômetro. A tensão de saída é então enviada ao conector juntamente com um sinal de ground, para que o sinal do sensor fim-de-curso possa ser enviado via par de cabos trançados, buscando evitar interferências na comunicação entre as placas.

A figura 3.10 mostra os diversos componentes utilizados no tratamento da leitura dos sensores fim-de-curso.

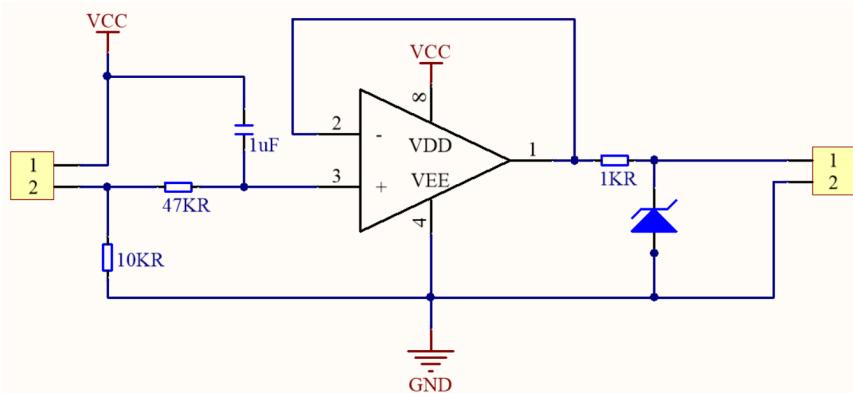


Figura 3.10: Esquemático de leitura dos sensores fim-de-curso

Para o roteamento de trilhas na placa, a organização foi realizada agrupando componentes parte do mesmo circuito de maneira próxima, tentando seguir boas práticas no projeto de placas de circuito impresso. Uma visão geral da placa, com todos os componentes montados está disponível na figura 3.11.

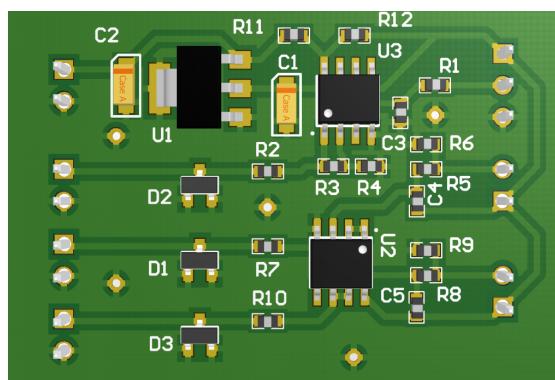


Figura 3.11: Placa de sensoriamento com todos os componentes

### 3.5 Placa de controle

A placa de controle será aquela responsável por conectar todos os componentes do sistema elétrico, de modo a permitir que o microcontrolador empregado tenha acesso a todos os periféricos. Optou-se por posicionar esta placa na base do **componentes**, facilitando o acesso a esta e sua posição relativa à bateria do sistema. Para o tamanho da placa, adotou-se que esta poderia ter dimensões semelhantes às da base, disponíveis na figura 3.12. Foram adotadas então as dimensões de 100x75mm.

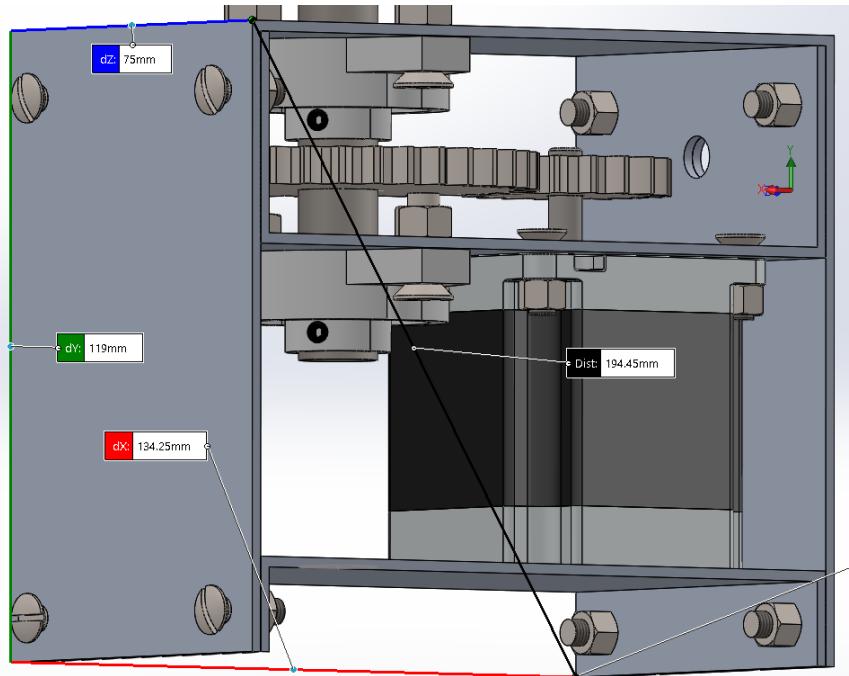


Figura 3.12: Espaço disponível para inclusão de placa na junta 1

Em relação à alimentação da placa, a tensão de 12V proveniente da bateria será ramificada para dois pontos distintos: O próprio conector *jack* do arduino e um conector do tipo borne na lateral da placa. Ao alimentar a placa através do arduino Mega, faz-se uso do seu regulador de tensão interno para geração dos pontos de tensão 5V na placa, que juntamente com o pino *Vin*, que é uma extensão do sinal 12V na entrada, fornecerão a alimentação para os equipamentos de baixa potência. O segundo ponto de alimentação servirá para alimentar os motores de passo, onde o envio do sinal ao motor é comandado por seu respectivo *driver*.

Os sinais advindos dos sensores fim-de-curso são inicialmente enviados a um optoacoplador, desse modo, evita-se a propagação de erros resultantes de interferência de modo comum nos cabos de transporte e é garantido o isolamento elétrico entre as placas do sistema, em relação à essa interface.

Na figura 3.13 é possível ver o circuito utilizado para transporte do sinal via optoacoplador. O resistor de entrada para o diodo emissor de radiação infravermelho foi escolhido atentando-se ao valor máximo para a corrente contínua direta de passagem, definida pelo fabricante no valor de 50mA. Com uma queda de tensão típica de 1.2V, e um valor limite de 12V recebido através

do conector, o valor mínimo da resistência pode ser definido como  $216\Omega$ , seguindo a equação 2.7. Buscando uma proteção maior ainda, o valor do resistor foi definido como  $2,7k\Omega$ , limitando a potencia consumida no resistor a  $0.0432W$ . Neste caso, mesmo com uma tensão de entrada de  $5V$ , como esperado em funcionamento normal, a corrente direta seria mantida em níveis seguros de utilização, próximo a  $1.4mA$ .

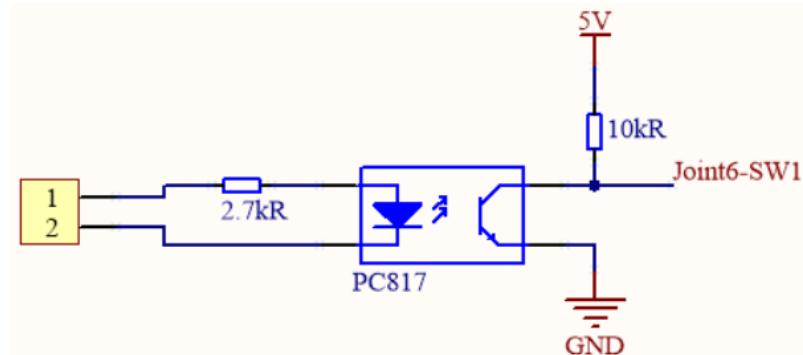


Figura 3.13: Circuito de tratamento dos sinais de fim-de-curso na placa de controle.

O valor do resistor na saída do circuito deve ser escolhido de modo que seja observado uma queda de tensão suficiente para que o valor lido na saída seja pequeno o suficiente para garantir um nível de leitura correto pelo controlador, assim, foi definido que a queda de tensão deve ser igual a  $5V$ . A corrente de entrada mantém-se entre  $1mA$  e  $4mA$  para valores entre  $5V$  e  $12V$  na entrada, o que equivale a um ganho do optoacoplador entre  $70\%$  e  $120\%$ , como pode ser visto no gráfico da figura 3.14, retirado da ficha catalográfica do dispositivo PC817C. Assumindo a configuração que forneça a menor corrente na saída,  $1mA$  e  $70\%$ , a corrente resultante atinge o valor de  $0,7mA$ , logo, o valor mínimo de resistência na saída para uma queda de tensão de  $5V$  deve ser de aproximadamente  $7,1k\Omega$ , optando-se então pelo valor  $10k\Omega$ , para atribuir maior confiabilidade ao circuito.

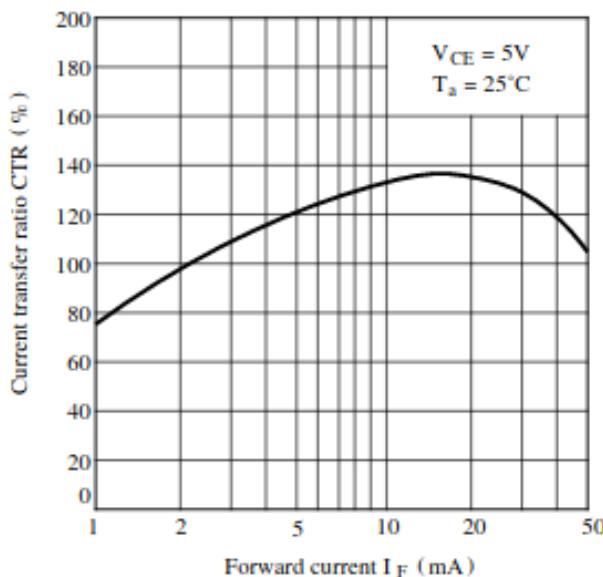


Figura 3.14: Gráfico relacionando CTR com corrente de entrada para dispositivos PC817C.

Para a leitura dos dados analógicos dos potenciômetros inicialmente foi pensado em utilizar amplificadores de instrumentação, a fim de, assim como no caso dos sensores fim-de-curso, garantir uma robustez em relação à interferências de modo comum e isolar os dois pontos do sinal. Contudo, observou-se que amplificadores de instrumentação poderiam encarecer razoavelmente o projeto, logo, esta alternativa foi descartada. Outra opção seria implementar um amplificador de instrumentação utilizando amplificadores comuns, mas para obter resultados de amplificação decentes o circuito dependeria da escolha de componentes semelhantes, ocorrendo então uma incerteza relativa ao equilíbrio do valor de resistências, que poderiam acarretar em erros na amplificação, portanto, esta alternativa também foi rejeitada.

Optou-se então pela saída mais simples, conectar um dos terminais do sinal do potenciômetro ao terra do circuito e enviar o outro a um amplificador na configuração de seguidor de tensão, garantindo o isolamento desejado e alta impedância de entrada para leitura do sinal. Adotou-se então que o sinal deverá ser transportado por par de cabos trançados e blindado, minimizando os efeitos de interferências.

A figura 3.15 demonstra o circuito utilizado para uma única junta, como serão utilizados 3 potenciômetros, decidiu-se por empregar um componente que tenha no mínimo 3 amplificadores no mesmo circuito integrado, a exemplo do LM324, que ainda possui características como possibilidade de operação em *single-supply* e baixa corrente de *bias*.

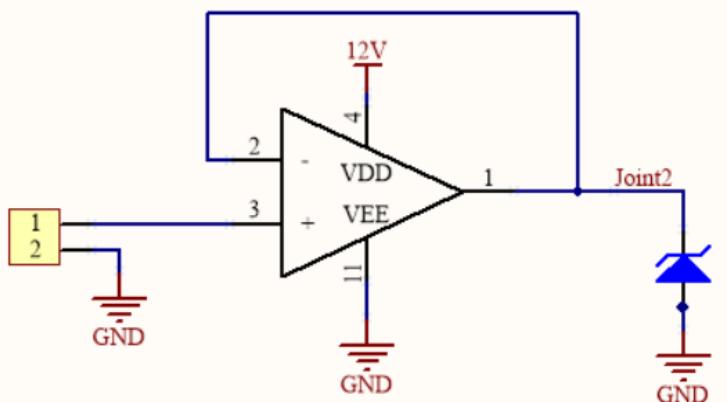


Figura 3.15: Circuito de tratamento dos sinais de potenciômetros na placa de controle

Para controle dos motores DC, os únicos dispositivos empregados foram resistores de terminação para os sinais PWM a serem enviados, na tentativa de igualar a impedância do emissor do sinal com a impedância da linha, evitando efeitos indesejados, como reflexão de sinal e redução da integridade do sinal de controle. Os *drivers* escolhidos para comandar os motores DC possuem na entrada um *buffer/line driver*, evitando perda excessiva de potência do sinal de controle e inserindo uma proteção nos circuitos envolvidos, referente ao isolamento dos sinais.

Em relação aos motores de passo foram também empregados resistores de terminação para os sinais de *enable*, direção e passo, buscando maior integridade do sinal na própria placa. Os sinais de *reset* e *sleep* foram conectados entre si e à trilha de 5V por um resistor do tipo *jumper*. O sinal de *fault* também foi conectado à trilha de 5V por um resistor de  $0\Omega$ . Essas conexões

permitem que outros tipos de *drivers* sejam conectados à placa, como por exemplo o A4988, evitando dependências do circuito a um tipo específico de controlador. Seguindo a recomendação do fabricante, exposta na ficha catalográfica do *driver*, foi adicionado, para cada CI, um capacitor eletrolítico no valor de 100uF entre o pino de alimentação do motor e o sinal de referência do circuito.

O valor escolhido para os resistores de terminação é simbólico, sendo que uma vez que a manufatura das placas e barramentos de comunicação estejam finalizados, o correto valor deverá ser definido através de testes da impedância da trilha e do cabo equivalentes.

Os circuitos de controle dos motores estão dispostos na figura 3.16.

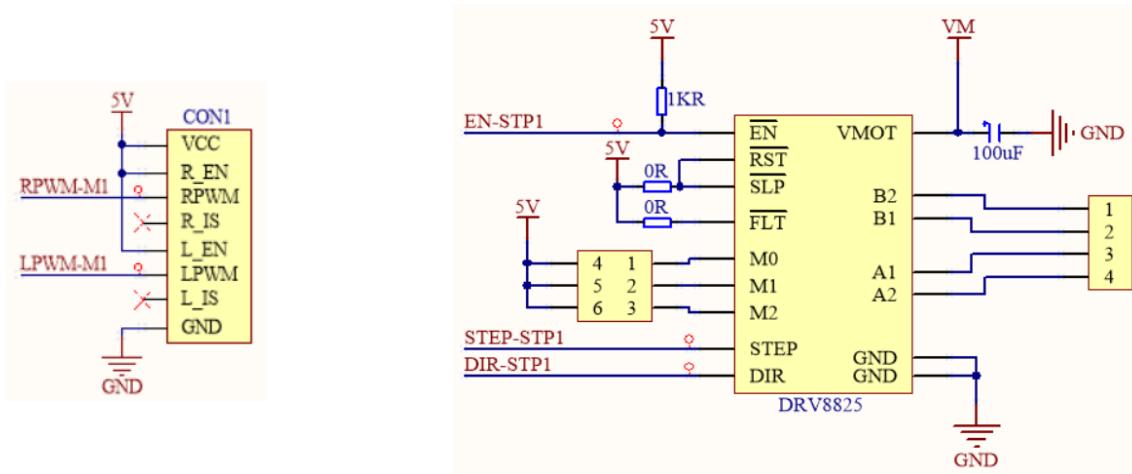


Figura 3.16: Circuito de controle para os diferentes tipos de motores

Pela figura 3.16 nota-se também um resistor com a função de *pull-up* no pino de *enable* dos *drivers* dos motores de passo, para garantir que estes não serão ativados a menos que devidamente configurados pelo microcontrolador. Nota-se também uma conexão entre os pinos de definição da resolução do passo dos motores de passo e o sinal de 5V, para que a resolução do passo possa ser pré-definida via *hardware*.

Foram incluídos também na placa circuitos para tratamento dos sensores do *joystick* para interfaceamento com o usuário, contando com amplificadores para tratamento dos sinais analógicos, terminal para interface com efetuador final, botão de *reset* e circuito para conexão com possível botão de segurança.

Como dito anteriormente, o arduino Mega possui 54 pinos para comunicação digital, dos quais 15 apresentam funcionalidade PWM e 6 podem funcionar como fontes de interrupção externa. Os diversos sinais da placa foram organizados de modo a facilitar o controle futuro, velocidade de resposta na leitura dos sensores e facilitar o roteamento de trilhas na placa. Seguindo estas heurísticas, chegou-se à organização descrita na tabela 3.9.

Em relação aos sensores fim-de-curso, nota-se pela tabela 3.9 que eles estão posicionados de forma não contínua, esta decisão foi tomada pautada principalmente no fato de que as portas escolhidas apresentam possibilidade de geração de interrupção. Os pinos D12, D11, D10, D50,

Tabela 3.9: Organização das conexões dos periféricos à placa central.

Funcionalidade	I/O Arduino	Funcionalidade	I/O Arduino
Junta 1 - Fim-de-curso	D11 e D12	Junta 1 - EN/DIR/STP	D?30/D32/D45
Junta 2 - Fim-de-curso	D21 e D20	Junta 2 - PWM L/R	D8 / D9
Junta 3 - Fim-de-curso	D19 e D18	Junta 3 - PWM L/R	D6 / D7
Junta 4 - Fim-de-curso	D10 e D50	Junta 4 - PWM L/R	D4 / D5
Junta 5 - Fim-de-curso	D51 e D52	Junta 5 - EN/DIR/STP	D26/D28/D44
Junta 6 - Fim-de-curso	D53	Junta 6 - EN/DIR/STP	D22/D24/D46
Joystick (X/Y/Z)	A1/A0/D3	Junta 2 - Potenciômetro	A2
Botão segurança	D2	Junta 3 - Potenciômetro	A3
Efetuador final - PWM	D13	Junta 4 - Potenciômetro	A4

D51, D52 e D53 podem ser configurados como PCINT6:0, podendo lançar interrupção ao ser detectada variação em qualquer uma dessas entradas, já os pinos D21, D20, D19 e D18 estão ligados diretamente a fontes de interrupção própria. O lançamento de interrupção garante uma rápida resposta do sistema ao atingir algum ponto limite em alguma junta. O botão de segurança e eixo-z do *joystick* foram semelhantemente conectados a fontes de interrupção, a fim de garantir facilidade e rapidez na leitura desses valores.

Outra escolha foi a conexão dos pinos de comando de passo (STP) dos motores de passo a pinos do microcontrolador atmel2560 que possuem funcionalidades PWM, desse modo, a funcionalidade PWM pode ser alterada para avanço dos motores. As demais conexões foram realizadas tomando como base principalmente a facilidade no roteamento das trilhas na placa.

No que diz respeito ao roteamento e organização dos sinais na placa, a prioridade inicial foi em manter trilhas pequenas, reduzindo a interferências entre sinais na placa, em seguida, buscou-se manter circuitos com funcionalidades semelhantes e/ou relacionadas agrupados entre si.

A figura 3.17 demonstra o estado final da placa após o roteamento de todas as trilhas necessárias para o controle. Nota-se que os sinais dos motores e sinais de leitura dos potenciômetros estão agrupados de forma simples e intuitiva, no entanto, os sinais de leitura dos sensores fim-de-curso foram divididos em 3 locais da placa, isto ocorreu pois os pinos de conexão escolhidos para leitura desses sinais são fisicamente distantes na própria placa do arduino. Em relação ao conector do *joystick*, pelo fato das entradas analógicas e pino de interrupção selecionado estarem em lados distintos da placa, o sinal do eixo-z foi separado e aproximado de sua entrada digital.

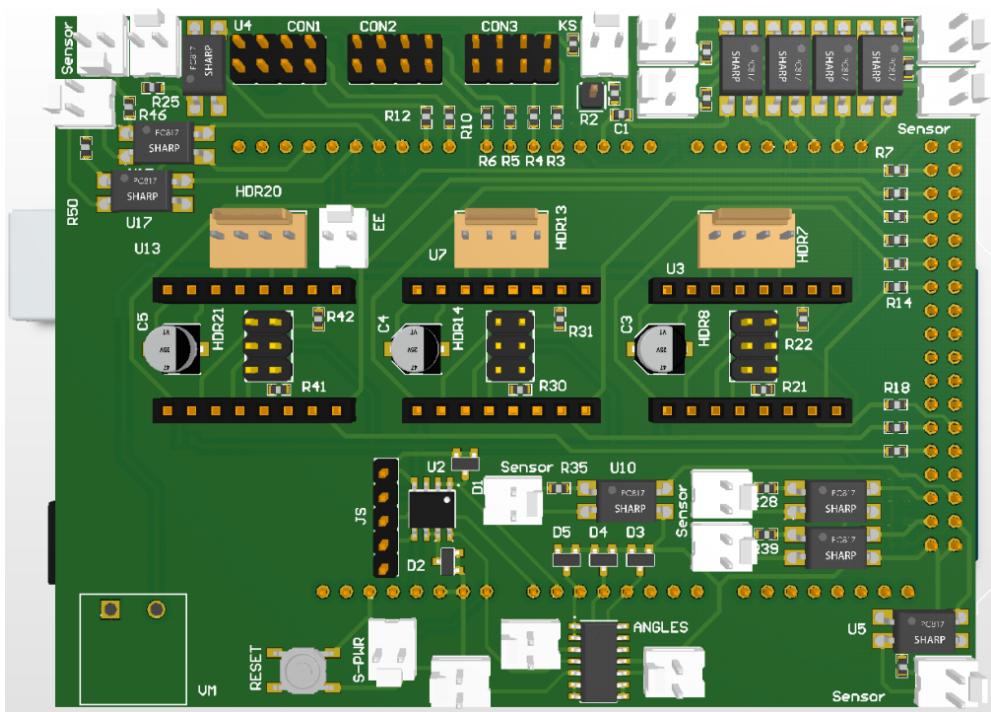


Figura 3.17: Placa de controle com todos os componentes

## Capítulo 4

# Projeto Sistema de Controle

### 4.1 Modelagem

Para o desenvolvimento de um sistema de controle é interessante inicialmente definir o modelo deste, identificando variáveis importantes para o sistema, como variáveis de entrada, de saída, e variáveis controladas.

O manipulador em questão será controlado por um *joystick*, que implementa a interface entre o sistema de controle e o usuário. Consequentemente, define-se como variáveis de entrada os valores dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  lidos através do *joystick*.

O efetuador final do braço robótico é o que realizará de fato a interface entre o usuário e o ambiente, deste modo, é interessante que o usuário tenha controle sobre à localização 3D do efetuador no espaço e sua orientação, resultando em 6 variáveis de saída desejadas.

Como há somente 3 variáveis de entrada para controle das 6 variáveis de interesse, optou-se por dividir o volume de trabalho do manipulador em planos. Ao todo, foram criados 4 planos de ação, 2 planos de translação,  $XY$  e  $XZ$ , e 2 planos de rotação,  $R1$  e  $R2$ . Os planos de translação fazem referência ao sistema de coordenadas global, afixado à base do manipulador. Já os planos de rotação foram afixados à quinta junta do manipulador, adotando-se que o ser humano consegue interpretar mais facilmente a rotação de um objeto em torno do seu próprio eixo do que em termos de rotação nos eixos do sistema de coordenadas global, facilitando o controle do pulso do manipulador.

Esta organização de sub-planos de trabalho foi realizada de modo a facilitar o entendimento pelo usuário. Para cada plano de ação, 2 das variáveis de entrada serão relacionadas com as variáveis pertinentes a cada plano, alternando-se entre os planos de ação por meio da terceira entrada do *joystick*. As variáveis dos planos de translação estão indicadas no nome do próprio plano,  $XY$  ou  $XZ$ . Para os planos de rotação, foram utilizados como base os eixos  $\hat{Y}_5$  e  $\hat{Z}_5$  para o plano  $R1$  e os eixos  $\hat{Y}_5$  e  $\hat{X}_5$  para o plano  $R2$ . Uma rotação em torno do eixo  $\hat{Y}_5$  gera a mesma rotação em torno do eixo  $\hat{Z}_6$ , controlando diretamente a rotação do punho. Já o eixo  $\hat{Z}_5$  controla a guinada, e por fim, o eixo  $\hat{X}_5$  se relaciona com a arfagem, finalizando as 3 movimentações possíveis para o

punho.

É necessário definir também a interação entre os dados de entrada do usuário e as variáveis internas do robô. Pela imensa quantidade de posições e orientações possíveis, adotou-se que os *inputs* do usuário, limitados a dois eixos, não poderiam ser diretamente relacionados com posições, mas sim com um desejo de movimento do robô controlado. Portanto, os dados lidos pelo *joystick* serão transformados em velocidades a serem impostas no efetuador final, sejam estas de translação ou rotação, a depender do plano de ação.

## 4.2 Análise Cinemática

Como informado na seção 2.5.2 deste documento, a jacobiana é uma matriz que relaciona as diversas velocidades em um manipulador robótico, podendo ser utilizada para representar a velocidade do efetuador final em função da velocidade de variação dos ângulos das juntas. Para se obter então esta relação é necessário seguir as equações de propagação de velocidades no manipulador, 2.16 e 2.17. Estas equações dependem das matrizes de rotação e translação entre as juntas, que podem ser encontradas utilizando as regras dispostas nas equações 2.14 e 2.15.

Utilizando os parâmetros de DH do novo modelo, dispostos na tabela 3.3, e a equação 2.14, foram obtidas as matrizes  ${}_i^{i-1}T$ , para  $i$  de 1 a 6. Os resultados obtidos estão dispostos nas equações de 4.1 a 4.6. Para facilitar o entendimento, as funções trigonométricas seno e cosseno serão abreviadas pelas letras  $s$  e  $c$ , respectivamente.

$${}_1^0T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1) \qquad {}_2^1T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$${}_3^2T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3) \qquad {}_4^3T = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & a_3 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$${}_5^4T = \begin{bmatrix} s\theta'_5 & c\theta'_5 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -c\theta'_5 & s\theta'_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5) \qquad {}_6^5T = \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ -s\theta_6 & -c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Nota-se que para a transformação da equação 4.5 utilizou-se a nova variável  $\theta'_5$ , de acordo com a equação 3.1.

A transformação de um vetor expresso no sistema da última junta do punho para coordenadas globais, ou seja, para o sistema de coordenadas da base, foi obtida através da multiplicação de todas as transformações, de maneira consecutiva, como indicado na equação 4.7. Esta transformação

é importante para referenciar as velocidades da ponta do manipulador para o sistema global, de mais fácil visualização e entendimento por parte de usuários.

$${}^0T = {}^B_6 T = {}^0_1 T * {}^1_2 T * {}^2_3 T * {}^3_4 T * {}^4_5 T * {}^5_6 T \quad (4.7)$$

Aplicando-se então as equações 2.16 e 2.17, e utilizando para a base vetores nulos de velocidades, isto é,  ${}^0\omega_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ , foram obtidas as velocidades lineares e angulares de todas as juntas, expressas nos seus devidos sistemas de coordenadas. As velocidades de interesse a serem controladas pelo usuário, ou seja, as velocidades do final do manipulador,  $\omega_6$  e  $v_6$ , foram remetidas ao sistema de coordenadas da base pré-multiplicando os vetores  ${}^6\omega_6$  e  ${}^6v_6$  pela matrix  ${}^0Rot$ , que compõe parte da matriz  ${}^0T$ , previamente calculada. Os resultados obtidos para esses dois vetores de velocidade estão dispostos nas equações 4.8 e 4.9.

$${}^0\omega_6 = \begin{bmatrix} s\theta_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + c\theta_1s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)\dot{\theta}_5 + \\ + [c\theta_1c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + s\theta_1s\theta'_5]\dot{\theta}_6 \\ -c\theta_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + s\theta_1s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)\dot{\theta}_5 + \\ + [s\theta_1c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - c\theta_1s\theta'_5]\dot{\theta}_6 \\ \dot{\theta}_1 - c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)\dot{\theta}_5 + \\ + c\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)\dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$${}^0v_6 = \begin{bmatrix} \{c\theta_1s\theta'_5d_6 - s\theta_1[a_1 + c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)]\}.\dot{\theta}_1 - \\ -c\theta_1[s\theta_2a_2 + s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)].\dot{\theta}_2 - \\ -c\theta_1[s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)].\dot{\theta}_3 - \\ -c\theta_1s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6).\dot{\theta}_4 + \\ + [c\theta_1s\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - s\theta_1c\theta'_5]d_6.\dot{\theta}_5 \\ \{s\theta_1s\theta'_5d_6 + c\theta_1[a_1 + c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)]\}.\dot{\theta}_1 - \\ -s\theta_1[s\theta_2a_2 + s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)].\dot{\theta}_2 - \\ -s\theta_1[s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)].\dot{\theta}_3 - \\ -s\theta_1s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6).\dot{\theta}_4 + \\ + [s\theta_1s\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta_1c\theta'_5]d_6.\dot{\theta}_5 \\ [c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)].\dot{\theta}_2 + \\ + [c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)].\dot{\theta}_3 + \\ + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6).\dot{\theta}_4 + \\ + s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)d_6.\dot{\theta}_5 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Analizando a equação 2.18 e sabendo que o vetor de velocidade das juntas é um vetor coluna 6x1,  $\dot{\Theta} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_4 \ \dot{\theta}_5 \ \dot{\theta}_6]^T$ , é possível escrever um vetor de velocidades do efetuador final como a junção dos vetores de velocidade linear e angular, para obter uma matriz jacobiana quadrada,

passível de ser invertida para que as velocidades das juntas sejam representadas em função da velocidade desejada do manipulador final. Estas relações estão dispostas nas equações 4.10 e 4.11.

$${}^0\nu = \begin{bmatrix} {}^0v_6 \\ {}^0\omega_6 \end{bmatrix} = {}^0J(\Theta)\dot{\Theta} \quad (4.10) \quad \dot{\Theta} = {}^0J^{-1}(\Theta){}^0\nu = {}^0J^{-1}(\Theta) \begin{bmatrix} {}^0v_6 \\ {}^0\omega_6 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Os termos da jacobiana podem ser obtidos através de análise das equações 4.8 e 4.9, sendo os termos que multiplicam as derivadas dos ângulos das juntas.

Buscando-se evitar gasto excessivo de processamento na inversão desta matriz jacobiana 6x6 para cada novo valor do vetor  $\Theta$ , foi realizada uma inversão simbólica da matriz, isto é, mantendo os valores de  $\theta_1$  a  $\theta_6$  como variáveis. Para inverter a matriz jacobiana foi utilizado o método de inversão por matriz adjunta. A equação base que rege este método está disposta em 4.12.

$$J^{-1} = \frac{1}{|J|} \cdot adj(J) \quad (4.12)$$

Nota-se pela equação 4.12 que para a inversão são necessários o determinante da matriz, identificado por  $|J|$ , e sua matriz adjunta. O determinante da matriz foi calculado e o resultado obtido está definido na equação 4.13.

$$|J| = -c\theta'_5 s\theta_3 a_2 a_3 [a_1 + c\theta_2 a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + 2c\theta'_5 d_6)] \quad (4.13)$$

A matriz adjunta foi então calculada a partir dos cofatores da matriz, finalizando o processo de inversão. A matriz resultante obtida foi comparada com a matriz invertida a partir dos *softwares MATLAB* e *Maple*, próprios para cálculos algébricos, verificando-se que o resultado obtido a partir dos cálculos manuais estava correto.

Foi escrita então uma rotina na linguagem “c++” que realiza a inversão da matriz, calculando os cofatores e determinante a partir de seus termos simbólicos. Visando reduzir a quantidade de cálculos a serem realizados pelo controlador, os termos da matriz jacobiana inversa foram reagrupados, favorecendo o reúso de variáveis. Para verificar a rotina criada, foi escrito um *script* em *python* que realizava as equações 4.10 e 4.11 em sequência, para uma determinada configuração de ângulos e suas velocidades, obtendo uma velocidade para a última junta e então realizando o processo inverso pelo uso da rotina criada, esperando-se obter os mesmos valores iniciais.

### 4.3 Tratamento das variáveis de entrada

As variáveis de entrada do sistema serão dois valores de ângulos impostos pelo usuário ao *joystick*. Para transformar estes dados em uma indicação de velocidade, foi necessário inicialmente realizar uma calibração dos valores lidos. Para realizar a calibração, criou-se uma rotina que no início do sistema realiza uma quantidade fixa de medidas destes valores, e define um valor médio

para cada eixo, com base na média destas leituras. Para valores próximos a este valor médio, assume-se ausência de movimento.

Para transformar os dados de leitura do *joystick* em um vetor indicando a velocidade desejada no plano de atuação do sistema, foi necessário transformar a área efetiva de movimentação conjunta dos potenciômetros do *joystick*, inicialmente um quadrado, em um círculo, com módulo máximo igual a 100%. Este mapeamento para uma nova área efetiva é necessário para garantir que todas as posições do *joystick* estarão sujeitas às mesmas limitações de módulo, o que não é verdade para uma área em formato quadrado.

Para realizar esta transformação, é calculado o ângulo em que o *joystick* se encontra através dos valores dos eixos  $x$  e  $y$ , é então calculado o módulo máximo possível de ser obtido com esse ângulo. Os novos valores de  $x$  e  $y$  são posteriormente definidos com base na relação entre o módulo real do sensor e o módulo máximo, e no ângulo observado.

#### 4.4 Motores de passo

Para o controle da velocidade dos motores de passo utilizou-se como base a equação 2.13. Buscando-se definir rampas de aceleração para o acionamento desses motores e consequentemente maior suavidade no movimento, foi formulada a equação 4.14.

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{k_{i+1}t_0} \quad (4.14)$$

Substituindo a equação 2.13 para a variável  $\omega_{i+1}$  obtém-se a equação de segundo grau 4.15, que relaciona o novo contador  $k_{i+1}$  e a velocidade atual  $\omega_i$ .

$$(k_{i+1}t_0)^2\dot{\omega} = \alpha_s - \omega_i k_{i+1}t_0 \quad (4.15)$$

Pela fórmula de Bhaskara, pode-se expressar o novo valor do contador completamente em função da velocidade atual, para uma aceleração  $\dot{\omega}$  definida. Esta solução pode ser vista na equação 4.16. A solução com valor negativo para o resultado da raiz quadrada foi ignorada, por resultar sempre em um valor negativo, impossível de ser atribuído a um contador.

$$k_{i+1} = \frac{-\omega_i + \sqrt{\omega_i^2 + 4\dot{\omega}\alpha_s}}{2t_0\dot{\omega}} \quad (4.16)$$

Como informado na seção do controlador empregado, e seguindo a tabela 3.9, os pinos que geram os passos destes motores estão conectados a pinos no controlador capazes de gerar ondas na saída através de contadores. Dessa maneira, ao se definir uma nova velocidade para este tipo de motor, atribuí-se um novo valor para o registrador utilizado como comparador na geração destas ondas, seguindo a equação 4.16, quando for detectado uma combinação entre um contador do sistema e o valor configurado, uma sub-rotina será chamada que alterará o valor do pino definido como saída.

Como os motores de passo não possuem sensores para conhecimento da posição absoluta, foi definido um momento de calibração para estes motores. No momento de início do programa, todos os motores de passo serão acionados com uma certa velocidade até atingir algum sensor fim-de-curso, que permite assumir uma posição inicial bem definida para as juntas onde estes atuadores são empregados. A posição inicial assumida para os três motores de passo do sistema foram:

- Junta 1:  $\pi/2$  rad;
- Junta 5:  $-\pi/2$  rad;
- Junta 6: 0 rad.

## 4.5 Motores DC

Para controle dos motores DC, foi utilizada uma interrupção periódica no sistema do controlador, semelhante aos pulsos gerados nos motores de passo, para atualizar o valor de tensão enviada ao motor.

Inicialmente, adotou-se uma relação direta entre o ciclo de trabalho de sinais PWM enviados ao *driver* do motor e a velocidade de saída, baseando-se no regime permanente que seria obtido seguindo a equação 2.11. Desse modo, para cada motor DC do sistema, quando a interrupção é gerada, o valor de PWM enviado ao motor é atualizado multiplicando a velocidade desejada por uma constante, definida empiricamente para cada motor.

Também foi necessário se atentar para os funcionamentos não-lineares apresentados pelos motores DC, especialmente os valores da zona morta dos motores. Desse modo, caso o valor obtido para o *duty cycle* esteja abaixo de um certo limiar, o valor será atualizado para este limiar.

Para aprimorar o controle dos motores DC, a função chamada quando da ocorrência da interrupção programada no sistema pode ser preparada para operar como parte de um sistema de controle digital, após devidamente identificados os parâmetros de funcionamento dos motores.

## 4.6 Fluxograma de operação

O código principal do sistema de controle foi dividido em sub-rotinas bem definidas, que em conjunto promovem a movimentação e/ou simulação do sistema robótico. Uma ilustração das etapas do sistema de controle pode ser vista na figura 4.1.

Os símbolos ovais indicam as fontes de chamadas a sub-rotinas do código, sendo a fonte de início principal, a alimentação do sistema. Assim que é energizado, o sistema é iniciado, sendo então configurado. Para a definição e configuração do sistema manipulador, foram criadas bibliotecas que permitem descrever um manipulador robótico e os atuadores empregados de maneira intuitiva e genérica, facilitando o entendimento e modificação do código, através da aplicação de técnicas

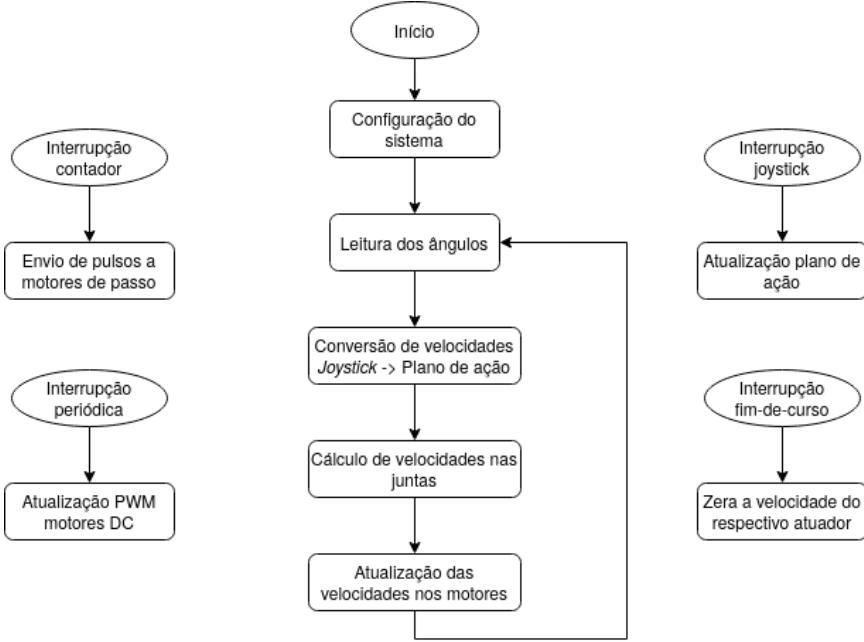


Figura 4.1: Fluxograma do sistema de controle.

de programação orientada a objetos. Durante a configuração os diversos equipamentos do sistema serão calibrados e preparados para amplo funcionamento.

As outras fontes de chamadas a sub-rotinas são as interrupções, tanto aquelas geradas pelos contadores dos motores de passo, quanto as interrupções geradas periodicamente para controle dos motores DC e as interrupções geradas por sensores do sistema, como fim de curso ou pelo terceiro eixo do *joystick*. Estas interrupções são iniciadas e preparadas no momento de configuração do sistema.

Após a configuração geral do sistema, o laço de repetição principal do sistema é iniciado. A primeira tarefa a ser realizada é a leitura de todos os ângulos do sistema, para conhecimento do estado geral do robô. Após a leitura dos ângulos, são lidos os dados de entrada provindos do usuário, e estes valores são então convertidos para as variáveis pertinentes a um dos 4 planos de ação definidos para o sistema. Caso o plano de ação atual seja um plano de rotação, assume-se que as velocidades indicadas estão representadas no plano de coordenadas da junta 5, portanto, são transportadas para o eixo de coordenadas da base por uma pré-multiplicação pela matriz  ${}^0Rot$ .

Na etapa de cálculo da velocidade nas juntas o vetor de velocidades gerado na etapa anterior será transformado para velocidades a serem impressas nos atuadores do sistema, através de chamada à sub-rotina que implementa a matriz jacobiana inversa do sistema.

A etapa de atualização das velocidades nos motores realizará de fato chamadas à métodos dos objetos que representam os atuadores do sistema para configurar a estes uma nova referência para sua velocidade de rotação. A manutenção desta velocidade será função das sub-rotinas chamadas pelas interrupções.

## 4.7 Simulação

Para verificar o correto funcionamento do sistema de controle, independente dos circuitos de sensoriamento e acionamento, foi implementada uma função que simula os ângulos de leitura do sistema. Para utilização desta função é suficiente alterar no código fonte do programa uma diretiva definitada como “SIMULATION” para o valor 1. Esta função atualiza os valores de ângulos do sistema com base na velocidade a ser imposta nos atuadores e a quantidade de tempo decorrente durante a execução do laço de repetição principal.

Com o objetivo de informar estes ângulos a um ambiente externo, foi criada outra rotina que envia os dados dos ângulos, lidos e/ou simulados, para algum dispositivo conectado através de uma conexão serial.

Para obtenção dos ângulos e simulação do manipulador de forma visual, o módulo criado para a realização das equações de Newton-Euler foi modificado para permitir o desenho do manipulador na tela de um computador. Foi então codificada uma interface que realiza a comunicação entre o sistema na placa controladora Arduino e o módulo em *python* modificado.

Com a possibilidade de simulação e função de comunicação com módulo de simulação, o novo fluxograma de controle pode ser visto na figura 4.2.

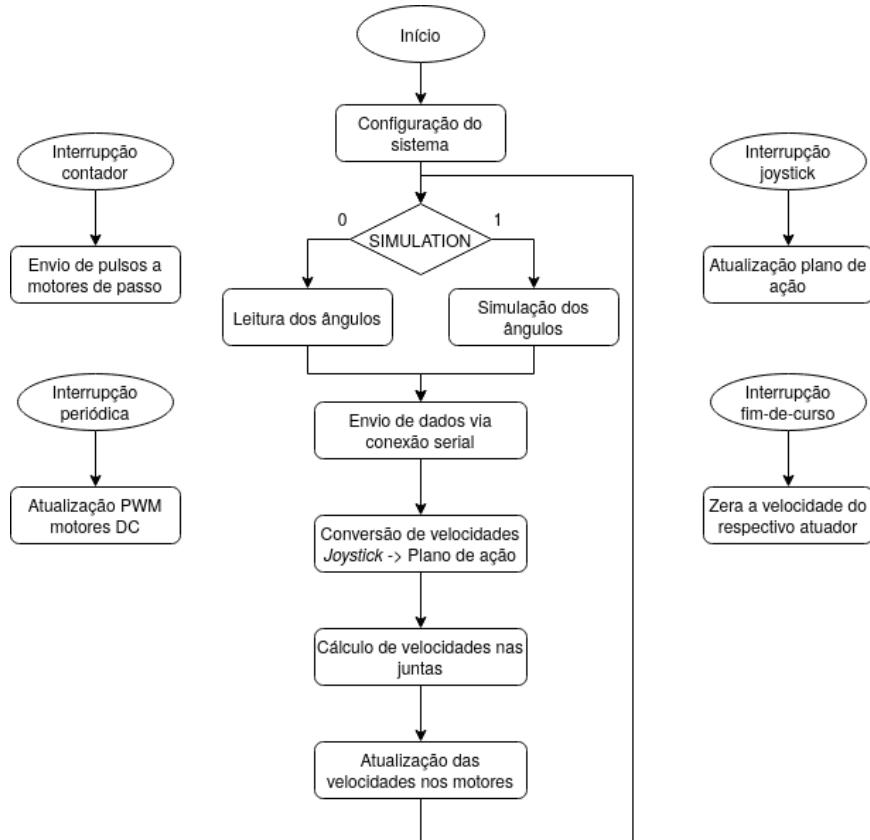


Figura 4.2: Fluxograma do sistema de controle com simulação.

O ambiente de simulação gerado realiza a animação do manipulador em tempo real, com os

dados advindos do Arduino. Este se mostrou eficiente na reprodução dos movimentos do robô quando não foi possível utilizar a estrutura mecânica real deste para testes e validação dos circuitos. O módulo responsável pela animação foi projetado e codificado de maneira responsiva a mudanças, modificando automaticamente as escalas dos três eixos para otimizar o espaço de visualização do robô.

Um exemplo de simulação utilizando o ambiente pode ser visto em 4.3, onde foi montado um robô genérico com 6 graus de liberdade. As linhas em preto indicam uma conexão direta entre os sistemas de referência, e não necessariamente os elos do manipulador.

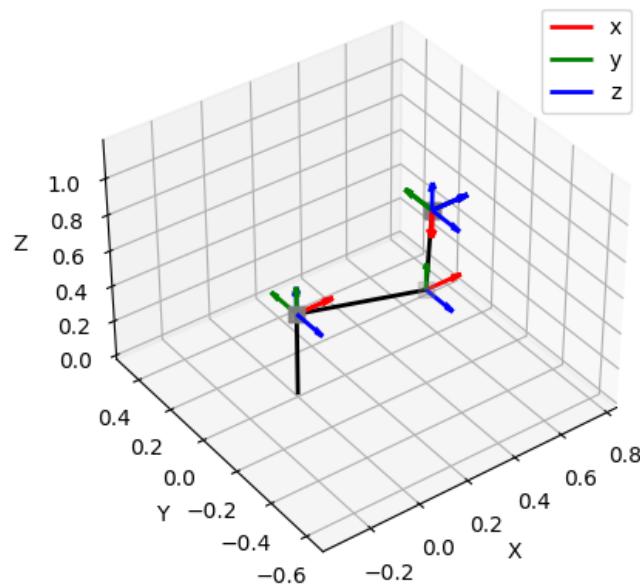


Figura 4.3: Exemplo de robô criado no *software* simulador.

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1 Precisão do potenciômetro

A figura 5.1 ilustra o ambiente de testes montado para os testes de resolução do potenciômetro escolhido. Os dados do potenciômetros eram enviados a uma placa de prototipagem que implementa uma versão do circuito de sensoriamento proposto. Para o teste, os dados do arduino foram lidos de maneira bruta, o que para um ADC de 10 bits corresponde a valores entre 0 e 1024.

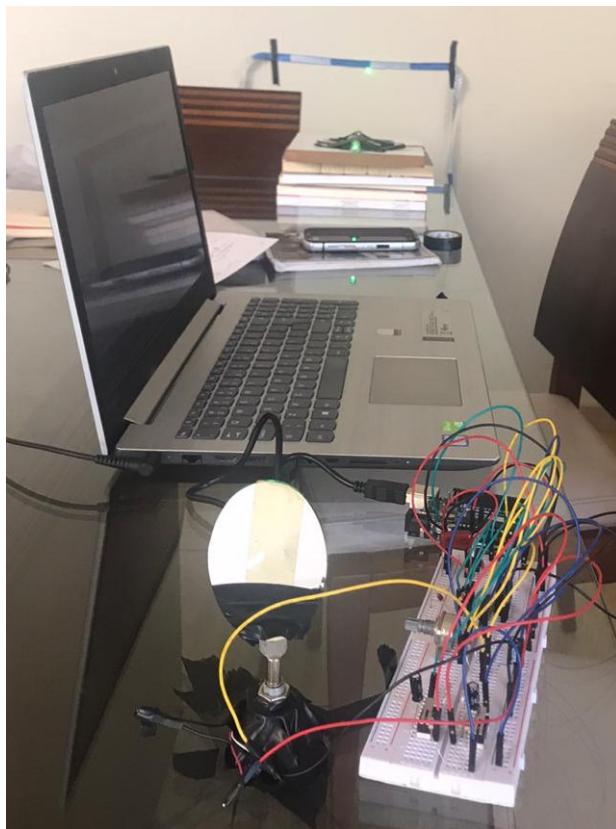


Figura 5.1: Ambiente de testes para medida de resolução do sensor.

O espelho atrelado ao potenciômetro foi então rotacionado manualmente até que fosse vista

uma mudança na leitura pelo Arduino. A distância percorrida pelo *laser* foi então mensurada com o auxílio de uma fita métrica.

A distância percorrida para esta variação mínima encontrada foi de aproximadamente 3cm, e com uma distância entre o sensor e a parede, mensurada com uma treta, de aproximadamente 215cm. Com estes valores de  $d$  e  $D$ , foi verificado que a angulação capaz de ser detectada pelo sensor foi próximo a  $0,4^\circ$ , segundo a equação 3.2.

Embora o ambiente e os equipamentos de medição utilizados não fossem os mais adequados para medições precisas, o teste demonstrou que o sensor possui uma resolução próxima ao esperado, capaz de fornecer boas informações sobre o posicionamento das juntas.

## 5.2 Circuitos de sensoriamento

Foi preparado um protótipo da placa de sensoriamento, com dispositivos o mais próximo possível dos dispositivos reais projetados. O protótipo montado simulava o funcionamento de uma placa, contando com dois sensores do tipo fim-de-curso e uma conexão para um potênciometro. Os dados dos sensores foram conectados a um CI amplificador que contava com 4 amplificadores operacionais no mesmo dispositivo, o LM324. Os ganhos dos fim-de-curso foram configurados como unitários, de acordo com o esquemático da figura 3.10, já o ganho do potenciômetro foi configurado como ajustável a partir de outro potenciômetro, este comum e de volta única.

As conexões foram feitas completamente através de *jumpers*, assim como pode ser visto na figura 5.2.

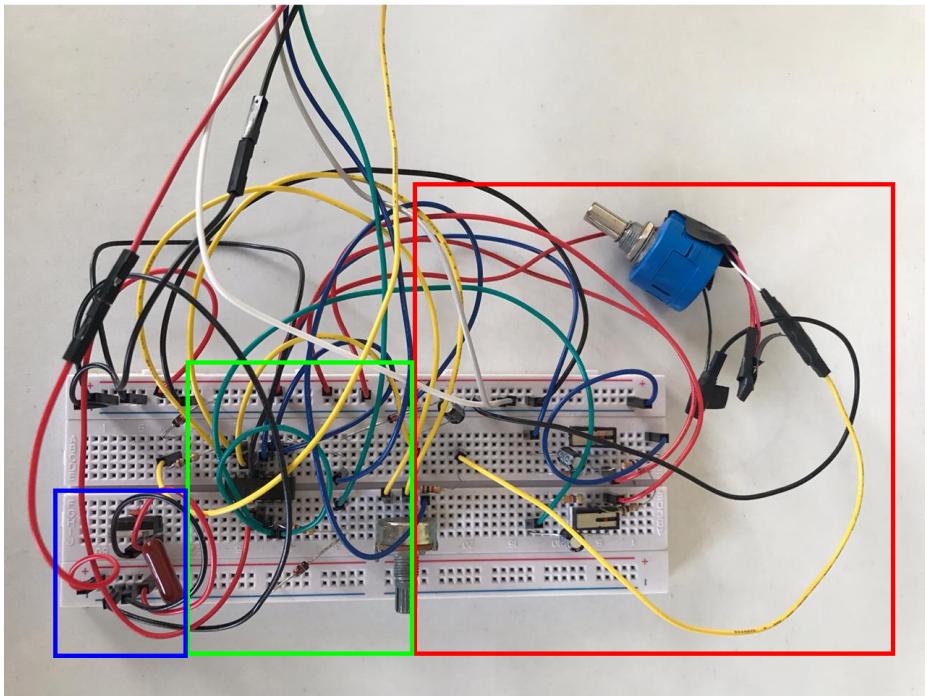


Figura 5.2: Circuito de prototipagem do sensoriamento.

Na figura 5.2 pode ser vista uma divisão espacial dos dispositivos na placa de prototipagem de acordo com a sua funcionalidade. A área marcada pela borda na cor vermelha indica os dispositivos sensores e os filtros iniciais de tratamento. A área verde delimita principalmente a parte dos circuitos ligada à amplificação e à preparação dos sinais para envio. Por fim, a área azul indica o circuito de alimentação, com capacitores e regulador de tensão. Os 7 *jumpers* que são vistos saindo da placa são os que transmitem de fato os sinais para a placa central.

Para os testes e validação destes circuitos, os dados de saída foram conectados diretamente à placa Arduino. Utilizando programas preparados especificamente para este teste, foram verificados os valores dos sensores fim-de-curso antes e durante sua ativação, garantindo que o valor correto seria repassado à etapa posterior de tratamento. O valor do potenciômetro foi transformado em ângulo através de um mapeamento linear.

Foi verificado que para posições do eixo do potenciômetro próximo ao início, ocorriam variações indesejadas no valor de leitura, fruto das limitações do sensor. Para contornar este problema foi definido que o valor mínimo para o qual estas variações não ocorrem seria posicionado como valor 0 da junta, limitando o movimento do atuador para após esta posição por meio do uso dos sensores fim-de-curso.

Os circuitos se comportaram como esperado quando alimentados através de uma fonte de 12V, com a tensão regulada através do circuito montado.

### 5.3 Jacobiana inversa

Para validar a sub-rotina que implementa a transformação de velocidades do efetuador final em velocidades das juntas, foi criado um *script*, assim como já explicado na seção 4.2. A figura 5.3 ilustra o funcionamento deste teste.

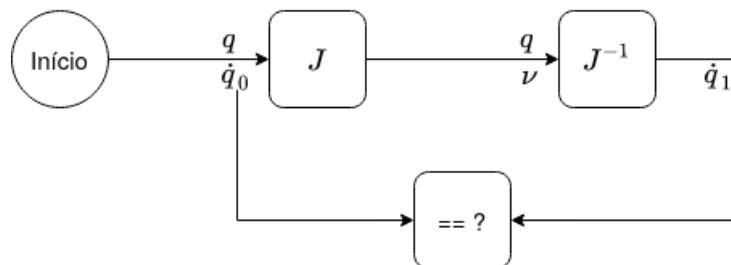


Figura 5.3: Fluxograma programa de validação da jacobiana inversa.

Os valores das posições e velocidades das juntas,  $q$  e  $\dot{q}$ , são definidos no início do programa e utilizados para calcular a velocidade do efetuador final, tomando-se como caminho de execução uma cinemática direta do manipulador. O vetor de velocidades obtido,  $\nu$ , é então repassado à função que implementa a inversa da jacobiana, juntamente com o vetor original de posições, para se obter um novo vetor de velocidade das juntas, a ser comparado com o vetor original de velocidades.

Foi verificado que para determinados valores das juntas o resultado final obtido era diferente

do resultado inicial configurado. Uma dessas configurações, e o seu valor final obtido, pode ser visto na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Exemplo de resultado para conversão de velocidade.

$q$	$\dot{q}_0$	$\nu = J(q).\dot{q}_0$	$\dot{q}_1 = J^{-1}(q).\nu$
$\pi/2$	0,21	-0,08	0,21
0	0,14	-0,55	0,11
$\pi/2$	0,85	0,04	-0,11
0	0,01	0,88	0,88
$-\pi/2$	0,05	-0,92	0,05
0	0,12	0,21	0,00

Foi constatado que estas discrepâncias eram resultado de um fator já esperado no uso da jacobiana inversa, os pontos de singularidade. Com o valor da junta 5 na tabela 5.1, o determinante da equação 4.13 seria igual a 0, o que acarretaria em uma matriz inversa com termos tendendo a  $\pm\infty$ , ou indeterminações. Pelo método em que o cálculo da matriz foi organizado, foi possível arranjar alguns termos de modo que estas singularidades matemáticas não afetassem todas as juntas, o que é indicado pelo fato que os termos 1 e 5 apresentaram valores iguais aos originais. Para demais valores de ângulos, que não resultam em singularidades, os valores obtidos após a multiplicação por  $J^{-1}$  foram iguais ao valores iniciais.

A tentativa de otimizar os cálculos da matriz inversa, evitando o processamento gerado por um código com diversos laços de repetição, resultou em uma função linear com 126 multiplicações, 51 somas e 27 variáveis auxiliares. Frente a um código simples que calcularia a inversa em  $6^3$  iterações, o resultado obtido se mostrou satisfatório, mesmo quando aplicado em um sistema embarcado, fornecendo resultados corretos em um bom tempo.

## 5.4 Circuito central

Em relação ao circuito central, por este ser composto de uma quantidade grande de dispositivos, foi idealizado um protótipo que agrupa as funções básicas de leitura e tratamento dos sinais de uma única placa de sensoriamento e de acionamento de um único motor de passo e um motor DC. O sistema completo pode ser visto na figura 5.4.

Nas áreas indicadas pela cor verde, na figura 5.4, são vistos os dispositivos *drivers* e seus respectivos atuadores, bem como a fonte de alimentação utilizada nos testes para a potência destes. A área em vermelho indica os dispositivos que realizam o tratamento dos sinais provindos da outra placa de prototipagem, como optoacopladores e amplificador operacional. Na figura podem ser vistos também o *joystick* KY-023 utilizado e um Arduino Mega, utilizados para interfaceamento com o usuário e processamento geral dos dados, respectivamente.

Nota-se que os atuadores empregados não são de fato iguais aos atuadores escolhidos para o sistema. Para os testes e prototipagem preferiu-se utilizar dispositivos genéricos, a fim de verificar

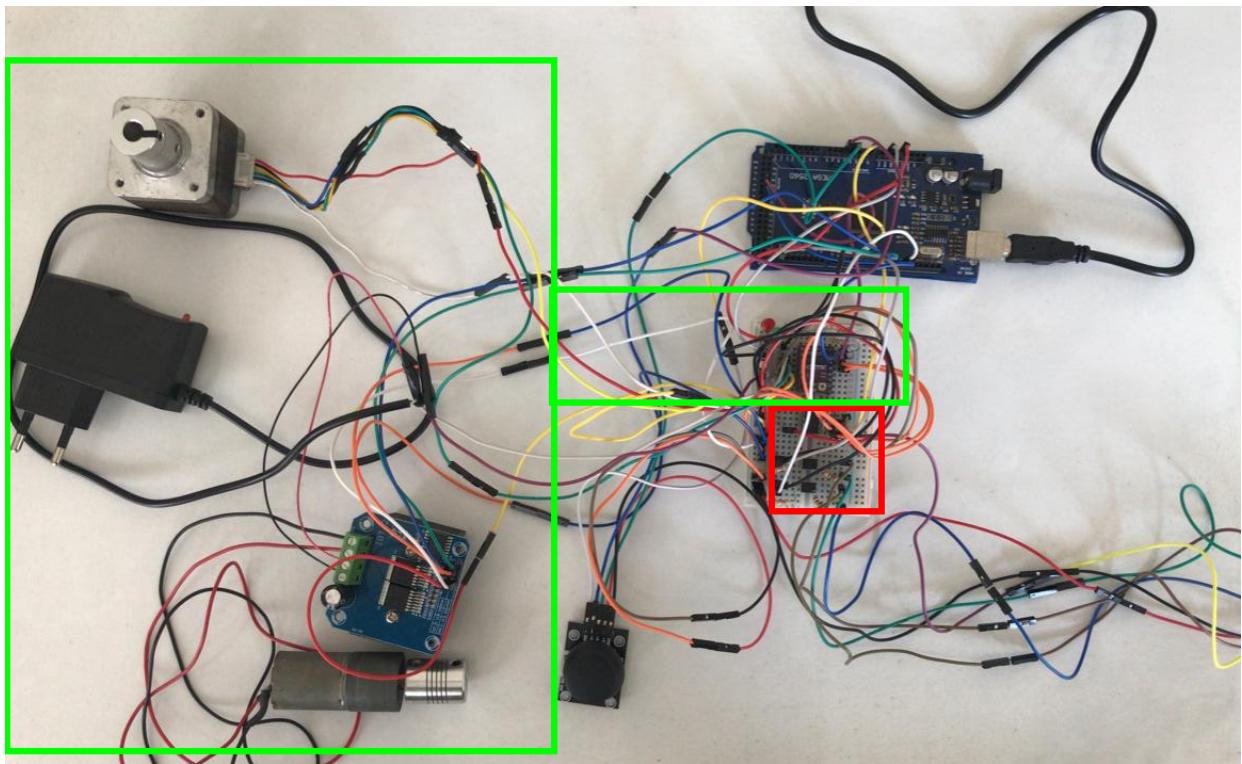


Figura 5.4: Circuito de prototipagem da placa central.

a funcionalidade do circuito independente do modelo de atuador utilizado.

Foram realizados testes tanto para a simulação do sistema quanto para dados reais resultantes da ativação dos atuadores, verificando e validando a relação e os diversos circuitos que compõem o sistema. Como não haviam atuadores de teste suficientes para simular completamente o circuito, foram realizadas combinações entre leitura real e simulação das juntas.

## 5.5 Controle

### 5.5.1 Tempo de execução do laço de repetição

Foi verificado o tempo de execução para cada iteração do laço de repetição principal do programa de controle, com as funções indicadas no fluxograma 4.1. Os tempos de execução observados ficaram entre 4 e 5ms, com a inclusão da rotina de envio dos dados ao computador, um tempo máximo de 7ms foi observado.

Vale a pena ressaltar que os tempos de execução não estarão sempre entre os valores observados, sendo possível que alguma iteração do laço apresente maior tempo de duração, a depender de interrupções e outros fatores relativos ao sistema. No entanto, os valores médios observados demonstraram uma boa resposta geral do sistema, com bom tempo de resposta aos comandos humanos.

### 5.5.2 Simulação

Para simulação, definiu-se a diretiva “*SIMULATION*” como 1 e então o sistema foi energizado, para dar início ao seu funcionamento. Ao se iniciar a interface em *python* que se comunica com o circuito, é montada uma representação do manipulador utilizando os dados recebidos. A posição inicial foi definida para a simulação como valores zero para as juntas com motores DC e os valores pós-calibração para as juntas com motores de passo. A figura 5.5 ilustra o modelo gerado pelo simulador assim que a aplicação é iniciada.

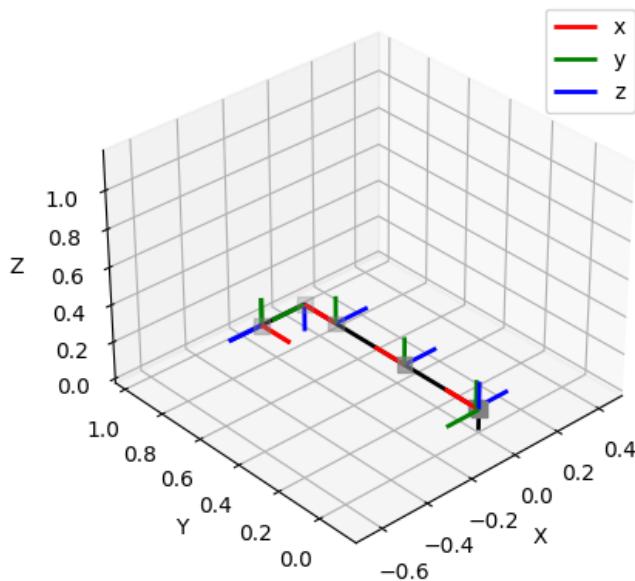


Figura 5.5: Ambiente de simulação com posição inicial.

Foi realizada uma tentativa de transportar o braço para a sua configuração zero, ou seja, com  $\theta_i = 0$  para  $i$  de 1 a 6, para verificar a controlabilidade do sistema. O resultado obtido pode ser visto na figura 5.6.

Esta movimentação poderia ser realizada de vários modos, optou-se por agir sobre o eixo da junta 5 para deixar o elo seguinte alinhado com o eixo  $x$ , utilizando o plano  $R1$ , e em seguida rotacionar o braço em torno da base utilizando o plano  $XY$  e informando uma velocidade desejada na diagonal. Como o plano inicial definido no programa é o plano de translação  $XY$ , foi necessário pressionar o botão do *joystick* 2 vezes, alternando para o eixo  $R1$  e depois mais 2 vezes, para retornar ao eixo  $XY$ . Ao final foi necessário modificar o plano de ação para o  $XZ$ , a fim de realizar um ajuste mais fino sobre a altura da posição desejada.

Nota-se na figura 5.6 uma indicação do trajeto percorrido pelo ponto final do manipulador. Esta trajetória é gerada com base nas velocidades impostas sobre as juntas, que se movem de acordo a tentar respeitar a velocidade desejada pelo usuário.

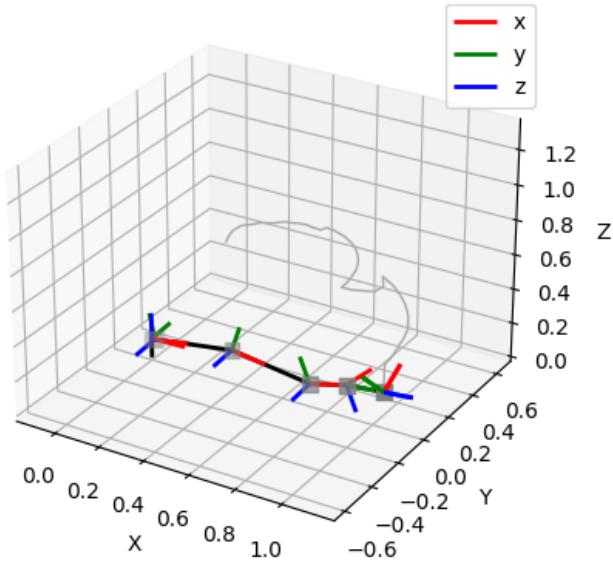


Figura 5.6: Ambiente de simulação com posição zero.

O processo foi repetido tentando atingir outras posições e orientações para o robô, algumas dessas configurações estão dispostas nas imagens 5.7(a)-(e).

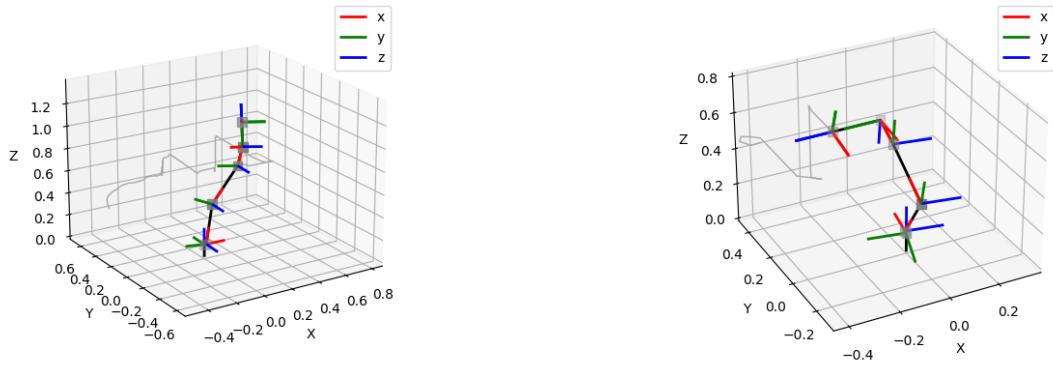
Alguns pontos de interesse foram os pontos de singularidade do robô. Nestes pontos, é comum que haja a perda de um dos graus de liberdade do manipulador. A figura 5.7(e) ilustra este fato, onde o ângulo de  $\theta_5 = -\pi/2$  gera uma singularidade apontada previamente. Neste ponto específico, os eixos  $\hat{Z}_4$  e  $\hat{Z}_6$  se tornam coplanares, portanto uma rotação em torno de  $\hat{Y}_5$  acaba gerando uma indefinição sobre qual dos ângulos deve ser atuado. Nota-se pelo resultado obtido que a geração de velocidades pela jacobiana favorece a atuação na junta 4.

### 5.5.3 Atuadores reais

Para os testes com atuadores reais, foram preparados um motor de passo e um motor DC. Cada sistema de motor foi marcado de certo modo a permitir a identificação de sua rotação efetiva.

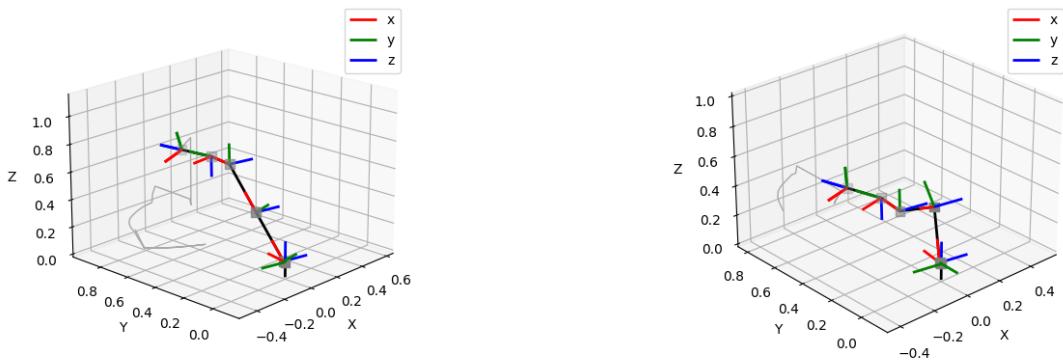
Inicialmente, ao invés de utilizar dados de simulação, o programa foi modificado para realizar a leitura real da junta 1; e a esta junta foi atrelado logicamente um motor de passo, via definição em código. Foi realizado então o mesmo procedimento utilizado para geração dos resultados da figura 5.6, observando a rotação do motor de passo. Os resultados reais obtidos com o atuador para esta junta estão organizados na figura 5.8. Para indicar que o ponto de calibração foi atingido, foi utilizado um dos sensores da placa de prototipagem de sensoriamento.

As figuras 5.8(a) e 5.8(b) indicam que a rotação real obtida com os motores de passo aproximou-se da rotação de 90° desejada para a junta da base.



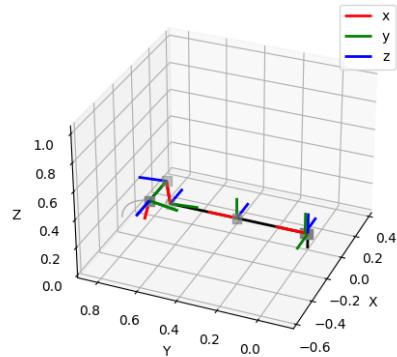
(a) Braço posicionado no alto.

(b) Braço na posição de alimentação.



(c) Braço para pegar objetos na frente do usuário - alto.

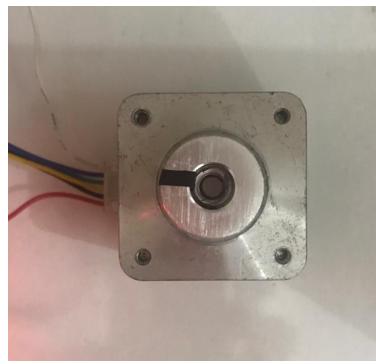
(d) Braço para pegar objetos na frente do usuário - baixo.



(e) Braço na posição de singularidade.

Figura 5.7: Diversas configurações do manipulador simulado.

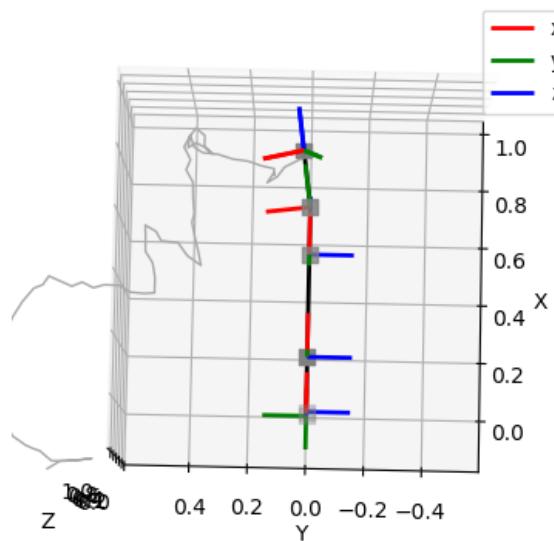
Experimentos semelhantes foram realizados para as juntas 5 e 6, que também utilizam motores de passo. Os resultados reais de posicionamento foram comparados visualmente com os resultados obtidos com a animação no ambiente de simulação. Em especial, foram utilizados os planos de



(a) Motor de passo na posição pós-calibração.



(b) Motor de passo após atingir posição desejada.



(c) Posição final obtida.

Figura 5.8: Resultado com atuação de motor de passo.

ação  $R1$  e  $R2$ , que permitem atuar diretamente sobre os motores destas juntas, por estarem relacionados com a rolagem e guinada do punho. Visualmente, o atuador de teste acompanhou de fato o movimento imposto para o manipulador através das velocidades definidas no *joystick*.

Para as outras juntas, que utilizam motores DC, foi preparado um ambiente de testes que consistia no acoplamento direto entre o eixo de saída de um motor DC de teste e um potenciômetro, assim como demonstra a figura 5.9. Ambos motor e sensor foram fixados de modo a fornecer uma resistência contra rotação que não fosse do eixo próprio.

A rotina realizada foi semelhante àquela dos motores de passo: Foram conferidas as posições iniciais indicadas na simulação e no sistema real, e estas foram posteriormente comparadas após

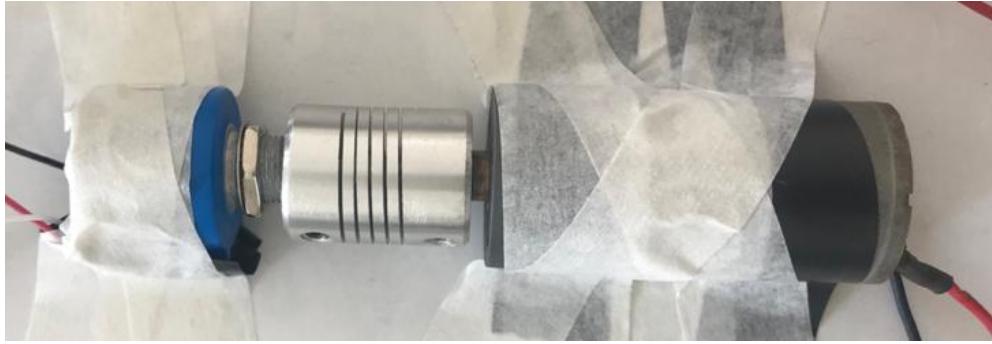


Figura 5.9: Montagem de teste para motores DC.

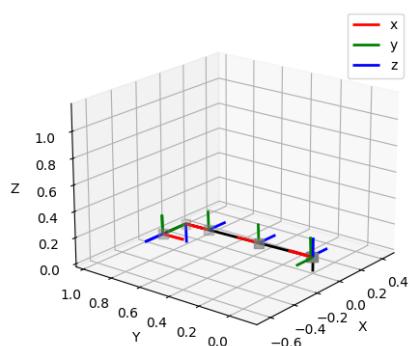
uma sequência de comandos de velocidades informadas via *joystick*. O motor DC foi atribuído à junta 2, o ombro do sistema. A figura 5.10 agrupa as posições observadas, tanto no ambiente de simulação quanto no ambiente real. O ganho do sensor foi ajustado via potenciômetro na placa de prototipagem do sensoriamente para aproximadamente 2, isto é visível pela figura 5.10, onde a simulação indica uma variação angular próxima a  $45^\circ$ , mas o sistema real aponta algo mais próximo de  $90^\circ$ .



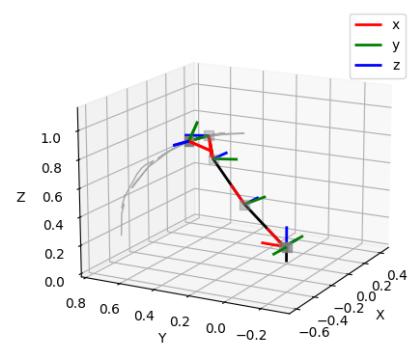
(a) Motor DC na posição inicial.



(b) Motor DC na posição final.



(c) Simulação com valor real de motor DC - inicial.



(d) Simulação com valor real de motor DC - final.

Figura 5.10: Resultado com atuação de motor de passo.

As respostas para ambos os motores foram satisfatórias, indicando a controlabilidade dos atuadores via *input* do *joystick* e a correta transmissão dos sinais de leitura. Os testes com os sensores potenciômetros de precisão demonstraram que a leitura de posição, e consequentemente a resposta de todo o sistema, é favorecida através do uso de toda ou grande parte da área de trabalho do sensor, utilizando uma transmissão entre o eixo de saída e o eixo do sensor.

Os motores DC demonstraram ainda uma dificuldade de trabalho em baixas velocidades, resultando em complexidades no ajuste fino para o posicionamento final. Acredita-se que este problema será mitigado no sistema real, pelo uso das relações de transmissão, resultando em uma velocidade mínima menor do que a de saída do atuador.

Foi verificado por fim a resposta do sistema com os dados reais dos dois motores, DC e de passo, e complementando o sistema com a simulação das outras 4 juntas. Uma das posições finais desejadas está disposta na figura 5.11, simulando o desejado de obtenção de algum objeto à frente do usuário.

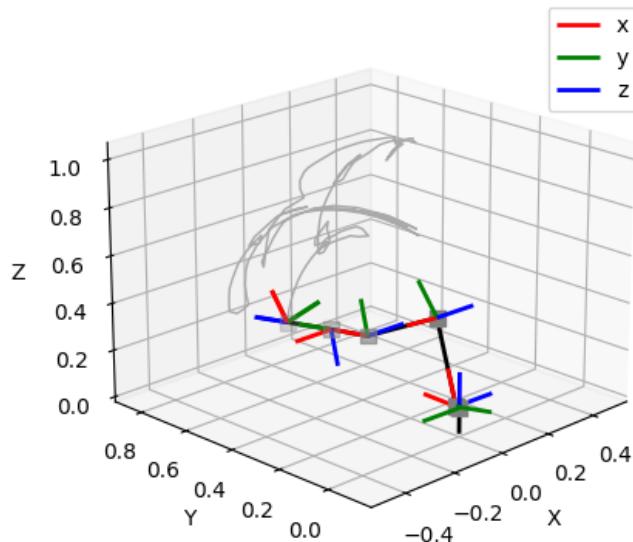


Figura 5.11: Simulação com dados reais de 2 motores.

A operação do sistema indica o correto funcionamento tanto dos circuitos projetados para atuação e sensoriamento do braço mecânico. Embora os resultados foram obtidos com protótipos, espera-se que os circuitos reais ofereçam resultados similares e/ou melhores, por contarem com dispositivos mais adequados, seguindo as especificações do projeto.

# Capítulo 6

## Conclusões

Foram demonstrados durante o trabalho uma análise do projeto que serviu como base para este e os projetos de circuitos de atuação e sensoriamento para o manipulador robótico em questão. As diversas decisões de projeto foram orientadas pelo custo de manufatura e montagem dos dispositivos, segurança aos equipamentos e ao usuário e pela confiabilidade geral do circuito elétrico e sistema de controle, buscando desenvolver uma solução que se mostrasse capaz de ser uma interface entre o usuário e seu ambiente.

A análise do conjunto de atuadores pré-selecionado para o braço robótico e suas respectivas transmissões através de engrenagens se mostrou insuficiente para a movimentação correta do sistema. Foi necessário propor modificações em algumas juntas para que as necessidades de torque pudessem ser de fato atendidas.

Os circuitos projetados e escolhidos para o sistema demonstraram bons resultados no uso com sensores e atuadores reais. A escolha dos equipamentos levou em consideração um equilíbrio entre o custo e integridade dos sinais envolvidos, fornecendo dados de leitura corretos mesmo para um protótipo construído com dispositivos e condições não ideais.

Em relação ao sistema de controle, foram criados módulos generalizados e intuitivos, para permitir reúso em outros projetos. A organização geral e uso de interrupções permitiu uma resposta rápida do sistema a modificações das variáveis lidas por sensores e uma simplicidade no fluxograma principal do código, resultando em um uso otimizado das funcionalidades oferecidas pelo controlador empregado. Esta decisão facilitou ainda a operação dos atuadores em paralelo, essencial no controle de um manipulador robótico.

A técnica de obtenção das velocidades do robô através da jacobiana inversa facilitou a atualização das referências das velocidades dos motores com base nos dados do usuário. A otimização desta matriz em sua forma de função ofereceu resultados satisfatórios, permitindo a operação de inversão desta matriz relativamente trabalhosa em um ambiente embarcado.

O ambiente de simulação criado inicialmente como um meio de contornar a ausência da estrutura física do manipulador se mostrou como bom meio de visualizar e validar os equipamentos do mesmo. A comunicação entre o sistema embarcado e um computador gera uma pequena sobre-

carga sobre o Arduino, mas esta é compensada pela capacidade de utilizar sistema computacional mais potente para realizar estudos avançados sobre a estrutura, como através das equações de Newton-Euler, já implementadas no módulo de animação, para estimar os torques agindo nos atuadores.

Todo o material desenvolvido durante este trabalho, inclusive aqueles utilizados na construção deste relatório, está agrupado em um repositório *online*, para consultas e confirmação do que foi dito e afirmado neste documento. Uma descrição do repositório pode ser vista no anexo I.

## 6.1 Perspectivas Futuras

A atuação do manipulador foi comandada completamente pelo uso da geração de velocidades através da matriz jacobiana inversa. Para facilitar o uso pelo usuário, pensou-se na possibilidade de utilizar um meio de salvar posições de maior uso pelo usuário, como posições de alimentação e captura de objetos em determinada posição. Tendo em mente esta capacidade, foi realizada a cinemática inversa do manipulador, para direcionar trabalhos futuros na inclusão desta funcionalidade ao manipulador. A cinemática inversa pode ser vista no anexo III.

O formato em que o controle dos motores DC foi projetado levou em consideração a possibilidade de uso de técnicas de controle mais avançadas. A utilização de uma interrupção temporizada permite o emprego de sistemas de controle digital com período de atualização bem definido. Para maior confiabilidade na atuação dos motores DC pode ser previsto o uso de um controlador adaptativo, resultando em um controlador geral, independente da influência dos parâmetros construtivos do motor empregado. Levando em conta a segurança do usuário, poderia ser proposto ainda para o sistema um método de implementação de um controle complacente, utilizando dados de torque nas juntas e no efetuador final a fim de evitar forças desnecessárias na atuação do robô.

Em seu estado atual, o manipulador não conta com um efetuador final bem definido, mas sim com um ponto de acoplamento. Seria interessante um estudo sobre a possibilidade de aplicação de diversas ferramentas pelo sistema. Para interação com esse efetuador, foi deixado no circuito da placa principal um conector para ser empregado nesta comunicação, fornecendo um sinal com funcionalidade PWM, para uso com servo-motores ou qualquer outro atuador que possa se beneficiar deste tipo de sinal.

Se mostrando como uma das principais dificuldades encontradas durante o projeto, a estrutura mecânica do manipulador poderia ser modificada para aproveitar ao máximo os diversos componentes empregados. A modificação das juntas para incluir caixas de redução harmônicas permitiria o uso de motores de baixo torque, garantindo uma melhor resposta do sistema, principalmente nas juntas 2, 3 e 4.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NETO, L. F. Desenvolvimento de um manipulador robótico para aplicações assistivas. 2019.
- [2] REIS, W. F. D. *Desenvolvimento de um Robô Manipulador Didático*. [S.l.]: Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 88p, 2015.
- [3] EDWARDS, K. D. *Design, construction and testing of a wheelchair-mounted robotic arm*. [S.l.]: University of South Florida, 2005.
- [4] BRASIL, Constituição. (1988). Título II Capítulo I.
- [5] BERSCH, R. Introdução à tecnologia assistiva. *Porto Alegre: CEDI*, v. 21, 2008.
- [6] BRASIL, Estatuto da Pessoa com Deficiência. Lei Nº 13.146 (2015). Livro I Título I Capítulo I Art. 3º.
- [7] JR, J. W. C. Kinematic and experimental evaluation of commercial wheelchair-mounted robotic arms. 2010.
- [8] ORGANIZATION, W. H. et al. *World report on disability 2011*. [S.l.]: World Health Organization, 2011.
- [9] ASSEMBLY, U. N. G. *Transforming our World: The 2030 Agenda for Sustainable Development*. 2015. Retrieved from United Nations General Assembly: <https://sustainabledevelopment.un.org/post2015/transformingourworld>.
- [10] FILHO, W. V. et al. Desenvolvimento de kit para automação de cadeira de rodas convencional. In: IN: *VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA. CAMPINA GRANDE, PARAÍBA*. [S.l.: s.n.], 2010.
- [11] OLIVEIRA, F. M. P. *Estudo e desenvolvimento de uma interface de comando de cadeira de rodas motorizada para pessoas tetraplégicas*. [S.l.]: Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 91p, 2018.
- [12] MELLO, M. S. V. de. *Análise de Desempenho e Melhorias em Robô Manipulador*. [S.l.]: Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2016.
- [13] KTISTAKIS, I. P.; BOURBAKIS, N. G. A survey on robotic wheelchairs mounted with robotic arms. In: IEEE. *2015 National Aerospace and Electronics Conference (NAECON)*. [S.l.], 2015. p. 258–262.

- [14] HUNTER, I. W.; HOLLERBACH, J. M.; BALLANTYNE, J. A comparative analysis of actuator technologies for robotics. *Robotics Review*, MIT press, v. 2, p. 299–342, 1991.
- [15] CHAPMAN, S. *Electric machinery fundamentals*. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 2005.
- [16] BAJD, T. et al. *Robotics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010.
- [17] BENTLEY, J. P. *Principles of measurement systems*. [S.l.]: Pearson education, 2005.
- [18] DOEBELIN, E. O.; MANIK, D. N. Measurement systems: application and design. 2007.
- [19] BOGATIN, E. *Signal and power integrity—simplified*. [S.l.]: Pearson Education, 2010.
- [20] IRWIN, J. D.; NELMS, R. M. *Basic engineering circuit analysis*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010.
- [21] GANSSLE, J. G. A guide to debouncing. *Guide to Debouncing, Ganssle Group, Baltimore, MD, US*, p. 1–22, 2004.
- [22] SEDRA, A. S. et al. *Microelectronic circuits*. [S.l.]: New York: Oxford University Press, 1998.
- [23] KITCHIN, C.; COUNTS, L. *A designer's guide to instrumentation amplifiers*. [S.l.]: Analog Devices Norwood, MA, 2006.
- [24] MANCINI, R. *Op amps for everyone: design reference*. [S.l.]: Newnes, 2003.
- [25] OPTOCOUPERS Data Book. 1996. TEMIC Semiconductors, <https://pe2bz.philipme.uk/pdf%20on%20typenumber/A-C/COUPLE96.pdf>.
- [26] BISHOP, O. *Understand electronics*. [S.l.]: Elsevier, 2001.
- [27] NISE, N. S. Control system engineering, john wiley & sons. Inc, New York, 2011.
- [28] KRISHNAN, R. *Electric motor drives: modeling, analysis and control*. [S.l.]: Prentice Hall, 2001.
- [29] MAHERIYA, S.; PARIKH, P. A review: Modelling of brushed dc motor and various type of control methods. *Journal for Research*, v. 1, 2016.
- [30] RASHID, M. H. *Power electronics handbook*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2017.
- [31] BARR, M. Pulse width modulation. *Embedded Systems Programming*, v. 14, n. 10, p. 103–104, 2001.
- [32] ATMEL. *AVR446: Linear speed control of stepper motor*. 2006. <http://ww1.microchip.com/downloads/en/appnotes/doc8017.pdf>.
- [33] CRAIG, J. J. *Introduction to robotics: mechanics and control, 3/E*. [S.l.]: Pearson Education India, 2009.

# **ANEXOS**

# I. DESCRIÇÃO DO REPOSITÓRIO

O link de acesso do repositório é “<https://github.com/rafael-at97/WMRA-UnB>”. A organização do mesmo, indicando principais arquivos e diretórios pode ser vista na figura I.1.

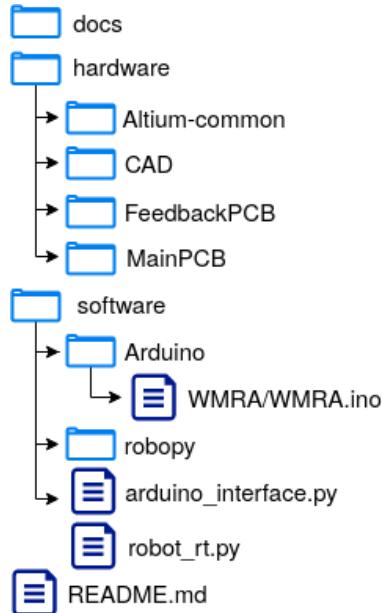


Figura I.1: Organização do respository.

Todos os arquivos necessários para a criação deste documento estão dentro da pasta ‘*docs*’, os arquivos de texto estão no formato LATEX.

A pasta *hardware* agrupa todos os arquivos relacionados a partes físicas do projeto, como as bibliotecas desenvolvidas para representar circuitos eletro-eletrônicos criadas durante o projeto dos circuitos, pasta ‘*Altium-common*’, documentos do projeto das placas em si, pastas ‘*FeedbackPCB*’ e ‘*MainPCB*’ e o modelo 3D do manipulador, na pasta ‘*CAD*’.

Já o que foi desenvolvido em relação a partes lógicas do sistema estão dispostos dentro da pasta ‘*software*’. Na pasta ‘*Arduino*’ encontram-se todas as bibliotecas desenvolvidas para o sistema embarcado e o código principal utilizado para o controle geral do sistema, denominado por ‘*WMRA/WMRA.ino*’. A pasta ‘*robypy*’ faz alusão a outro repositório, também criado pelo autor deste documento, que organiza as interpretações das funções da *toolbox* de robótica para MATLAB, mas em uma versão escrita em *python*. O código ‘*arduino\_interface.py*’ realiza a interface entre os dados vindos do arduino e o módulo de simulação. A criação da representação do manipulador utilizando os módulos desenvolvidos está no arquivo ‘*robot\_rt.py*’, que tenta realizar a atualização do modelo em tempo real, ou real-time.

Por fim, há um arquivo ‘*README.md*’, que fornece informações básicas sobre o projeto.

## II. DATASHEETS DE DISPOSITIVOS

### II.1 Mabuchi JC/LC-578VA


**JC/LC-578VA**
(Powerwindow-lift motors)

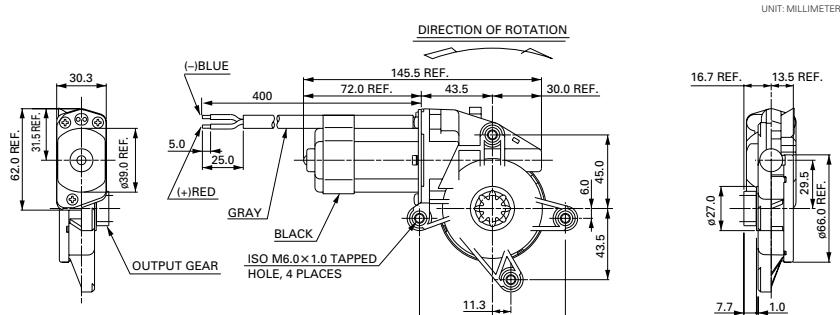
Typical Applications    Automotive Products : Power Window Lifter



**Distinctive Features**

- The drive motor is designed to be the compact sized motor offered for power window applications, measuring 29mm thick and 39mm across the diameter.
- This motor is designed with water proof construction.

---



UNIT: MILLIMETERS

DIRECTION OF ROTATION

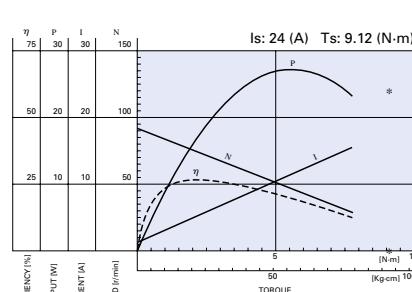
WEIGHT: 520g (APPROX)

---

JC/LC-578VA-4720

12.0V

---



Is: 24 (A) Ts: 9.12 (N·m)

Efficiency (%)

$\eta$	P	I	N
75	30	30	150
50	20	20	100
25	10	10	50

OUT PUT (W)

CURRENT (A)

SPEED (r/min)

TORQUE (N·m)

(Kg·cm) 100

---



MABUCHI MOTOR CO. LTD. Headquarters 430 Matsuhidai, Matsudo-shi, Chiba-ken, 270-2280 Japan Tel:81-47-384-9523 Fax:81-47-385-2026 (Sales Dept.)

## II.2 HT23-397

 Product Datasheet

### HT23-397

NEMA 23 High Torque Step Motor



**Product Features**

- 2-phase hybrid step motor
- High torque design
- Standard NEMA 23 dimensions
- Series or parallel wiring



### Description

The HT23-397 two-phase stepper motor is suitable for a wide range of motion control applications. Terminated with 8 motor leads, the motor can be connected in a few different ways, including bipolar series and bipolar parallel.

### Specifications

<b>Part Number</b>	HT23-397
<b>Frame Size</b>	NEMA 23
<b>Motor Type</b>	High torque
<b>Part Number w/Double Shaft</b>	NA
<b>Part Number w/Encoder</b>	HT23-397D-ZAA
<b>Motor Length</b>	2.13 inches
<b>Number of Lead Wires</b>	8
<b>Lead Wire Configuration</b>	flying leads, no connector
<b>Lead Wire/Cable Length</b>	18
<b>Lead Wire Gauge</b>	22 AWG
<b>Unipolar Holding Torque</b>	125 oz-in
<b>Bipolar Holding Torque</b>	177 oz-in
<b>Step Angle</b>	1.8 deg
<b>Bipolar Series Current</b>	1.41 A/phase
<b>Bipolar Series Resistance</b>	3.6 Ohms/phase

<b>Bipolar Series Inductance</b>	10 mH/phase
<b>Bipolar Parallel Current</b>	2.83 A/phase
<b>Bipolar Parallel Resistance</b>	0.9 Ohms/phase
<b>Bipolar Parallel Inductance</b>	2.5 mH/phase
<b>Unipolar Current</b>	2 A/phase
<b>Unipolar Resistance</b>	1.8 Ohms/phase
<b>Unipolar Inductance</b>	2.5 mH/phase
<b>Rotor Inertia</b>	4.25E-03 oz-in-sec <sup>2</sup>
<b>Integral Gearhead</b>	No
<b>Weight</b>	1.5 lbs
<b>Storage Temperature</b>	-40 to 70 °C
<b>Operating Temperature</b>	-20 to 50 °C
<b>Insulation Class</b>	Class B (130 °C)
<b>Maximum Radial Load</b>	NA
<b>Maximum Thrust Load</b>	NA
<b>Shaft Run Out</b>	0.002 inch T.I.R. max
<b>Radial Play</b>	0.001 inch max w/ 1.1 lb load
<b>End Play</b>	0.003 inch max w/ 2.2 lb load
<b>Perpendicularity</b>	0.003 inches
<b>Concentricity</b>	0.003 inches

## Downloads

<b>Datasheet</b>	<a href="#"> StepMotorWiring-8-lead-striped.pdf</a>
<b>2D Drawing</b>	<a href="#"> HT23-397_RevE.pdf</a>
<b>3D Drawing</b>	<a href="#"> 23HT54D.igs</a> <a href="#"> HT23_57mm_w_ZAA_encoder.igs</a>
<b>Speed-Torque Curves</b>	There are currently no Speed-Torque Curves documents available for this product.
<b>Agency Approvals</b>	There are no related agency approval documents at this time.
<b>Application Notes</b>	There are currently no Application Notes available for this product.

## II.3 42HK Family Series

**1.8° 42mm Hybrid Stepper Motor-NEMA17**



**General Specification:**

Item	Specifications
Step Angle	1.8°
Temperature Rise	80°Cmax
Ambient Temperature	-20°C~+50°C
Insulation Resistance	100 MΩ Min. ,500VDC
Dielectric Strength	500VAC for 1minute
Shaft Radial Play	0.02Max. (450g-load)
Shaft Axial Play	0.08Max. (450g-load)
Max. radial force	28N (20mm from the flange)
Max. axial force	10N

**Electrical Specifications:**

Model No.	Step Angle (°)	Motor Length (L)mm	Current /Phase A	Resistance /Phase Ω	Inductance /Phase mH	Holding Torque kg.cm	# of Leads No.	Detent Torque g.cm	Rotor Inertia g.cm	Mass Kg
42HS34-0956	1.8	34	0.95	4.2	2.5	1.6	6	120	34	0.22
42HS34-0406	1.8	34	0.4	24	15	1.6	6	120	34	0.22
42HS34-0316	1.8	34	0.31	38.5	21	1.6	6	120	34	0.22
42HS34-1334	1.8	34	1.33	2.1	2.5	2.6	4	120	34	0.22
42HS34-0404	1.8	34	0.4	30	35	2.6	4	120	34	0.22
42HS40-0404	1.8	34	0.4	30	60	4.0	4	150	54	0.28
42HS40-1206	1.8	40	1.2	3.3	3.2	2.8	6	150	54	0.28
42HS40-0806	1.8	40	0.8	7.5	6.7	2.6	6	150	54	0.28
42HS40-1704	1.8	40	1.7	1.65	3.2	4.0	4	150	54	0.28
42HS40-0406	1.8	40	0.4	30	30	2.6	6	150	54	0.28
42HS40-1684	1.8	40	1.68	1.65	3.2	4.0	4	150	54	0.28
42HS48-1206	1.8	48	1.2	3.3	2.8	3.17	6	260	68	0.35
42HS48-0806	1.8	48	0.8	7.5	6.3	3.17	6	260	68	0.35
42HS48-0406	1.8	48	0.4	30	25	3.17	6	260	68	0.35
42HS48-1684	1.8	48	1.68	1.65	2.8	4.4	4	260	68	0.35
42HS60-1206	1.8	60	1.2	6	7	6.5	6	280	102	0.5

## II.4 Bourns - 3590



### Features

- Bushing mount
- Optional AR pin feature
- Plastic or metal shaft and bushings
- Wirewound
- Solder lugs or PC pins
- Sealable (Full body seal)
- Designed for use in HMI applications
- RoHS compliant\*

### 3590 - Precision Potentiometer

#### Electrical Characteristics<sup>1</sup>

Standard Resistance Range.....	200 to 100 K ohms
Total Resistance Tolerance.....	±5 %
Independent Linearity.....	±0.25 %
Effective Electrical Angle.....	3600 ° +10 °, -0 °
Absolute Minimum Resistance.....	1 ohm or 0.1 % maximum (whichever is greater)
Noise.....	100 ohms ENR maximum
Dielectric Withstanding Voltage (MIL-STD-202, Method 301)	
Sea Level.....	1,500 VAC minimum
Power Rating (Voltage Limited By Power Dissipation or 450 VAC, Whichever is Less)	
+40 °C.....	2 watts
+125 °C.....	0 watt
Insulation Resistance (500 VDC).....	1,000 megohms minimum
Resolution.....	See recommended part numbers

#### Environmental Characteristics<sup>1</sup>

Operating Temperature Range.....	-40 °C to +125 °C
Storage Temperature Range.....	-55 °C to +125 °C
Temperature Coefficient Over Storage Temperature Range <sup>2</sup>	±50 ppm/°C maximum/unit
Vibration.....	15 G
Wiper Bounce.....	0.1 millisecond maximum
Shock.....	50 G
Wiper Bounce.....	0.1 millisecond maximum
Load Life.....	1,000 hours, 2 watts
Total Resistance Shift.....	±2 % maximum
Rotational Life (No Load).....	1,000,000 shaft revolutions
Total Resistance Shift.....	±5 % maximum
Moisture Resistance (MIL-STD-202, Method 103, Condition B)	
Total Resistance Shift.....	±2 % maximum
IP Rating	
Sealed Versions (-3, -4, -7, and -8).....	IP 65
Unsealed Versions (-1-2, -5, and -6).....	IP 40

#### Mechanical Characteristics<sup>1</sup>

Stop Strength.....	.45 N-cm (64 oz.-in.) minimum
Mechanical Angle.....	3600 ° +10 °, -0 °
Torque (Starting & Running).....	0.35 N-cm (0.5 oz.-in.) maximum (unsealed) 1.1 N-cm (1.5 oz.-in.) maximum (sealed)
Mounting.....	.55-80 N-cm (5-7 lb.-in.) (plastic) 90-113 N-cm (8-10 in.-lb.) (metal)
Shaft Runout.....	0.13 mm (0.005 in.) T.I.R.
Lateral Runout.....	0.20 mm (0.008 in.) T.I.R.
Shaft End Play.....	0.25 mm (0.010 in.) T.I.R.
Shaft Radial Play.....	0.13 mm (0.005 in.) T.I.R.
Pilot Diameter Runout.....	0.08 mm (0.003 in.) T.I.R.
Backlash.....	1.0 ° maximum
Weight.....	Approximately 19 G
Terminals.....	Solder lugs or PC pins
Soldering Condition	
Manual Soldering.....	96.5Sn/3.0Ag/0.5Cu solid wire or no-clean rosin cored wire; 370 °C (700 °F) max. for 3 seconds
Wave Soldering.....	96.5Sn/3.0Ag/0.5Cu solder with no-clean flux; 260 °C (500 °F) max. for 5 seconds
Wash processes.....	Not recommended
Marking.....	Manufacturer's name and part number, resistance value and tolerance, linearity tolerance, wiring diagram, and date code.
Ganging (Multiple Section Potentiometers).....	1 cup maximum
Hardware.....	One lockwasher and one mounting nut is shipped with each potentiometer.

NOTE: For Anti-rotation pin add 91 after configuration dash number. Example: -2 becomes -291 to add AR pin.

<sup>1</sup>At room ambient: +25 °C nominal and 50 % relative humidity nominal, except as noted.

<sup>2</sup>Consult manufacturer for complete specification details for resistances below 1k ohms.

#### Recommended Part Numbers

(Printed Circuit)	(Solder Lug)	(Solder Lug)	Resistance (Ω)	Resolution (%)
3590P-2-102L	<b>3590S-2-102L</b>	3590S-1-102L	<b>1,000</b>	<b>.029</b>
3590P-2-202L	<b>3590S-2-202L</b>	3590S-1-202L	<b>2,000</b>	<b>.023</b>
3590P-2-502L	<b>3590S-2-502L</b>	3590S-1-502L	<b>5,000</b>	<b>.025</b>
3590P-2-103L	<b>3590S-2-103L</b>	3590S-1-103L	<b>10,000</b>	<b>.020</b>
3590P-2-203L	<b>3590S-2-203L</b>	3590S-1-203L	<b>20,000</b>	<b>.019</b>
3590P-2-503L	<b>3590S-2-503L</b>	3590S-1-503L	<b>50,000</b>	<b>.013</b>
3590P-2-104L	<b>3590S-2-104L</b>	3590S-1-104L	<b>100,000</b>	<b>.009</b>

BOLDFACE LISTINGS ARE IN STOCK AND READILY AVAILABLE  
THROUGH DISTRIBUTION. FOR OTHER OPTIONS CONSULT FACTORY.

ROHS IDENTIFIER:

L = COMPLIANT

Specifications are subject to change without notice.  
The device characteristics and parameters in this data sheet  
can and do vary in different applications and actual device  
performance may vary over time. Users should verify actual device performance in their specific applications.

\*RoHS Directive 2002/95/EC Jan. 27, 2003 including annex and RoHS Recast 2011/65/EU June 8, 2011.

### III. CINEMÁTICA INVERSA DO MANIPULADOR

A cinemática inversa possibilita obter os ângulos a serem atingidos pelas juntas de um manipulador robótica para que este apresente uma posição e orientação desejadas. É comum que estes valores desejados sejam informados para o efetuador final do sistema, denominado nestes cálculos por  $T$ , em relação ao sistema de coordenadas da base  $B$ . A relação entre estes sistemas de coordenadas pode ser transformada em uma relação entre os sistemas de coordenadas da última junta do manipulador em relação à primeira, seguindo a equação III.1, onde  $n$  indica a quantidade de juntas do sistema e 0 delimita a junta fixa, do sistema.

$$_T^B T = _0^B T \ _n^n T \quad (\text{III.1})$$

As relações  $_0^B T$  e  $_n^n T$  são fixas, representando transformações entre a base fixa do robô e uma base lógica do sistema e entre a ferramenta e a última junta, respectivamente. Encontrando então a transformação  $_n^n T$  a transformação  $_T^B T$  é obtida facilmente.

Para o manipulador deste trabalho,  $n = 6$ , e a transformação de interesse pode ser descrita em função de uma matriz de rotação e um vetor de posições, como indica a equação III.2.

$$_6^0 T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

Para obter uma relação mais simples da geometria do robô é interessante ter uma relação entre a junta 5 a junta 1, portanto, tanto a matriz acima quanto a matriz obtida pela aplicação da equação 4.7 serão multiplicadas por  $_1^0 T^{-1}$  e  $_6^5 T^{-1}$  na ordem indicada em III.3.

$$_5^1 T = _1^0 T^{-1} \ _6^0 T \ _6^5 T^{-1} \quad (\text{III.3})$$

Os passos intermediários para aplicação da equação 4.7 estão descritos nas equações de III.4 a III.8, cálculos realizados para obter a transformação  $_6^0 T$  em função dos ângulos internos das juntas. Multiplicando os dois últimos termos da equação 4.7, obtém-se a transformação descrita na equação III.4.

$$_6^4 T = _5^4 T * _6^5 T = \begin{bmatrix} s\theta'_5 c\theta_6 & -s\theta'_5 s\theta_6 & c\theta'_5 & c\theta'_5 d_6 + a_4 \\ s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ -c\theta'_5 c\theta_6 & c\theta'_5 s\theta_6 & s\theta'_5 & s\theta'_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

Incluindo a transformação  ${}^3T$  no resultado de III.4, é obtida a equação III.5.

$${}^3T = {}_4T * {}_6T = \begin{bmatrix} c\theta_4 s\theta'_5 c\theta_6 - s\theta_4 s\theta_6 & -c\theta_4 s\theta'_5 s\theta_6 - s\theta_4 c\theta_6 & c\theta_4 c\theta'_5 & c\theta_4 c\theta'_5 d_6 + c\theta_4 a_4 + a_3 \\ s\theta_4 s\theta'_5 c\theta_6 + c\theta_4 s\theta_6 & -s\theta_4 s\theta'_5 s\theta_6 + c\theta_4 c\theta_6 & s\theta_4 c\theta'_5 & s\theta_4 c\theta'_5 d_6 + s\theta_4 a_4 \\ -c\theta'_5 c\theta_6 & c\theta'_5 s\theta_6 & s\theta'_5 & s\theta'_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

Em III.6 está o resultado obtido após a inclusão de  ${}^2T$  na conta.

$${}^2T = \begin{bmatrix} c(\theta_3 + \theta_4) s\theta'_5 c\theta_6 & -c(\theta_3 + \theta_4) s\theta'_5 s\theta_6 & c(\theta_3 + \theta_4) c\theta'_5 & c(\theta_3 + \theta_4)(c\theta'_5 d_6 + a_4) \\ -s(\theta_3 + \theta_4) s\theta_6 & -s(\theta_3 + \theta_4) c\theta_6 & & +c\theta_3 a_3 + a_2 \\ s(\theta_3 + \theta_4) s\theta'_5 c\theta_6 & -s(\theta_3 + \theta_4) s\theta'_5 s\theta_6 & s(\theta_3 + \theta_4) c\theta'_5 & s(\theta_3 + \theta_4)(c\theta'_5 d_6 + a_4) \\ +c(\theta_3 + \theta_4) s\theta_6 & +c(\theta_3 + \theta_4) c\theta_6 & & +s\theta_3 a_3 \\ -c\theta'_5 c\theta_6 & c\theta'_5 s\theta_6 & s\theta'_5 & s\theta'_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.6})$$

Pré-multiplicando a matriz em III.6 por  ${}^1T$ , chega-se no resultado III.7.

$${}^1T = \begin{bmatrix} c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) s\theta'_5 c\theta_6 & -c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) s\theta'_5 s\theta_6 & c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) c\theta'_5 & c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)(c\theta'_5 d_6 + a_4) \\ -s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) s\theta_6 & -s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) c\theta_6 & & +c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2 a_2 + a_1 \\ c\theta'_5 c\theta_6 & -c\theta'_5 s\theta_6 & -s\theta'_5 & -s\theta'_5 d_6 \\ s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) s\theta'_5 c\theta_6 & -s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) s\theta'_5 s\theta_6 & s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) c\theta'_5 & s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)(c\theta'_5 d_6 + a_4) \\ +c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) s\theta_6 & +c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) c\theta_6 & & +s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s_2 a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Por fim, ao se multiplicar todo o resultado em III.7 pela primeira transformação do sistema,  ${}^0T$ , é obtida a transformação entre a última junta e a base do sistema, disposta em III.8.

$${}^0T = \begin{bmatrix} c\theta_1c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta'_5c\theta_6 & -c\theta_1c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta'_5s\theta_6 & c\theta_1c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)c\theta'_5 & c\theta_1[c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)(c\theta'_5d_6 + a_4)] \\ -c\theta_1s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta_6 & -c\theta_1s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)c\theta_6 & +s\theta_1s\theta'_5 & +c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 + a_1 \\ -s\theta_1c\theta'_5c\theta_6 & +s\theta_1c\theta'_5s\theta_6 & & +s\theta_1s\theta'_5d_6 \\ \\ s\theta_1c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta'_5c\theta_6 & -s\theta_1c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta'_5s\theta_6 & s\theta_1c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)c\theta'_5 & s\theta_1[c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)(c\theta'_5d_6 + a_4)] \\ -s\theta_1s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta_6 & -s\theta_1s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)c\theta_6 & -c\theta_1s\theta'_5 & +c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 + a_1 \\ +c\theta_1c\theta'_5c\theta_6 & -c\theta_1c\theta'_5s\theta_6 & & -c\theta_1s\theta'_5d_6 \\ \\ s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta'_5c\theta_6 & -s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta'_5s\theta_6 & s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)c\theta'_5 & s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)(c\theta'_5d_6 + a_4) \\ +c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)s\theta_6 & +c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)c\theta_6 & & +s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s\theta_2a_2 \\ \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

Realizando a transformação indicada em III.3 para a matriz da equação III.8, é obtido o resultado disposto em III.9.

$${}^1{}_5T = \begin{bmatrix} s\theta'_5c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) & c\theta'_5c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) & s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) & c(\sum_{i=2}^4 \theta_i)a_4 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 + a_1 \\ c\theta'_5 & -s\theta'_5 & 0 & 0 \\ s\theta'_5s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) & c\theta'_5s(\sum_{i=2}^4 \theta_i) & -c(\sum_{i=2}^4 \theta_i) & s(\sum_{i=2}^4 \theta_i)a_4 + s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s\theta_2a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

Agora, para a matriz  ${}^0{}_6T$  com base nos parâmetros desejados, seguindo a transformação em III.2, foi obtido o resultado expresso na equação III.10.

$${}^1{}_5T = \begin{bmatrix} c\theta_1(r_{11}c\theta_6 - r_{12}s\theta_6) & c\theta_1r_{13} + s\theta_1r_{23} & -c\theta_1(r_{11}s\theta_6 + r_{12}c\theta_6) & c\theta_1(p_x - r_{13}d_6) \\ +s\theta_1(r_{21}c\theta_6 - r_{22}s\theta_6) & & -s\theta_1(r_{21}s\theta_6 + r_{22}c\theta_6) & +s\theta_1(p_y - r_{23}d_6) \\ \\ -s\theta_1(r_{11}c\theta_6 - r_{12}s\theta_6) & -s\theta_1r_{13} + c\theta_1r_{23} & s\theta_1(r_{11}s\theta_6 + r_{12}c\theta_6) & -s\theta_1(p_x - r_{13}d_6) \\ +c\theta_1(r_{21}c\theta_6 - r_{22}s\theta_6) & & -c\theta_1(r_{21}s\theta_6 + r_{22}c\theta_6) & +c\theta_1(p_y - r_{23}d_6) \\ \\ r_{31}c\theta_6 - r_{32}s\theta_6 & r_{33} & -r_{31}s\theta_6 - r_{32}c\theta_6 & p_z - r_{33}d_6 \\ \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Os termos  $p_x - r_{13}d_6$  e  $p_y - r_{23}d_6$  da equação III.10 equivalem, respectivamente, às posições  $x$  e  $y$  da quinta junta no sistema de coordenadas da primeira junta, assim, alternando esses termos para suas respectivas coordenadas polares, obtém-se as relações dispostas em III.11. Nestas equações, o termo  $\rho$  se refere ao módulo do vetor conectando a base das juntas 1 e 5 projetado sobre o plano horizontal  $XY$ , e  $\phi$  o ângulo desta projeção no mesmo plano.

$$\begin{aligned} p_x - r_{13}d_6 &= \frac{1}{5}\rho_x = \frac{1}{5}\rho \cdot \cos\frac{1}{5}\phi \\ p_y - r_{23}d_6 &= \frac{1}{5}\rho_y = \frac{1}{5}\rho \cdot \sin\frac{1}{5}\phi \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

Substituindo os valores mais à direita das equações em III.11 no termo (2, 4) da matriz em III.10, e igualando o resultado ao termo (2, 4) da matriz em III.9, chega-se à relação escrita em III.12.

$$-\sin\theta_1 \cdot \frac{1}{5}\rho \cdot \cos\frac{1}{5}\phi + \cos\theta_1 \cdot \frac{1}{5}\rho \cdot \sin\frac{1}{5}\phi = 0 \quad (\text{III.12})$$

Simplificando o resultado em III.12 por vias trigonométricas, chega-se ao resultado em III.13.

$$\frac{1}{5}\rho \cdot \sin(\theta_1 - \frac{1}{5}\phi) = 0 \quad (\text{III.13})$$

Assumindo que o módulo  $\frac{1}{5}\rho$  será sempre positivo, e utilizando a identidade trigonométrica fundamental, obtém-se também a igualdade em III.14.

$$\cos(\theta_1 - \frac{1}{5}\phi) = \pm 1 \quad (\text{III.14})$$

Essas duas equações, III.13 e III.14, levam ao resultado em III.15, que indica o valor de  $\theta_1$  para a posição desejada. Na equação é utilizada a função *atan2*, que utiliza o sinal das componentes para estimar corretamente o ângulo nos 4 quadrantes do círculo unitário.

$$\theta_1 = \frac{1}{5}\phi + \text{atan2}(0, \pm 1) \quad (\text{III.15})$$

Para a determinação do ângulo  $\theta'_5$ , basta utilizar o termo (2, 2) e a soma dos quadrados dos termos (1, 2) e (3, 2) para as matrizes em III.9 e III.10. Ao igualar o termo (2, 2), obtém-se a igualdade em III.16, já ao igualar a soma dos quadrados citada, é obtida a equação III.17.

$$s\theta'_5 = s\theta_1 r_{13} - c\theta_1 r_{23} \quad (\text{III.16})$$

$$c\theta'_5 = \pm \sqrt{(c\theta_1 r_{13} + s\theta_1 r_{23})^2 + r_{33}^2} \quad (\text{III.17})$$

Com o valor de  $\theta_1$  conhecido, possíveis valores de  $\theta'_5$  podem ser obtidos através de uma função arco tangente que utilize os termos encontrados em III.16 e III.17.

Para encontrar o ângulo  $\theta_6$ , é realizada uma multiplicação entre a matriz em III.10 e  ${}_6^5T$ , obtendo a matriz em III.18.

$${}_6^1T = \begin{bmatrix} c\theta_1r_{11} + s\theta_1r_{21} & c\theta_1r_{12} + s\theta_1r_{22} & c\theta_1r_{13} + s\theta_1r_{23} & c\theta_1p_x + s\theta_1p_y \\ -s\theta_1r_{11} + c\theta_1r_{21} & -s\theta_1r_{12} + c\theta_1r_{22} & -s\theta_1r_{13} + c\theta_1r_{23} & -s\theta_1p_x + c\theta_1p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Comparando os termos (2, 1) e (2, 2) de III.18 com os mesmos termos em III.7, são obtidos valores para  $\theta_6$  em função de  $\theta_1$  e  $\theta'_5$ , assim como demonstram as igualdades em III.19.

$$\begin{aligned} c\theta_6 &= \frac{-s\theta_1r_{11} + c\theta_1r_{21}}{c\theta'_5} \\ s\theta_6 &= \frac{s\theta_1r_{12} - c\theta_1r_{22}}{c\theta'_5} \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

As equações em III.19 podem ser reagrupadas de maneira a retirar a dependência no ângulo  $\theta_5$ , assim como mostrado na equação III.20.

$$\theta_6 = \tan^{-1} \frac{(-s\theta_1r_{11} + c\theta_1r_{21})}{(s\theta_1r_{12} - c\theta_1r_{22})} \quad (\text{III.20})$$

Os ângulos de 2 a 4 foram obtidos com cálculos semelhantes aos que são realizados para a cinemática inversa de um manipulador coplanar com 3 eixos. O valor da soma desses ângulos é obtido pela comparação dos termos (3, 3) e (1, 3) das matrizes III.9 e III.10. Essa comparação pode ser vista no conjunto de equações III.21. Utilizando a função arcotangente é então possível obter um valor numérico para  $\sum_{i=2}^4 \theta_i$ .

$$\begin{aligned} c\left(\sum_{i=2}^4 \theta_i\right) &= s\theta_6r_{31} + c\theta_6r_{32} \\ s\left(\sum_{i=2}^4 \theta_i\right) &= -c\theta_1(s\theta_6r_{11} + c\theta_6r_{12}) - s\theta_1(s\theta_6r_{21} + c\theta_6r_{22}) \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Comparando agora os termos (1, 4) e (3, 4) das mesmas matrizes, são obtidas as igualdades dispostas em III.22.

$$\begin{aligned}
c\left(\sum_{i=2}^4 \theta_i\right)a_4 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 + a_1 &= c\theta_1(p_x - r_{13}d_6) + s\theta_1(p_y - r_{23}d_6) \\
s\left(\sum_{i=2}^4 \theta_i\right)a_4 + s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s\theta_2a_2 &= p_z - r_{33}d_6
\end{aligned} \tag{III.22}$$

Projetando o vetor que liga a base das juntas 1 e 5 em um plano vertical, que contém os eixos dos elos que conectam as juntas 2, 3 e 4, nota-se que é possível definir duas coordenadas,  $\mathcal{X}$  e  $\mathcal{Y}$ , que se relacionam com o conjunto de equações em III.22 do modo descrito em III.23.

$$\begin{aligned}
\mathcal{X} &= c\theta_1(p_x - r_{13}d_6) + s\theta_1(p_y - r_{23}d_6) - c\left(\sum_{i=2}^4 \theta_i\right)a_4 - a_1 = c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 \\
\mathcal{Y} &= p_z - r_{33}d_6 - s\left(\sum_{i=2}^4 \theta_i\right)a_4 = s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s\theta_2a_2
\end{aligned} \tag{III.23}$$

Elevando ambos termos  $\mathcal{X}$  e  $\mathcal{Y}$  ao quadrado e realizando a soma dos resultados, é possível obter um valor para o cosseno de  $\theta_3$ , assim como descrito em III.24. O valor do ângulo em si pode ser obtido por uma função trigonométrica inversa.

$$c\theta_3 = \frac{\mathcal{X}^2 + \mathcal{Y}^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3} \tag{III.24}$$

Sabendo o valor de  $\theta_3$  é possível reescrever as equações de  $\mathcal{X}$  e  $\mathcal{Y}$  utilizando duas constantes auxiliares,  $k_1$  e  $k_2$ , onde  $k_1 = c\theta_3a_3 + a_2$  e  $k_2 = s\theta_3a_3$ . Assim, as variáveis são expressas no novo modo, disposto em III.25.

$$\begin{aligned}
\mathcal{X} &= k_1c\theta_2 - k_2s\theta_2 \\
\mathcal{Y} &= k_1s\theta_2 + k_2c\theta_2
\end{aligned} \tag{III.25}$$

Utilizando mais outras duas variáveis auxiliares,  $\mathcal{T} = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$  e  $\mathcal{K} = atan2(k_2, k_1)$ , de tal modo que  $k_1 = \mathcal{T} \cdot \cos(\mathcal{K})$  e  $k_2 = \mathcal{T} \cdot \sin(\mathcal{K})$ , é possível escrever equações mais simples para o ângulo  $\theta_2$ . Estas novas equações estão dispostas em III.26.

$$\begin{aligned}
\mathcal{X} &= \mathcal{T} \cdot \cos(\theta_2 + \mathcal{K}) \\
\mathcal{Y} &= \mathcal{T} \cdot \sin(\theta_2 + \mathcal{K})
\end{aligned} \tag{III.26}$$

$\theta_2$  é por fim definido pela equação III.27, resultado de análise das equações em III.26.

$$\theta_2 = \text{atan2}(\mathcal{Y}, \mathcal{X}) - \mathcal{K} = \text{atan2}(\mathcal{Y}, \mathcal{X}) - \text{atan2}(k_2, k_1) \quad (\text{III.27})$$

Tendo em mãos o valor da soma de  $\theta_2, \theta_3$  e  $\theta_4$ , bem como os valores individuais de  $\theta_2$  e  $\theta_3$ , o valor de  $\theta_4$  é facilmente obtido através de uma simples subtração.

## IV. CÁLCULOS MATRIZ JACOBIANA

### IV.1 Velocidades

Para se obter os vetores de velocidades  ${}^0v_6$  e  ${}^0\omega_6$  foi inicialmente necessário calcular todas as velocidades intermediárias. Os valores obtidos estão descritos nas equações de IV.1 a IV.12.

$${}^1\omega_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.1}) \qquad {}^1v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

$${}^2\omega_2 = \begin{bmatrix} s\theta_2.\dot{\theta}_1 \\ c\theta_2.\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.3}) \qquad {}^2v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -a_1\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

$${}^3\omega_3 = \begin{bmatrix} s(\theta_2 + \theta_3).\dot{\theta}_1 \\ c(\theta_2 + \theta_3).\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5}) \qquad {}^3v_3 = \begin{bmatrix} s\theta_3.\dot{\theta}_2 a_2 \\ c\theta_3.\dot{\theta}_2 a_2 \\ -c\theta_2.\dot{\theta}_1 a_2 - \dot{\theta}_1 a_1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.6})$$

$${}^4\omega_4 = \begin{bmatrix} s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4).\dot{\theta}_1 \\ c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4).\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7}) \qquad {}^4v_4 = \begin{bmatrix} [s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4 a_3].\dot{\theta}_2 + s\theta_4 a_3.\dot{\theta}_3 \\ [c(\theta_3 + \theta_4)a_2 + c\theta_4 a_3].\dot{\theta}_2 + c\theta_4 a_3.\dot{\theta}_3 \\ [-c(\theta_2 + \theta_3)a_3 - c\theta_2 a_2 - a_1].\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.8})$$

$${}^5\omega_5 = \begin{bmatrix} s\theta'_5 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4).\dot{\theta}_1 - c\theta'_5(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \\ c\theta'_5 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4).\dot{\theta}_1 + s\theta'_5(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \\ -c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4).\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_5 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.9})$$

$${}^5v_5 = \begin{bmatrix} \{c\theta'_5[c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)a_4 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2 a_2 + a_1]\}.\dot{\theta}_1 + \\ + s\theta'_5[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4 a_3].\dot{\theta}_2 + s\theta_4 s\theta'_5 a_3.\dot{\theta}_3 \\ \{-s\theta'_5[c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)a_4 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2 a_2 + a_1]\}.\dot{\theta}_1 + \\ + c\theta'_5[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4 a_3].\dot{\theta}_2 + s\theta_4 c\theta'_5 a_3.\dot{\theta}_3 \\ -[c(\theta_3 + \theta_4)a_2 + c\theta_4 a_3 + a_4].\dot{\theta}_2 - (c\theta_4 a_3 + a_4).\dot{\theta}_3 - a_4.\dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

$${}^6\omega_6 = \begin{bmatrix} [s\theta'_5 c\theta_6 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + s\theta_6 c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)].\dot{\theta}_1 - c\theta'_5 c\theta_6(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) - s\theta_6 \dot{\theta}_5 \\ [-s\theta'_5 s\theta_6 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta_6 c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)].\dot{\theta}_1 + c\theta'_5 s\theta_6(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) - c\theta_6 \dot{\theta}_5 \\ c\theta'_5 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4).\dot{\theta}_1 + s\theta'_5(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.11})$$

$${}^6v_6 = \begin{bmatrix} \{c\theta_6c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)d_6 - s\theta'_5s\theta_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)d_6 + \\ + c\theta'_5c\theta_6[c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)a_4 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 + a_1]\}\dot{\theta}_1 + \\ + \{s\theta'_5c\theta_6[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3] + s\theta_6[c(\theta_3 + \theta_4)a_2 + c\theta_4a_3 + a_4 + c\theta'_5d_6]\}\dot{\theta}_2 + \\ + [s\theta_4s\theta'_5c\theta_6a_3 + s\theta_6(c\theta_4a_3 + a_4 + c\theta'_5d_6)]\dot{\theta}_3 + s\theta_6(a_4 + c\theta'_5d_6)\dot{\theta}_4 + c\theta_6d_6\dot{\theta}_5 \\ \\ \{-s\theta_6c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)d_6 - s\theta'_5c\theta_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)d_6 - \\ - c\theta'_5s\theta_6[c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)a_4 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 + a_1]\}\dot{\theta}_1 + \\ + \{-s\theta'_5s\theta_6[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3] + c\theta_6[c(\theta_3 + \theta_4)a_2 + c\theta_4a_3 + a_4 + c\theta'_5d_6]\}\dot{\theta}_2 + \\ + [-s\theta_4s\theta'_5s\theta_6a_3 + c\theta_6(c\theta_4a_3 + a_4 + c\theta'_5d_6)]\dot{\theta}_3 + c\theta_6(a_4 + c\theta'_5d_6)\dot{\theta}_4 - s\theta_6d_6\dot{\theta}_5 \\ \\ \{-s\theta'_5[c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)a_4 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c\theta_2a_2 + a_1]\}\dot{\theta}_1 + \\ + c\theta'_5[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3]\dot{\theta}_2 + c\theta'_5s\theta_4a_3\dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.12})$$

## IV.2 Termos Jacobiana

Através de análise das equações 4.9 e 4.8, percebe-se que a jacobiana pode ser definida pelos termos em IV.13.

$${}^0J(\Theta) = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} & j_{14} & j_{15} & 0 \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} & j_{24} & j_{25} & 0 \\ 0 & j_{32} & j_{33} & j_{34} & j_{35} & 0 \\ 0 & s\theta_1 & s\theta_1 & s\theta_1 & j_{45} & j_{46} \\ 0 & -c\theta_1 & -c\theta_1 & -c\theta_1 & j_{55} & j_{56} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & j_{65} & j_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.13})$$

Os termos  $j_{ik}$  da matriz estão delineados em IV.14 e IV.15.

$$\begin{aligned} j_{11} &= c\theta_1s\theta'_5d_6 - s\theta_1[a_1 + c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)] \\ j_{12} &= -c\theta_1[s\theta_2a_2 + s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)] \\ j_{13} &= -c\theta_1[s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)] \\ j_{14} &= -c\theta_1s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6) \\ j_{15} &= [c\theta_1s\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - s\theta_1c\theta'_5]d_6 \\ j_{21} &= s\theta_1s\theta'_5d_6 + c\theta_1[a_1 + c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)] \\ j_{22} &= -s\theta_1[s\theta_2a_2 + s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)] \\ j_{23} &= -s\theta_1[s(\theta_2 + \theta_3)a_3 + s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)] \\ j_{24} &= -s\theta_1s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6) \\ j_{25} &= [s\theta_1s\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta_1c\theta'_5]d_6 \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

$$\begin{aligned}
j_{32} &= c\theta_2 a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5 d_6) \\
j_{33} &= c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5 d_6) \\
j_{34} &= c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5 d_6) \\
j_{35} &= s\theta'_5 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)d_6 \\
j_{45} &= c\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
j_{46} &= [c\theta_1 c\theta'_5 c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + s\theta_1 s\theta'_5] \\
j_{55} &= s\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
j_{56} &= [s\theta_1 c\theta'_5 c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - c\theta_1 s\theta'_5] \\
j_{65} &= -c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
j_{66} &= c\theta'_5 s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)
\end{aligned} \tag{IV.15}$$

### IV.3 Determinante Jacobiana

Para o cálculo do determinante, utilizou-se a última linha da matriz para aplicação do teorema de Laplace, resultando no exposto em IV.16. Nesta equação, os termos  $D_{ik}$  indicam o determinante da matriz obtida retirando de  $J$  a  $i$ -ésima linha e a  $k$ -ésima coluna.

$$\begin{aligned}
|J| &= (-1)^{6+1} \cdot D_{61} + (-1)^{6+5} j_{65} \cdot D_{65} + (-1)^{6+6} j_{66} \cdot D_{66} \\
&= -D_{61} - j_{65} \cdot D_{65} + j_{66} \cdot D_{66}
\end{aligned} \tag{IV.16}$$

Os determinantes  $D_{ik}$  foram calculados através de aplicações sucessivas do teorema de Laplace. Após a realização de cálculos extensos e diversas simplificações, foi possível obter a representação para o determinante disposta em 4.13. Para exemplificar os cálculos realizados, uma outra versão do cálculo do determinante pode ser vista em IV.17, após expansão dos termos  $D_{ik}$ .

$$\begin{aligned}
|J| &= - \left( -j_{46} \cdot \begin{vmatrix} j_{12} & j_{13} & j_{14} & j_{15} \\ j_{22} & j_{23} & j_{24} & j_{25} \\ j_{32} & j_{33} & j_{34} & j_{35} \\ -c_1 & -c_1 & -c_1 & j_{55} \end{vmatrix} + j_{56} \cdot \begin{vmatrix} j_{12} & j_{13} & j_{14} & j_{15} \\ j_{22} & j_{23} & j_{24} & j_{25} \\ j_{32} & j_{33} & j_{34} & j_{35} \\ s_1 & s_1 & s_1 & j_{45} \end{vmatrix} \right) \\
&\quad - j_{65} \left( -j_{46} \cdot \begin{vmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} & j_{14} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} & j_{24} \\ 0 & j_{32} & j_{33} & j_{34} \\ 0 & -c_1 & -c_1 & -c_1 \end{vmatrix} + j_{56} \cdot \begin{vmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} & j_{14} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} & j_{24} \\ 0 & j_{32} & j_{33} & j_{34} \\ 0 & s_1 & s_1 & s_1 \end{vmatrix} \right) \\
&\quad + j_{66} \left( j_{11} \cdot \begin{vmatrix} j_{22} & j_{23} & j_{24} & j_{25} \\ j_{32} & j_{33} & j_{34} & j_{35} \\ s_1 & s_1 & s_1 & j_{45} \\ -c_1 & -c_1 & -c_1 & j_{55} \end{vmatrix} - j_{21} \cdot \begin{vmatrix} j_{12} & j_{13} & j_{14} & j_{15} \\ j_{32} & j_{33} & j_{34} & j_{35} \\ s_1 & s_1 & s_1 & j_{45} \\ -c_1 & -c_1 & -c_1 & j_{55} \end{vmatrix} \right)
\end{aligned} \tag{IV.17}$$

## IV.4 Cofatores

Os cálculos dos cofatores de cada termo foram beneficiados por combinações de termos já calculadas no desenvolvimento do determinante da matriz. Todos os cofatores calculados, que compõem a matriz adjunta para cálculos da inversa, estão dispostos nos conjuntos IV.18 e IV.19. Nas equações, assume-se  $A_1^c = a_1 + c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)$ .

$$\begin{aligned}
Cof(j_{11}) &= s\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5 \\
Cof(j_{12}) &= -c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3)a_3\{c\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] + 2s\theta_1s\theta'_5d_6\} + \\
&\quad + s\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + 2c\theta'_5d_6)s\theta_4a_3 \\
Cof(j_{13}) &= c\theta'_5[c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3]\{c\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] + 2s\theta_1s\theta'_5d_6\} - \\
&\quad - s\theta_1s\theta_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + 2c\theta'_5d_6)[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3] \\
Cof(j_{14}) &= -c\theta'_5c\theta_2a_2\{c\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] + 2s\theta_1s\theta'_5d_6\} + \\
&\quad + s\theta_1s\theta_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)[s\theta_3a_3 + s(\theta_3 + \theta_4)(a_4 + 2c\theta'_5d_6)]a_2 \\
Cof(j_{15}) &= s\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
Cof(j_{16}) &= -s\theta_1s\theta_3a_2a_3s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
Cof(j_{21}) &= -c\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5 \\
Cof(j_{22}) &= -c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3)a_3\{s\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] - 2c\theta_1s\theta'_5d_6\} - \\
&\quad - c\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + 2c\theta'_5d_6)s\theta_4a_3 \\
Cof(j_{23}) &= c\theta'_5[c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3]\{s\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] - 2c\theta_1s\theta'_5d_6\} + \\
&\quad + c\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + 2c\theta'_5d_6)[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3] \\
Cof(j_{24}) &= -c\theta'_5c\theta_2a_2\{s\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] - 2c\theta_1s\theta'_5d_6\} - \\
&\quad - c\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)[s\theta_3a_3 + s(\theta_3 + \theta_4)(a_4 + 2c_5d_6)]a_2 \\
Cof(j_{25}) &= -c\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
Cof(j_{26}) &= c\theta_1s\theta_3a_2a_3s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
Cof(j_{31}) &= 0 \\
Cof(j_{32}) &= -c\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3)a_3[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] \\
Cof(j_{33}) &= c\theta'_5[s\theta_2a_2 + s(\theta_2 + \theta_3)a_3][A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] \\
Cof(j_{34}) &= -c\theta'_5s\theta_2a_2[[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6]] \\
Cof(j_{35}) &= 0 \\
Cof(j_{36}) &= 0 \\
Cof(j_{41}) &= c\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6 \\
Cof(j_{42}) &= -c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3)a_3c\theta_1c\theta'_5d_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s\theta'_5d_6 - \\
&\quad - \{c\theta'_5s\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] - c\theta_1s\theta'_5[A_1^cc(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta'_5d_6]\}(a_4 + c\theta'_5d_6)s\theta_4a_3 + \\
&\quad + c\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6c\theta_4a_3
\end{aligned} \tag{IV.18}$$

$$\begin{aligned}
Cof(j_{43}) &= c\theta'_5[c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3]c\theta_1c\theta'_5d_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s\theta'_5d_6 + \\
&\quad + \{c\theta'_5s\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] - \\
&\quad - c\theta_1s\theta'_5[A_1^cc(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta'_5d_6]\}(a_4 + c\theta_5d_6)[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3] - \\
&\quad - c\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6[c(\theta_3 + \theta_4)a_2 + c\theta_4a_3] \\
Cof(j_{44}) &= -c\theta'_5c\theta_2a_2c\theta_1c\theta'_5d_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s_5d_6 - \\
&\quad - \{c\theta'_5s\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] - \\
&\quad - c\theta_1s\theta'_5[A_1^cc(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta'_5d_6]\}[s\theta_3a_3 + s(\theta_3 + \theta_4)(a_4 + c_5d_6)]a_2 + \\
&\quad + c\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6c(\theta_3 + \theta_4)a_2 \\
Cof(j_{45}) &= -c\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^c \\
Cof(j_{46}) &= -c\theta_1s\theta_3a_2a_3[c\theta'_5d_6 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^c] \\
Cof(j_{51}) &= s\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6 \\
Cof(j_{52}) &= -c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3)a_3s\theta_1c\theta'_5d_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s_5d_6 + \\
&\quad + \{c\theta'_5c\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] + s\theta_1s\theta'_5[A_1^cc(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta'_5d_6]\}(a_4 + c\theta'_5d_6)s\theta_4a_3 + \\
&\quad + s\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6c\theta_4a_3 \\
Cof(j_{53}) &= c\theta_5[c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3]s\theta_1c\theta'_5d_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s_5d_6 - \\
&\quad - \{c\theta'_5c\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] + \\
&\quad + s\theta_1s\theta'_5[A_1^cc(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta'_5d_6]\}(a_4 + c\theta'_5d_6)[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3] - \\
&\quad - s\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6[c(\theta_3 + \theta_4)a_2 + c\theta_4a_3] \\
Cof(j_{54}) &= -c\theta'_5c\theta_2a_2s\theta_1c\theta'_5d_6s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s\theta'_5d_6 + \\
&\quad + \{c\theta'_5c\theta_1[A_1^c + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6] + \\
&\quad + s\theta_1s\theta'_5[A_1^cc(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + c\theta'_5d_6]\}[s\theta_3a_3 + s(\theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)]a_2 + \\
&\quad + s\theta_1s\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6c(\theta_3 + \theta_4)a_2 \\
Cof(j_{55}) &= -s\theta_1s\theta_3a_2a_3c\theta'_5s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^c \\
Cof(j_{56}) &= -s\theta_1s\theta_3a_2a_3[c\theta'_5d_6 + c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^c] \\
Cof(j_{61}) &= -s\theta_3a_2a_3c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)c\theta'_5d_6 \\
Cof(j_{62}) &= c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3)a_3c\theta'_5d_6c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s\theta'_5d_6 + \\
&\quad + s\theta'_5A_1^cs(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)s\theta_4a_3 - s\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6c\theta_4a_3 \\
Cof(j_{63}) &= -c\theta_5[c\theta_2a_2 + c(\theta_2 + \theta_3)a_3]c\theta'_5d_6c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s\theta'_5d_6 - \\
&\quad - s\theta'_5A_1^cs(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)[s(\theta_3 + \theta_4)a_2 + s\theta_4a_3] + \\
&\quad + s\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6[c(\theta_3 + \theta_4)a_2 + c\theta_4a_3] \\
Cof(j_{64}) &= c\theta'_5c\theta_2a_2c\theta'_5d_6c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)s\theta'_5d_6 + \\
&\quad + s\theta'_5A_1^cs(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)[s\theta_3a_3 + s(\theta_3 + \theta_4)(a_4 + c\theta'_5d_6)]a_2 - \\
&\quad - s\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^cc\theta'_5d_6c(\theta_3 + \theta_4)a_2 \\
Cof(j_{65}) &= s\theta_3a_2a_3c\theta'_5c(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^c \\
Cof(j_{66}) &= -s\theta_3a_2a_3s(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)A_1^c
\end{aligned} \tag{IV.19}$$