PROJETO 2 - Física Estatística Computacional II - IFSC - USP - 2023

EQUAÇÕES DE ONDAS - I

Considere a equação de onda unidimensional

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{1}$$

sendo c a velocidade da onda. Tal equação descreve a amplitude de uma onda $Y(x,t)$ que se propaga sem dissipação e dispersão (por exemplo numa corda perfeita - tocada pelas harpas angelicais!). Para discretizar a equação acima faremos $x = i\Delta x$, $t = n\Delta t$ $(i, n = 0, 1, 2, \ldots)$

$$\frac{y(i,n+1) + y(i,n-1) - 2y(i,n)}{(\Delta t)^2} = c^2 \frac{y(i+1,n) + y(i-1,n) - 2y(i,n)}{(\Delta x)^2} \tag{2}$$

de forma que

$$y(i,n+1) = 2(1-r^2)y(i,n) + r^2[y(i+1,n) + y(i-1,n)] - y(i,n-1), \tag{3}$$

sendo $r = c\Delta t/\Delta x$ adimensional. A solução do problema consiste em achar-se o valor de $Y(i,n)$ na grade (i,n) $(i,n = 0,1,2,\ldots)$. Para que a solução seja única ("problema bem colocado") necessitamos de condições de contorno para que possamos iterar (**??**). Por exemplo neste projeto consideraremos a situação em que a onda parte do repouso $\dot{Y}(x,0) = 0$ $(Y(i,n) = Y_0(i),\ n < 0)$ onde possue uma forma inicial $Y(x,0) = Y_0(x)$ $(Y = Y_0(i))$. Nestas condições estaríamos tratando da propagação de uma onda num meio infinito. Como estaremos interessados em propagação em meios finitos (tamanho L) teremos $i = 0, 1, \ldots, L/\Delta x$. Precisamos neste caso especificar as condições de contorno do meio $Y(0,t)$ e $Y(L,t)$, que podem ser as mais diversas (livres, fixas, mistas, forçadas, etc.).

(I) Faça um programa que calcule as ondas perfeitas de velocidade c em um meio não dissipativo ou dispersivo de comprimento L. Especialize seu programa para a situação em que $Y(x,0) = Y_0(x)$ é dada e $dY(x,t)/dt|_{t=0} = 0$ (onda parte do repouso). Considere fronteiras fixas. Desta forma os parâmetros do programa serão $L, c, \Delta x, r$ e Y_0 (que pode ser fornecida numa subrotina com a mesma discretização). Para testes escolha $L = 1m$ e $c = 300m/s$. Considere um pacote Gaussiano incial

$$Y(x,0) = Y_0(x) = \exp[-(x-x_0)^2/\sigma^2] \tag{4}$$

com $x_0 = L/3$ e $\sigma = L/30$.

(Ia) Escolha Δx apropriado para uma boa aproximação da equação 1 (reveja o que aprendeu em física computacional I) e escolha $r = 1$. Mostre graficamente o perfil da onda obtida para vários tempos.

(Ia1) Que valor de Δx voce usou?

(Ia2) O pacote se deforma?

(Ia3) Discuta as reflexões.

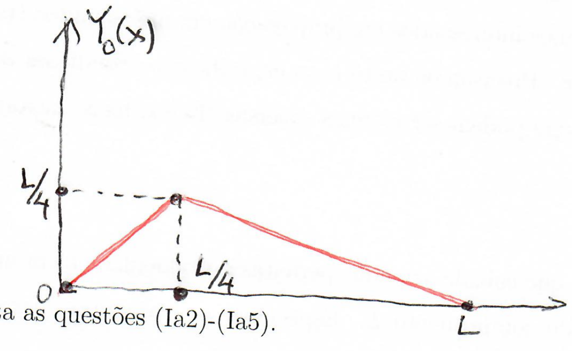
(Ia4) Discuta as interferências.

(Ia5) A configuração inicial será repetida quando?

(Ib) Use o Δx do ítem anterior mas escolha $r = 2$. Compare seus resultados com o ítem anterior. Explique seus resultados.

(Ic) Use o Δx do ítem (Ia) mas escolha $r = 0.25$. Compare seus resultados com o do ítem (Ia). Explique seus resultados.

(II) Considere o ítem (I) mas com $Y_0(x)$ dado com num violão, isto é:



Repita as questões (Ia2)-(Ia5).

Folha Auxiliar ao Projeto II