Algoritmos e Estruturas de Dados III

3º Período Engenharia da Computação

Prof. Edwaldo Soares Rodrigues
Email: edwaldoroadsf1@yahoo.com.br
Material do prof. Jairo F.

UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE MINAS GERAIS | UEMG
UNIDADE DIVINÓPOLIS

Introdução

- No problema de busca, é suposto que existe um conjunto de chaves $S=\{s_1, \ldots, s_n\}$ e um valor *x* correspondente a uma chave que se deseja localizar em S.
- Nos métodos vistos até agora, tentavam estruturar S de alguma forma conveniente e, através de comparações de *x* com s_i de S, tentar localizar *x* em S.
- Nesses métodos, cada chave s_i, bem como a chave desejada *x*, é tratada como um único elemento indivisível.

Introdução

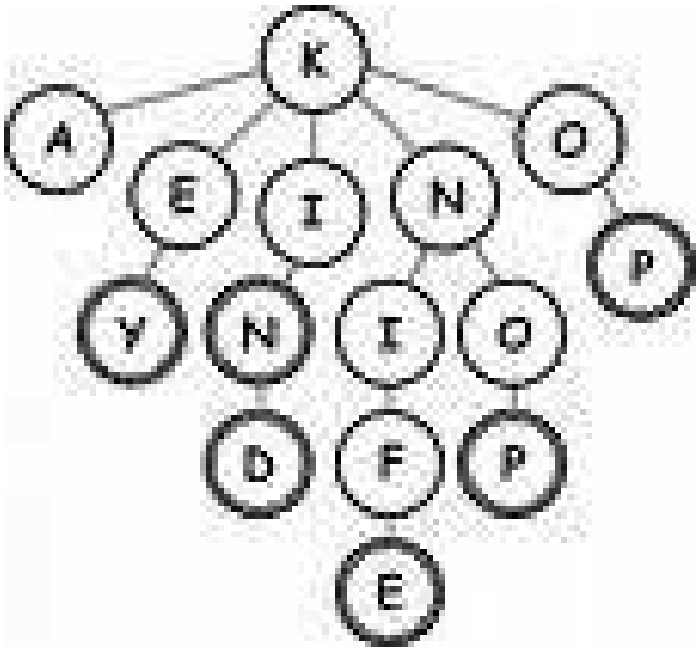
- Porém, nem sempre as chaves serão do mesmo tamanho e podem exceder o espaço definido para elas.
- Suponha que se deseje armazenar um texto literário para, em seguida, tentar localizar frases nesse texto.
- Neste caso, o conjunto S de chaves corresponderia às frases armazenadas e cada s_i à uma frase passível de ser buscada.
- Neste cenário, a busca digital é a mais apropriada.

Busca digital

- A diferença entre a busca digital e a busca estudada até agora é que a chave não é tratada como um elemento indivisível.
- Isto é, assume-se que cada chave é constituída de um conjunto de caracteres ou dígitos definidos em um alfabeto apropriado.
- Em vez de se comparar a chave procurada com as chaves do conjunto armazenado, a comparação é efetuada, individualmente, entre os dígitos que compõem as chaves, dígito a dígito.
- O método de pesquisa digital é análogo à pesquisa manual em dicionários: com a primeira letra da palavra são determinadas todas as páginas que contêm as palavras iniciadas por aquela letra e assim por diante

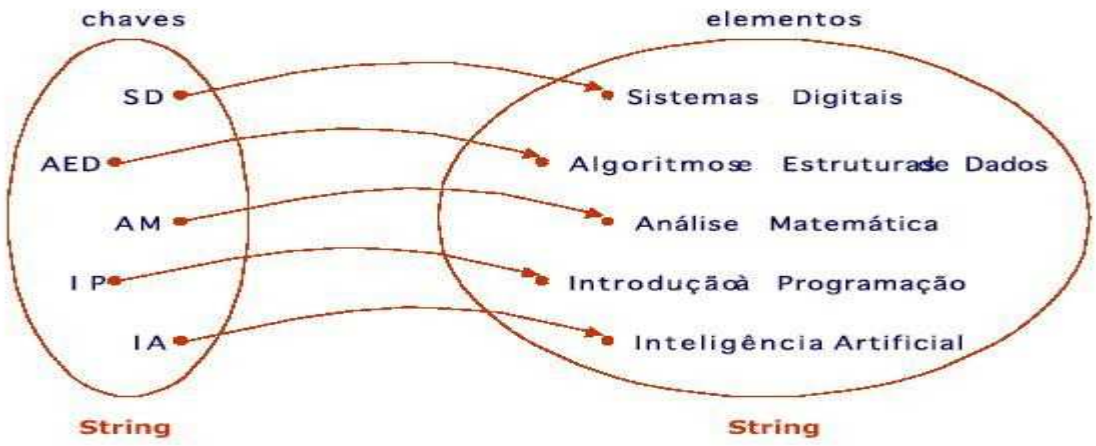
Introdução

- TRIE vem de RETRIEVAL – RECUPERAÇÃO
  - Pronúncia: TRI ou TRAI
- É um tipo de árvore de busca.
- Idéia geral: usar partes das CHAVES como caminho busca
- Origem: anos 60 por Edward Fredkin



CHAVES: Características

- Cada chave formada por palavras sobre um alfabeto
- Palavras com tamanho variável e ilimitado
- Em geral associam-se chaves a elementos ou registros, como na tabela Hash



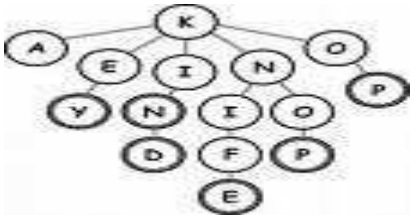
CHAVES: Características

- Cada chave é formada a partir de alfabeto de símbolos
- Exemplos de alfabetos:

{0,1}, {A, B, C, D, E,...Z}, {0,1,2,3,4,5,...,9}

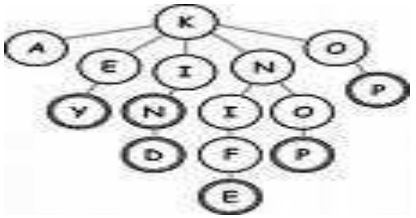
- Exemplos de chaves:
  ABABBBABABA 19034717 Maria
  01010101000000000101000000001010
- Chaves parcialmente partilhadas entre os elementos

Trie: A estrutura



- Árvore ordenada e n-ária
- Chaves em geral caracteres
- Ao contrário da árvore de busca binária nenhum nó armazena a chave
- Chave determinada pela posição na árvore

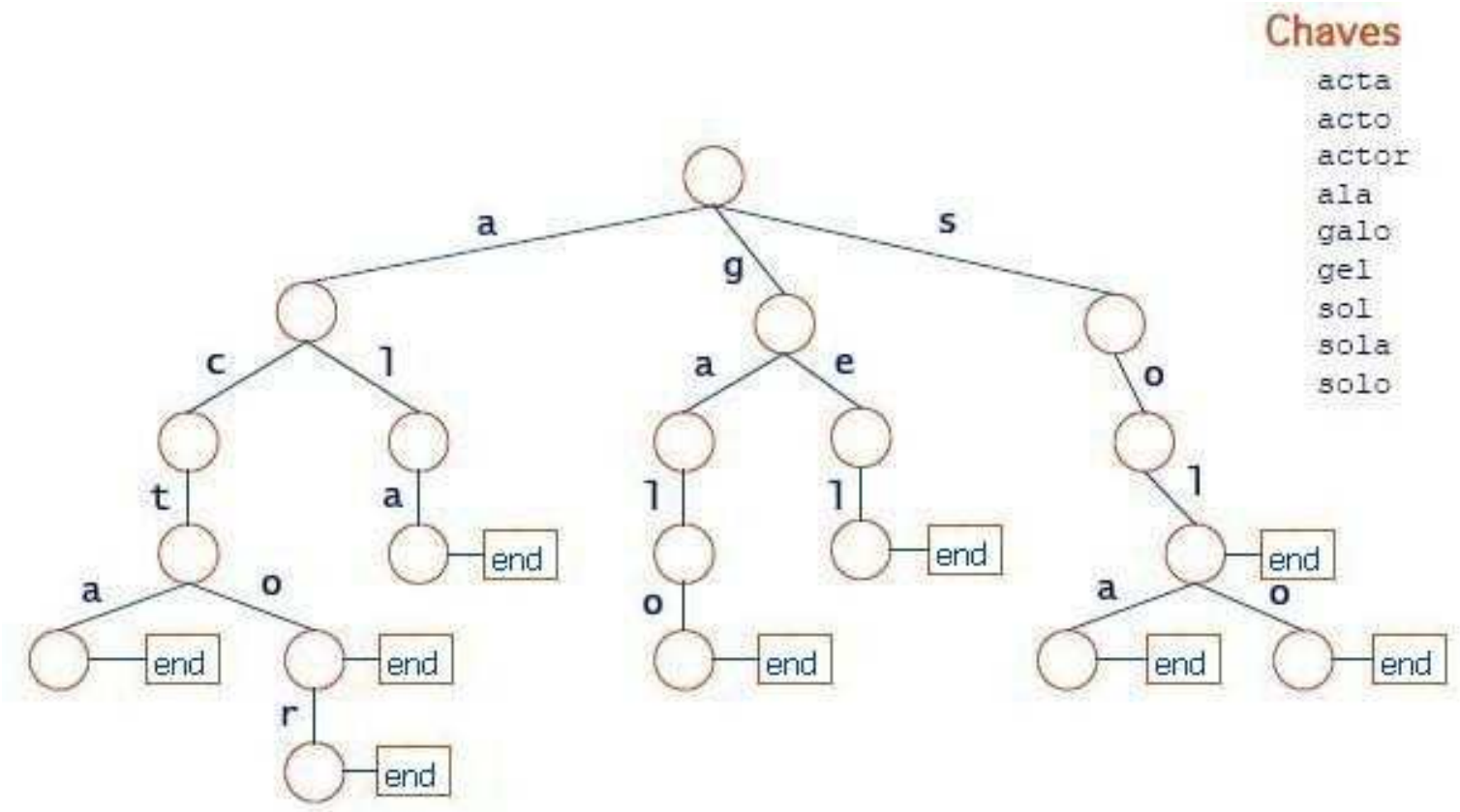
Trie: A estrutura



- Descendentes de mesmo nó com mesmo prefixo
- Raiz: cadeia vazia
- Valores ou elementos associados a folhas ou a alguns nós internos de interesse
- O caminho da raiz para qualquer outro nó é um prefixo de uma string

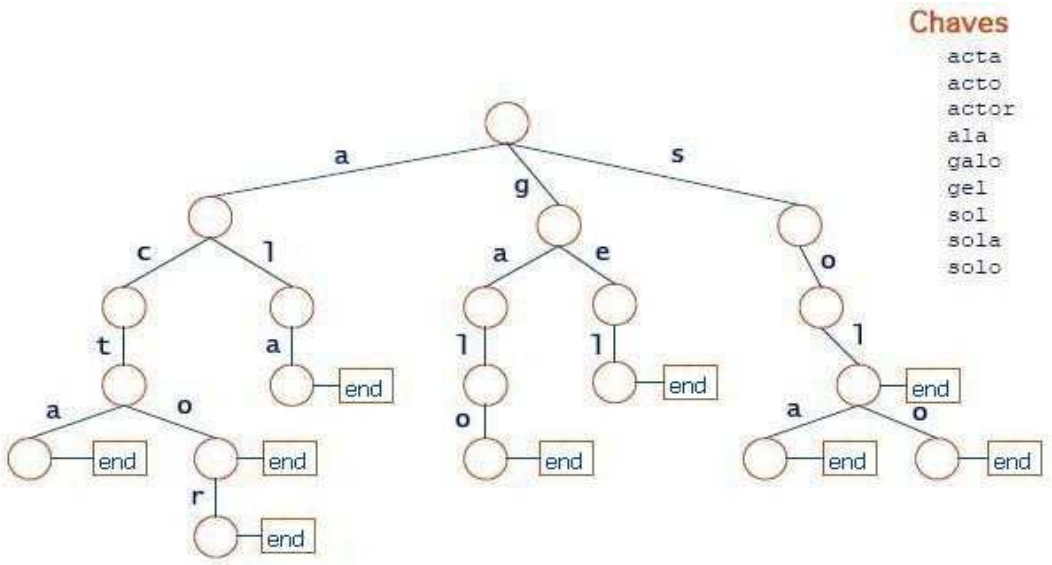
Trie: A estrutura

- Árvore ordenada e n-ária



Trie: A estrutura

- O grau corresponde ao tamanho do alfabeto
- A trie pode ser vista como um autômato finito
- Cada nível percorrido corresponde a avançar um elemento na chave



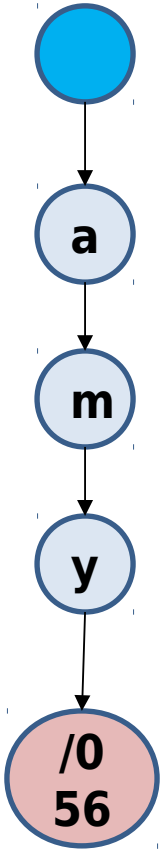
Montando uma árvore TRIE

- amy 56
- ann 15
- emma 30
- rob 27
- roger 52

Estes são pares que queremos colocar na árvore TRIE

Montando uma árvore TRIE

- amy 56



<- Nível 0 (RAIZ)

<- Nível 1

<- Nível 2

<- Nível 4

<- Nível 5

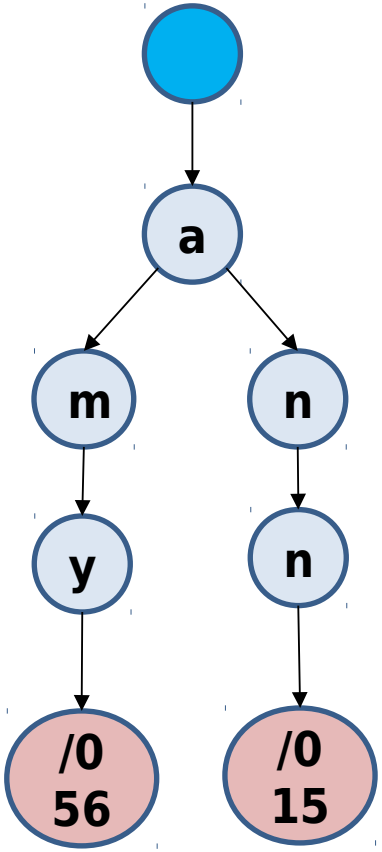
Montando uma árvore TRIE

- INSIRA

ann 15

Montando uma árvore TRIE

- ann 15



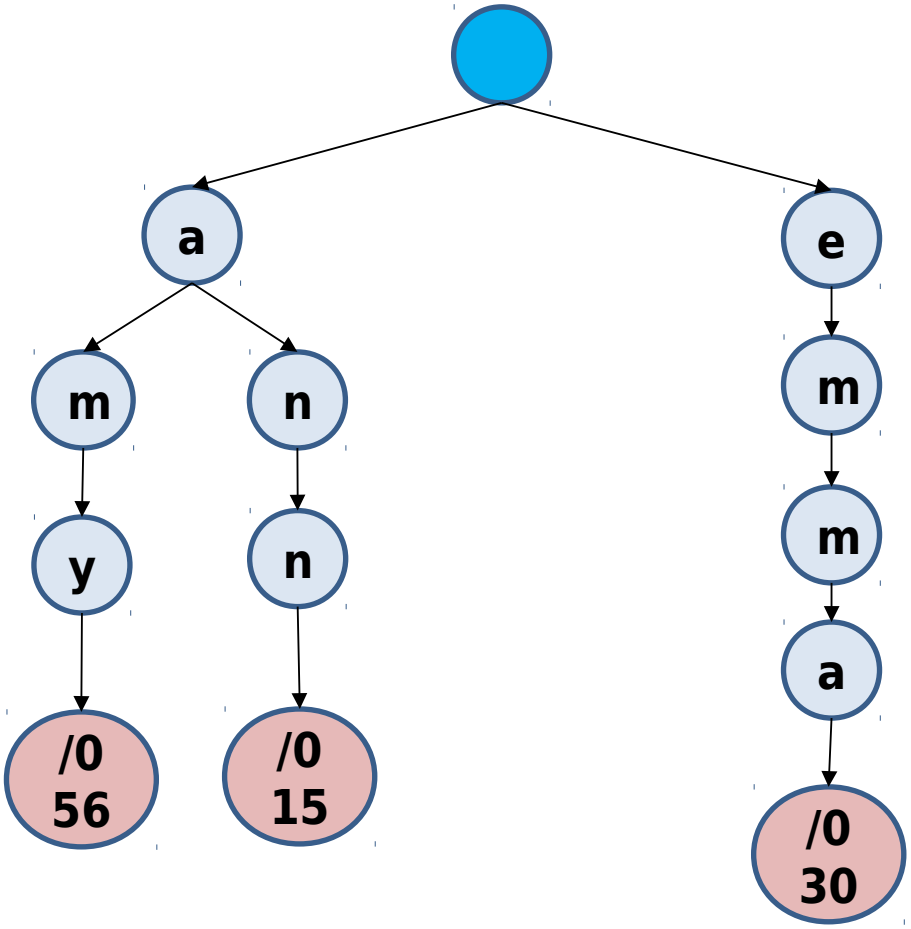
Montando uma árvore TRIE

- INSIRA

emma 30

Montando uma árvore TRIE

- emma 30



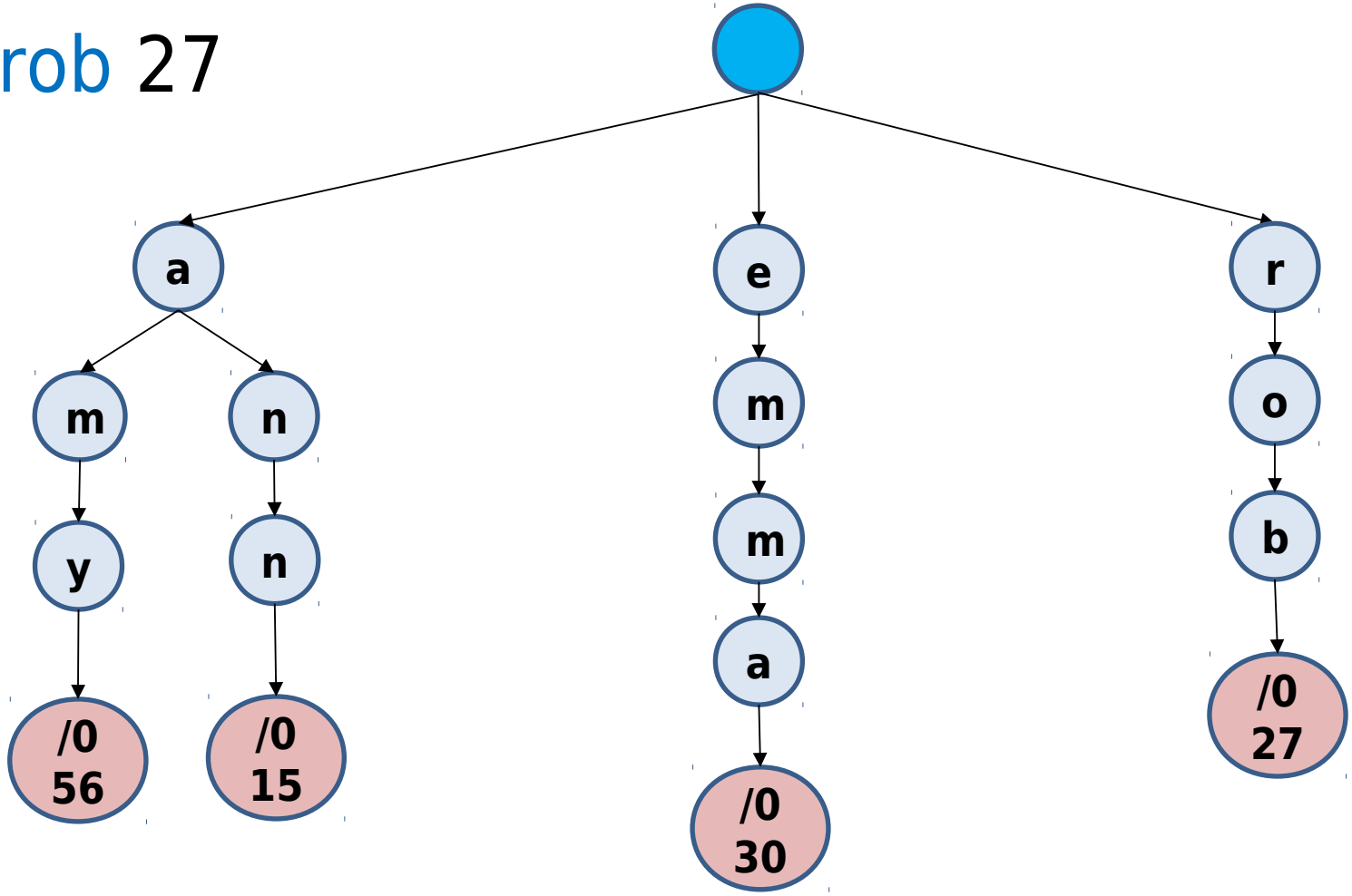
Montando uma árvore TRIE

- INSIRA

rob 27

Montando uma árvore TRIE

- rob 27



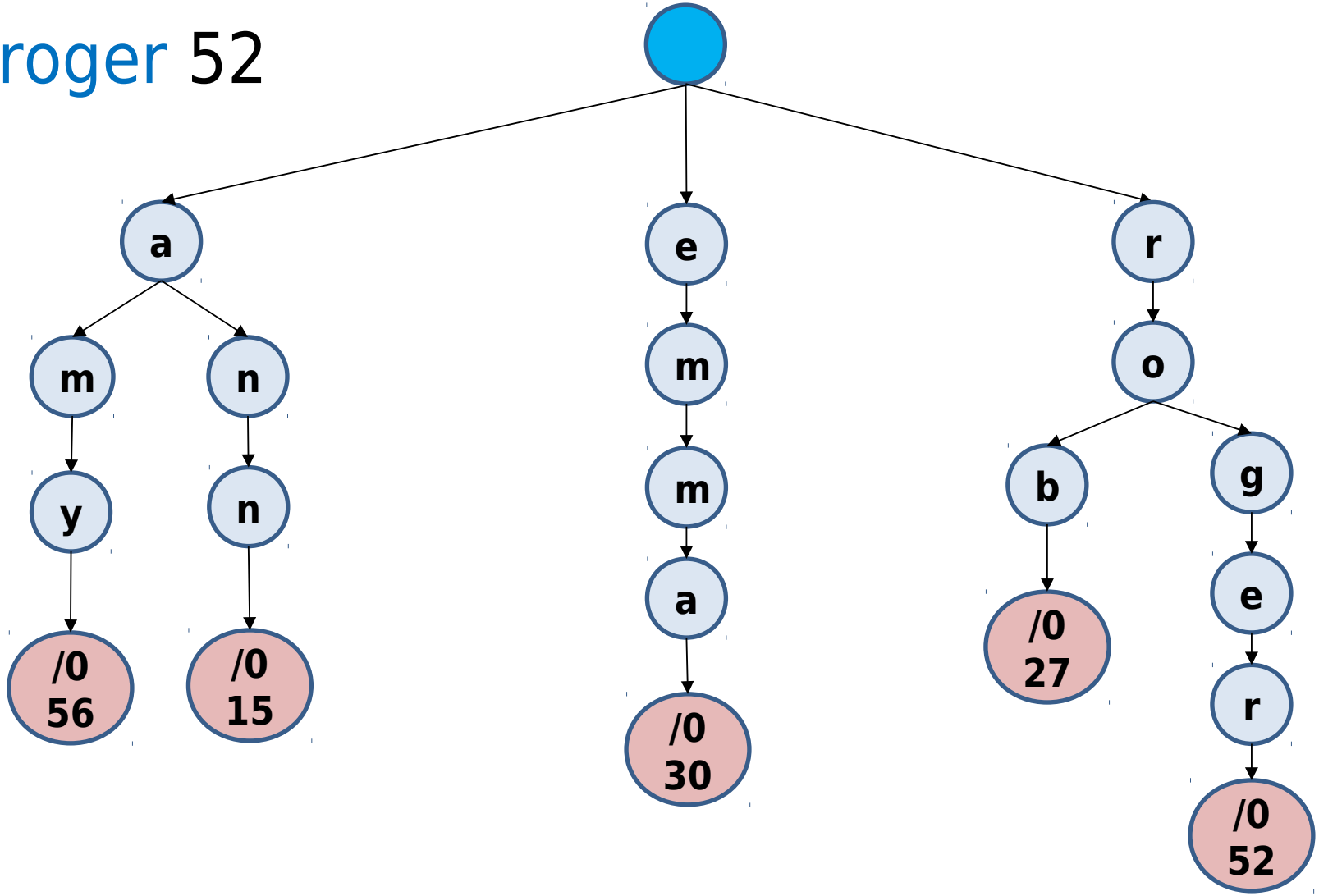
Montando uma árvore TRIE

- INSIRA

roger 52

Montando uma árvore TRIE

- roger 52



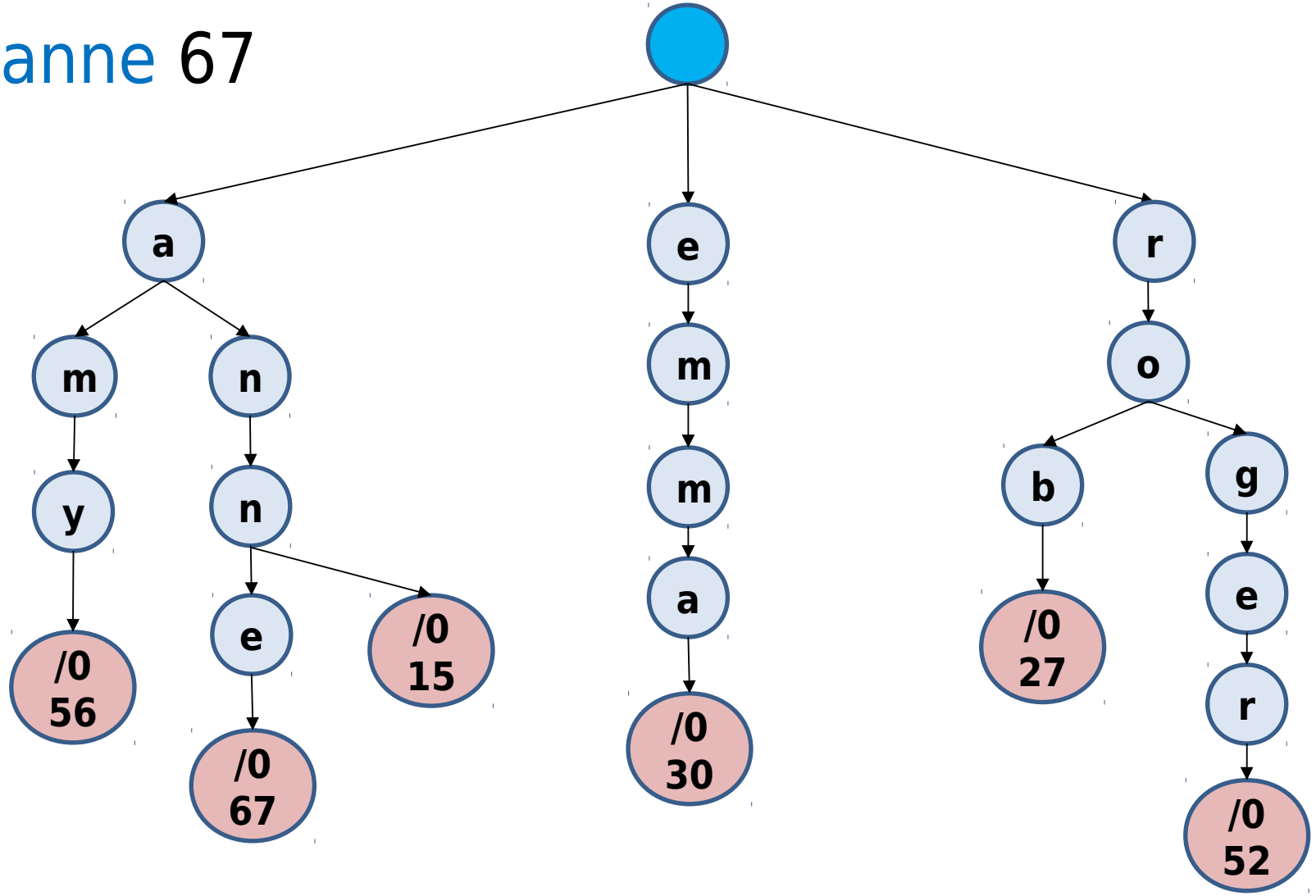
Montando uma árvore TRIE

- INSIRA

anne 67

Montando uma árvore TRIE

- anne 67



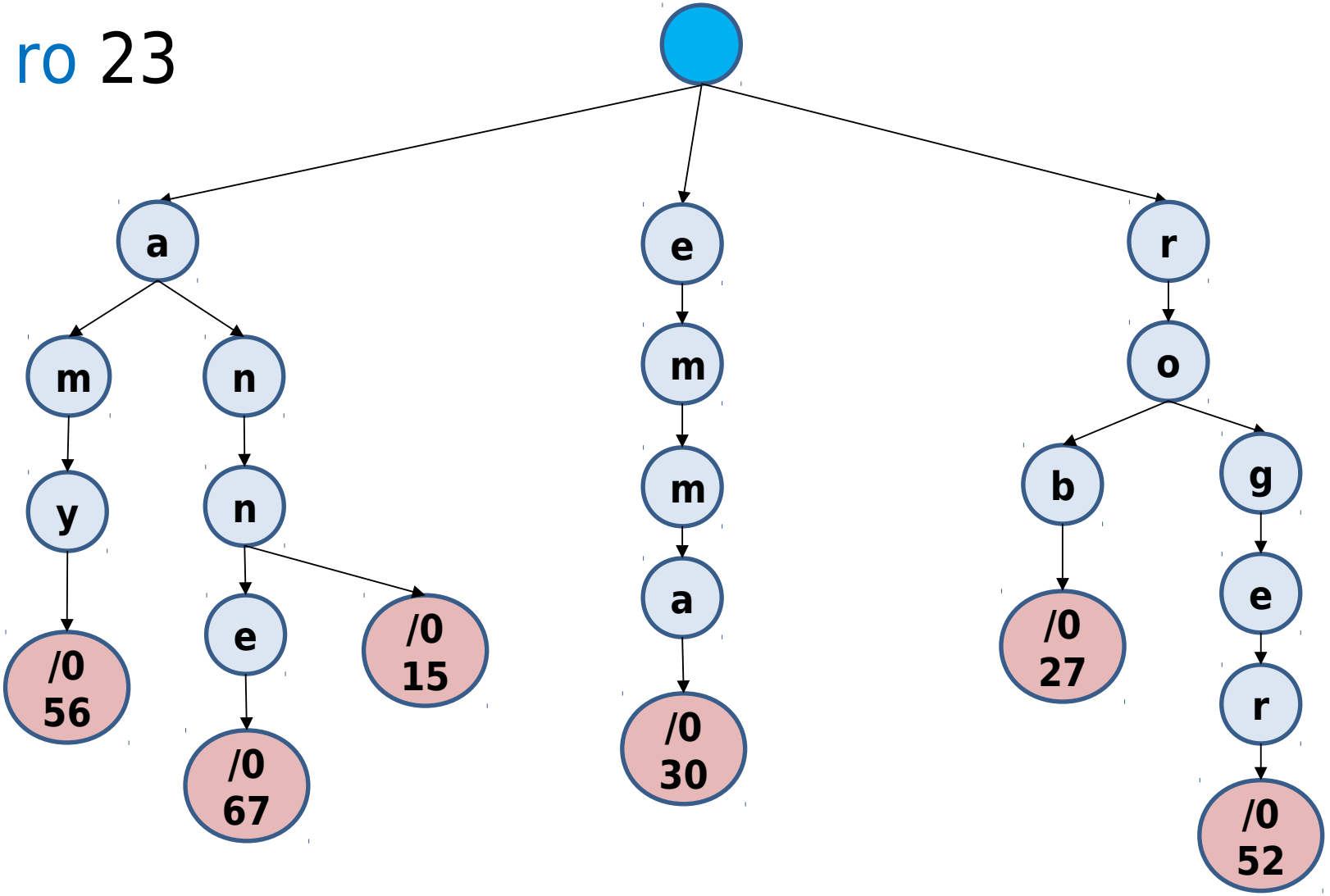
Montando uma árvore TRIE

- INSIRA

ro 23

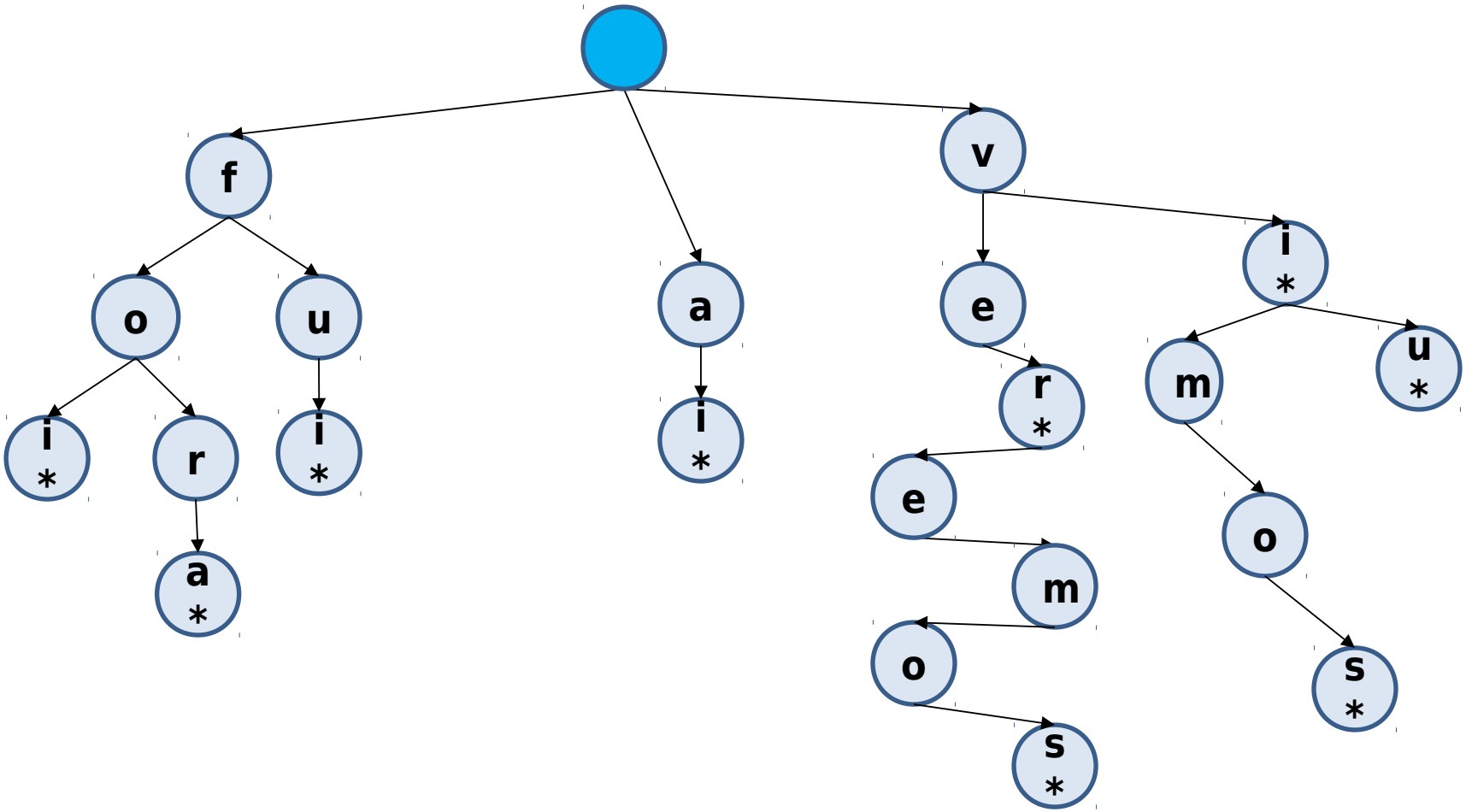
Montando uma árvore TRIE

- ro 23



EXERCÍCIO

- Quais chaves/palavras estão representadas nesta trie?

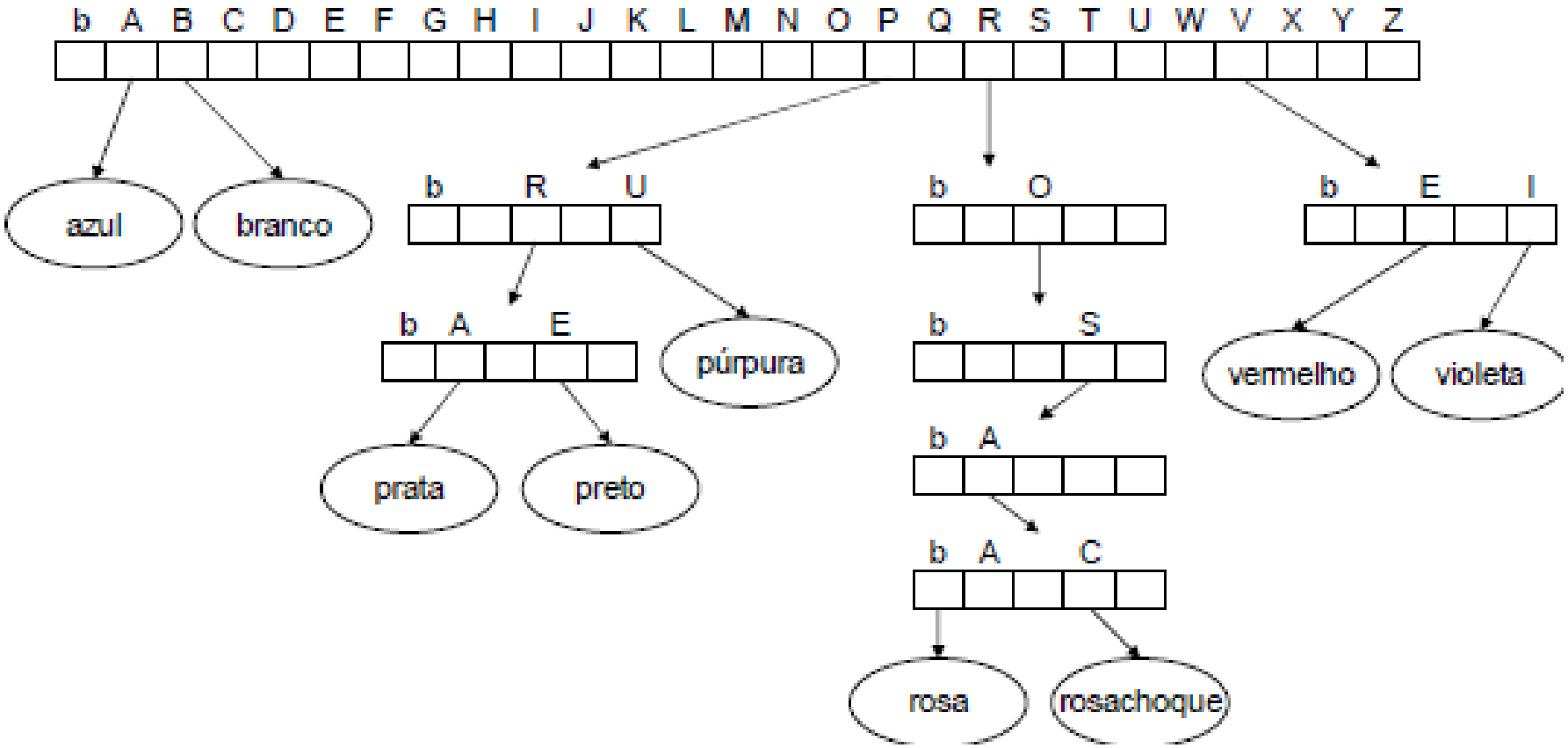


Implementando uma TRIE

- Implementação mais simples: R-WAY
  - A árvore contém dois tipos de nós: nó de desvio e nó de informação.
  - Cada nó de desvio contém todos os valores do alfabeto mais 1 símbolo especial para determinar uma chave.
  - Há desperdício de espaço.
- Considere uma trie para armazenar chaves do alfabeto {a, b, c, d, ..., z}
  - Ou seja, 27 letras

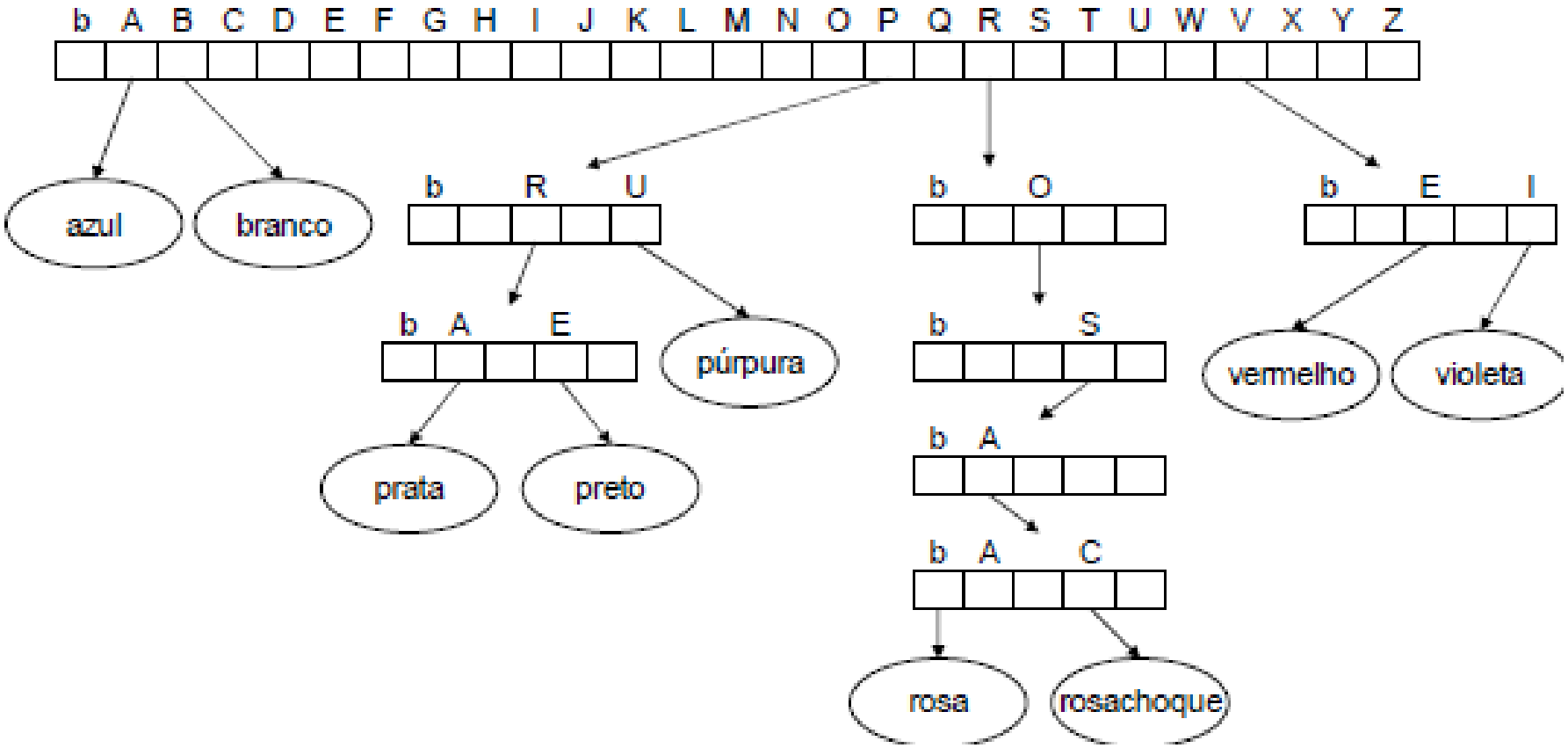
Implementando uma TRIE

- A árvore seguinte contém dois tipos de nós: nó de desvio e nó de informação .



Implementando uma TRIE

- Nó de desvio contém 27 campos + 1 (b) para determinar uma chave.



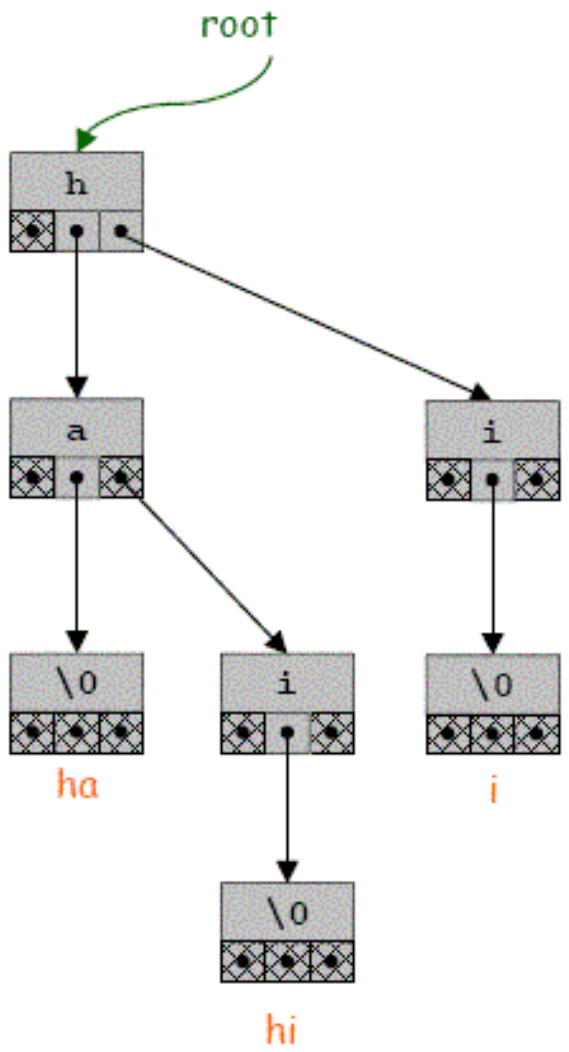
Implementando uma TRIE

TST- Ternary Search Tree

Cada nó aloca três ponteiros

Centro: caractere seguinte
Filhos da esquerda e direita: caracteres alternativos

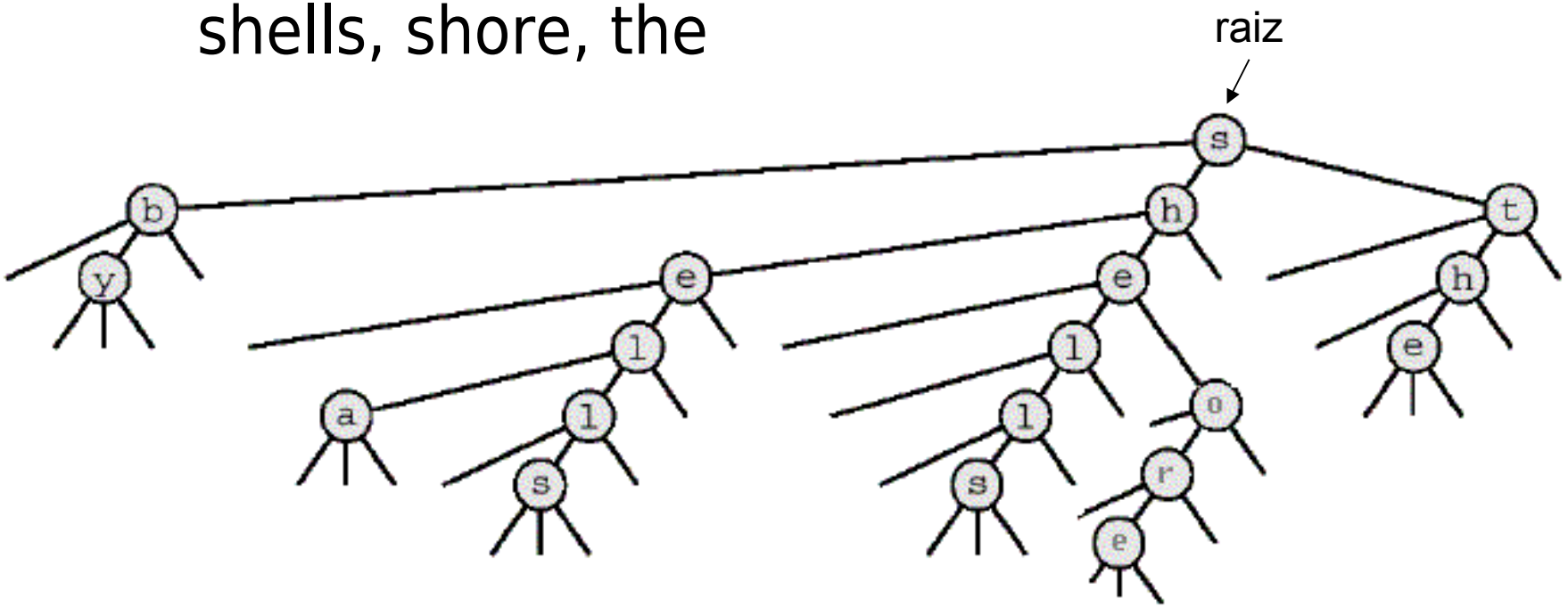
Tem desempenho melhor no que se refere a espaço.



Implementando uma TRIE

TST- Ternary Search Tree

Chaves: by, sea, sells, shells, shore, the



Operações em TRIES

- INSERÇÃO

  Faz-se uma busca pela palavra a ser inserida.

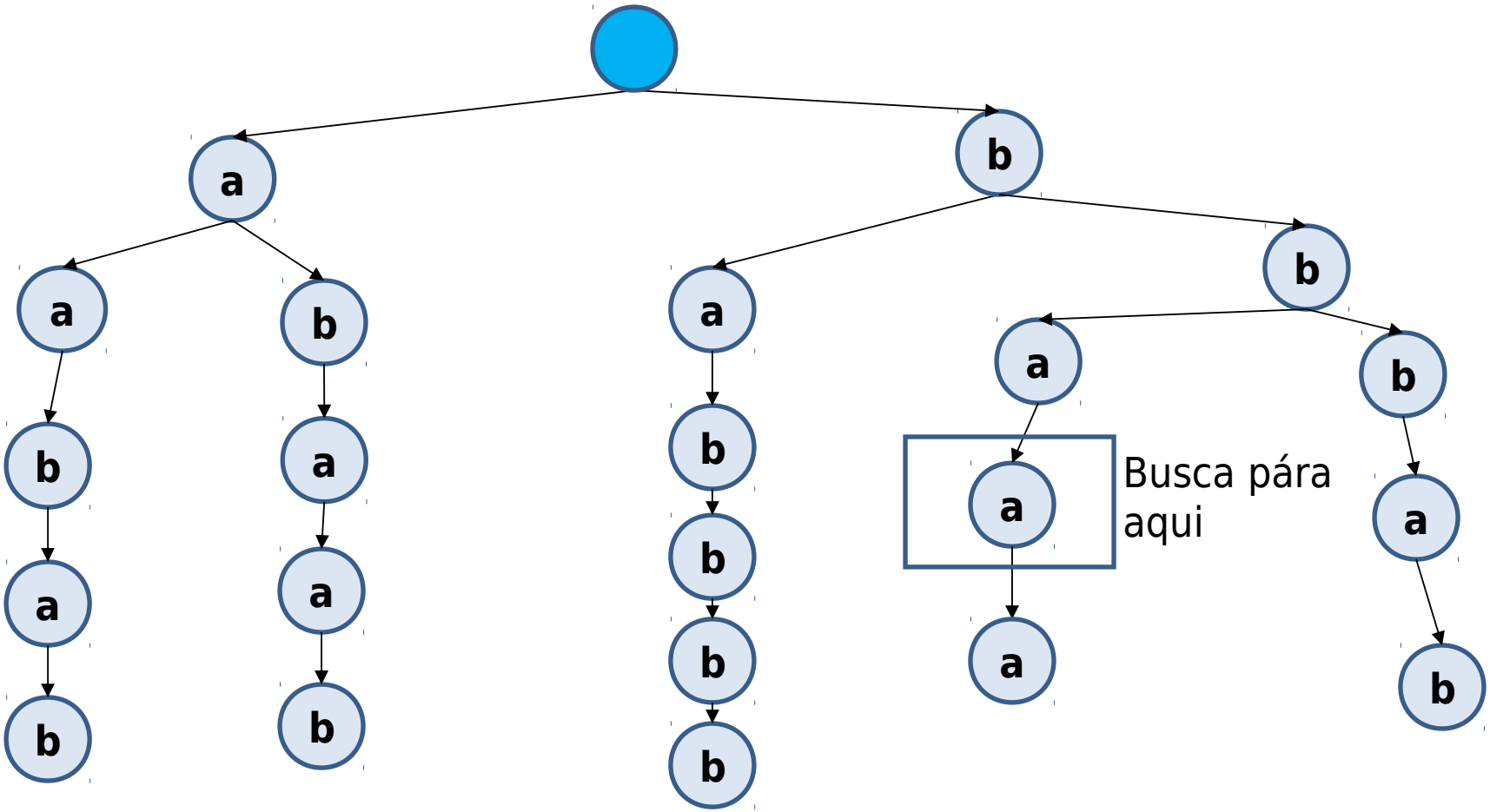
  Se ela já existir na TRIE nada é feito.

  Caso contrário, é recuperado o nó até onde acontece a maior substring da palavra a ser inserida.

  O restante dos seus caracteres são adicionados na TRIE a partir daquele nó

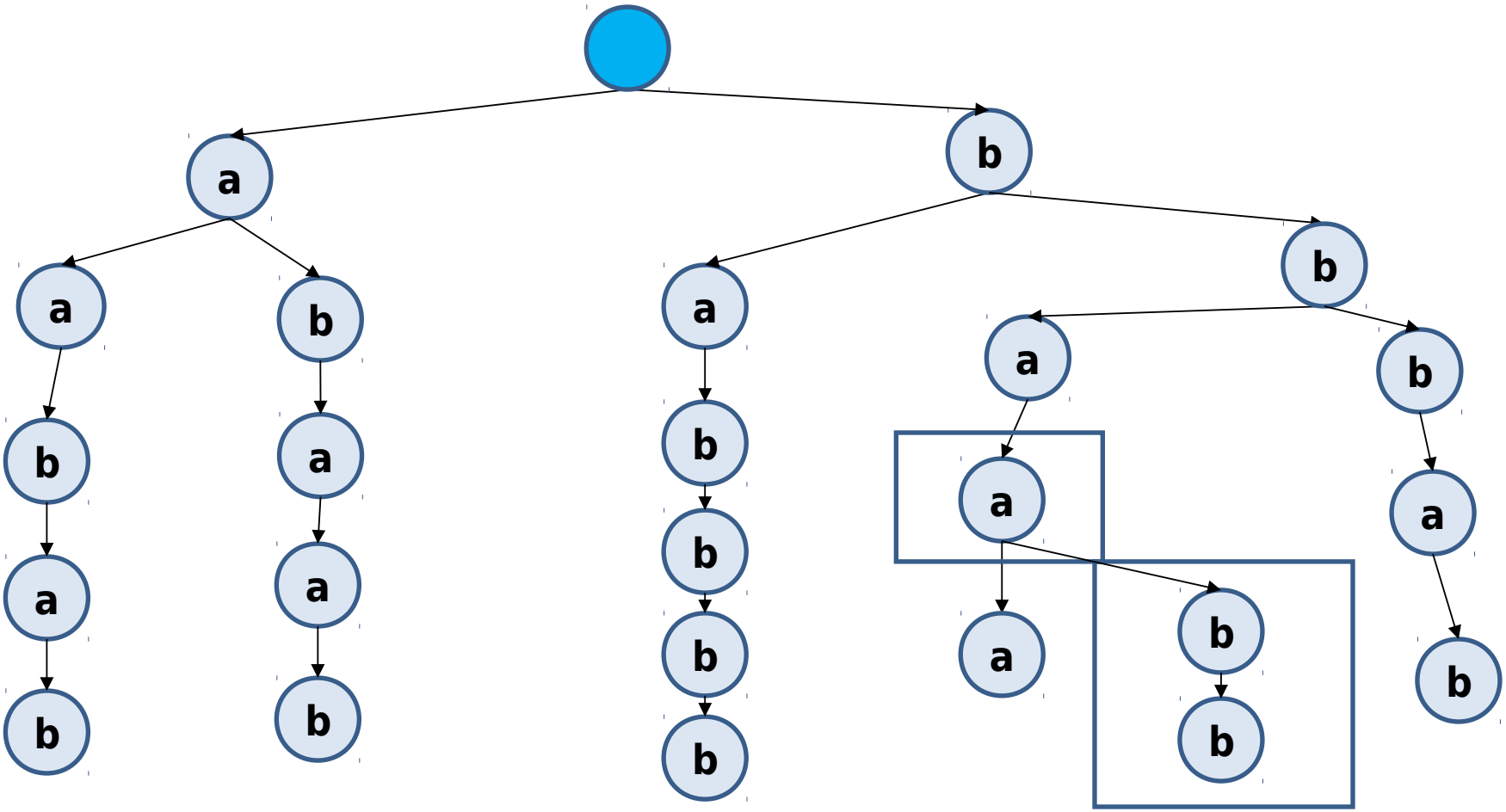
Operações em TRIES

Inserção : bbaabb



Operações em TRIES

Inserção : bbaabb



Operações em TRIES

- É MEMBRO

  1. Busca no nível superior o nodo que confere com o primeiro caractere (corrente) da chave
  2. Se nenhum nó confere, retorna FALSO

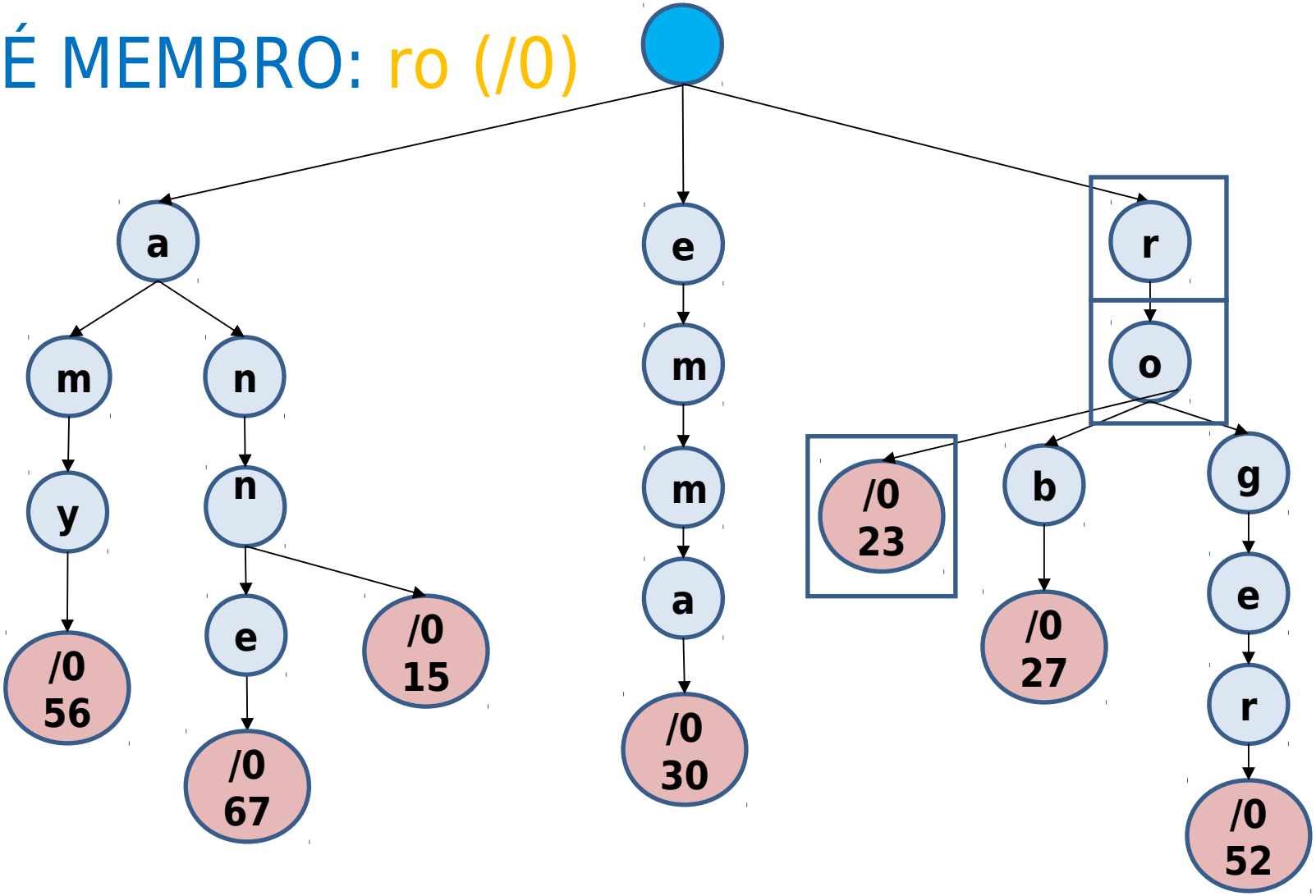
     Senão
  3. Se o caractere que confere é \0

     Retorna Verdadeiro

     Senão
  4. Move para a subTRIE que confere com esse caractere
  5. Avança para o próximo caractere na chave
  6. Vá para passo 1

Operações em TRIES

- É MEMBRO: ro (/0)



Operações em TRIES

- REMOÇÃO

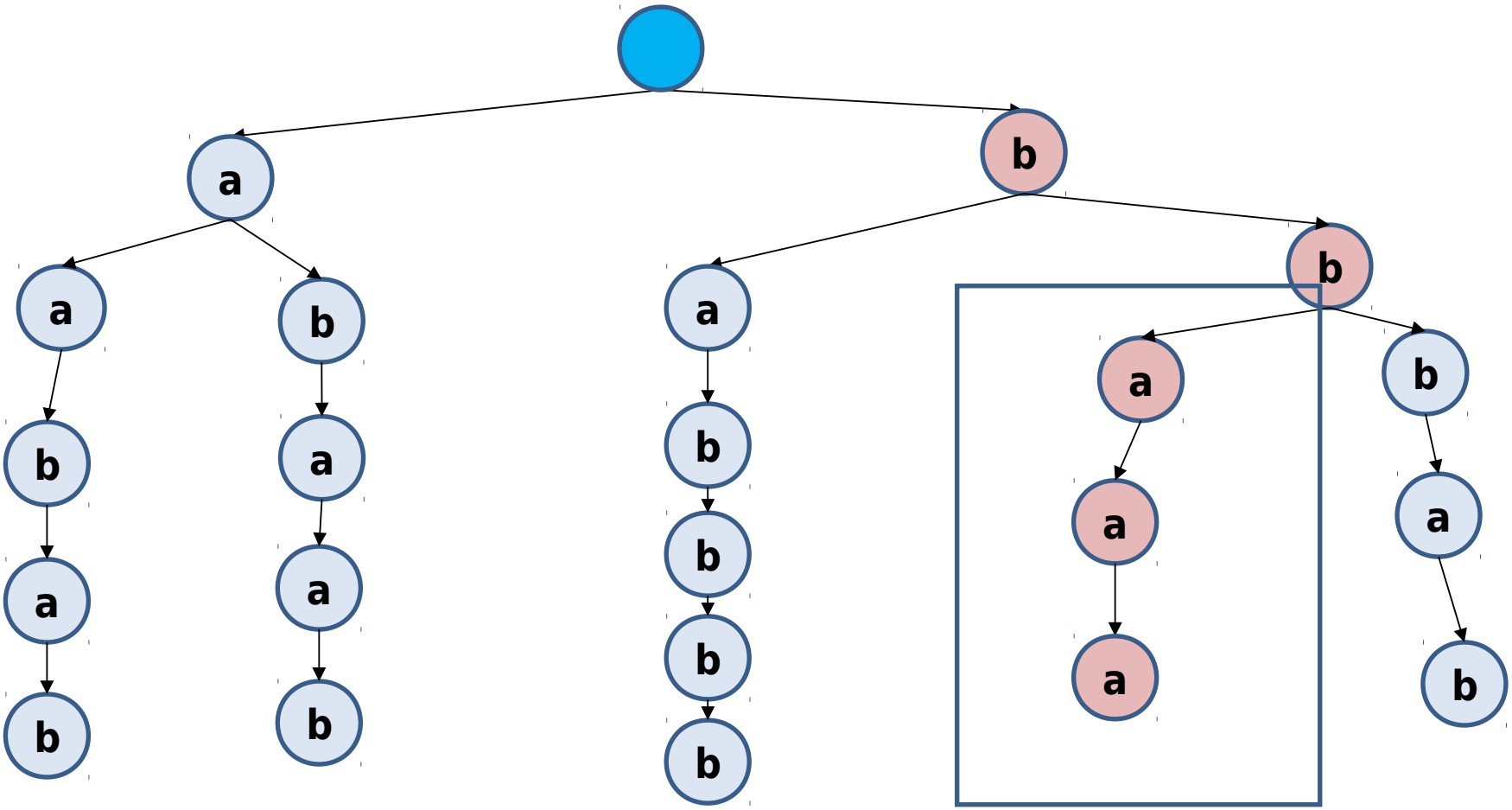
  Busca-se o nó que representa o final da palavra a ser removida.

  São removidos os nós que possuem apenas um filho pelo caminho ascendente.

  A remoção é concluída quando se encontra um nó com mais de um filho

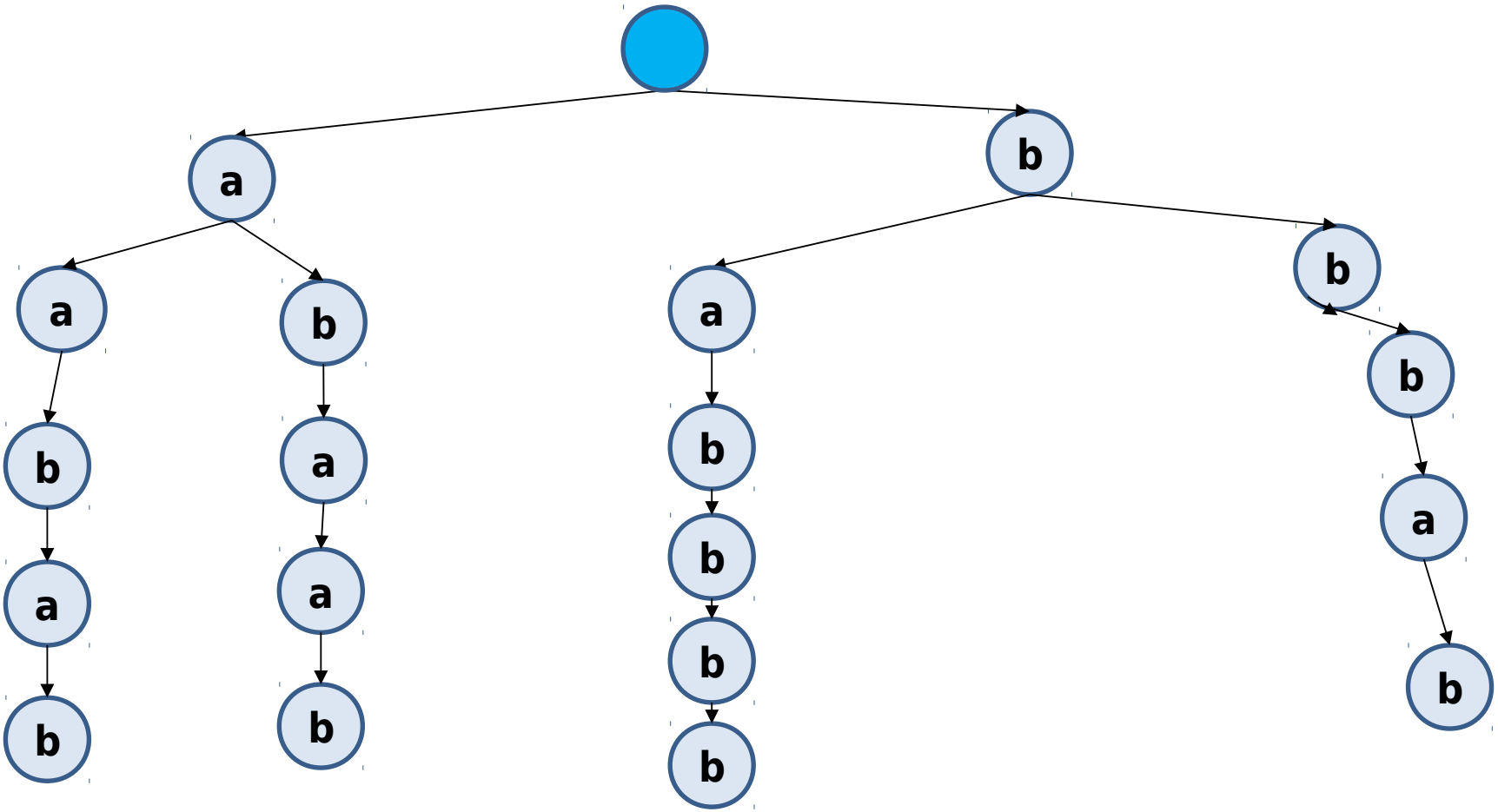
Operações em TRIES

Remoção : bbaaa



Operações em TRIES

Remoção : bbaaa



Operações em TRIES

- COMPLEXIDADE

  A altura da árvore é igual ao comprimento da chave mais longa

  O tempo de execução das operações não depende do número de elementos da árvore

  Complexidade: O (AK)

  A = tamanho do alfabeto

  K = tamanho da chave

  A utilização de uma TRIE só compensa se o acesso aos componentes individuais das chaves for bastante rápido

  Quanto maior a estrutura mais eficiente o uso do espaço.

  Para enfrentar o desperdício de espaço com estruturas pequenas foram criadas as árvores de PREFIXO e a PATRÍCIA

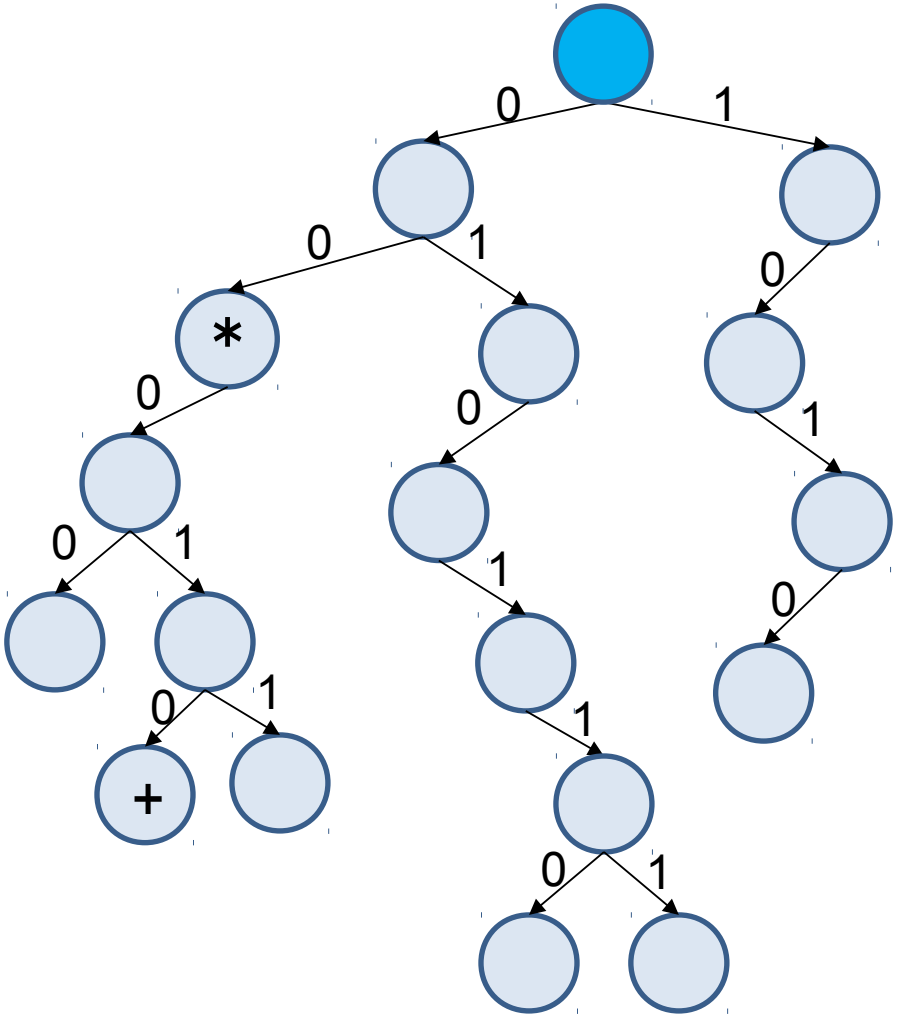
Árvore Digital Binária

- Árvore digital binária é simplesmente o caso binário da árvore digital, ou seja, uma árvore m-ária com m=2.
  - Neste caso, representa-se o alfabeto por {0,1}
- A seleção do filho esquerdo de um nó é interpretada como o dígito 0 e o direito como 1.
- A maior utilização de árvores digitais dá-se, possivelmente, nesse caso binário.
  - Chaves ou códigos binários são os mais empregados na computação.

Árvore Digital Binária: Exemplo

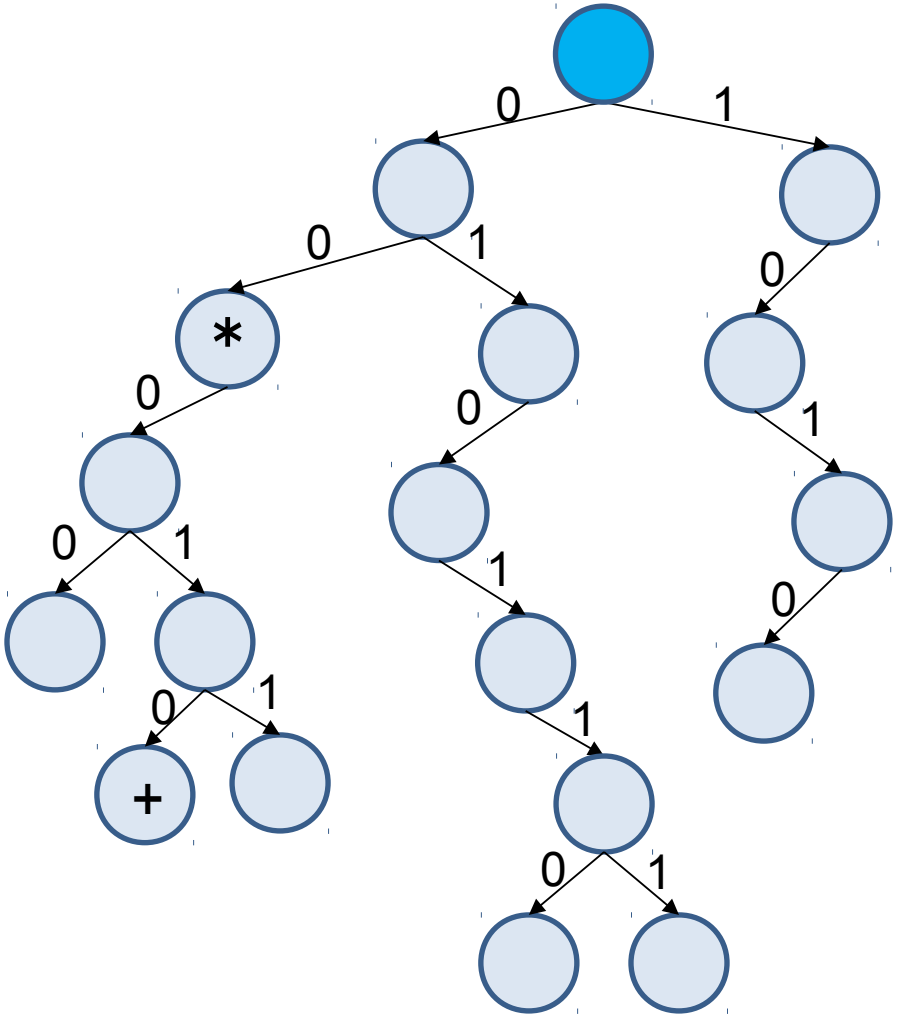
- Chaves:

00 ➔ *
0000
00010 ➔ +
00011
010110
010111
10
101
1010



Árvore Digital Binária

- Caso sejam gravadas somentes as chaves {1010, 010110, 010111, 0000, 00010, 00011}
  - Zig-zags desnecessários
  - Maior espaço de memória ocupado desnecessariamente
- Alternativa
  - Criar a árvore tentando reduzir os zig-zags inúteis



Árvore Binária de Prefixo

- Ao analisar as chaves, verificamos que algumas são prefixos de outras na coleção.
- Por exemplo:

00	010110	10
0000	010111	101
00010		1010
00011		

- Isso corresponde a dizer que o caminho da raiz até o nó de chave 00 é parte do caminho da raiz até o nó de chave 00010
- Frequentemente, para melhor manipular a estrutura, deseja-se que tal situação não aconteça.
- Assim, uma árvore binária de prefixo é uma árvore digital binária tal que nenhum código seja prefixo do outro.

Árvore Binária de Prefixo

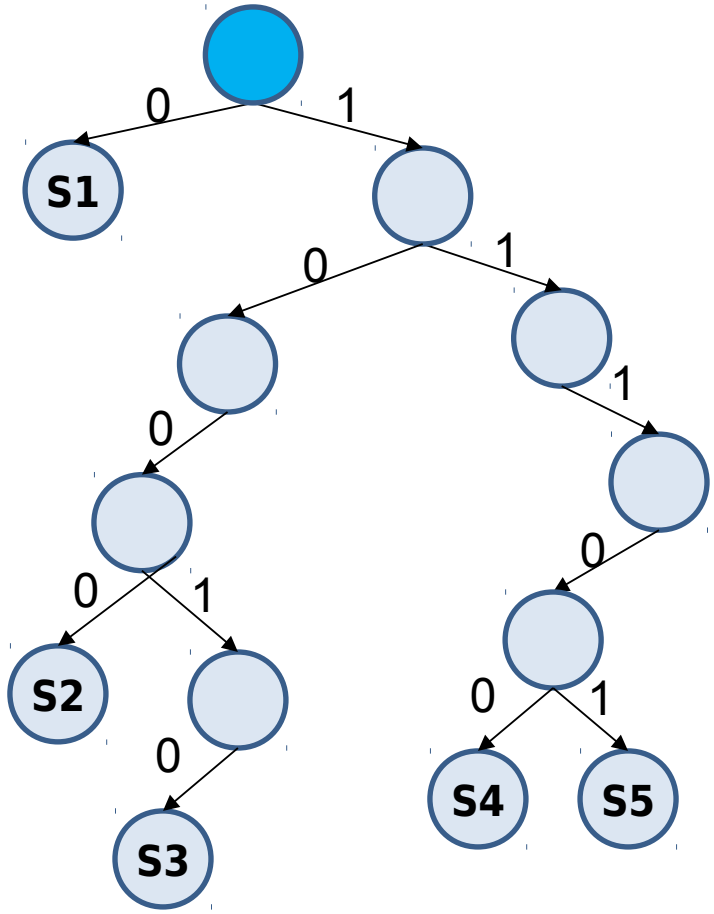
S1 = 0

S2 = 1000

S3 = 10010

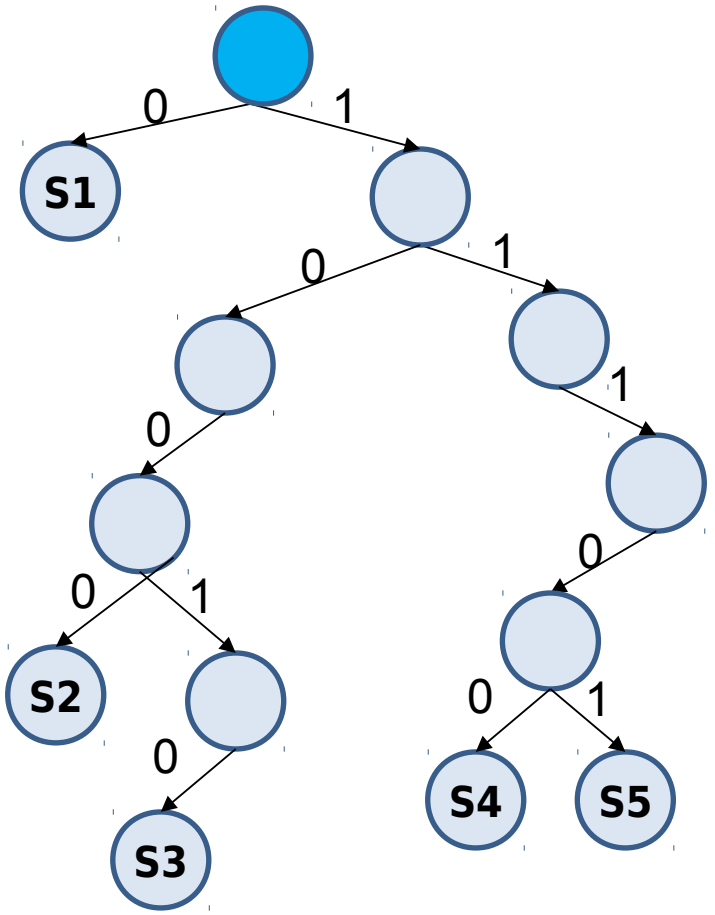
S4 = 11100

S5 = 11101



Árvore Binária de Prefixo

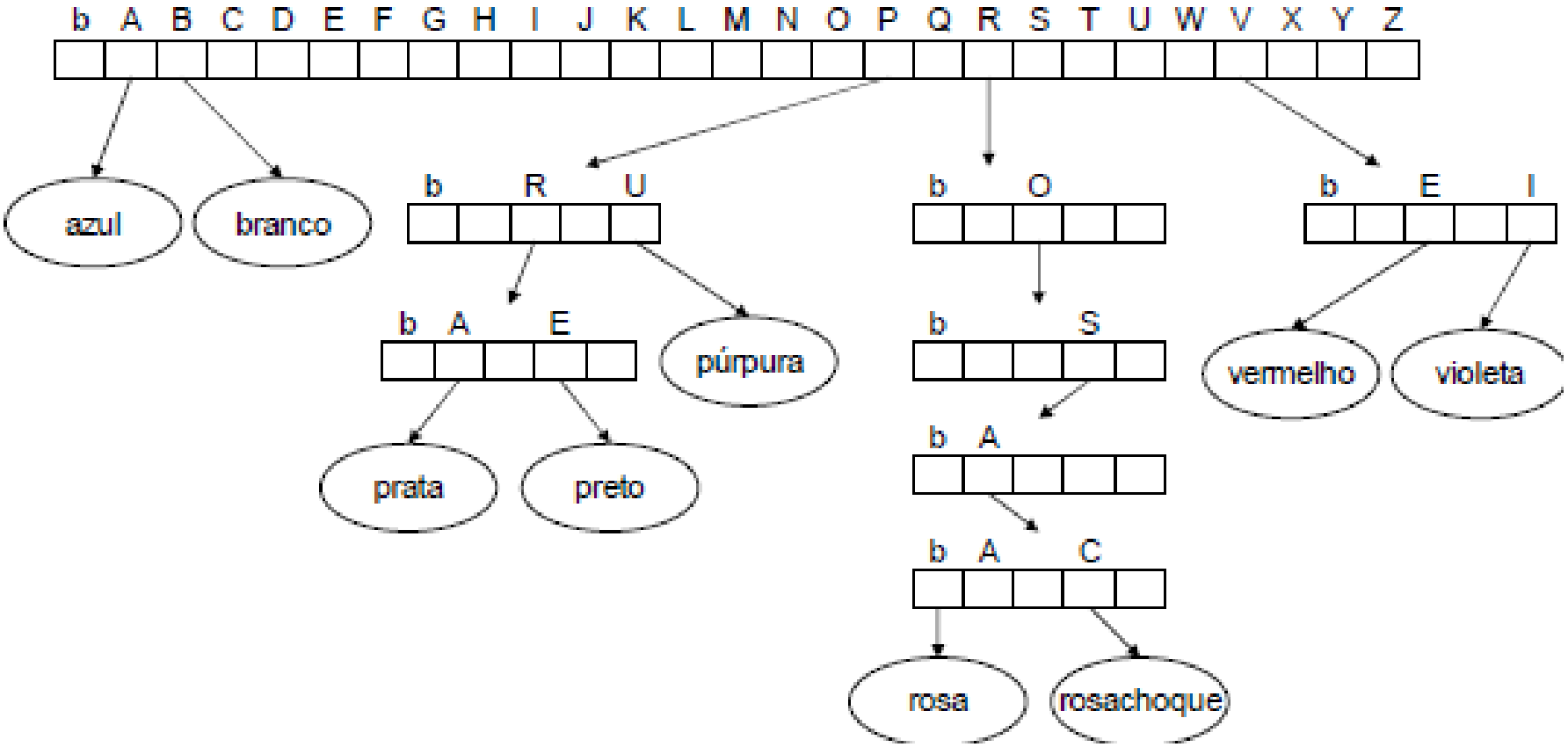
- Uma propriedade interessante da árvore binária de prefixo é que há uma correspondência entre o conjunto de chaves e o das folhas das árvores.
- Isto é, cada chave é unicamente representa por uma folha e a codificação binária dessa chave corresponde ao caminho da raiz até essa folha.



Outra alternativa

- Nem sempre poderá ser possível criar uma árvore de prefixo
  - Caso deseja-se incluir chaves rosa ou rosachoque, por exemplo
- Porém, podemos simplificar a estrutura evitando adicionar todo o caminho até o nó, caso o caminho até o nó seja o único a ser percorrido.
  - Por exemplo, ao inserir a chave “rosachoque”, não precisaríamos inserir o caminho “choque” caso só exista a chave “rosa”.
  - Essa solução é útil quando temos controle sobre as chaves que serão buscadas. Ou seja, não teríamos uma busca da chave “rosaclaro”!
  - Caso não se tenha controle das chaves que serão buscadas, é necessário verificar, ao final do caminho, se o valor da chave correspondente ao nó encontrado é **o mesmo** da chave pesquisada. Caso não seja, a chave não existe na árvore.

Outra alternativa



- Como implementar essa abordagem? Árvore Patrícia!

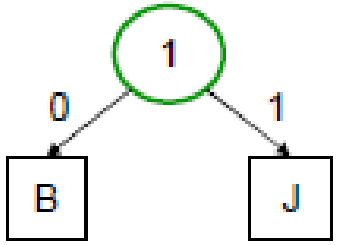
Árvore Patrícia

- Patricia é abreviatura de
  - Practical Algorithm To Retrieve Information Coded In Alphanumeric (Algoritmo Prático para Recuperar Informação Codificada em Alfanumérico)
- O algoritmo para construção da árvore Patricia é baseado no método de pesquisa digital, mas sem apresentar o inconveniente das tries.
  - É construída a partir da árvore binária de prefixo.
- O problema de caminhos de uma só direção é eliminado por meio de uma solução simples e elegante: cada nó interno da árvore contém o índice do caractere a ser testado para decidir qual subárvore seguir

Inserção X = B

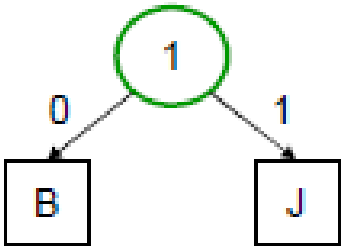
B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

Inserção X = J



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

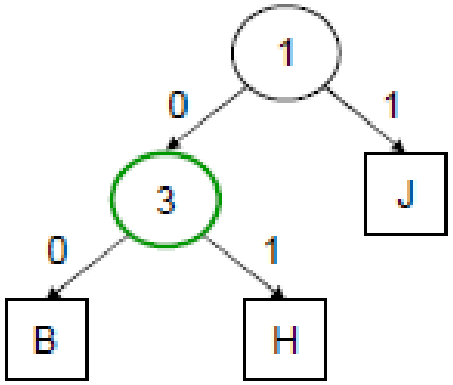
Inserção X = H



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

B e H seguem o padrão 0xxxxx.

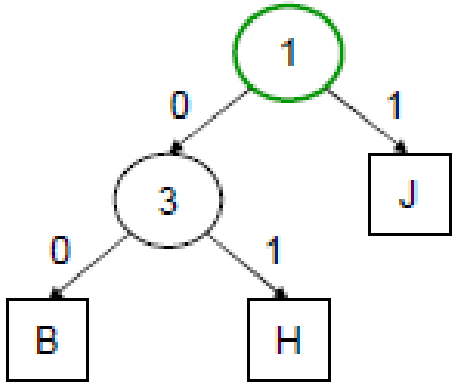
Inserção X = H



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

B e H seguem o padrão 0xxxxx.
O 3o. bit diferencia B de H

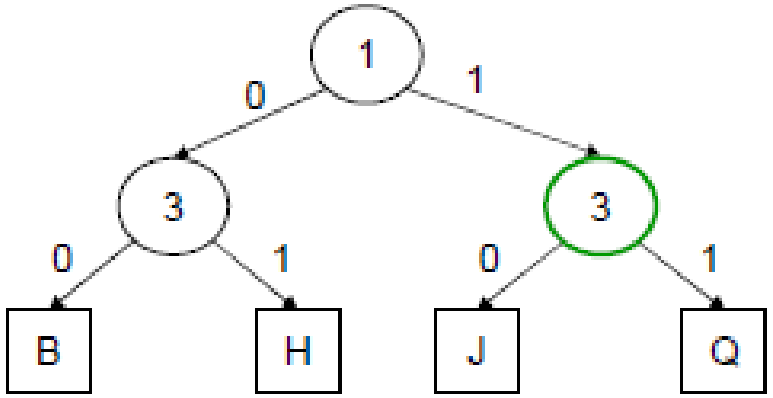
Inserção X = Q



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

J e Q seguem o padrão 1xxxxx.

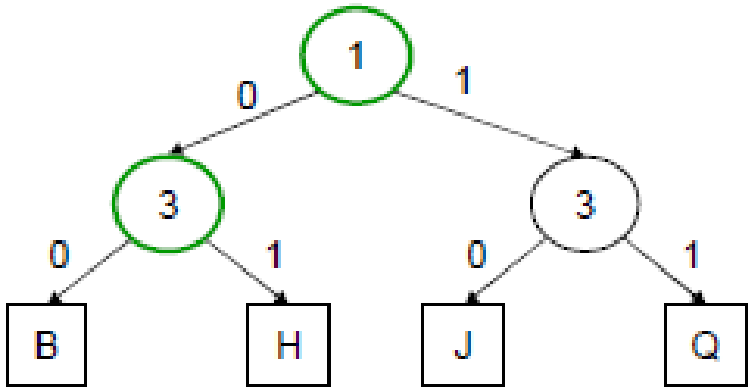
Inserção X = Q



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

J e Q seguem o padrão 1xxxxx.
O 3o. bit diferencia J de Q

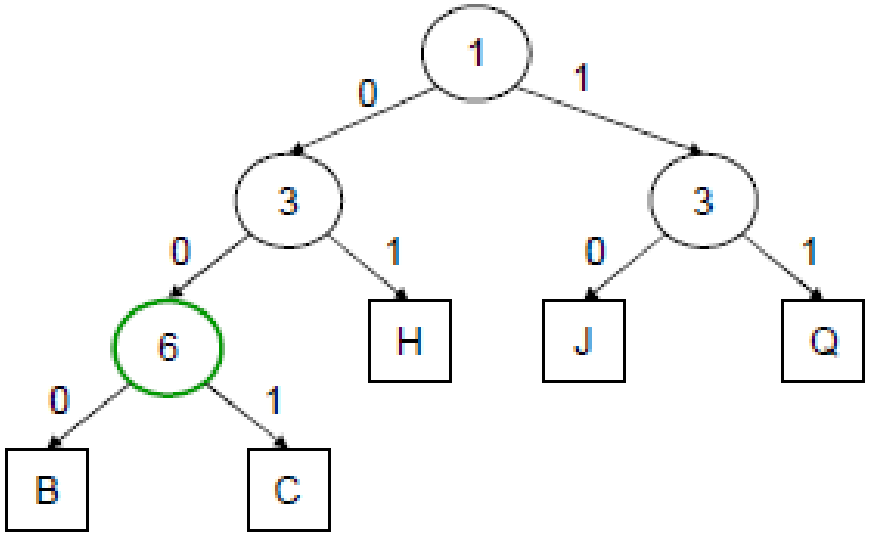
Inserção X = C



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

B e C seguem o padrão 0x0xxx.

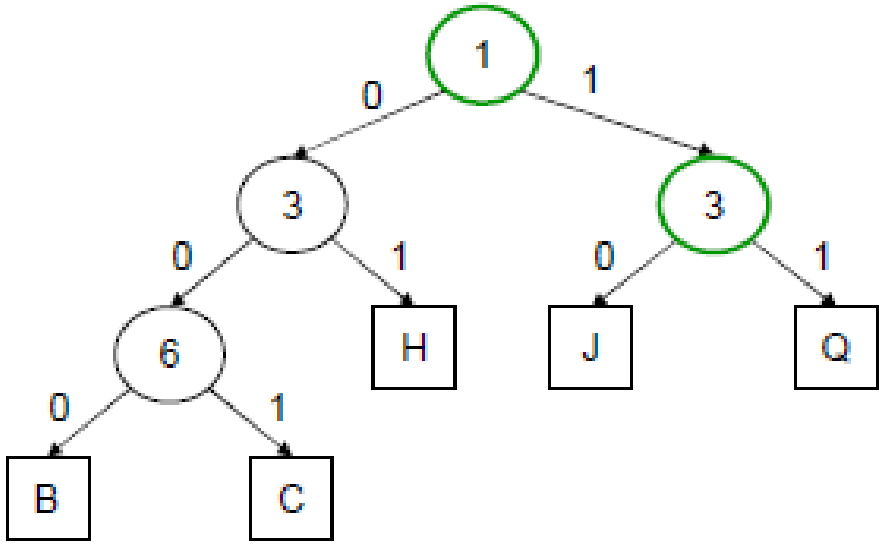
Inserção X = C



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

B e C seguem o padrão 0x0xxx.
O 6o. bit diferencia B de C

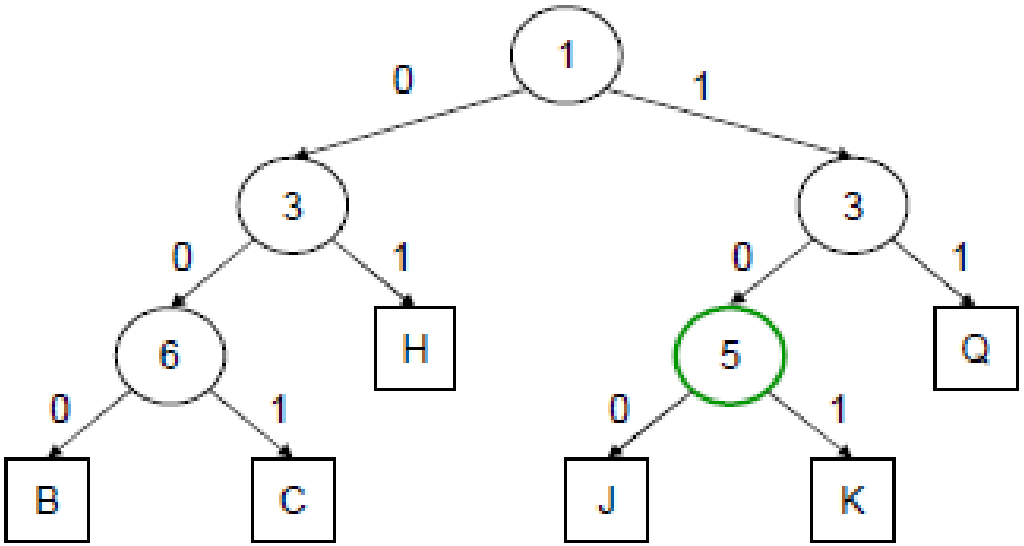
Inserção X = K



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

J e K seguem o padrão 1x0xxx.

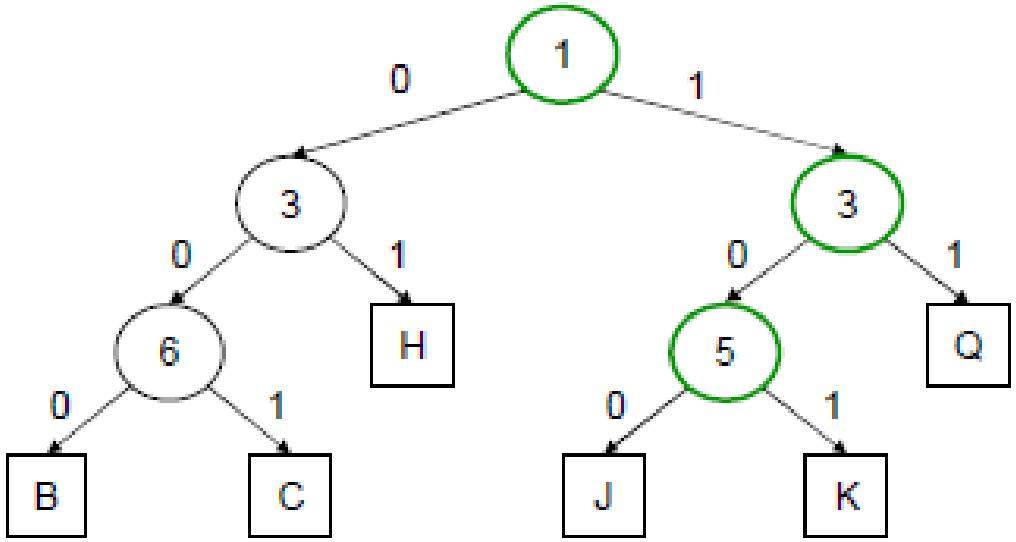
Inserção X = K



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

J e K seguem o padrão
1x0xxx.
O 5o. bit diferencia J de K

Inserção X = W

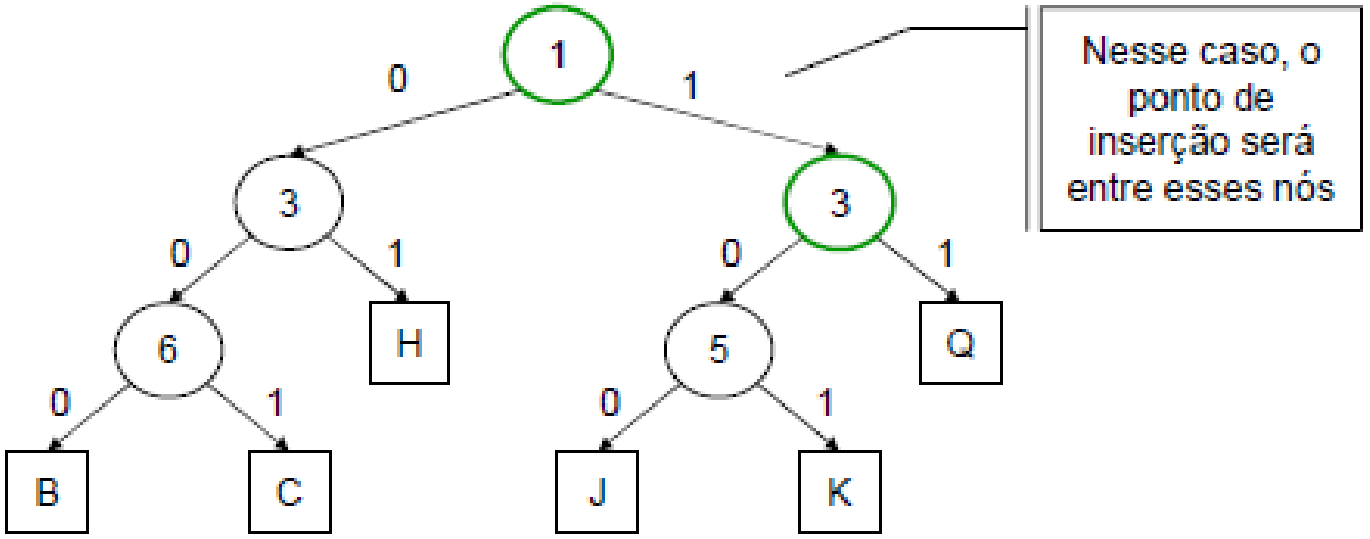


B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

K e W seguem o padrão
1x0x1x.
O 2o. bit diferencia K de W

W=110110

Inserção X = W



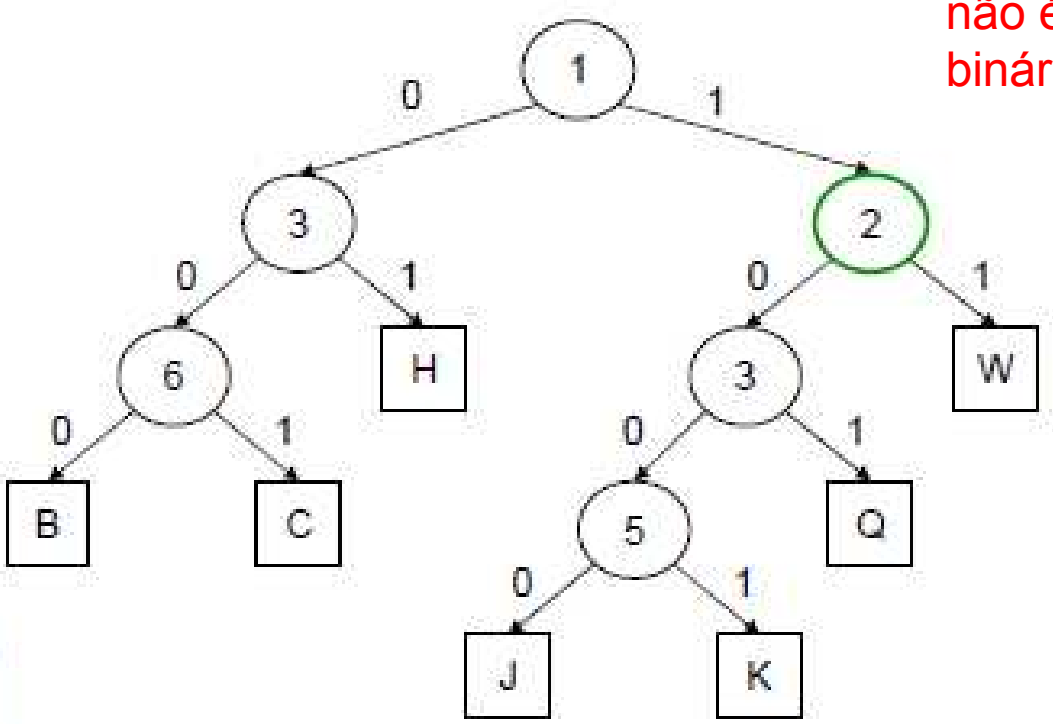
B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

K e W seguem o padrão 1x0x1x.
O 2o. bit diferencia K de W

W=110110

Inserção X = W

Obs: A árvore PATRICIA não é necessariamente binária!



B = 010010
C = 010011
H = 011000
J = 100001
Q = 101000
K = 100010

W=110110

Árvore Patrícia: Algoritmo de inserção

1. Se a subárvore atual for vazia, é criado um nó de informação com a chave X (isto ocorre somente na inserção da primeira chave) e o algoritmo termina
2. Se a subárvore atual for simplesmente um nó de informação, os bits da chave X são comparados, a partir do bit de índice imediatamente após o último índice da seqüência de índices consecutivos do caminho de pesquisa, com os bits correspondentes da chave X deste nó de informação, até encontrar um índice **i cujos bits sejam diferentes**
   - A comparação dos bits a partir do último índice consecutivo melhora o desempenho do algoritmo: se todos forem iguais, a chave já se encontra na árvore e o algoritmo termina; senão, vai para o passo 4

Árvore Patrícia: Algoritmo de inserção

3. Se a raiz da subárvore atual for um nó de desvio, deve-se prosseguir para a subárvore indicada pelo bit da chave X de índice dado pelo nó atual, de forma recursiva
4. Criar um nó de desvio e um nó de informação: o primeiro contendo o índice **i** e o segundo a chave X. A seguir, o nó de desvio é ligado ao de informação pelo ponteiro de subárvore esquerda ou direita, dependendo se o bit de índice **i da chave X seja 0 ou 1, respectivamente**
5. O caminho de inserção é percorrido novamente de baixo para cima, subindo com o par de nós criados no passo 4 até chegar a um nó de desvio cujo índice seja menor que o índice **i determinado no passo 2:** este é o ponto de inserção e o par de nós é inserido

Aplicações das TRIES

Dicionários (telefone celular)

Corretores Ortográficos

Programas para compreender Linguagem Natural

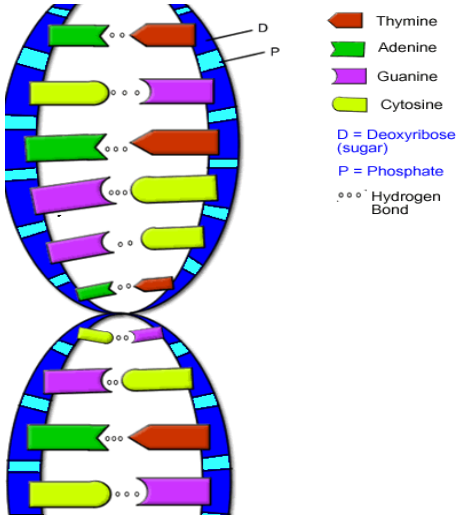
Auto-preenchimento:

- browsers,
- e-mail,
- linguagens de programação

Aplicações das TRIES

*Compressão de dados

*Biologia computacional



* Tabelas de roteamento para endereços IP
* Armazenar e consultar documentos XML
* Fundamental para o Burstsort (o método mais rápido de ordenação de strings em memória/cache)
* Tabelas de símbolos em compiladores

Algoritmos e Estruturas de Dados III

- Bibliografia:
  - Básica:
    - ASCENCIO, Ana C. G. Estrutura de dados. Rio de Janeiro: Pearson. 2011.
    - CORMEN, Thomas; RIVEST, Ronald; STEIN, Clifford; LEISERSON, Charles. Algoritmos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002.
    - ZIVIANI, Nívio. Projeto de algoritmos com implementação em Pascal e C. São Paulo: Cengage Learning, 2010.
  - Complementar:
    - EDELWEISS, Nina, GALANTE, Renata. Estruturas de dados. Porto Alegre: Bookman. 2009. (Coleção Livros didáticos de informática UFRGS, 18).
    - PINTO, W.S. Introdução ao desenvolvimento de algoritmos e estrutura de dados. São Paulo: Érica, 1990.
    - PREISS, Bruno. Estruturas de dados e algoritmos. Rio de Janeiro: Campus, 2000.
    - TENEMBAUM. Aaron M. Estruturas de Dados usando C. São Paulo: Makron Books. 1995.
    - VELOSO, Paulo A. S. Complexidade de algoritmos: análise, projeto e métodos. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 2001.

Algoritmos e Estruturas de Dados III

UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE MINAS GERAIS | UEMG
UNIDADE DIVINÓPOLIS