UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 1:

HISTORIA DEL ÁLGEBRA

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

HISTORIA DEL ÁLGEBRA

ANTIGUA BABILONIA

*La principal fuente de información sobre la civilización y la matemática babilónica procede de textos grabados con inscripciones cuneiformes en tablillas de arcilla.

*El matemático egipcio Abu Kamil enunció y demostró las leyes fundamentales e identidades del álgebra y resolvió problemas matemáticos muy complicados.

*Lograron resolver ecuaciones lineales (ax = b) y cuadráticas (ax2 + bx +c = 0).

CIVILIZACIÓN EGIPCIA

2000 al 500 a.C - Desarrollaron un algebra elemental.

*Su método para resolver ecuaciones de primer grado era llamado método de la falsa posición.

1650 a.C. - Creación de dos papiros los cuales contienen soluciones a problemas con una incógnita.: Rhind (87 problemas) y el Moscú (25 problemas).

20-62 d.C *Herón de Alejandría* - Trato las mediciones terrestres e invento un método de aproximación para las raíces cuadradas y cubicas de números que no eran exactas.

325-209 d.C "Diofanto de Alejandría, padre del algebra" - Expone su obra "arithmeticas" y proporcionó las bases de la "teoría de ecuaciones"

Finales del siglo IX "Abu Kamil" - Enunció y demostró las leyes fundamentales e identidades del álgebra

CIVILIZACIÓN CHINA

206 a. C. hasta 24 d.C - Tratado "Matemáticas en nueve Libros

Siglo VI - Tenian un procedimiento algorítmico para resolver sistemas de ecuaciones lineales parecido a de Gauss que les llevó al reconocimiento de los números negativos.

siglo XIII "Quin Jiu-shao, Li Ye, Yang Hui y Zhu Shi-jie" - Idearon un procedimiento para la resolución de ecuaciones de grado superior llamado actualmente.

- Sistemas de ecuaciones no lineales
- Sumas de sucesiones finitas
- Utilización del cero
- Yriángulo de Tartaglia (o Pascal)
- Coeficientes binomiales
- Métodos de interpolación

CIVILIZACIÓN INDIA

VIII-VII a.C - Utilizaron un sistema de numeración posicional y decimal destacando cuatro nombres propios: Aryabhata (s.VI), Brahmagupta (s.VI), Mahavira (s. IX) y Bhaskara Akaria (s.XII).

Siglo VII d.c - Desarrollaron el sistema de numeración decimal.

- Predominio de las reglas aritméticas de
- cálculo.
- Correcta utilización de los números negativos
- y la introducción del cero
- Profundizaron en la obtención de reglas de resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas.
- Reglas de cálculo

CIVILIZACIÓN GRIEGA

Siglo V a.C - "Escuela Pitagórica" incorpora resultados de la tradición babilónica aritmética algebraica.

450- 300 a.C - Método de anexión de áreas.

- Tratado "Los Elementos" de Euclides (se usar para resolver ecuaciones lineales y no lineales).
- Teodoro de Cirene, Teeteto y Eudoxo de Cnido. Consolidan este álgebra geométrica.

60-120 d.c "Nicómaco de gerasa" -Publica "Introducción a la aritmética" en la que expuso reglas para el buen uso de los números y separando ya la aritmética de la geometría.

1050-1122 d.c "Omar jayam" - En 1070 escribe su famoso trabajo de algebra tratado sobre demostraciones de problemas de algebra.

OTRAS CIVILIZACIONES

Italia

1170-1250 dc "Leonardo de pisa" -

- Realiza su obra liber abaci libro historica de la aritmetica
- Difunde el sistema de numeracion arabiga por europa, que emplea notacion posicional base 10, o decimal y un digito de valor nulo, cero.

1501- 1576 d.c "Gerolamo cardano" -

- En su obra ars magna publico varios teoremas que relacionan raices y cocientes.
- Se nota un cambio del algebra lineal al algebra simbolica.
- Ha sido el mejor libro de algebra hasta la fecha

1465-1526 d.c "Scipione del ferro"
En 1515 descubrió una manera de solucionar ecuaciones de tipo x3+ax=b en función de las constantes de la ecuación.

Francia

1445-1500 d.c "Nicolas chuquet" -

- Inventor de su propia notación
- Introduce a Europa occidental el uso de números negativos y una notación exponencial con exponentes positivos y negativos.
-

Alemania

1460-1490 d.C "Johannes Widmann"
Utilizó por primera los símbolos "+" y "-" en su obra aritmética mercantil.

Comentario

El álgebra es una de las principales ramas de las matematicas es por ello que es una asignatura esencial para cualquier ingeniería y en mi caso la ingenieria mecanica. Su principal objeto de estudio son las estructuras abstractas operando en patrones fijos, o en palabras más sencillas es una rama que se ocupa de operaciones con y entre símbolos, representados generalmente por letras que representan operaciones concretas, variables, incógnitas o coeficientes.

Ademas de esto el algebra en sus diferentes ramas ayuda en las ingenierias bastante, como en el caso del algebra lineal que es un adjetivo que refiere a lo vinculado a una línea (una raya o una sucesión). la idea de lineal hace referencia a aquello que cuenta con consecuencias que son proporcionales a una causa. Se conoce como álgebra lineal a la especialización del álgebra que trabaja con matrices, vectores, espacios vectoriales y ecuaciones de tipo lineal. Entonces para ello como mencione en un inicio el algebra esta en todos lados y la principaltarea de un ingniero es satisfacer las necesidades del ser humano y que mejor sabiendo aplicar estos conocimientos para poder obtener un buen resultado, ademas de que es una materia base que nos sirve para poder aprender otro tipo de matematicas un poco mas complejas.

Referencias bibliográficas

- D., R. G. (2020, 19 junio). □́□□□□□□. Matemáticas Amino | aminoapps.com. https://aminoapps.com/c/matematicas-amino/page/blog/gotlenahgvyvego/RxNW_w3Iwuw5znN53NW6m72w4JlkdMeoQ
- definicionde. (2014, 12 mayo). *Definición de álgebra lineal — Definicion.de*. Definición.de. https://definicion.de/algebra-lineal/
- winston, R. (2015). *Historia del algebra*. se.
- *ÁLGEBRA*. (2015). matemáticas online. https://www.matematicasonline.es/algebraconpapas/recurso/index.htm

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 2:

TRIGONOMETRÍA

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de ingeniería

Profesor Gerardo Avilés Rosas

Rafael Martínez García

Tarea 2

"Trigonometría"

123 grupo 14

Fecha de entrega: 22-octubre-2020

1.- Demuestra que se cumplen las siguientes identidades trigonometricas

a) $\frac{1}{\sec\theta+1} + \frac{1}{\sec\theta-1} = 2\csc\theta\cot\theta$

No son iguales ya que $\csc = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}$ y eso solo comprueba una parte pero del lado izquierdo sobran +1 y -1 y del lado derecho $\cot\theta$

b) $\frac{\operatorname{Sen} 2x}{\operatorname{Sen} x} - \frac{\cos 2x}{\cos x} = \sec x$

$$\frac{(2\operatorname{sen} x \cdot \cos x)}{\operatorname{Sen} x} - \frac{\cos 2x}{\cos x}$$

$$\frac{(\cos x)(2\cos x)}{(\cos x)} - \frac{\cos 2x}{\cos x}$$

$$\frac{2\cos(x)^2 - \cos 2x}{\cos x}$$

$$\frac{2\cos(x)^2 - (\cos(x)^2 - \operatorname{Sen}(x)^2)}{\cos x}$$

$$\frac{2\cos(x)^2 - \cos(x)^2 + \operatorname{Sen}(x)^2}{\cos(x)}$$

$$\frac{\cos(x)^2 + \operatorname{Sen}(x)^2}{\cos(x)} \rightarrow 1$$

$$\frac{1}{\cos(x)} = \sec(x)$$

c) $\cot\phi + \csc\phi = \frac{\operatorname{sen}\phi}{1-\cos\phi}$

$$\frac{\cos\phi}{\operatorname{sen}\phi} + \frac{1}{\operatorname{sen}\phi}$$

$$\frac{\cos\phi}{\operatorname{sen}\phi}\left(\frac{\operatorname{sen}\phi}{\operatorname{sen}\phi}\right)$$

$$\frac{\cos\phi\,\operatorname{sen}\phi}{\operatorname{sen}^2\phi}$$

$$\frac{\cancel{\cos\phi}\,\operatorname{sen}\phi}{1-\cos^2\phi}$$

$$\frac{\operatorname{sen}\phi}{1-\cos\phi}$$

d) $\frac{1+\operatorname{sen}\theta}{1-\operatorname{sen}\theta} = (\sec\theta + \tan\theta)^2$

$$\sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$= \frac{1+\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$= \left(\frac{1+\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \frac{(1+\operatorname{sen}\theta)^2}{(\cos\theta)^2}$$

Sabemos que

$\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \operatorname{sen}^2\theta$

Entonces sustituimos

$$= \frac{(1+\operatorname{sen}\theta)^2}{1+\operatorname{sen}^2\theta}$$

$$= \frac{\cancel{(1+\operatorname{sen}\theta)}(1+\operatorname{sen}\theta)}{\cancel{(1+\operatorname{sen}\theta)}(1-\operatorname{sen}\theta)}$$

$$= \frac{1+\operatorname{sen}\theta}{1-\operatorname{sen}\theta}$$

e) $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\tan x + \operatorname{sen} x}{2 \tan x}$

$$= \frac{\frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)} + \frac{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\cos(x)}}{\frac{2\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}}$$

$$= \frac{\frac{\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\cos(x)}}{\frac{2\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}}$$

$$= \frac{(\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(x)\cos(x))\,\cancel{(\cos(x))}}{\cancel{\cos(x)}\,(2\operatorname{sen}(x))}$$

$$= \frac{(\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(x)\cos(x))}{2\operatorname{sen}(x)}$$

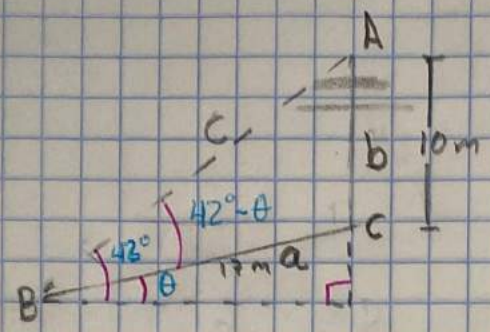
$$= \frac{\cancel{\operatorname{sen}(x)}\,(1 + \cos(x))}{2\,\cancel{\operatorname{sen}(x)}}$$ Factorizamos

$$= \frac{1 + \cos(x)}{2}$$ Utilizamos $\frac{1+\cos(x)}{2} = \cos\left(\frac{x}{2}\right)^2$

$$= \cos\left(\frac{x}{2}\right)^2$$

2.-

a) Encontrar el angulo de elevacion del suelo (θ)



$\measuredangle A = 180 - 42 - 90$

$\measuredangle A = 48$

Ley de senos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$

$$\frac{17}{\operatorname{sen}(48)} = \frac{10}{\operatorname{sen}(B)}$$

$\operatorname{sen}(B) = 0.437144$

$\operatorname{arcsen}(0.437144) = 25.92°$

Ahora solo falta determinar θ

Con el angulo de B obtenido se puede obtener θ

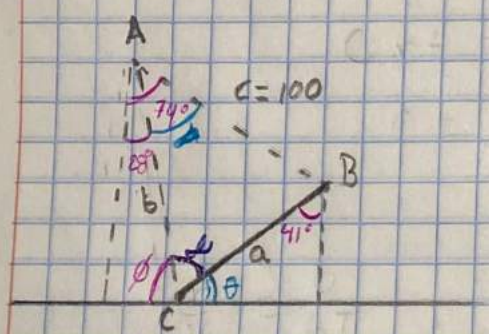
$B = 42 - \theta$

$25.92° = 42 - \theta$

$42 - 25.92 = \theta$

$\theta = 16.07°$

b) Distancia desde el mirador hasta el muelle



$\measuredangle A = 74° - 28° = 46°$

$\phi = 180° - 90° - 28° = 62°$

$\theta = 180° - 90° - 41 = 49°$

$\alpha = 180° - 62° - 49° = 69°$

$\overline{CB} = a$

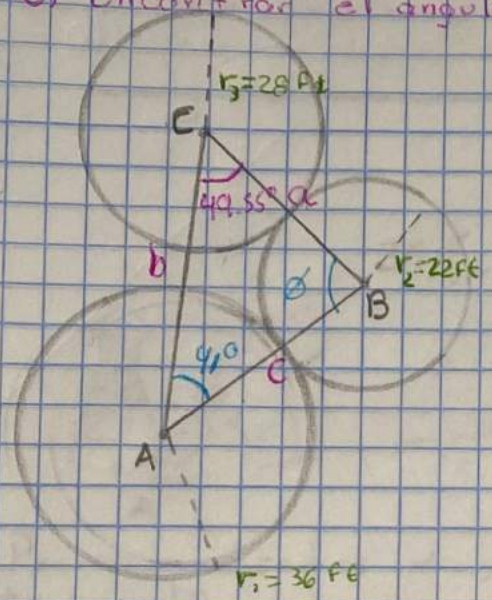
$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

$a = 80.84\,m$

$$\frac{a}{\operatorname{sen}(46)°} = \frac{100\,m}{\operatorname{sen}(69°)}$$

$a = 80.84\,m$

c) Encontrar el angulo ϕ



$\overline{AB} = r_1 + r_2$

$\overline{AB} = 36_{ft} + 22_{ft} = 58$ ft

$c = \overline{AB} \therefore c = 58$ ft

$\overline{CB} = r_3 + r_2$

$\overline{CB} = 22$ ft $+ 28$ ft $= 50$ ft

$a = \overline{CB} \therefore a = 50$ ft

ahora realizamos

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{50 \text{ ft}}{\text{sen } 41^\circ} = \frac{58 \text{ ft}}{\text{sen } C}$$

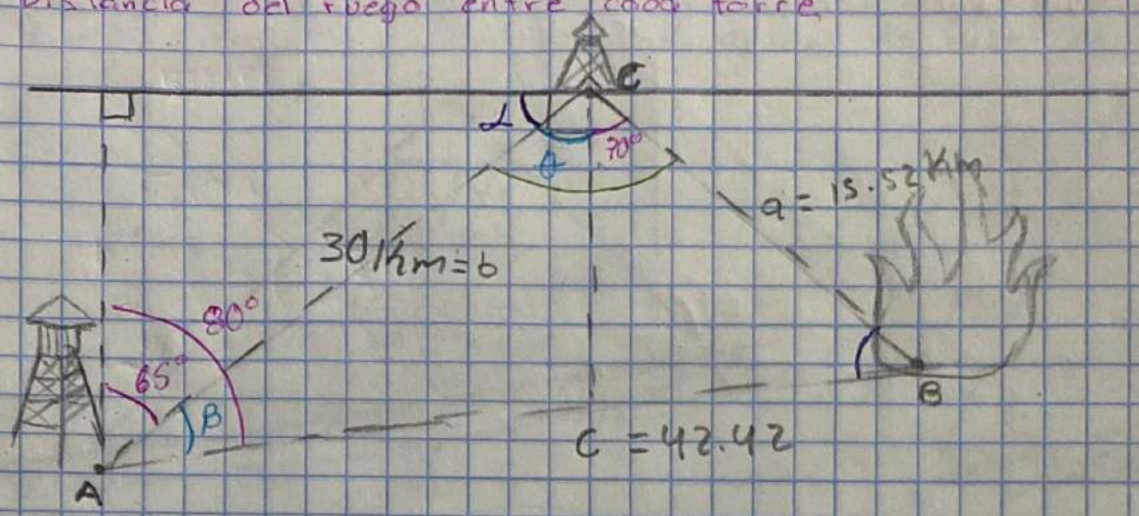
$\text{sen } C = 0.7610^\circ$

$\text{arcsen}(0.7610) = 49.55^\circ$

$\measuredangle \phi = 180^\circ - 41 - 49.55$

$\measuredangle \phi = 89.45$

d) Distancia del fuego entre cada torre



Primero sacamos α ya que tenemos dos angulos de este triangulo

$\alpha = 180 - 90 - 65°$

$\alpha = 25°$

Ahora ya tenemos α y se puede sacar θ

$\theta = 90° - \alpha = 90° - 25°$

$\theta = 65°$

$\measuredangle C = 70° + \theta = 70° + 65°$

$\measuredangle C = 135°$

$\beta = 80° - 65° = 15°$

$\measuredangle B = 180° - 135° - 15°$

$\measuredangle B = 30°$

$$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{a}{\operatorname{sen} A}$$

$$\frac{30}{\operatorname{sen}(30°)} = \frac{a}{\operatorname{sen}(15°)}$$

$a = 15.52$

$$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

$$\frac{30}{\operatorname{sen}(30°)} = \frac{c}{\operatorname{sen}(135°)}$$

$c = 42.42$

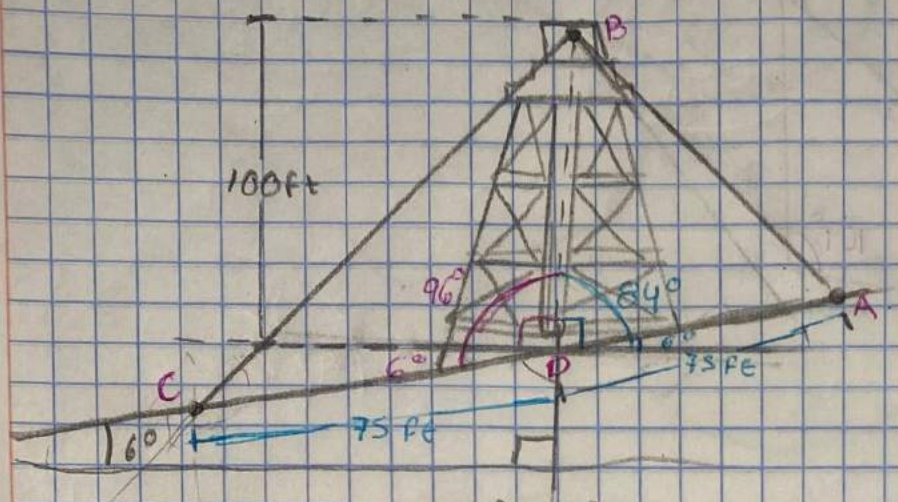
distancia de $\overline{AB}$

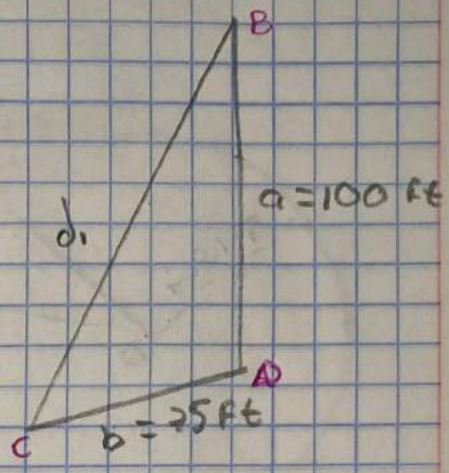
15.52 km

distancia $\overline{CB}$

42.42 km

c) Longitud de d de cada cable anclado 75 pies cuesta abajo y cuesta arriba desde la base de la torre





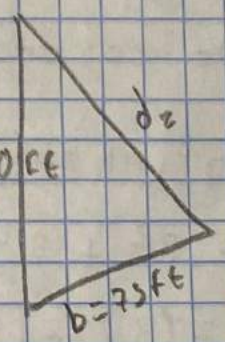
$$D^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos D$$

$$d_1^2 = (100)^2 + (75)^2 - 2(100)(75)\cos 96°$$

$$d_1 = \sqrt{15625 - 15000\cos 96°}$$

$$d_1 = \sqrt{17192.9269}$$

$d_1 = 131.12$ ft Cable izquierdo



$$d_2^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

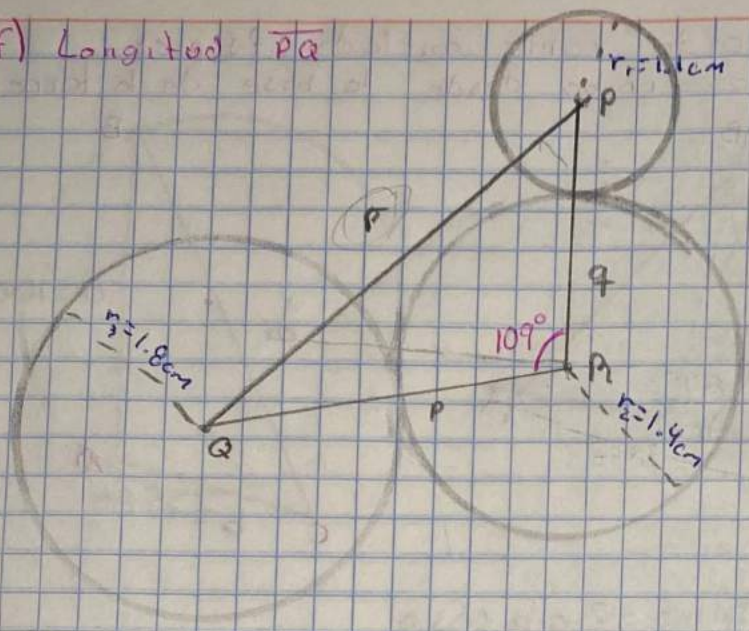
$$d_2^2 = (75)^2 + (100)^2 - 2(75)(100)\cos D$$

$$d_2 = \sqrt{15625 + 15000\cos 84°}$$

$$d_2 = \sqrt{14057.0730}$$

$d_2 = 118.5625$ ft Cable derecho

f) Longitud $\overline{PQ}$



Distancia $\overline{QR} = r_3 + r_2$ $\qquad$ $\overline{PR} = r_2 + r_1$

$\overline{QR} = 1.8 + 1.4 = 3.2$ $\qquad$ $\overline{PR} = 1.4 + 1.1 = 2.5$

$\overline{QR} = p$ $\qquad$ $PR = q$

$p = 3.2\ cm$ $\qquad$ $q = 2.5$

Ley de cosenos

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$r^2 = p^2 + q^2 - 2pq \cos r$

$r^2 = (3.2cm)^2 + (2.5cm)^2 - 2(3.2cm)(2.5cm)^2 \cos R$

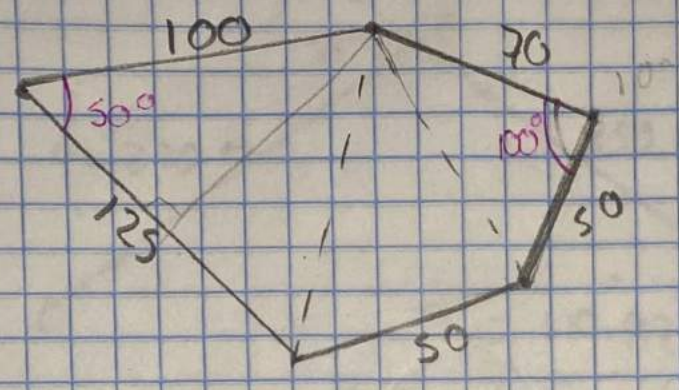
$r^2 = 10.24cm^2 + 6.25cm^2 - 2(8cm^2) \cos(109°)$

$r^2 = 16.49cm^2 - 16cm^2(-0.3255)$

$r = \sqrt{21.698cm^2}$

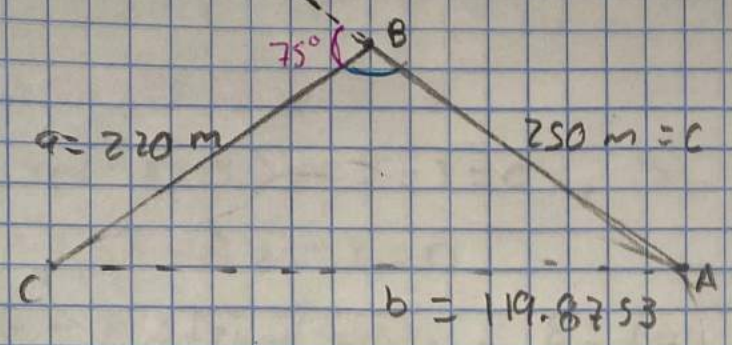
$r = 4.6581cm$

g) Area aproximada del lago?



No le entendi

h) Aproximar $\overline{AC}$ del pantano



Se obtiene $\measuredangle B$

$\measuredangle B = 180 - 75° = 105°$

$\measuredangle B = 105°$

Ahora se usa $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$b^2 = (220m)^2 - (250m)^2 - 2(250)(220)\cos B$

$b^2 = 48400m^2 - 62500m^2 - 2(55000)(-0.25)$

$b^2 = 14370.0944$

$b = \sqrt{14370.0944}$

$\overline{AC} = b = 119.8753$

3. Ecuaciones trigonometricas en intervalo $[0, 2\pi)$

a) $5\,\text{Sen}^2 x - 8\,\text{Sen}\,x = 3$

$5\,\text{Sen}^2 x - 8\,\text{Sen}\,x - 3 = 0$, si $u = \text{sen}\,x$

$5u^2 - 8u - 3 = 0$

$$u = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(5)(-3)}}{10} = \frac{8 \pm \sqrt{124}}{10} = \frac{8 \pm 11.13}{10}$$

$$u_1 = \frac{8 + 11.13}{10} \approx 1.99 \quad ; \quad u_2 = \frac{8 - 11.3}{10} \approx -0.33$$

b) $\cot x = \tan(2x - 3\pi)$

$$\frac{\cot x}{\tan(x)} = \frac{\tan(2x) - \tan(3\pi)}{1 + \tan(2x)\tan(3\pi)}$$

$$\frac{1}{\tan(x)} = \frac{\tan(2x)}{1}$$

$$\frac{1}{\tan(x)} = \tan(2x)$$

$$\frac{1}{\tan x} = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} \Rightarrow (1 - \tan^2(x))\frac{1}{\tan x} = 2\tan x$$

$$\frac{1}{\tan x} = 3\tan x \Rightarrow 1 = 3\tan^2 x$$

$$\tan^2 x = \frac{1}{3}$$

$$\tan x = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)$$

$$x = \frac{1}{6}\pi = 30^\circ$$

$$x = \frac{11}{6}\pi = 330^\circ$$

c) $\operatorname{Sen} 4x - 2 \operatorname{sen} 2x = 0$

$\operatorname{Sen} 4x = \operatorname{Sen} 2(2x)$ si $2x = u$

Por identidad $\operatorname{Sen} 2(\theta) = 2 \operatorname{Sen}(\theta) \cos(\theta)$

$\operatorname{Sen} 2u = 2 \operatorname{Sen} u \cdot \cos u$

$2 \operatorname{sen} 2x \cdot \cos 2x = \operatorname{Sen} 4x$

$2 \operatorname{sen} 2x \cdot \cos 2x \operatorname{Sen} 4x = 0$

$2 \operatorname{sen} 2x \, (\cos 2x - 1) = 0$

$2 \operatorname{Sen} 2x = 0 \qquad \cos 2x - 1 = 0$

d) $\dfrac{\operatorname{Sen}^2 x - 1}{\cos(\frac{\pi}{2} - x) + 1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 1$

No realice

e) $\tan^2 x + 4 = 2\sec^2 x + \tan x$

Tomando en cuenta

$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$

$\tan^2 x + 4 = 2(\tan^2 x + 1) + \tan x$

$\tan^2 x + 4 = 2\tan^2 x + 2 + \tan x$

$4 - 2 = 2\tan^2 x + \tan x - \tan^2 x$

$2 = \tan^2 x + \tan x = \tan x(\tan x + 1)$

$\tan x = 2$ $\qquad$ $\tan x + 1 = 2$

$x = \tan^{-1}(2)$ $\qquad$ $\tan x = 1 + 2 = 1$

$x = 1.1071$ $\qquad$ $x = \tan^{-1}(1)$

$x = \frac{1}{4}\pi = 45°$

Evaluando $x = 1.1071$

$2 = \tan^2(1.1071) + \tan(1.1071)$

$2 \not\approx 5.998$ y se descarta $x = 1.1071$

Pero

$2 = \tan^2(\frac{1}{4}\pi) + \tan(\frac{1}{4}\pi)$

$2 = 2$ ✓✓

1.a, la demostración sí existe. Intenta desarrollar la suma algebraica del lado izquierdo de la igualdad, simplifica y observaras que te queda 2(1/sen(x))(cos(x)/sen(x)).
1.b, el procedimiento es correcto, solo que el valor correcto de “a” es aproximadamente 77.1 [m].
2.g, recuerda que la formula correcta para la ley de cosenos es B ^2 = a^2+b^2-2(250)(220)cos(b). Lo planteaste de esta forma pero al momento de operar utilizaste un signo negativo en lugar de positivo en el primer caso.
3.a, el resultado y procedimiento son correcto, pero te falto obtener el valor de angsen(-0.33), y con esto los dos ángulos solicitados.
3.b, el procedimiento es correcto, pero recuerda que a partir de 30° puedes obtener otro ángulo sumándole 180°; el mismo caso para 330°, aunque para este sería restarle 180°.
3.c, no obtengas la solución trivial (0=0). Hay dos formas de llegar a que el resultado sea igual a 0: recuerda que sen(4x)=2sen(2x)cos(2x), por lo que tanto el seno como el coseno pueden valor cero para cumplir la igualdad; así, para que el seno sea 0, puede valer 0° o 180°, y para que el coseno sea 0 puede valor 90° o 270°.
3.e, el valor de tan(x)=2 no es correcto, ya que debe ser tan(x)=-2.

Formulario trigonometría

Identidades Recíprocas y por Cociente:

- $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$, siempre que $\cos\theta \neq 0$; si $\cos\theta = 0$, la $\sec\theta$ no está definida.
- $\csc\theta = \dfrac{1}{\operatorname{sen}\theta}$, siempre que $\operatorname{sen}\theta \neq 0$; si $\operatorname{sen}\theta = 0$, la $\csc\theta$ no está definida.
- $\tan\theta = \dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$, siempre que $\cos\theta \neq 0$; si $\cos\theta = 0$, la $\tan\theta$ no está definida.
- $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$, siempre que $\operatorname{sen}\theta \neq 0$; si $\operatorname{sen}\theta = 0$, la $\cot\theta$ no está definida.

Identidades Pitagóricas

- $\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1$

  Formas alternativas: $1 - \operatorname{sen}^2\theta = \cos^2\theta$ o $1 - \cos^2\theta = \operatorname{sen}^2\theta$
- $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$, siempre que $\cos\ \theta \neq 0$.

  Formas alternativas: $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ o $\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$
- $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$, siempre que $\operatorname{sen}\ \theta \neq 0$.

  Formas alternativas: $\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$ o $\csc^2\theta - 1 = \cot^2\theta$

Identidades pares/impares: *Aplicables para todos los ángulos de* θ

- $\cos(-\theta) = \cos\ \theta$
- $\sec(-\theta) = \sec\ \theta$
- $\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen}\ \theta$
- $\csc(-\theta) = -\csc\ \theta$
- $\tan(-\theta) = -\tan\ \theta$
- $\cot(-\theta) = -\cot\ \theta$

Identidades para suma y resta: *Aplicables para todos los ángulos de* α *y* β

- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\ \alpha \bullet \cos\ \beta \mp \operatorname{sen}\ \alpha \bullet \operatorname{sen}\ \beta$
- $\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen}\ \alpha \bullet \cos\ \beta \pm \cos\ \alpha \bullet \operatorname{sen}\ \beta$
- $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\ \alpha \pm \tan\ \beta}{1 \mp \tan\ \alpha \bullet \tan\ \beta}$

Identidades para Cofunciones: *Aplicables para todo ángulo* θ

- $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \operatorname{sen}\ \theta$
- $\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\ \theta$
- $\sec\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\ \theta$
- $\csc\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\ \theta$
- $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\ \theta$
- $\cot\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\ \theta$

Identidades para ángulos dobles: *Aplicables para todo ángulo* θ

- $\cos 2\theta = \begin{cases} \cos^2\theta - sen^2\theta \\ 2\cos^2\theta - 1 \\ 1 - 2sen^2\theta \end{cases}$
- $sen\ 2\theta = 2sen\ \theta \bullet \cos\ \theta$
- $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\ \theta}{1-\tan^2\theta}$

Identidades para reducción de potencias: *Aplicables para todo ángulo* θ

- $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos\ 2\theta}{2}$
- $sen^2\theta = \dfrac{1-\cos\ 2\theta}{2}$

Identidades para ángulo medio: *Aplicables para todo ángulo* θ

- $\cos\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\ \theta}{2}}$
- $sen\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\ \theta}{2}}$
- $\tan\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\ \theta}{1+\cos\ \theta}}$

El signo $\pm$ dependerá del cuadrante en el cual el ángulo $\dfrac{\theta}{2}$ se encuentre.

Identidades para convertir productos en sumas

- $\cos\ \alpha \bullet \cos\ \beta = \dfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right]$
- $sen\ \alpha \bullet sen\ \beta = \dfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$
- $sen\ \alpha \bullet \cos\ \beta = \dfrac{1}{2}\left[sen(\alpha-\beta) + sen(\alpha+\beta)\right]$

Identidades para convertir sumas en productos

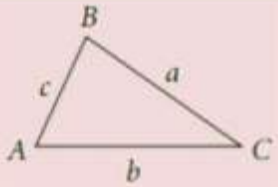
- $\cos\ \alpha + \cos\ \beta = 2\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right) \bullet \cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$
- $\cos\ \alpha - \cos\ \beta = -2sen\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right) \bullet sen\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$
- $sen\ \alpha \pm sen\ \beta = 2sen\left(\dfrac{\alpha\pm\beta}{2}\right) \bullet \cos\left(\dfrac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$

Ley de los Senos

Podemos enunciar la **Ley de Senos** de la siguiente forma:

En cualquier **triángulo ABC**,

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$



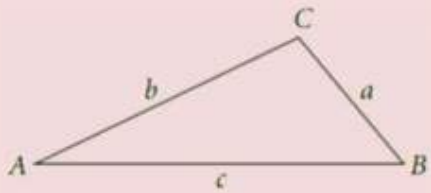
Cuando se conocen dos lados del triángulo y un ángulo opuesto a uno de ellos, podemos utilizar la Ley enunciada anteriormente. Vamos a suponer que para un cierto **△ABC**, los lados b, c y el ángulo B son conocidos. Se pueden presentar varias posibilidades de solución como se verá a continuación:

Ley de Cosenos

Como ya vimos, la Ley de Senos nos permite resolver triángulos para los cuales conocemos un lado y dos ángulos o dos lados y un ángulo opuesto. Una segunda ley, llamada **Ley de Cosenos** es necesaria para resolver triángulos en donde conocemos dos lados y el ángulo incluido o bien los tres lados de un triángulo, queda de la siguiente manera:

En cualquier △ABC,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \bullet \cos\ A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \bullet \cos\ B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \bullet \cos\ C$$



Por lo tanto, en cualquier triángulo, el cuadrado de un lado es la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos dos veces el producto de esos lados y el coseno del ángulo incluido. Cuando el ángulo incluido es de 90° la **Ley de los Cosenos** reduce al **Teorema de Pitágoras**.

La Ley de los Cosenos también puede expresarse de la siguiente manera:

$$\cos\ A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \qquad \cos\ B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \qquad \cos\ C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab},$$

Autoevaluación de trigonometría

En esta unidad se me dificultaron bastante los ejercicios, el tema para mi fue difícil de entender aun ya teniendo conocimiento previo, después de ya tener resueltos diversos ejercicios e incluyendo los de la tarea, gracias a los comentarios del ayudante del profesor pude ver mis errores y después tratar de hacer nuevos ejercicios.
A mi parecer siento que el profesor tuvo una forma de explicarlo algo complicada o puede que sea por que sinceramente fue un tema que siempre se me complico, pero siento que con mas tiempo dedicado al este tema podré entenderle mejor.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 3:

NÚMEROS REALES

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

Tarea 2:

Inducción Matemática

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

TAREA 3

Fecha Entrega 5-Nov-20

"Inducción matematica"

Demostrar utilizando el metodo de Inducción Matematica la validez de las siguientes proposiciones:

$$2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot \ldots \cdot 2^n = 2^{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]} \; ; \quad \forall \; n \in \mathbb{N}$$

$$S = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ y } P(n) \text{ sea verdad}\}$$

i) (¿$1 \in S$?)

$P(n=1)$: $2^{(1)} = 2^{\left[\frac{1(1+1)}{2}\right]} \Rightarrow 2 = 2^1$

$2 = 2(1) \therefore 1 \in S$

ii) Hipotesis de Inducción ($k \in S$)

$P(n=k)$ $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot \ldots \cdot 2^k = 2^{\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]} \ldots (1)$

iii) Tesis del problema (¿$k^* \in S$?)

$P(n=k^*)$ $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot \ldots \cdot \underbrace{2^{k+1}}_{Ts} = \underbrace{2^{\left[\frac{k+1(k+2)}{2}\right]}}_{Tesis} \ldots (2)$

iv)

$$2^{\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]} \cdot 2^{k+1} = 2^{\left[\frac{k+1(k+2)}{2}\right]}$$

$$\frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$\frac{(k+1)(k+2)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

2.- $\frac{3}{1(2)} + \frac{3}{2(3)} + \frac{3}{3(4)} + \dots + \frac{3}{n(n+1)} = \frac{3n}{n+1}$; $\forall$ $n \in \mathbb{N}$

$S = \{ n \mid n \in \mathbb{N}$ y $P(n)$ sea verdad$\}$

I) ($\dot{C}$ $1 \in S$?)

$P(n=1)$ $\quad \frac{3}{(1)(2)} = \frac{3(1)}{1+1}$; $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ $\therefore 1 \in S$

II) Hipotesis de la inducción ($k \in S$)

$P(n=k)$

$$\frac{3}{1(2)} + \frac{3}{2(3)} + \frac{3}{3(4)} + \dots + \frac{3}{k(k+1)} = \frac{3k}{k+1} \dots (1)$$

III) Tesis de la inducción ($C k^* \in SP$)

$P(n=k^*)$

$$\frac{3}{1(2)} + \frac{3}{2(3)} + \frac{3}{3(4)} + \dots + \underbrace{\frac{3}{k(k+1)(k+1+1)}}_{TS} = \underbrace{\frac{3k+1}{k+1+1}}_{TESIS} \dots (2)$$

IV) Sustituyendo (1) en (2)

$$\frac{3k}{k+1} + \frac{3}{k+1(k+2)} = \frac{3k+1}{k+2}$$

$$\frac{3k(k+2)+3(k+1)}{k+1(k+2)} = \frac{3k+1}{k+2}$$

$$\frac{(3k^2+6k)+3(k+1)}{k+1(k+2} = \frac{3k+1}{k+2}$$

$$\frac{3\cancel{(k+1)}\cancel{(k+1)}}{\cancel{(k+1)}(k+2)} = \frac{3k+1}{k+2}$$

$$\frac{3k+1}{k+2} = \frac{3k+1}{k+2} \quad \therefore k^* \in S$$

3 - $\left(\frac{1}{2}\right)(2)+\left(\frac{2}{2}\right)(3)+\left(\frac{3}{2}\right)(4)+\dots+\left(\frac{n}{2}\right)(n+1)=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

$S=\{n \mid n\in\mathbb{N},\ Pn \text{ sea verdad}\}$

i) ($1\in S$?)

$$\frac{1}{2}(1+1)=\frac{1}{6}\,1(1+1)(1+2)$$

$$1=\frac{1}{6}\cdot 1(2)(3)$$

$$1=1$$

ii) Hipotesis de la inducción ($k\in S$)

$$P(n=k)\quad \left(\frac{1}{2}\right)(2)+\left(\frac{2}{2}\right)(3)+\left(\frac{3}{2}\right)(4)+\dots+\left(\frac{k}{2}\right)(k+1)=\frac{1}{6}k(k+1)(k+2)$$

iii) Tesis del problema ($k^*\in S$)

$$P(n=k^*)\left(\frac{1}{2}\right)(2)+\left(\frac{2}{2}\right)(3)+\left(\frac{3}{2}\right)(4)+\dots+\left(\frac{k+1}{2}\right)(k+2)=\frac{1}{6}k+1\,(k+2)(k+3)$$

iv) Sustituyendo ① en ②

$$\frac{1}{6}k(k+1)(k+2)+\left(\frac{k+1}{2}\right)(k+2)=\frac{1}{6}k+1\,(k+2)(k+3)$$

$$\frac{k(k+1)(k+2)}{6}+\frac{(k+1)(k+2)}{2}=\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$$

$$\frac{k^3+3k^2+2k+3(k^2+3k+2)}{6}=\frac{k^3+6k^2+11k+6}{6}$$

$$\frac{k^3+6k^2+11k+6}{6}=\frac{k^3+6k^2+11k+6}{6}$$

$\therefore k^*\in S$

4) $2+\frac{2}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\cdots+\frac{2}{2^{n-1}}=4-\frac{2}{2^{n-1}}$; $\forall\ n\in\mathbb{N}$

$S=\{n \mid n\in\mathbb{N}$ y $P(n)$ es verdad$\}$

I) $(1\in S?)$

$\frac{2}{2^{1-1}}=4-\frac{2}{2^{1-1}}$; $\frac{2}{1}=4-\frac{2}{1}$; $2=4-2$; $2=2$

$\therefore 1\in S$

II) Hipotesis de inducción. $(k\in S)$

$P(n=k)$ $\quad 2+\frac{2}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\cdots+\frac{2}{2^{k-1}}=4-\frac{2}{2^{k-1}}$ ... ①

III) Tesis del problema. $(¿k^*\in S?)$

$P(n=k^*)$ $\quad 2+\frac{2}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\cdots+\frac{2}{2^{k-1}}+\frac{2}{2^{(k+1)-1}}=4-\frac{2}{2^{(k+1)-1}}$

IV) Sustituyendo ① en ②

$4-\frac{2}{2^{k-1}}+\frac{2}{2^k}=4-\frac{2}{2^k}$

$4-\frac{2}{2^{k}\cdot 2^{-1}}+\frac{2}{2^k}=4-\frac{2}{2^k} \Longrightarrow 4-\frac{2}{2^k\cdot\frac{1}{2}}+\frac{2}{2^k}=4-\frac{2}{2^k}$

$4-\frac{2}{\frac{2^k}{2}}+\frac{2}{2^k}=4-\frac{2}{2^k} \Longrightarrow 4-\frac{4}{2^k}+\frac{2}{2^k}=4-\frac{2}{2^k}$

$4-\frac{2}{2^k}=4-\frac{2}{2^k}$ $\quad\therefore k^*\in S$

5.- $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$; $\forall\ n \in \mathbb{N}$

$S = \{ n \mid n \in \mathbb{N}$ y $P(n)$ es verdad $\}$

i) $(1 \in S)$

$P(n=1)$ $\quad \frac{1}{3^1} = \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3^1}\right)\right)$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

ii) Hipotesis de la inducion $(k \in S)$

$P(n=k)$ $\quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^k} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^k}\right) \dots (1)$

iii) Tesis de la inducion $(k^* \in S)$

$P(n=k^*)$ $\quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{k+1}} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{k+1}}\right) \dots (2)$

iv) Sustituir (1) en (2)

$\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^k}\right) + \frac{1}{3^{k+1}} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{k+1}}\right)$.

$2\left[\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^k}\right) + \frac{1}{3^{k+1}} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{k+1}}\right)\right]$

$1\left(-\frac{1}{3^k}\right) + \frac{2}{3^{k+1}} = 1\left(-\frac{1}{3^{k+1}}\right)$

$\frac{(3^{k+1}) - 3 + 2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}}$

$\frac{3^{k+1}}{3^{k+1}} - \frac{1}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}}$

$1 - \frac{1}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}}$ $\quad \therefore\ k^* \in S$

6.- $3+3^2+3^3+\dots+3^n=\frac{3}{2}(3^n-1)$; $\forall$ $n\in\mathbb{N}$

$S=\{n \mid n\in\mathbb{N}$ y $P(n)$ es verdadero$\}$

i) $(1\in S?)$

$P(n=1)$

$$3^{(1)}=\frac{3}{2}\left(3^{(1)}-1\right)$$

$$3=\frac{6}{2}=3$$

ii) Hipotesis de la induccion $(k\in S)$

$P(n=k)$

$$3+3^2+3^3+\dots+3^k=\frac{3}{2}\left(3^k-1\right) \quad \dots (1)$$

iii) Tesis de la induccion $(k^*\in S)$

$P(n=k^*)$

$$3+3^2+3^3+\dots+3^{k+1}=\frac{3}{2}\left(3^{k+1}-1\right) \quad \dots (2)$$

iv) Sustitucion (1) en (2)

$$\frac{3}{2}\left(3^k-1\right)+3^{k+1}=\frac{3}{2}\left(3^{k+1}-1\right)$$

$$\frac{3\left(3^k-1\right)+3^{k+1}}{2}=\frac{3\left(3^{k+1}-1\right)}{2}$$

$$\frac{3^1\cdot 3^k-3+2\cdot 3^{k+1}}{2}=\frac{3^{k+2}-3}{2}$$

$$\frac{3^{k+2}-3}{2}=\frac{3^{k+2}-3}{2}$$

$\therefore$ $k^*\in S$

7.- $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \ldots \cos 2^{n-1} x = \dfrac{\operatorname{sen} 2^n x}{2^n \operatorname{sen} x}$

$S = \{ n \mid n \in \mathbb{N}, \text{ y } P(n) \text{ es verdadera} \}$

i) $(1 \in S)$

$P(n=1)$ $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \ldots \cos 2^{n-1} x = \dfrac{\operatorname{sen} 2^n x}{2^n \operatorname{sen} x}$

ii) Hipotesis de la induccion

$P(n=k) \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \ldots \cos 2^{k-1} x = \dfrac{\operatorname{sen} 2^k x}{2^k \operatorname{sen} x} \ldots (1)$

iii) Tesis del problema

$P(n=k^*)$

$\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \ldots \cos 2^{k+1-1} x = \dfrac{\operatorname{sen} 2^{k+1} x}{2^{k+1} \operatorname{sen} x} \ldots (2)$

iv) Sustituyendo (1) en (2)

$$\frac{\operatorname{sen} 2^k x}{2^k \operatorname{sen} x} \cdot (\cos 2^k x) = \frac{\operatorname{sen} 2^{k+1} x}{2^{k+1} \operatorname{sen} x}$$

$$\frac{\operatorname{sen} 2^k x \cdot \cos 2^k x}{2^k \operatorname{sen} x} = \frac{\operatorname{sen} 2 \cdot 2^k x}{2 \cdot 2^k \operatorname{sen} x} \Rightarrow \operatorname{sen} 2u = 2 \operatorname{sen} u \cdot \cos u$$

$$= \frac{\cancel{2} \operatorname{sen} 2^k x \cdot \cos 2^k x}{\cancel{2} \cdot 2^k \operatorname{sen} x}$$

$\therefore k^* \in S$

8.- $2^2+4^2+6^2+\ldots+(2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$S=\{n \mid n\in\mathbb{N} \text{ y } P_n \text{ es verdadero}\}$

i) $(1\in S?)$

$P(n=1)$

$$(2(1))^2 = \frac{2(1)((1)+1)(2(1)+1)}{3}$$

$$(2)^2 = \frac{2(2)(2+1)}{3}$$

$$4 = \frac{12}{3} \Rightarrow 4=4$$

ii) Hipotesis de la inducción $(k\in S)$

$P(n=k)$

$$2^2+4^2+6^2+\ldots+(2k)^2 = \frac{2k(k+1)(2k+1)}{3}$$

iii) Tesis del problema $(k^*\in S)$

$P(n=k^*)$

$$2^2+4^2+6^2+\ldots+(2k+1)^2 = \frac{(2k+1)(k+2)(2(k+1)+1)}{3}$$

iv) Sustituir ① en ②

$$\frac{2k(k+1)(2k+1)}{3} + (2(k+1))^2 = \frac{(2k+1)(k+2)(2(k+1)+1)}{3}$$

$$\frac{2k(k+1)(2k+1)+3(2(k+1))(2(k+1))}{3}$$

$$\frac{k+1(2k(2k+1)+3(2k+2)(2))}{3}$$

$$2(k+1)[k(2k+1)+3(2k+2)] =$$

$$\frac{2(k+1)(2k^2+k+6k+6)}{3} = \frac{2(k+1)(k^2+3k+4k+6)}{3}$$

$$\frac{2(k+1)(2k^2+7k+6}{3} = \frac{2(k+1)(k^2+7k+6)}{3}$$

$\therefore k^*\in S$

9. $10^{n+1} + 3 \cdot 10^{n} + 5$ es divisible entre 9 para todo $n \in \mathbb{N}$

$S = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ y } P(n) \text{ verdadero}\}$

I) ($1 \in S$?)

$P(n=1)$ $\quad \dfrac{10^{1+1} + 3 \cdot 10^{1} + 5}{9} = \dfrac{10^{2} + 3 \cdot 10 + 5}{9} = \dfrac{135}{9} = 15$

$\therefore 1 \in S$

II) Hipotesis de la inducion ($k \in S$)

$P(n=k)$ $\quad \dfrac{10^{k+1} + 3 \cdot 10^{k} + 5}{9}$ ... (1)

III) Tesis del problema ($k^{*} \in S$?)

$P(n=k)$ $\quad \dfrac{10^{(k+1)+1} + 3 \cdot 10^{k+1} + 5}{9}$ ... (2)

IV) Sustituimos (1) en (2)

$$\frac{10^{(k+1)+1} + 3 \cdot 10^{k+1} + 5}{9}$$

$$\frac{10\, 10^{k+1} + 3\, 10\, 10^{k} + 5}{9}$$

$$\frac{10\, 10^{k+1} + 10\, 3\, 10^{k} + 5 + 50 - 50}{9}$$

$$\frac{10\, 10^{k+1} + 10\, 3\, 10^{k} + 10 \cdot 5 + 5 - 50}{9}$$

$$\frac{10\left(10^{k+1} + 3 \cdot 10^{k} + 5\right) + 5 - 50}{9}$$

$$10\left(\frac{10^{k+1} + 3 \cdot 10^{k} + 5}{9}\right) + \frac{5 - 50}{9}$$

$\therefore k^{*} \in S$

Martinez Garcia Rafael

10 - $3^{3n} - 1$ es divisible entre 26 ; $\forall$ $n \in \mathbb{N}$

$S = \{ n \mid n \in \mathbb{N}$ y $P(n)$ es verdadera$\}$

I) (¿ $1 \in S$?)

$P(n=1)$ $\quad \frac{3^{3(1)} - 1}{26} = \frac{3^3 - 1}{26} = \frac{27 - 1}{26} = \frac{26}{26}$ $\therefore 1 \in S$

II) Hipotesis dela inducion ($k \in S$)

$P(n=k)$ $\quad \frac{3^{3k} - 1}{26}$

III) Tesis del problema ($k^* \in S$)

$P(n=k^*)$ $\quad \frac{3^{3k+1} - 1}{26}$

IV) Sustituir ① en ②

$$\frac{3^{3(k+1)} - 1}{26} = \frac{3^{3k+3} - 1}{26} = \frac{3^{3k} \cdot 3^3 - 1}{26}$$

$$= \frac{3^3}{26}\left(\frac{3^{3k} \cdot 3^3 - 1}{26}\right) \therefore k^* \in S$$

Daniel Contreras Ál... 13 de nov de 2020

2. Tu procedimiento es correcto, pero recuerda que no es lo mismo escribir y operar con 3(k+1) que con 3k+1. Es necesario que, para este problema, agreges los paréntesis para expresar que el número 3 multiplica tanto a k como a 1. Recuerda escribir en tu portada los datos solicitados y enumerar las páginas.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

Tarea 4:

Desigualdades

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega 12 - Nov - 2020

Martinez Garcia Rafael

1

"Desigualdades"

$$\frac{5x-2}{4+x}+1 \leq -1$$

$$\frac{5x-2}{4+x}+2 \leq 0 \Rightarrow \frac{5x-2+2(4+x)}{4+x} \leq 0$$

$$\frac{5x-2+8+2x}{4+x} \leq 0 \Rightarrow \frac{7x+6}{4+x} \leq 0$$

Caso Positivo

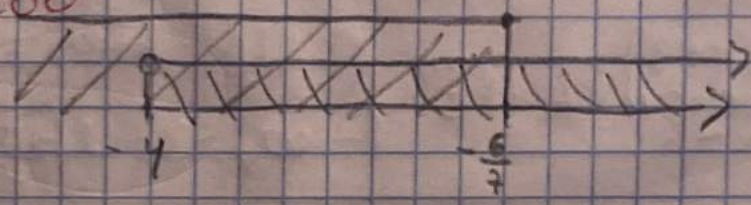
$7x+6 \leq 0$

$7x \leq -6$

$x \leq \frac{-6}{7}$

$x+4 > 0$

$x > -4$



$x \in (-4, -\frac{6}{7})$

Caso Negativo

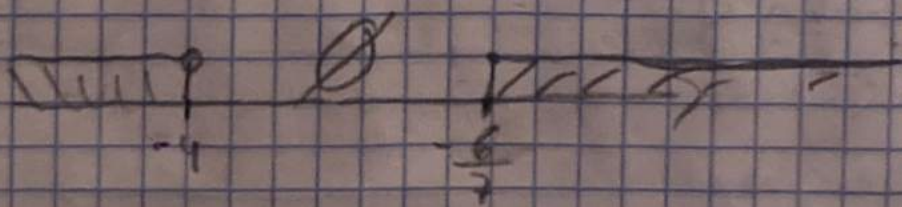
$7x+6 \geq 0$

$7x \geq -6$

$x \geq \frac{-6}{7}$

$x+4 < 0$

$x < -4$



Solucion ⊕ ∪ ⊖ $(-4, -\frac{6}{7})$

2. $\frac{15x-4}{x+3} > -10 + \frac{2}{2x+6} \Rightarrow \frac{2}{2(x+3)} = \frac{1}{x+3}$

$\frac{15x-4}{x+3} - \frac{1}{x+3} > -10 \Rightarrow \frac{15x-5}{x+3} > -10$

$\frac{5(3x-1)}{x+3} > -10 \Rightarrow \frac{3x-1}{x+3} > \frac{-10}{5} \Rightarrow \boxed{\frac{3x-1}{x+3} > -2}$

a) Caso positivo: $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$3x-1 > -2(x+3)$

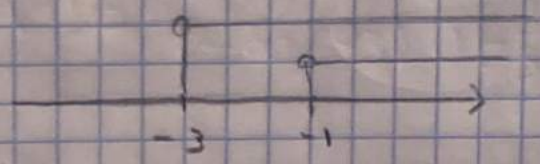
$3x-1 > -2x-6$

$3x+2x > -6+1$

$5x > -5$

$x > -5/5$

$x > -1$



$x \in (-1, \infty)$

b) Caso ~~negativo~~: $x+3<0 \Rightarrow x<-3$

$3x-1 < -2(x+3)$

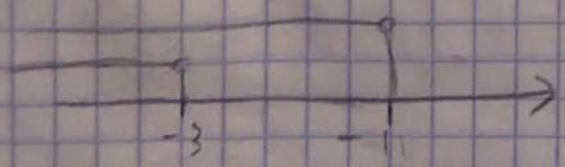
$3x-1 < -2x-6$

$3x+2x < -6+1$

$5x < -5$

$x < -5/5$

$x < -1$



$x \in (-\infty, -3)$

Solucion Total $\oplus \cup \oplus$

Solucion $\oplus \cup \oplus$ $(-\infty, -3) \cup (-1, \infty)$

3.- $|x-1| \leq 2|x+1|$

$\frac{|x-1|}{|x+1|} \leq 2$

A $\boxed{-2 \leq \boxed{\frac{x+1}{x-1}} \leq 2}$ B

A $\boxed{\frac{x+1}{x-1} \geq -2}$ $\boxed{\frac{x+1}{x-1} \leq 2}$ B

Para Ⓐ

i) Caso Positivo $\quad x-1>0 \quad x>-1$

$x-1 \geq -2(x+1)$

$x-1 \geq -2x-2$

$x+2x \geq -2+1$

$3x \geq -1$

$x \geq \frac{-1}{3}$

$x \in [-\frac{1}{3}, \infty)$

ii) Caso Negativo $\quad x+1<0 \quad x>-1$

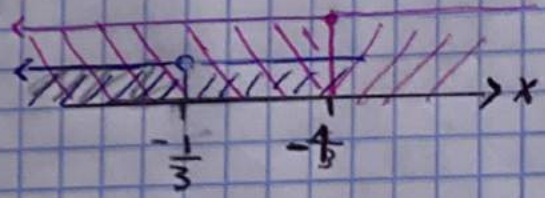
$x-1 \leq (-2)(x+1)$

$x-1 \leq -2x-2$

$x+2x \leq -2+1$

$3x \leq -1$

$x \leq \frac{-1}{3}$



$x \in (\emptyset)$

Solucion Ⓐ $(-1, -\frac{1}{3}) \cup [-\frac{1}{3}, \infty)$

Para B

i) Caso Positivo $\quad x+1>0 \quad x>-1$

$x-1 \leq 2(x+1)$

$x-1 \leq 2x+2$

$-2-1 \leq 2x-x$

$-3 \leq x$

$x \geq -3$

$x \in (-1, \infty)$

ii) Caso Negativo $x+1<0$ $x<-1$

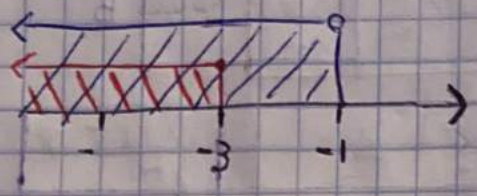
$x-1 \geq 2(x+1)$

$x-1 \geq 2x+2$

$-1-2 \geq 2x-x$

$-3 \geq x$

$x \leq -3$



$x \in (-\infty, -3)$

Solucion B $(-1, \infty) \cup (-\infty, -3)$

$(-\infty, -3)$

Solucion $A \cup B$

$(-\infty, -3) \cup (-\frac{1}{3}, \infty)$

4. $\left|\frac{2x}{x+4}\right| > 3$

$\frac{2x}{x+4} > 3 \qquad \frac{2x}{x+4} < -3$

Caso positivo A $\quad x+4>0 \quad x>-4$

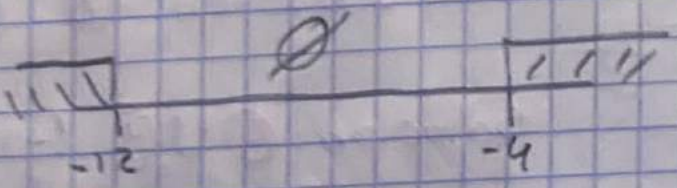
$2x > 3(x+4$

$2x > 3x+12$

$-12 > 3x-2$

$-12 > x$

$x < -12$



Caso Negativo A $\quad x+4<0 \quad x<-4$

$2x < 3(x+4)$

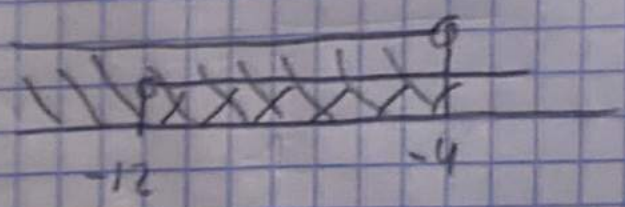
$2x < 3x+12$

$-12 < 3x-2x$

$-12 < x$

$x > -12$

Solucion A $(-12,-4)$



$x \in (-12,-4)$

Caso Positivo B $\quad x+4>0 \quad x>-4$

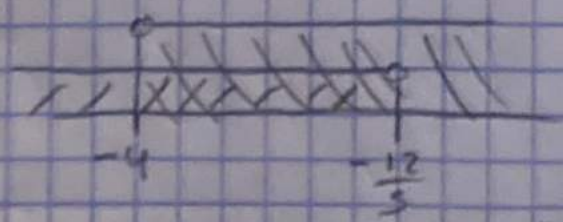
$2x < -3(x+4)$

$2x < -3x-12$

$2x+3x < -12$

$5x < -12$

$x < -\frac{12}{5}$



$x \in (-4, -\frac{12}{5})$

Caso Negativo B $x+4<0$ $x<-4$

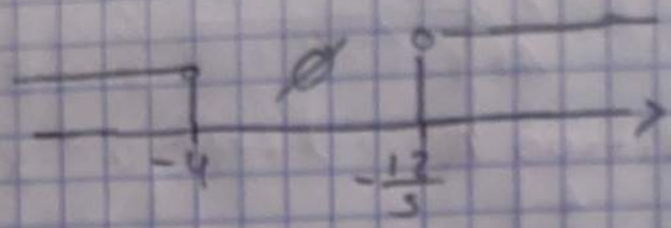
$2x > -3(x+4)$

$2x > -3x-12$

$2x+3x > -12$

$5x > -12$

$x > -\frac{12}{5}$



Solucion B $(-4, -\frac{12}{5})$

Solucion A U B $(-12,-4)(-4,-\frac{12}{5})$

$= (-12, -\frac{12}{5}) - \{-4\}$

5. $-\left|\frac{1}{x+1}\right| |x^2-1| < -1$

$-\left|\frac{1}{x+1}\right| |x+1| |x-1| < -1 \Rightarrow -\frac{|x+1|}{x+1} |x-1| < -1$

$|x-1| > \frac{-1}{-1}$ $\quad x-1 > 1 \quad x-1 < -1$

Caso A

$x-1 > 1$

$x > 1+1$

$x > 2$

$x-1 \geq 0$

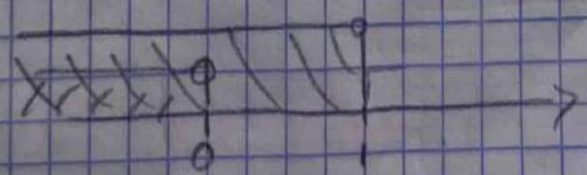
$x \in (2, \infty)$

$x \geq 1$

Caso B

$x-1 < -1$

$x < -1+1$



$x < 0$

$x \in (-\infty, 0)$

$x-1 < 0$

$x < 1$

Solucion A U B

Solucion $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

6. $|2x-3| - 3|x+1| < 0$

Caso positivo A

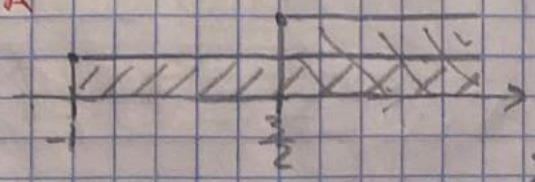
$2x-3 \geq 0$

$x \geq 3$

$x \geq \frac{3}{2}$

$x+1 \geq 0$

$x \geq -1$



$x \in [\frac{3}{2}, \infty)$

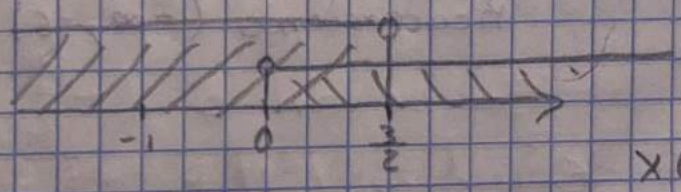
Caso Negativo A

$-(2x-3) - 3(x+1) < 0$ $\quad 2x+3-3x-3<0;\ x<0$

$2x-3<0$

$2x<3$

$x<\frac{3}{2}$



$x \in (0, \frac{3}{2})$

$x+1 \geq 0$

$x \geq -1$

$\therefore\ x>0$

Solucion A $(0, \frac{3}{2}) \cup [\frac{3}{2}, \infty)$

$(0, \infty)$

Caso Positivo B

$(2x-3) - 3(-(x+1)) < 0$

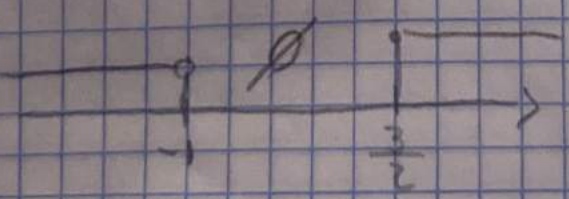
$2x-3 \geq 0$

$2x \geq 3$

$x \geq \frac{3}{2}$

$x+1<0$

$x<-1$



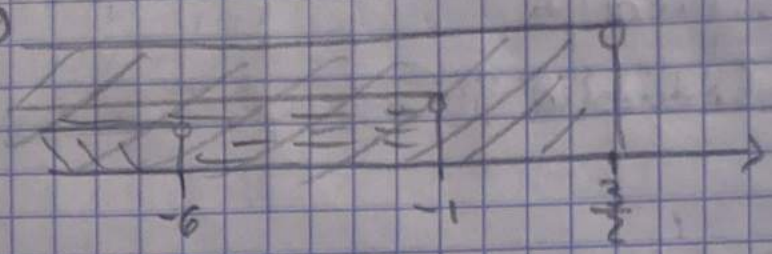
Caso Negativo B

$-(2x-3) - 3(-(x+1)) < 0$ $\quad -2x+3+3+3<0 \quad x<-6$

$2x-3<0$

$2x<3$

$x<\frac{3}{2}$



$x+1<0$

$x<-1$

$x \in (-\infty, -6)$

Como $x<-6$

$\therefore x<-6$

Solucion B $(-\infty, -6)$

Solucion $A \cup B$ $\quad (0, \infty) \cup (-\infty, -6)$

Reacomodando $(-\infty, -6) \cup (0, +\infty)$

7. $\left|\frac{1}{x+1}\right| \left|\frac{2x^2+4x+2}{3}\right| < 1$

$2(x^2+2x+1) = 2(x+1)(x+1)$

$\left|\frac{1}{x+1}\right| \left|\frac{2(x+1)(x+1)}{3}\right| < 1 \Rightarrow \frac{2(x+1)(x+1)}{3(x+1)} < 1$

$\frac{2x+2}{3} < 1 \qquad \frac{2x+2}{3} > -1$

Caso Positivo A $\quad 2x+2 > 0 \quad 2x > -2 \quad x > \frac{-2}{2} \quad x > -1$

$2x+2 < 1(3)$

$2x < 3-2$

$2x < 1$

$x < \frac{1}{2}$

$x \in (-1, \frac{1}{2})$

Caso Negativo A $\quad 2x+2 < 0 \quad 2x < -2 \quad x < \frac{-2}{2} \quad x < -1$

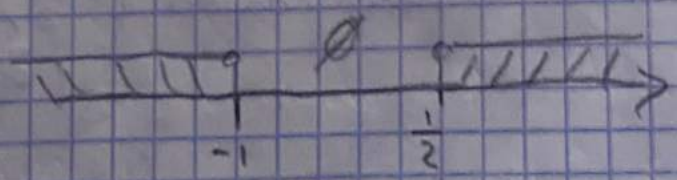
$2x+2 < 1(3)$

$2x+2 < 3$

$2x > 3-2$

$2x > 1$

$x > \frac{1}{2}$



Solucion A $(-1, \frac{1}{2})$

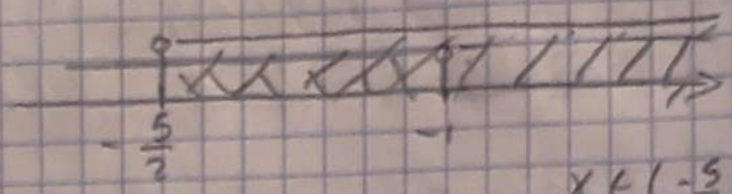
Caso positivo B $2x+2<0$ $2x<-2$ $x<\frac{-2}{2}$

$2x+2>-1\ (3)$

$2x>-3-2$

$2x>-5$

$x>\frac{-5}{2}$



$x\in(-\frac{5}{2},-1)$

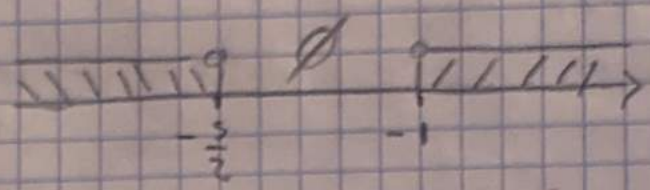
Caso Negativo B $2x+2>0$ $2x>-2$ $x>\frac{-2}{2}$

$2x+2<-1\ (3)$

$2x<-3-2$

$2x<-5$

$x<\frac{-5}{2}$



Solucion B $(-\frac{5}{2},-1)$

Solucion $A\cup B$ $(-1,\frac{1}{2})\cup(-\frac{5}{2},-1)$

Reacomodando $(-\frac{5}{2},-1)\ (-1,\frac{1}{2})$

$(-\frac{5}{2},\frac{1}{2})-\{-1\}$

8.- $|2x-3| + 3|x-1| > 0$

$\left(|2x-3| > -3|x-1|\right) \frac{1}{|x-1|} \Rightarrow \left|\frac{2x-3}{x-1}\right| > -3$

$\frac{2x-3}{x-1} > -3 \qquad \frac{2x-3}{x-1} < 3$

Caso Positivo A $\quad (x-1 > 0 \quad x > 1$

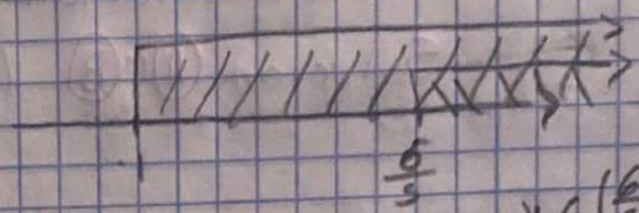
$2x-3 > -3(x-1)$

$2x-3 > -3x+3$

$2x+3x > 3+3$

$5x > 6$

$x > \frac{6}{5}$



$x \in \left(\frac{6}{5}, \infty\right)$

Caso Negativo A $\quad x-1 < 0 \quad x < 1$

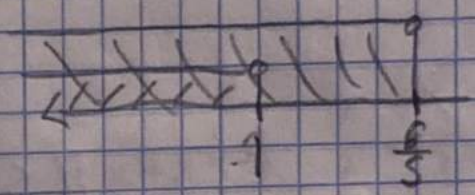
$2x-3 < -3(x-1)$

$2x-3 < -3x+3$

$2x+3x < +3+3$

$5x < 6$

$x < \frac{6}{5}$



$x \in (-\infty, 1)$

Solucion A $(-\infty, \infty)$

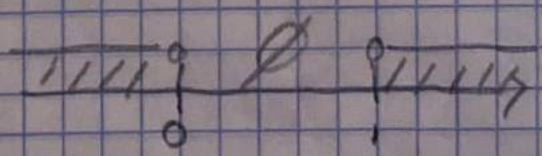
Caso Positivo B $\quad (x-1 > 0 \quad x > 1$

$2x-3 < 3(x-1)$

$2x-3 < 3x-3$

$-3+3 < 3x-2x$

$0 < x$



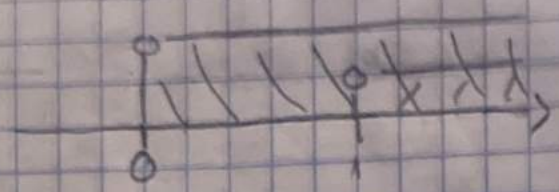
Caso Negativo (B) $x-1<0$ $x<1$

$2x-3>3(x-1)$

$2x-3>3x-3$

$-3+3>3x-2x$

$0>x$



$x \in (1,\infty)$

La solucion B $(1,\infty)$

Solucion (A)U(B) $(-\infty,\infty) \cup (1,\infty)$

$(-\infty,\infty)$ o $\mathbb{R}$

9.- $\sqrt{\dfrac{-x^2+5x-6}{(2-x)^2} - 4}$

$$\frac{-x^2+5x-6}{(2-x)^2} - 4 \geq 0 \; ; \; \frac{-x^2+5x-6}{(2-x)^2} \geq 4$$

$$\frac{(x-3)\cancel{(-x+2)}}{(-x+2)\cancel{(-x+2)}} \geq 4 \; ; \; \frac{(x-3)}{(-x+2)} \geq 4$$

$$\frac{x-3}{-x+2} \geq 4 \qquad \frac{x-3}{-x+2} \leq -4$$

Caso positivo A $\quad -x+2 \geq 0 \quad 2 \geq x \quad x \leq 2$

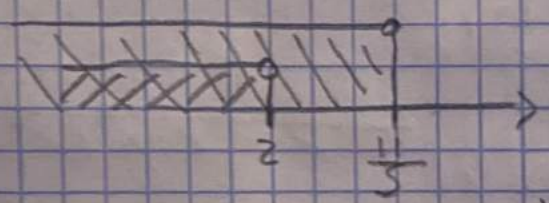
$x-3 \leq 4(-x+2)$

$x-3 \leq -4x+8$

$x+4x \leq 8+3$

$5x \leq 11$

$x \leq \frac{11}{5}$



$x \in (-\infty, 2)$

Caso negativo A $\quad -x+2 \leq 0 \quad 2 \leq x \quad x \geq 2$

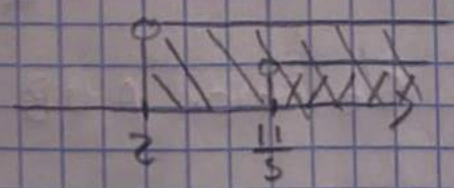
$x-3 \geq 4(-x+2)$

$x-3 \geq -4x+8$

$x+4x \geq 8+3$

$5x \geq 11$

$x \geq \frac{11}{5}$



$x \in \left(\frac{11}{5}, \infty\right)$

Solucion $\left(2, \frac{11}{5}\right]$

Caso Positivo B $\quad -x+2 \geq 0 \quad -x+2 \geq 0 \quad 2 \geq x$

$x \leq 2$

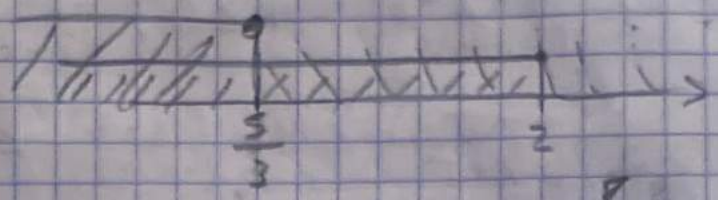
$x-3 \geq -4(-x+2)$

$x-3 \geq 4x-8$

$-3+8 \geq 4x-x$

$5 \geq 3x$

$x \leq \frac{5}{3}$



$x \in \left(-\infty, \frac{5}{3}\right]$

Caso Negativo B $\quad -x+2 \leq 0 \quad 2 \leq x \quad x \geq 2$

$x-3 \leq -4(-x+2)$

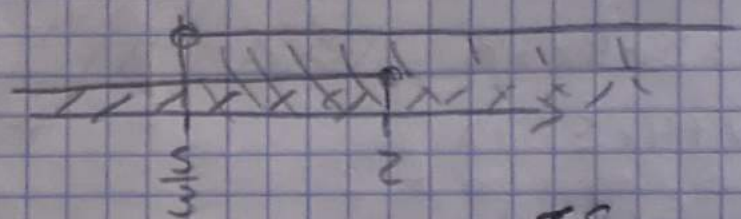
$x-3 \leq 4x-8$

$-3+8 \leq 4x-x$

$5 \leq 3x$

$\frac{5}{3} \leq x$

$x \geq \frac{5}{3}$



$x \in \left[\frac{5}{3}, 2\right)$

Solucion B $\left[\frac{5}{3}, 2\right)$

Solucion A U B $\left(2, \frac{11}{5}\right] \cup \left[\frac{5}{3}, 2\right)$

$\left[\frac{5}{3}, \frac{11}{5}\right] - \{2\}$

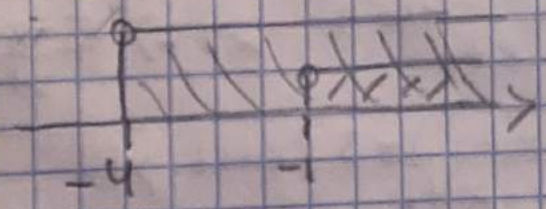
10. $\left| \frac{2x^2+6}{2(x+1)} - \frac{4x}{2x+2} \right| < 2x+1$

$\frac{2x^2-6}{2(x+1)} - \frac{4x}{2(x+1)} < 2x+1 \Rightarrow \frac{2x^2-6-4x}{2(x+2)} - 2x+1 < 0$

$\frac{x^2-3-2x}{x+1} - 2x < 1$ $\qquad$ $\frac{x^2-3-2x}{x+1} - 2x > -1$

Caso positivo A $\qquad$ $x+1>0 \quad x>-1$

$\frac{x^2-2x-3}{x+1} - 2x < 1$



$\frac{x^2-2x-3-2x(x+1)}{x+1} < 1$

$x \in (-1, \infty$

$\frac{x^2-2x-3-2x^2-2x}{x+1} < 1$

$\frac{-x^2-4x-3}{x+1} < 1 \Rightarrow \frac{-x^2-x-3x-3}{x+1} < 1$

$\frac{-x(x+1)-3(x+1)}{x+1} < 1$

$\frac{-(x+1)(x+3)}{x+1} < 1$

$-x-3 < 1$

$-3-1 < x$

$x > -4$

No supe realizar

Caso Negativo A $\quad x+1<0 \quad x<-1$

$$\frac{x^2-2x-3}{x+1}-2x>1$$

$$\frac{x^2-2x-3-2x(x+1)}{x+1}>1$$

$$\frac{x^2-2x-3-2x^2-2x}{x+1}>1$$

$$\frac{-x^2-4x-3}{x+1}>1 \Rightarrow \frac{x^2-x-3x-3}{x+1}>1$$

$$\frac{-x(x+1)-3(x+1)}{x+1}>1$$

$$\frac{-1\cancel{(x+1)}(x+3)}{\cancel{x+1}}>1$$

$$-x-3>1$$

$$-3>1+x$$

$$-4>x$$

$$x>-4$$

$x \in (-4,-1)$

No supe Realizar

Comentarios privados

Daniel Contreras Ál... 20 de nov de 2020

1. El intervalo derecho debe ser cerrado, esto es, (-4,-6/7].

8. El conjunto solución está definido para todos los reales menos para el 1, es decir, el conjunto solución es (-oo,oo)-{1}.

9. El conjunto solución sí contempla el valor de 2, es decir, la respuesta final es (2,11/5].

Primer Examen Parcial 8-12-2020

Martinez Garcia Rafael

Algebra

1

1.- Resuelve la ecuacion

$$\tan 2x + 2\operatorname{Sen} x = 0 \quad \text{en el intervalo} \quad [0°, 360°)$$

$$\frac{2\tan x}{1-\tan(x)^2} + 2\operatorname{sen} x = 0$$

$$\frac{2\,\frac{\operatorname{Sen}(x)}{\cos(x)}}{1-\left(\frac{\operatorname{Sen}(x)}{\cos(x)}\right)^2} + 2\operatorname{sen} x = 0$$

$$\frac{\frac{2\operatorname{Sen}(x)}{\cos(x)}}{1-\frac{\operatorname{Sen}(x)^2}{\cos(x)^2}} + 2\operatorname{sen} x = 0$$

$$\frac{\frac{2\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}}{\frac{\cos x^2 - \operatorname{Sen} x^2}{\cos(x)^2}} + 2\operatorname{sen} x = 0$$

$$\frac{2\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\cos(x)^2 - \operatorname{Sen}(x)^2} + 2\sin(x) = 0$$

$$\frac{2\operatorname{Sen} x\cos x + 2(\cos x^2 - \operatorname{Sen} x^2)\operatorname{Sen} x}{\cos x^2 - \operatorname{sen} x^2} = 0$$

$\cos x^2 - \operatorname{Sen} x^2$ Pasa multiplicando a 0

$2\operatorname{Sen} x\cos x + 2(\cos x^2 - \operatorname{Sen} x^2)\operatorname{sen} x = 0$ Factoriza $2\operatorname{sen} x$

$2\operatorname{Sen} x(\cos x + \cos x^2 - \operatorname{Sen} x^2) = 0$

$2\operatorname{Sen} x(\cos x + \cos x^2 - 1 - \cos 2x) = 0 \quad U = \cos x$

$\operatorname{sen} x(U^2 + U - 1) = 0 \rightarrow 2U^2 + 2U - U - 1$

$\operatorname{Sen} x(2U-1)(U+1) = 0 \qquad 2U^2 + U - 1$

$\operatorname{Sen} x = 0 \qquad \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -1$

$2\cos x = 0$

2

∴ x en la funcion = 0 en 0, 180°, 90° y 270°

2. Demuestra que se cumple las identidades trigonometricos

$$\frac{1+\cos\theta}{\tan\theta} \cdot \frac{1-\cos\theta}{\tan\theta} = \cos^2\theta$$

$$\frac{(1+\cos\theta)(\cos\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \cdot \frac{(1-\cos\theta)(\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} = \cos^2\theta$$

$$\frac{(1+\cos\theta)(\cos\theta)^2(1-\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta^2} = \cos^2\theta$$

$$\frac{(1+\cos\theta)(\cos\theta)^2(1-\cos\theta)}{1-\cos(\theta)^2} = \cos^2\theta$$

$$\frac{\cancel{(1+\cos\theta)}(\cos\theta)^2\cancel{(1-\cos\theta)}}{\cancel{(1+\cos\theta)}\cancel{(1-\cos\theta)}} = \cos^2\theta$$

$$\therefore \cos^2\theta = \cos^2\theta \;//$$

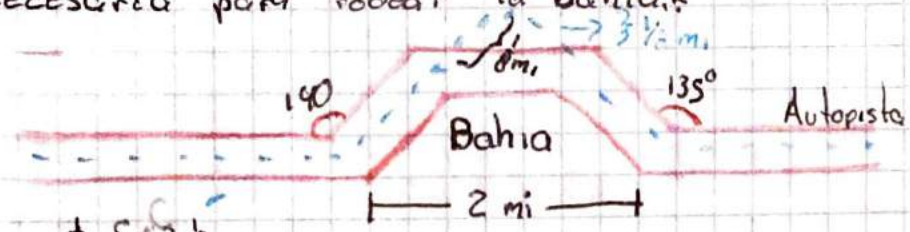
$$\frac{1-\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{1+\operatorname{sen}\theta}$$

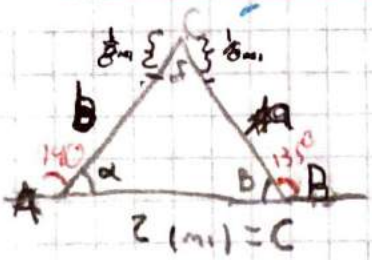
$$(1-\operatorname{sen}\theta)(1+\operatorname{sen}\theta) = \cos^2\theta$$

$$(1-\operatorname{sen}\theta)^2 = \cos^2\theta$$

$$\cos^2\theta = \cos^2\theta \;//$$

Una autopista se construye a lo largo de una costa. Una bahia obstruye el camino recto de la carretera. Como el Costo de un puente es prohibitivo deciden rodear la bahia. La figura muestra el camino que se decide construir y las medidas tomadas ¿Cual es la longitud de las autopistas necesaria para rodear la bahia?





$\overline{CB} = a + \frac{1}{8} = 1.4154$

$\overline{AC} = b + \frac{1}{8} = 1.5445$

$\beta + \alpha + \delta = 180°$

$\beta = 180° - 135°$ $\quad \alpha = 180° - 140°$ $\quad \delta = 180° - 40° - 45°$

$\beta = 45°$ $\quad \alpha = 40°$ $\quad \delta = 95°$

Para saber el lado a se usa $\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{c}{\operatorname{sen}\delta}$

Entonces

$a = \frac{c}{\operatorname{sen} C}(\operatorname{sen} A)$

$a = \frac{2}{\operatorname{sen}(95°)}(\operatorname{sen} 40)°$

$a = 1.2904$ millas

Para $b = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}$

$b = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}(\operatorname{sen}\beta)$

$b = \frac{1.2904}{\operatorname{sen}(40°)}(\operatorname{sen} 45°)$

$b = 1.41952$ millas

∴ La longitud de los autopista necesaria es:

$\overline{CB} + \overline{AC}$

Entonces $1.4154 + 1.5445 = \boxed{2.95992 \text{ millas}}$

4

4. Demostrar la validez de la posicion por Induccion Matematica.

$$2 + 2r + 2r^2 + \dots 2r^{n-1} = \frac{2(1-r^n)}{1-r} \; ; \; \forall n \in \mathbb{N}$$

con $r \neq 1$

$S = \{ n \mid n \in \mathbb{N} \text{ y } P(n) \text{ sea verdad} \}$

i) $(2) \in S$?

$P(n=2)$ $\quad 2 + 2r + 2r^2 + \dots 2r^{2-1} = \frac{2(1-r^{(2)})}{1-r} \rightarrow (2+2r)\,1-r = 2(1-r^2)$

$\therefore 2 \in S$

ii) hipotesis de la induccion

$P(n=k)$ $\quad 2 + 2r + 2r^2 + \dots 2r^{k-1} = \frac{2(1-r^k)}{1-r} \dots (1)$

iii) Tesis del problema

$P(n=k+1)$ $\quad 2 + 2r + 2r^2 + \dots 2r^{(k+1)-1} = \frac{2(1-r^{k+1})}{1-r} \dots (2)$

iv) Sustituyendo 1 en 2

$$\frac{2(1-r^k)}{1-r} + 2r^k = \frac{2(1+r^{k+1})}{1-r}$$

$$\frac{(2-2r^k)(2r^k)}{1-r} = \frac{2(1+r^{k+1})}{1-r}$$

$$\frac{2(1+r^{k+1})}{1-r} = \frac{2(1+r^{k+1})}{1-r}$$

(F)

(5)

5. Obtener el conjunto solucion de las desigualdades $x \in \mathbb{R}$

$$|x+10| - 2|2x-3| > 0$$

$$|x+10| > 2|2x-3|$$

$$\frac{|x+10|}{|2x-3|} > 2\frac{|2x-3|}{|2x-3|}$$

$$\frac{|x+10|}{|2x-3|} > 2$$

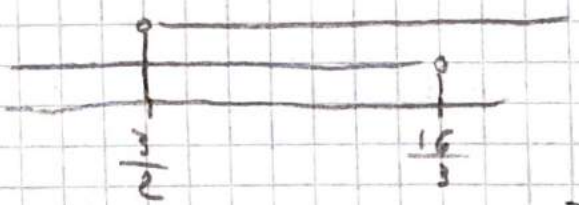
∴ Como tiene $|x| \geq a$
∴ $x \geq a$ o $x \leq a$

A: $\frac{x+10}{2x-3} > 2$ ó B: $\frac{x+10}{2x-3} < 2$

Para A

Caso Positivo

$2x-3 > 0 \quad 2x > 3 \quad x > \frac{3}{2}$

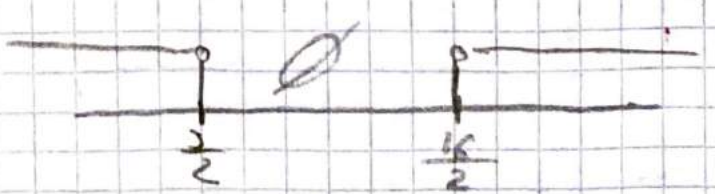


$$x+10 > 2(2x-3)$$
$$x+10 > 4x-6$$
$$10+6 > 4x-x$$
$$16 > 3x$$
$$\frac{16}{3} > x$$
$$x < \frac{16}{3}$$

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{16}{3}\right)$$

Caso Negativo

$x < \frac{3}{2}$



$$x+10 < 2(2x-3)$$
$$x+10 < 4x-6$$
$$10+6 < 4x-x$$
$$16 < 3x$$
$$x > \frac{16}{3}$$

Solucion A $\left(\frac{3}{2}, \frac{16}{3}\right.$

Para B

Caso Positivo $\quad x > \frac{2}{3}$

$$\frac{x+10}{2x-3} < -2$$

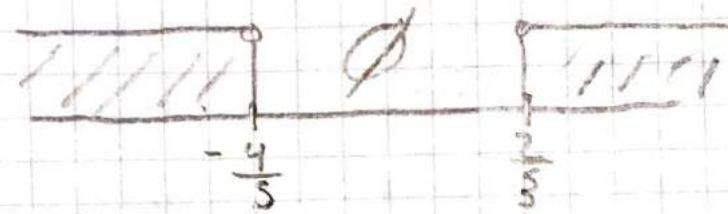
$$x + 10 < -2(2x-3)$$

$$x + 10 < -4x + 6$$

$$+4x + x < 6 - 10$$

$$5x < -4$$

$$x < \frac{-4}{5}$$



Caso Negativo $\quad x < \frac{2}{3}$

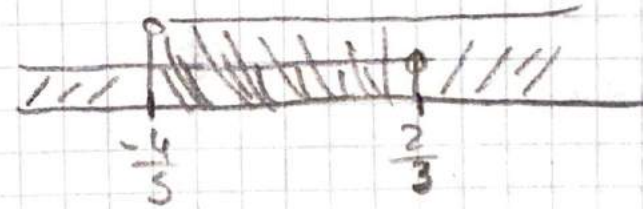
$$x + 10 > -2(2x+3)$$

$$x + 10 > -4x + 6$$

$$4x + x > 6 - 10$$

$$5x > -4$$

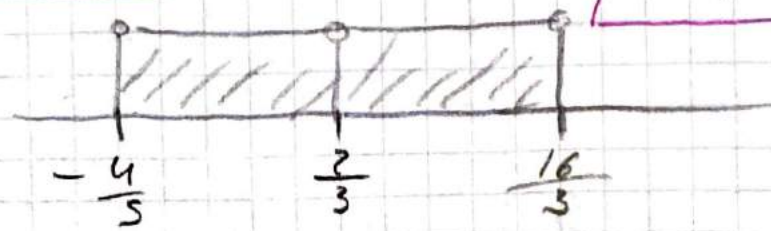
$$x > -\frac{4}{5}$$



Solucion B $\left(-\frac{4}{5}, \frac{2}{3}\right)$

Solucion A U B $\left(-\frac{4}{5}, \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, \frac{16}{3}\right)$

$\left(-\frac{4}{5}, \frac{16}{3}\right) - \left\{\frac{2}{3}\right\}$



5.2 $|2+x| < |3-2x|$

$$\frac{|2+x|}{3-2x} < \frac{|3-2x|}{|3-2x|}$$

$$\left|\frac{2+x}{3-2x}\right| < 1$$

$$\therefore \quad \overset{A}{\boxed{-1 < \overset{B}{\boxed{\frac{2+x}{3-2x}} < 1}}}$$

Para A

Positivo

$3-2x > 0 \quad 3 > 2x \quad \frac{3}{2} > x \quad x < \frac{3}{2}$

$$\frac{2+x}{3-2x} > -1$$

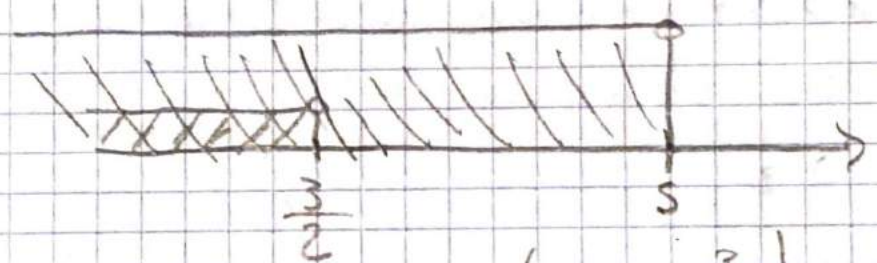
$2+x > -1(3-2x)$

$2+x > -3+2x$

$2+3 > 2x-x$

$5 > x$

$x < 5$



$\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$

Caso Negativo

$x > \frac{3}{2}$

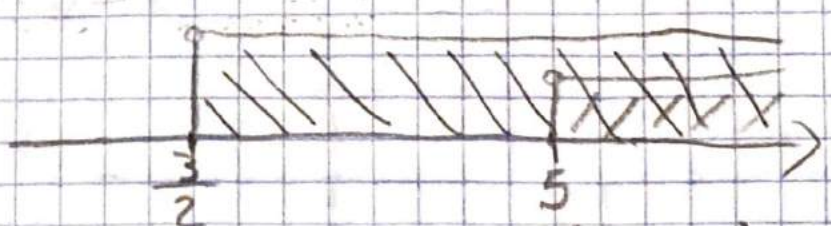
$2+x < -1(3-2x)$

$2+x < -3+2x$

$2+3 < 2x-x$

$5 < x$

$x > 5$



$(5, \infty)$

Solucion A $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \cup (5, \infty)$

$= \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}, 5\right\}$

B

Para B $\quad x < \frac{3}{2}$

$$\frac{2+x}{3-2x} < 1$$

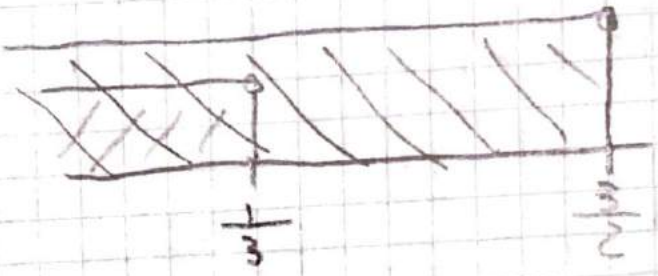
$$2 + x < (1)(3-2x)$$

$$2 + x < 3 - 2x$$

$$x + 2x < 3 - 2$$

$$3x < 1$$

$$x < \frac{1}{3}$$



$$\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$$

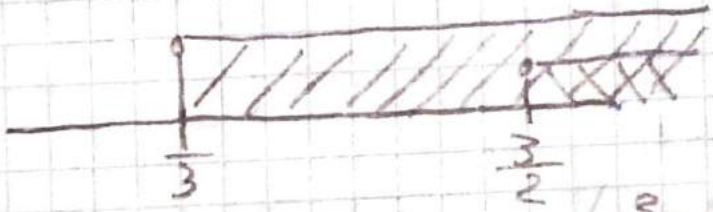
Caso Negativo $\quad x > \frac{3}{2}$

$$2 + x > 3 - 2x$$

$$x + 2x > 3 - 2$$

$$3x > 1$$

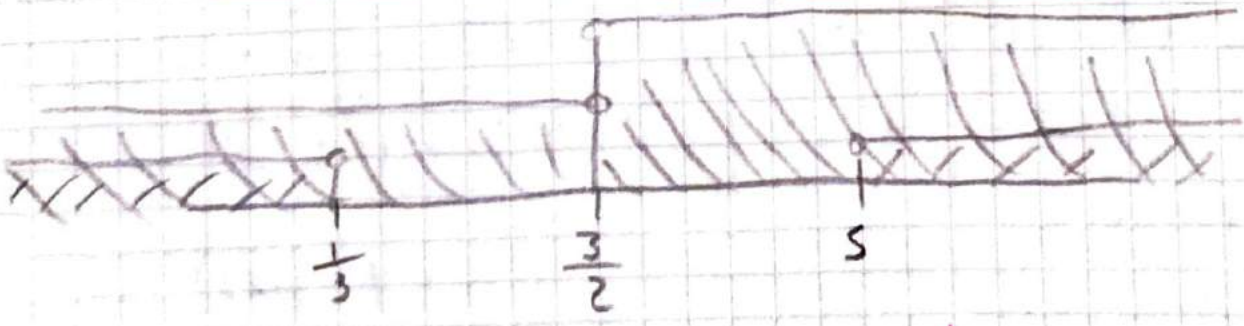
$$x > \frac{1}{3}$$



$$\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$$

Solucion B $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$
$= \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right\}$

$$\boxed{\text{Solucion } A \cup B \quad \left(-\infty, \frac{1}{3}\right)(5, \infty)}$$



$$\boxed{\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}, 5\right\}}$$

6.- Expresa el numero 7.25171717... como el cociente de 2 numeros enteros.

1 Ubicamos el numero que no pertenece a la periodicidad y multiplicamos por un exponente de 10

$7.\boxed{25}171717...$

$\frac{a}{b} \cdot 10^2 = (7.251717...)(10^2) \rightarrow \frac{a}{b} \cdot 10^2 = 725.171717...$ (1)

2 Ubicamos los numeros que pertenecen a la periodicidad y multiplicamos por exponente de 10

$\frac{a}{b} 10^2 = (725.171717...)(10^2) \rightarrow \frac{a}{b} \cdot 10^2 = 72517.1717...$ (2)

3 Restar miembro a miembro las expresiones 1 y 2

$\frac{a}{b} \cdot 10^4 - \frac{a}{b} \cdot 10^2 = (72517.171717...) - (725.171717...)$

$\frac{a}{b}(10^4 - 10^2) = 71792$

$\frac{a}{b} = \frac{71792}{10^4 - 10^2} = \frac{71792}{99000} = \frac{35896}{4950} = \frac{17948}{2475}$

∴ El cociente de 2 numeros Enteros que da 7.251717 es:

$$\boxed{\frac{17948}{2475}}$$

Autoevaluación de números reales

En esta sección fue un poco mas comprensible para mi, tuve una mejor comprensión de ambos temas y me ayudo bastante el entrar a sesión de dudas, sinceramente las sesiones de dudas y las sesiones de clase grabadas me sirvieron bastante de ayuda para checar las dudas que tenia o surgían al querer realizar los ejercicios de tareas.
En esta unidad se me hizo un poco mas complicado el tema de desigualdades al principio, pero después, al realizar ejercicios de ambos temas logre comprender un poco mejor el como es que se resolvían los ejercicios. A pesar de ello siento que tengo aun algunas fallas.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 4:

NÚMEROS COMPLEJOS

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

Tarea 5:

Numeros Complejos.

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

28-Nov-2020

Martinez Garcia Rafael

1.- Los valores $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuacion

$$\sqrt{2}\ \text{cis}\ 45^\circ = e^{\frac{\pi}{2}i} - 2 + \sqrt{3}i + \frac{4e^{\pi i} - 4\,\text{cis}\ 60^\circ + 8\sqrt{3}i}{\sqrt{3}\ z^{3/4}}$$

Transformaciones en forma binomica

$$e^{\frac{\pi}{2}i} = \text{cis}\ 90^\circ = \cos 90^\circ + i \operatorname{sen} 90^\circ = i$$

$$4e^{\pi i} = \text{cis}\ 180^\circ = 4(\cos 180^\circ + i \operatorname{sen} 180^\circ) = 4(-1 + i(0)) = -4$$

$$4\,\text{cis}\ 60^\circ = 4(\cos 60^\circ + i \operatorname{sen} 60^\circ) = 4\left(\frac{1}{2} + i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$\sqrt{2}\ \text{cis}\ 45^\circ = \sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \operatorname{sen} 45^\circ) = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = 1 + 1i$$

Sustituyendo.

$$1 + i = i - 2 + \sqrt{3}i + \frac{-4 - (2 + 2\sqrt{3}i) + 8\sqrt{3}i}{\sqrt{3}\ z^{3/4}}$$

$$1 + \cancel{i} = \cancel{i} + 2 - \sqrt{3}i = \frac{-4 - 2 - 2\sqrt{3}i + 8\sqrt{3}i}{\sqrt{3}\ z^{3/4}}$$

Simplificando y despejando

$$3 - \sqrt{3}i = \frac{-6 + 6\sqrt{3}i}{\sqrt{3}\ z^{3/4}}$$

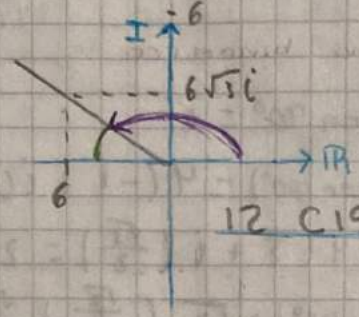
$$(3 - \sqrt{3}i) \cdot (z^{3/4}) = \left(\frac{-6 + 6\sqrt{3}i}{\sqrt{3}\ z^{3/4}}\right)(z^{3/4})$$

$$z^{3/4} = \frac{\frac{-6 + 6\sqrt{3}i}{\sqrt{3}}}{3 - \sqrt{3}i}$$

$$z^{3/4} = \frac{-6 + 6\sqrt{3}i}{(\sqrt{3})(3 - \sqrt{3}i)}$$

Transformando a CIS

$$-6+6\sqrt{3}i \begin{cases} r = \sqrt{(-6)^2+(6\sqrt{3})^2} = \sqrt{36+3(36)} = \sqrt{144} = 12 \\ \theta = \tan^{-1}\frac{6\sqrt{3}}{-6} = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = -60^\circ \end{cases}$$



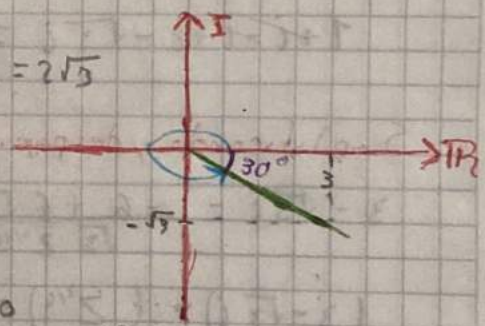
$12 \text{ CIS } 120^\circ$

$$\sqrt{3}+0i \begin{cases} r = \sqrt{(\sqrt{3})^2+(0)^2} = \sqrt{3} \\ \theta = \tan^{-1}\frac{0}{\sqrt{3}} = 0^\circ \end{cases}$$

$\sqrt{3} \text{ CIS } 0^\circ = \sqrt{3}$

$$3-\sqrt{3}i \begin{cases} r = \sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \\ \theta = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{3} = 30^\circ \end{cases}$$

$2\sqrt{3} \text{ CIS } 330^\circ$



Sustituyendo

$$z^{3/4} = \frac{12 \text{ CIS } 120^\circ}{(\sqrt{3})(2\sqrt{3} \text{ CIS } 330^\circ)} = \frac{12 \text{ CIS } 120^\circ}{6 \text{ CIS } 330^\circ} = \frac{12}{6} \text{ CIS } (120^\circ - 330^\circ)$$

$= 2 \text{ CIS } (-210^\circ) \Rightarrow z^{3/4} = 2 \text{ CIS } (-210^\circ) \rightarrow$ No Esta en el argumento +1 vuelta

$$(z^{3/4})^{4/3} = (2 \text{ CIS } (150^\circ))^{4/3} \Rightarrow z = \sqrt[3]{(2 \text{ CIS } (150^\circ))^4}$$

$z = \sqrt{(2)^4 \text{ CIS } (150^\circ \cdot 4)} = \sqrt[3]{16} \text{ CIS } (600^\circ) \rightarrow$ No esta en el argumento -1 vuelta

$z = \sqrt[3]{16} \text{ CIS } (240^\circ)$

$$z = \sqrt[3]{16} \text{ CIS } \frac{(240^\circ + k \cdot 360^\circ)}{3}; \; 0, 1, 2$$

$Z_0 = \sqrt[3]{16}\ \text{cis}\ 80^\circ$ $Z_1 = \sqrt[3]{16}\ \text{cis}\ 200$ $Z_2 = \sqrt[3]{16}\ \text{cis}\ 320$

Resultado

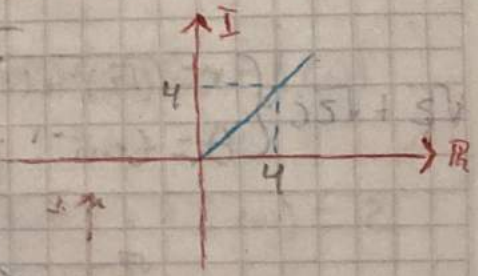
2. Determinar el o los valores de $z \in \mathbb{C}$ tales satisfacen la ecuacion

$$\frac{(4+4i)\left(8e^{\frac{\pi}{2}i}\right)}{\sqrt{2}\ \text{cis}\ 270^\circ + 5\sqrt{2}i} = z^2\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right)$$

Para el numerador transformar a cis (multiplicacion)

$$4+4i \begin{cases} r = \sqrt{(4)^2+(4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \\ \theta = \tan^{-1}\frac{4}{4} = \tan^{-1}(1) = 45^\circ \end{cases}$$

$$4\sqrt{2}\ \text{cis}\ 45^\circ$$



$$8e^{\frac{\pi}{2}i} = 8\ \text{cis}\ 90^\circ$$

Para el denominador transformamos a forma binomica (suma)

$$\sqrt{2}\ \text{cis}\ 270^\circ = \sqrt{2}\left(\cos 270^\circ + i\,\text{sen}(270)\right) = \sqrt{2}\left(0+(-1)i\right)$$

$$\sqrt{2}(0-i) = 0-\sqrt{2}i$$

Sustituimos y simplificamos

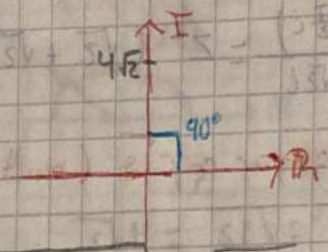
$$\frac{(4\sqrt{2}\ \text{cis}\ 45^\circ)(8\ \text{cis}\ 90^\circ)}{-\sqrt{2}i+5\sqrt{2}i} = z^2\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right)$$

$$\frac{32\sqrt{2}\ \text{cis}\ 135^\circ}{4\sqrt{2}i} = z^2\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right) \Rightarrow \frac{\frac{32\sqrt{2}\ \text{cis}\ 135^\circ}{4\sqrt{2}i}}{\sqrt{2}+\sqrt{2}i} = z^2$$

$$z^2 = \frac{32\sqrt{2}\ \text{cis}\ 135^\circ}{(4\sqrt{2}i)(\sqrt{2}+\sqrt{2}i)}$$

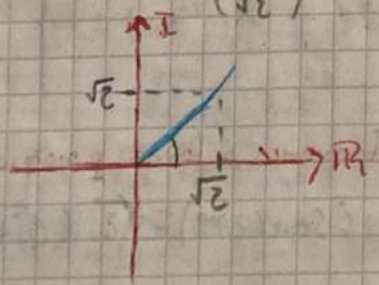
Convertimos a CIS el denominador (multiplicación)

$$0+4\sqrt{2}i \begin{cases} r=\sqrt{0^2+(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{(16)(2)}=\sqrt{32}=4\sqrt{2} \\ \theta=\tan^{-1}\left(\frac{4\sqrt{2}}{0}\right)= \text{indeterminacion} \end{cases}$$



$4\sqrt{2}$ CIS $90°$

$$\sqrt{2}+\sqrt{2}i \begin{cases} r=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2+2}=\sqrt{4}=2 \\ \theta=\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)=\tan^{-1}(1)=45° \end{cases}$$



2 CIS $45°$

Sustituimos

$$z^2=\frac{32\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 135°}{(4\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 90°)(2\ \text{CIS}\ 45°)}=\frac{32\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 135°}{8\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 135°}$$

$$z^2=4\ \text{CIS}\ 0° \Rightarrow z=\sqrt{4\ \text{CIS}\ 0°}=\sqrt{4}\ \text{CIS}\ 0°=2\ \text{CIS}\ 0°$$

$$z=2\ \text{CIS}\ \frac{0°+k\cdot 360}{2};\ 0,1$$

$$\boxed{z_0=2\ \text{CIS}\ 0° \qquad z_1=2\ \text{CIS}\ 180°}$$

3. Representar en el Plano de Argand $X \in \mathbb{C}$ que satisfacen

$$x^4 = \frac{(\sqrt{8}\ \text{CIS}\ 135^\circ)(16e^{\pi i})}{i(2\ \text{CIS}\ 270^\circ + 2\ \text{CIS}\ 0^\circ)}$$

Primero transformamos el numerador a CIS (multiplicacion)

$$16e^{\pi i} = 16\ \text{CIS}\ 180^\circ$$

Para el denominador tenemos que transformar a binomica.

$$2\ \text{CIS}\ 270 = 2(\cos 270^\circ + i \operatorname{sen} 270^\circ) = 2(0 - i(1))$$
$$= 2i$$

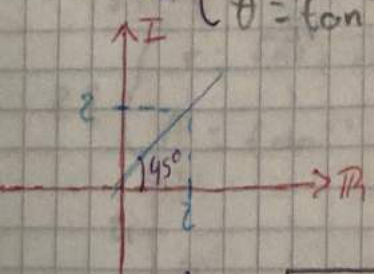
$$2\ \text{CIS}\ 0^\circ = 2(\cos 0^\circ + i \operatorname{sen} 0^\circ) = 2(1 + i(0)) = 2$$

Sustituimos y Realizamos operaciones

$$x^4 = \frac{(\sqrt{8}\ \text{CIS}\ 135^\circ)(16\ \text{CIS}\ 180^\circ)}{(2i+2)\,i} = \frac{32\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 315^\circ}{(2i+2)\,i}$$

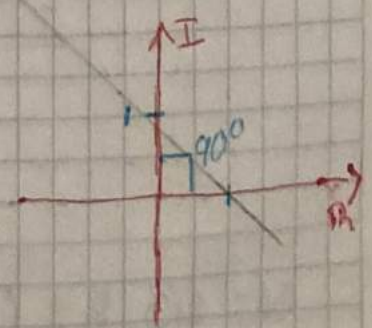
Ahora el denominador lo transformamos a CIS

$$2+2i \begin{cases} r = \sqrt{(2)^2+(2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = \tan^{-1}(1) = 45^\circ \end{cases}$$



$$\sqrt{8}\ \text{CIS}\ 45^\circ$$

$$0+i \begin{cases} r = \sqrt{0^2+1^2} = \sqrt{1} = 1 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{0}\right) \text{ indeterminacion} \end{cases}$$



$$\text{CIS}\ 90^\circ$$

Sustituimos y resolvemos

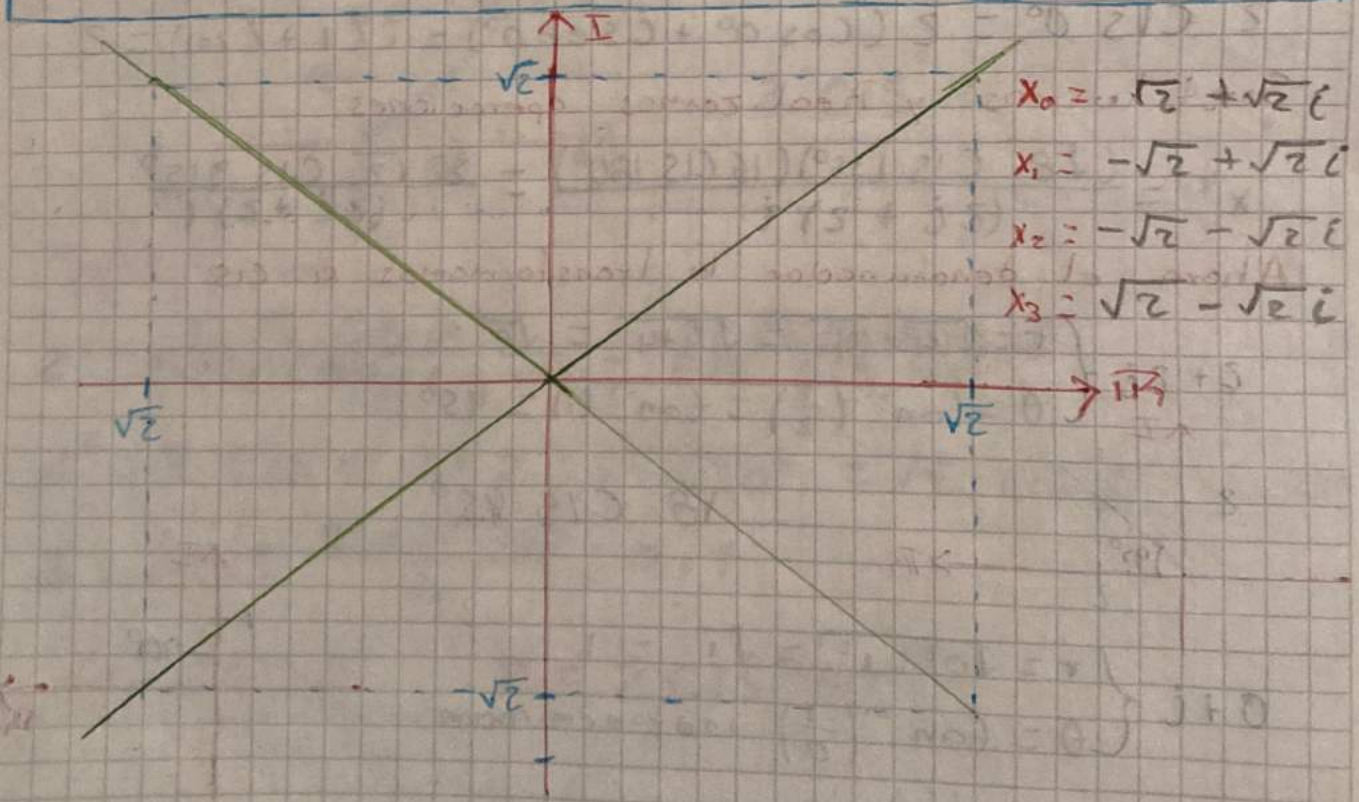
$$x^4 = \frac{32\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 315^\circ}{(\sqrt{8}\ \text{CIS}\ 45^\circ)(\text{CIS}\ 90^\circ)} = \frac{32\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 315^\circ}{\sqrt{8}\ \text{CIS}\ 135^\circ}$$

$$x^4 = \frac{32\sqrt{2}}{\sqrt{8}}\ \text{CIS}\ (315^\circ - 135^\circ) = 16\ \text{CIS}\ 180^\circ$$

$$x = \sqrt[4]{16\ \text{CIS}\ 180} = \sqrt[4]{16}\ \text{CIS}\ 180$$

$$x = \sqrt[4]{16}\ \text{CIS}\ \frac{180^\circ + k \cdot 360}{4}\ ;\ 0, 1, 2, 3$$

$X_0 = 2\ \text{CIS}\ 45^\circ$ $X_1 = 2\ \text{CIS}\ 135^\circ$ $X_2 = 2\ \text{CIS}\ 225^\circ$ $X_3 = 2\ \text{CIS}\ 315^\circ$



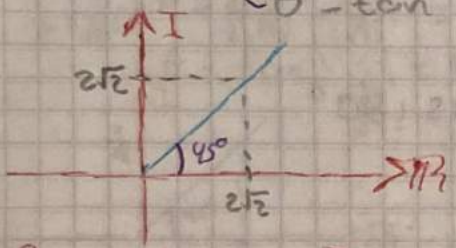
4.- Determinar el o los valores de $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuacion

$$z^2 = \frac{(z_3 - \overline{z_4})^3}{z_1 z_2}$$

Donde $z_1 = \text{CIS } 45^\circ$
$z_2 = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$
$z_3 = 5e^{\pi i}$
$z_4 = -5 + 2i$

Primero transformamos z_2 a CIS

$$2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i \begin{cases} r = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{4(2) + 4(2)} = \sqrt{8+8} = \sqrt{16} = 4 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) = \tan^{-1}(1) = 45^\circ \end{cases}$$



$4 \text{ CIS } 45^\circ$

Convertimos z_3 a forma binomica y $\overline{z_4}$ de z_4 S!

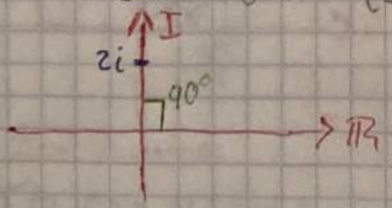
$z_4 = -5 + 2i \rightarrow \overline{z_4} = -5 - 2i$

$z_3 = 5e^{\pi i} = 5 \text{ CIS } 180^\circ = 5(\cos 180^\circ + i \operatorname{sen} 180^\circ) = 5(-1 + 0i)$
$= -5$

Realizamos Resta del numerador y transformamos a CIS

$(z_3 - \overline{z_4})^3 = (-5 - (-5 - 2i))^3 = (\cancel{-5} \cancel{+5} + 2i)^3 = (2i)^3$

$$2i \begin{cases} r = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2i}{0}\right) \text{ indeterminacion} \end{cases}$$



$2 \text{ CIS } 90^\circ$

$(2i)^3 = (2 \text{ CIS } 90^\circ)^3 = 2^3 \text{ CIS } (90 \cdot 3) = 8 \text{ CIS } 270$

Realizamos multiplicación y sustituimos (denominador

$$z_1 \cdot z_2 = (\text{cis } 45)(4 \text{ cis } 45) = 4 \text{ cis } (45+45^\circ)$$

$$= 4 \text{ cis } 90^\circ$$

$$z^2 = \frac{8 \text{ cis } 270^\circ}{4 \text{ cis } 90^\circ} = \frac{8}{4} \text{ cis } 270^\circ - 90^\circ$$

$$z^2 = 2 \text{ cis } 180^\circ$$

$$z = \sqrt{2 \text{ cis } 180^\circ} = \sqrt{2} \text{ cis } 180^\circ$$

$$z = \sqrt{2} \text{ cis } \frac{180 + k \cdot 360}{2} ; 0, 1$$

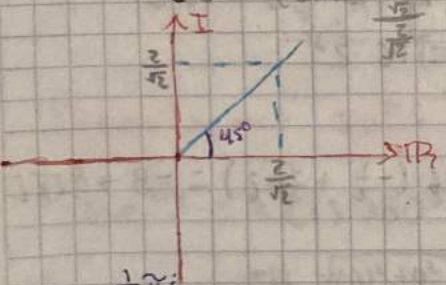
$$\boxed{z_0 = \sqrt{2} \text{ cis } 90^\circ \quad z_1 = \sqrt{2} \text{ cis } 270^\circ}$$

5.- Determinar los valores de $z \in \mathbb{C}$ tales que

$$\left[\frac{\left(\frac{2}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{2}}i\right)\left(3e^{\frac{1}{12}\pi i}\right)}{\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i}\right]^4 + (-8+8\sqrt{3}i)+(16e^{0\pi i})(\overline{\text{cis}\,270^\circ}) = 16z^3$$

Primero transformamos el [illegible] a cis

$$\frac{2}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{2}}i \begin{cases} r = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2 \\ \theta = \tan^{-1}\frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{2}}} = \tan^{-1}(1) = 45^\circ \end{cases}$$

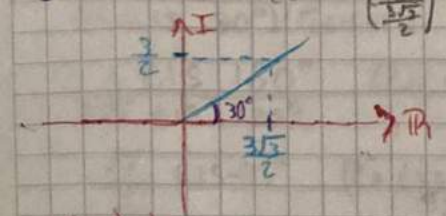


$2 \text{ cis } 45^\circ$

$3e^{\frac{1}{12}\pi i} = 3 \text{ cis } (15^\circ)$

Transformamos el denominador a cis

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i \begin{cases} r = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{27}{4}+\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30^\circ \end{cases}$$



$3 \text{ cis } 30^\circ$

Sustituimos

$$\left[\frac{(2 \text{ cis } 45^\circ)(3 \text{ cis } 15^\circ)}{3 \text{ cis } 30^\circ}\right]^4 + (-8+8\sqrt{3}i)+(16e^{0\pi i})(\overline{\text{cis}\,270^\circ}) = 16z^3$$

$$\left[\frac{6 \text{ cis } 15^\circ}{3 \text{ cis } 30^\circ}\right]^4 + (-8+8\sqrt{3}i)+(16e^{0\pi i})(\overline{\text{cis}\,270^\circ}) = 16z^3$$

$$[2\ \text{CIS}\ 30^\circ]^4 + \overline{(-8+8\sqrt{3}i)} + (\overline{16e^{0\pi i}})(\overline{\text{CIS}\ 270^\circ}) = 16z^3$$

Transformamos $16e^{0\pi i}$ a CIS y $\text{CIS}\ 270$ a $\overline{\text{CIS}\ 270}$

$16e^{0\pi i} = 16\ \text{CIS}\ 0^\circ$

$\text{CIS}\ 270^\circ = \cos 270^\circ + i\,\text{sen}\ 270^\circ = \overline{0-i} = i = \text{CIS}\ 90^\circ = 16z^3$

Sustituimos

$$z^4\,\text{CIS}(30^\circ \cdot 4) + (\overline{-8+8\sqrt{3}i}) + (16\ \text{CIS}\ 0^\circ)(\text{CIS}\ 90^\circ) = 16z^3$$

$$16\ \text{CIS}\ 120^\circ - 8 - 8\sqrt{3}i + 16\ \text{CIS}\ 90^\circ = 16z^3$$

Transformamos a binomica.

$$16\ \text{CIS}\ 120^\circ = 16(\cos 120^\circ + i\,\text{sen}\ 120^\circ) = 16\left(-\tfrac{1}{2} + \tfrac{\sqrt{3}}{2}i\right) = -8 + 8\sqrt{3}i$$

$$16\ \text{CIS}\ 90^\circ = 16i$$

Sustituimos, Resolvemos y despejamos

$$-8 + 8\sqrt{3}i - 8 - 8\sqrt{3}i + 16i = 16z^3$$

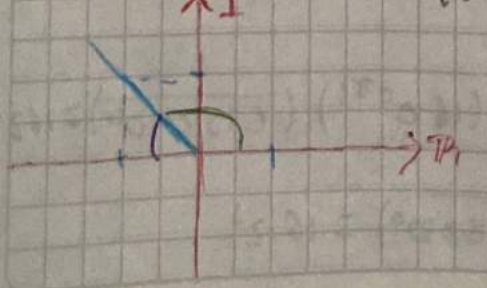
$$-16 + 16i = 16z^3$$

$$\frac{-16+16i}{16} = z^3$$

$$z = \sqrt[3]{-1+i}$$

Transformamos a CIS

$$-1+i \begin{cases} r = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{1}\right) = \tan^{-1}(-1) = -45^\circ \end{cases}$$



$$\sqrt{2}\ \text{CIS}\ 135^\circ$$

$\sqrt[3]{\sqrt{2}\ \text{cis}\ 135^\circ} = z$

$\sqrt[3]{\sqrt{2}}\ \text{cis}\ \frac{135+k\cdot 360^\circ}{3}\ ;\ 0,1,2$

$\sqrt[6]{2}\ \text{cis}\ \frac{135+k\cdot 360^\circ}{3}\ ;\ 0,1,2$

$$\boxed{\begin{aligned} z_0 &= \sqrt[6]{2}\ \text{cis}\ 45^\circ \\ z_1 &= \sqrt[6]{2}\ \text{cis}\ 165^\circ \\ z_2 &= \sqrt[6]{2}\ \text{cis}\ 285^\circ \end{aligned}}$$

6.- Obtener los valores de "x" "y" $\in \mathbb{R}$ tal que

$$\frac{3e^{\pi i}\left[2x\ \text{cis}\ 270^\circ + 4y\ \text{cis}\ 180^\circ\right]}{(-3)(\sqrt{2}\ \text{cis}\ 45^\circ)} = 1-i$$

Transformar $3e^{\pi i}$, y -3 a cis

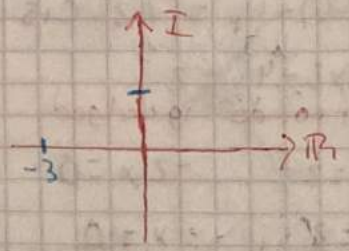
$3e^{\pi i} = 3\ \text{cis}\ 180^\circ$

$-3+0i$

$r = \sqrt{(-3)^2+0^2} = \sqrt{9} = 3$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0}{3}\right) = 0^\circ$

$3\ \text{cis}\ 180^\circ$



Simplificando

$$\frac{3\ \text{cis}\ 180^\circ}{(3\ \text{cis}\ 180^\circ)(\sqrt{2}\ \text{cis}\ 45^\circ)} \cdot \left(2x\ \text{cis}\ 270^\circ + 4y\ \text{cis}\ 180^\circ\right) = 1-i$$

$$\frac{3\ \text{cis}\ 180^\circ}{3\sqrt{2}\ \text{cis}\ 225^\circ} \cdot \left(2x\ \text{cis}\ 270^\circ + 4y\ \text{cis}\ 180^\circ\right)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{cis}\ -45^\circ \cdot \left(2x\ \text{cis}\ 270 + 4y\ \text{cis}\ 180^\circ\right)$$

Transformar a binomica (suma)

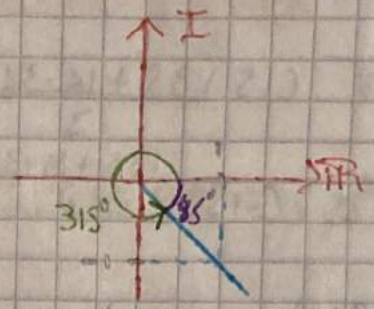
$\text{cis}\ 270^\circ = \cos 270^\circ + i\,\text{sen}\ 270^\circ = 0-i$

$\text{cis}\ 180^\circ = \cos 180^\circ + i\,\text{sen}\ 180^\circ = -1$

Sustituimos

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Cis } 315^\circ \left[2x(-i) + 4y(-1)\right] = 1-i$$

Transformamos a Cis $1-i$



$$1-i \begin{cases} r = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2} \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{1}\right) = \tan^{-1}(-1) = -45 \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \text{ Cis } 315^\circ$$

Sustituimos y Despejamos

$$\left[2x(-i) + 4y(-1)\right] = \frac{\sqrt{2} \text{ Cis } 315^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Cis } 315^\circ}$$

$$2x(-i) - 4y = \sqrt{2} \text{ Cis } 0^\circ$$

$$-2xi - 4y = 2$$

Criterio de igualdad

$$-4y = 2 \qquad -2x = 0$$

$$y = \frac{2}{-4} \qquad x = \frac{0}{-2}$$

$$y = -\frac{1}{2} \qquad x = 0$$

7.- Si $Z_1 = e^{\frac{\pi}{2}i}$, $Z_2 = \text{Cis } 45°$, $Z_3 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ y $Z_4 = 1+i$ obtener $Z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuacion

$$\left((Z_1)^{|Z_3|}\right)\overline{Z_4}\sqrt{Z} = \frac{(Z_2)^4}{Z_4}$$

Sustituimos Valores

$$\left(\left(e^{\frac{\pi}{2}i}\right)^{|\sqrt{2}+\sqrt{2}i|}\right)\overline{1+i}\cdot\sqrt{Z} = \frac{\text{Cis } 45°}{1+i}$$

Transformamos

$e^{\frac{\pi}{2}i} = \text{Cis } 90° = i$

$|\sqrt{2}+\sqrt{2}| = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$

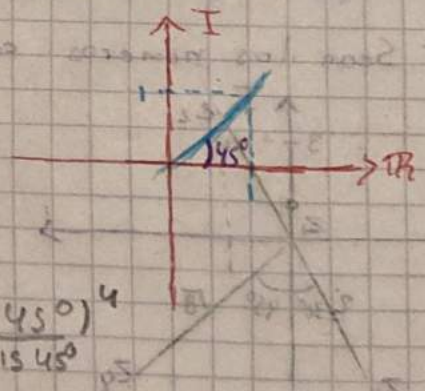
$\overline{1+i} = 1-i$

$1+i$

$r = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = \tan^{-1}(1) = 45$

$\sqrt{2}\,\text{Cis } 45°$



Sustituimos valores

$$\left((\text{Cis } 90°)^2\right)(1-i)\cdot\sqrt{Z} = \frac{(\text{Cis } 45°)^4}{\sqrt{2}\,\text{Cis } 45°}$$

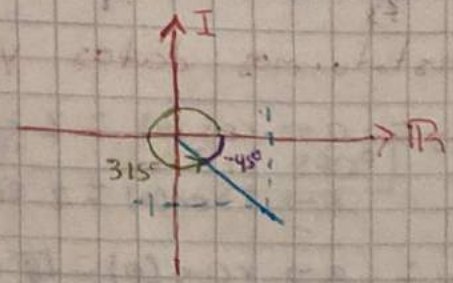
Transformamos $1-i$ a cis

$1-i$

$r = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{1}\right) = \tan^{-1}(-1) = -45$

$\sqrt{2}\,\text{Cis } 315°$



Sustituimos y despejamos Z

$$\left(1^2 \operatorname{cis}(90^\circ \cdot 2)\right)\left(\sqrt{2}\operatorname{cis}315^\circ\right)\sqrt{Z} = \frac{1^4 \operatorname{cis}(45^\circ \cdot 4)}{\sqrt{2}\operatorname{cis}45^\circ}$$

$$\sqrt{2}\operatorname{cis}135^\circ\sqrt{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{cis}(180^\circ - 45^\circ)$$

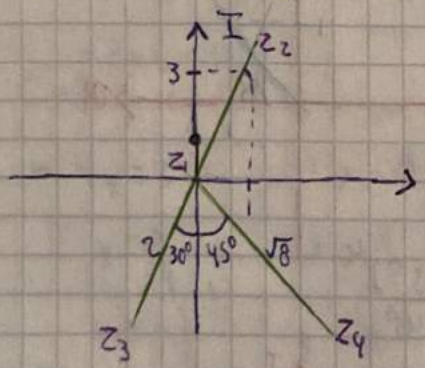
$$\sqrt{Z} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{cis}135^\circ}{\sqrt{2}\operatorname{cis}135^\circ} = \frac{1}{2}\operatorname{cis}(135-135^\circ)$$

$$\sqrt{Z} = \frac{1}{2}\operatorname{cis}0^\circ$$

$$Z = \left(\frac{1}{2}\operatorname{cis}0^\circ\right)^2$$

$$\boxed{Z = \frac{1}{4}\operatorname{cis}0^\circ}$$

B.- Sean los numeros complejos en el plano de Argand:



Obtener $Z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la siguiente ecuacion.

$$Z^4 (Z_3)^3 = \frac{2Z_2 - Z_4}{Z_1}$$

$$Z^4 (-1-\sqrt{3}i)^3 = \frac{2(1+3i)-(2-2i)}{\operatorname{cis}90}$$

Sustituimos datos y transformamos

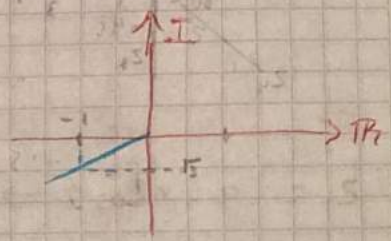
$$Z_3 = \left.\begin{array}{l} a \to r\cos(\theta) = 2\cos 240^\circ = -1 \\ b \to r\operatorname{sen}(\theta) = 2\operatorname{sen}240^\circ = -\sqrt{3} \end{array}\right\} -1-\sqrt{3}i$$

$$Z_4 = \left.\begin{array}{l} a \to r\cos(\theta) = \sqrt{8}\cos 315^\circ = \sqrt{8}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \\ b \to r\operatorname{sen}(\theta) = \sqrt{8}\operatorname{sen}315^\circ = \sqrt{8}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -2 \end{array}\right\} 2-2i$$

$$z^4(-1-\sqrt{3}i)^3 = \frac{2+2i}{\text{cis } 90^\circ}$$

$$z^4(-1-\sqrt{3}i)^3 = \frac{0+8i}{\text{cis } 90^\circ}$$

$$z^4(-1-\sqrt{3}i)^3 = \frac{8 \text{ cis } 90^\circ}{\text{cis } 90^\circ}$$



$-1-\sqrt{3}i$

$$r = \sqrt{(-1)^2+(-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-3}{-1}\right) = \tan^{-1}(3) = 60$$

$$2 \text{ cis } 240^\circ$$

Sustituimos

$$z^4(2 \text{ cis } 240^\circ)^3 = 8 \text{ cis } (0)^\circ$$

$$z^4(8 \text{ cis } (240^\circ \cdot 3) = 8 \text{ cis } 0^\circ$$

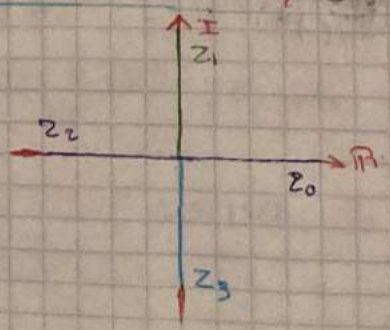
$$z^4(8 \text{ cis } 0^\circ) = 8 \text{ cis } 0^\circ$$

$$z^4 = \frac{8 \text{ cis } 0^\circ}{8 \text{ cis } 0^\circ}$$

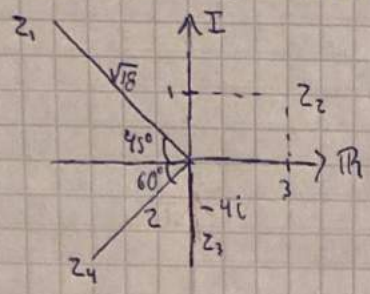
$$z^4 = \text{cis } 0 = z = \sqrt[4]{\text{cis } 0^\circ}$$

$$z = \sqrt[4]{1} \text{ cis } \frac{0+k \cdot 360}{4} \; ; \; 0,1,2,3$$

$$\boxed{z_0 = \text{cis } 0^\circ \quad z_1 = \text{cis } 90^\circ \quad z_2 = \text{cis } 180^\circ \quad z_3 = \text{cis } 270^\circ}$$



9. Sean los numeros complejos z_1, z_2 y z_3 representados en el plano de Argand. Los numeros $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuacion



$$\frac{z^3}{z_1 + z_2} = \frac{z_3}{8(i^{24})z_4^3}$$

$z_1 = \quad a = r\cos\theta \rightarrow \sqrt{18}\cos 135° = \sqrt{18}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -3$

$\quad b = r\,\text{sen}\,\theta \rightarrow \sqrt{18}\,\text{sen}\,135° = \sqrt{18}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3$ $\quad -3+3i$

$z_2 = 3 + i$

$z_4 = \quad a = r\cos\theta = 2\cos 240° = 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

$\quad b = r\,\text{sen}\,\theta = 2\,\text{sen}\,240° = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{3}$ $\quad -1-\sqrt{3}i$

$z_3 = -4i$

Sustituimos

$$\frac{z^3}{(-3+3i)+(3+i)} = \frac{-4i}{8(i^{24})(-1-\sqrt{3}i)^3}$$

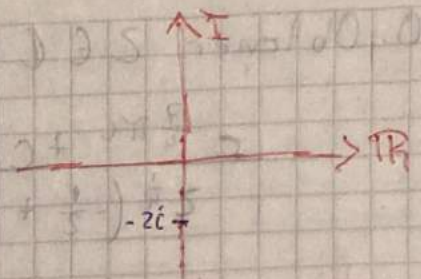
$$\frac{z^3}{-3+3i+(3-i)} = \frac{-4i}{8i\,(-1-\sqrt{3}i)^3}$$

$$\frac{z^3}{0+2i} = \frac{-4i}{8i\,(-1-\sqrt{3}i)}$$

31

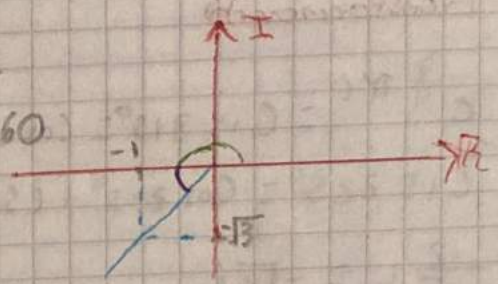
Transformando

$$0-2i \begin{cases} r = \sqrt{0^2+(-2)^2} = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-2}{0}\right) \text{ indeterminacion} \end{cases}$$



$$2 \text{ CIS } 270^\circ$$

$$-1-\sqrt{3}i \begin{cases} r = \sqrt{(-1)^2+(-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = 60 \end{cases}$$



$$2 \text{ CIS } 240^\circ$$

Sustituyendo

$$\frac{z^3}{2 \text{ CIS } 270^\circ} = \frac{4 \text{ CIS } 270^\circ}{(8 \text{ CIS } 90^\circ)(8 \text{ CIS } 0^\circ)}$$

$$\frac{z^3}{2 \text{ CIS } 270^\circ} = \frac{4 \text{ CIS } 270^\circ}{64 \text{ CIS } 90^\circ}$$

$$z^3 = \left(\frac{1}{16} \text{ CIS } 180^\circ\right)(2 \text{ CIS } 270^\circ)$$

$$z^3 = \frac{1}{8} \text{ CIS } 450^\circ = \frac{1}{8} \text{ CIS } 90^\circ$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{1}{8} \text{ CIS } 90^\circ} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \text{ CIS } 90^\circ$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \text{ CIS } \frac{90+k \cdot 360}{3} ; 0, 1, 2.$$

$$\boxed{z_0 = \frac{1}{2} \text{ CIS } 30 \quad z_1 = \frac{1}{2} \text{ CIS } 150 \quad z_2 = \frac{1}{2} \text{ CIS } 270^\circ}$$

10. Obtener $z \in \mathbb{C}$ y expresar en forma polar.

$$\frac{e^{\frac{7}{4}\pi i} + \text{cis}\,225^\circ - \frac{2}{\sqrt{2}} i}{z^{\frac{1}{4}}\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)} = \frac{i^{32}\,(-2\sqrt{2}\, i)}{\text{cis}\,120}$$

Transformando

$$e^{\frac{7}{4}\pi i} = \text{cis}\,315^\circ = \cos 315^\circ + i \operatorname{sen} 315^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i$$

$$\text{cis}\,225^\circ = \cos 225^\circ + i \operatorname{sen} 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i$$

$$-\frac{2}{\sqrt{2}} i = -\sqrt{2}\, i$$

Sustituimos

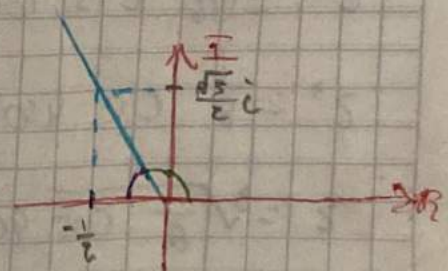
$$\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i\right) + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i\right) - \sqrt{2}\, i}{z^{\frac{1}{4}}\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)} = \frac{i^{32}\,(-2\sqrt{2}\, i)}{\text{cis}\,120^\circ}$$

$$\frac{-2\frac{\sqrt{2}}{2} i - \sqrt{2}\, i}{z^{\frac{1}{4}}\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} i\right)} = \frac{i^{32}\,(-2\sqrt{2}\, i)}{\text{cis}\,120^\circ}$$

Transformamos

$$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \begin{cases} r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}\right) = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = -60 \end{cases}$$

$$\text{cis}\,120^\circ$$

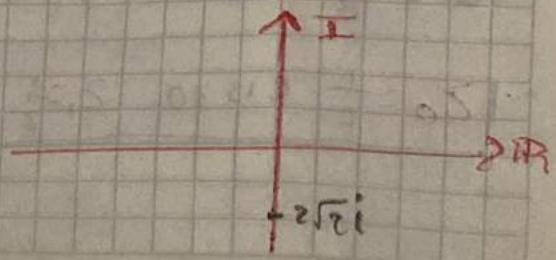


$$i^{32} = 1 = \text{cis}\,0^\circ$$

$$0 - 2\sqrt{2}\, i \qquad r = \sqrt{0^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{4(2)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{2\sqrt{2}}{0} \text{ indeterminacion}$$

$$2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 270^\circ$$



Sustituimos

$$\frac{-2\sqrt{2}i}{z^{1/4}\,\text{cis}\,120^\circ} = \frac{\text{cis}\,30^\circ\,(2\sqrt{2}\,\text{cis}\,270)}{\text{cis}\,120^\circ}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\,\text{cis}\,270^\circ}{z^{1/4}\,\text{cis}\,120^\circ} = \frac{2\sqrt{2}\,\text{cis}\,270^\circ}{\text{cis}\,120^\circ}$$

$$z^{1/4}\left(\frac{2\sqrt{2}\,\text{cis}\,270^\circ}{z^{1/4}\,\text{cis}\,120^\circ}\right) = \left(2\sqrt{2}\,\text{cis}\,150^\circ\right) z^{1/4}$$

$$2\sqrt{2}\,\text{cis}\,150^\circ = 2\sqrt{2}\,\text{cis}\,150^\circ\, z^{1/4}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\,\text{cis}\,150^\circ}{2\sqrt{2}\,\text{cis}\,150^\circ} = z^{1/4}$$

$$z^{1/4} = 1\,\text{cis}\,0^\circ$$

$$z = (1\,\text{cis}\,0^\circ)^4$$

$$z = 1^4\,\text{cis}(0^\circ \cdot 4)$$

$$\boxed{z = \text{cis}\,0^\circ}$$

Daniel Contreras Álv... 4 de dic de 2020

9. El resultado correcto es 1/2cis90º, 1/2cis210º, 1/2cis330º.

Autoevaluación de números complejos

Durante esta sección siento que hubo mejor aprovechamiento en cuanto a todo, tenia mas concentración en cuanto a las clases, tuve algunas dudas, esta vez menos, sin embargo, al igual que en temas anteriores logré apoyarme de sesiones de dudas y de clases grabadas, pero siento que en estos ejercicios se me hicieron un poco mas comprensibles, aunque la verdad si se me hacían mas extensos y por lo mismo siento que me llegaba a equivocar a la hora de resolverlos, pero ya muy poco. En este tema siento que fluyó todo mas tranquilo.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 5:

POLINOMIOS

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

Tarea 6:

Polinomios.

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Tarea

Ejercicio 1

Sea el polinomio $p(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$. Determinar los valores de $A, B, C, D \in \mathbb{R}$ de tal manera que $p(0) = -5$. Se sabe que la gráfica de $p(x)$ contiene al punto $(3,0)$ y dos de sus factores lineales son $(x-5)$ y $(x-2)$.

$$p(x) = (x-5)(x-2)(x-3)$$

$$(x-5)\ x^2 - 3x - 2x + 6$$

$$(x-5)\ (x^2 - 5x + 6)$$

$$x^3 - 5x^2 + 6x - 5x^2 + 25x - 30$$

$$p(x) = K(x^3 - 10x^2 + 31x - 30)$$

$$p(x=0) = K(0-5)(0-2)(0-3) = -30k = -5$$

$$k = \frac{1}{6}$$

$$p(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{31}{6}x - 5 \Rightarrow Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

$$A = \frac{1}{6},\ B = -\frac{5}{3},\ C = \frac{31}{6},\ D = -5$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 2

Sea el polinomio $p(x) = x^7 - ix^6 - 7x^3 + 7ix^2 + Ax + B$

a) Obtener $A, B \in \mathbb{C}$; considerando que $p(i) = 0$ y que $p(1) = -12 + 12i$

b) Con los valores A, B, obtenidos, calcular todas las raíces de $p(x)$, si se tiene que $(x + \sqrt{3})$ es uno de sus factores lineales

$$\begin{array}{c|cccccccc} & 1 & -i & 0 & 0 & -7 & 7i & A & B \\ i & & i & 0 & 0 & 0 & -7i & 0 & Ai \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 0 & -7 & 0 & A & \boxed{B + Ai} = 0 \end{array}$$

Por otro lado

$$p(x) = x^7 - ix^6 - 7x^3 + 7ix^2 + Ax + B$$

$$(1)^7 - i(1)^6 - 7(1)^3 + 7i(1)^2 + A(1) + B$$

$$1 - i - 7 + 7i + A + B = -12 + 12i$$

$$-6 + 6i + A + B = -12 + 12i$$

$$A + B = -12 + 12i + 6 - 6i$$

$$A + B = -6 + 6i$$

$$A = -6, \quad B = 6i$$

$\therefore$

$$\begin{cases} B + Ai = 0 \\ A + B = -6 + 6i \end{cases} \Rightarrow A = -6, B = 6i$$

Luego pues:

$$\begin{array}{c|ccccccc} & 1 & 0 & 0 & 0 & -7 & 0 & -6 \\ -\sqrt{3} & & -\sqrt{3} & 3 & -3\sqrt{3} & 9 & -2\sqrt{3} & 6 \\ \hline & 1 & -\sqrt{3} & 3 & -3\sqrt{3} & 2 & -2\sqrt{3} & \boxed{0} \end{array} \Rightarrow -\sqrt{3} \text{ es raíz de } p(x)$$

$(-\sqrt{3})(3)$

$(-3\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = 9$

$(2)(-\sqrt{3})$

$(-\sqrt{3})(-2\sqrt{3})$

Aplicando teorema de conjugado de raíz irracional

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & -\sqrt{3} & 3 & -3\sqrt{3} & 2 & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & & \sqrt{3} & 0 & 3\sqrt{3} & 0 & 2\sqrt{3} \\ \hline & 1 & 0 & 3 & 0 & 2 & \boxed{0} \end{array} \Rightarrow \sqrt{3} \text{ es raíz de } p(x)$$

$\therefore$

$$p(x) = (x - i)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x^4 + 3x^2 + 2)$$

Escaneado con CamScanner

$p(x) = (x-i)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x^4+3x^2+2x)$

Aplicando un cambio de variable $\Rightarrow x^2 = \omega$

$$p(\omega) = \omega^2 + 3\omega + 2$$

$$\omega = \frac{-3 \pm \sqrt{9-(4)(1)(2)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$\omega_1 = -2 \qquad \omega_2 = -1$

Entonces:

$$p(x) = (x-i)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x+2)(x+1)$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 3.

Hay 2 raices nulas

$h(x) = \frac{1}{8}x^2(-x^6 + x^5 + 3x^4 - x^3 - 2x - 4b)$

Aplicando regla de los signos

$h(x) = -x^6 + x^5 + 3x^4 - x^3 - 2x - 4b$ RRP: 2, 0

$h(-x) = -(-x)^6 + (-x)^5 + 3(-x)^4 - (-x)^3 - 2(-x) - 4b$

$-x^6 - x^5 + 3x^4 + x^3 + 2x - 4b$ RRN: 2, 0

	1a	2a	3a	4a
RRP	2	0	2	0
RRN	2	0	0	2
RC	2	6	4	4
Total	6	6	6	6

División sintética con la raíz $\sqrt{2}$

	-1	1	$+3$	-1	0	-2	$-4b$
$\sqrt{2}$		$-\sqrt{2}$	$-2+\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$2+2\sqrt{2}$	4
	-1	$1-\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$-4b+4=0$

$-4b = -4$

$b = \frac{-4}{-4} = 1$

$\sqrt{2}(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 2$

$\sqrt{2}(1+\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 2$

$\sqrt{2}(2+\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 2$

$\sqrt{2}(2\sqrt{2}) = 4$

	-1	$1-\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$
$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$-2\sqrt{2}$
	-1	1	1	1	2	$\boxed{0}$

$\Rightarrow -\sqrt{2}$ es raíz de $h(x)$

$h(x) = \frac{1}{8}x^2(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(-x^4 + x^3 + x^2 + x + 2)$

Aplicando posibles raíces racionales

$a_0 = 2 \Rightarrow p: \pm 1, \pm 2$

$a_n = -1 \Rightarrow q: \pm 1$

$\frac{p}{q}\{\pm 1, \pm 2\}$

	-1	1	1	1	2
1		-1	0	1	2
	-1	0	1	2	4

$\Rightarrow 1$ no es raíz de $h(x)$

Escaneado con CamScanner

→ Continuación Ej. 3

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & & 1 & -2 & 1 & -2 \\ \hline & -1 & 2 & -1 & 2 & 0 \end{array} \Rightarrow -1 \text{ es raíz de } h(x)$$

$$h(x) = \frac{1}{8}x^2(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x+1)(-x^3+2x^2-x+2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & & -2 & 0 & -2 \\ \hline & -1 & 0 & -1 & \boxed{0} \end{array} \Rightarrow 2 \text{ es raíz de } h(x)$$

$$h(x) = \frac{1}{8}x^2(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x+1)(x-2)(-x^2-1)$$

$$-x^2-1=0$$
$$-x^2=1$$
$$x=\sqrt{-1}=\pm i$$

$$h(x) = \frac{1}{8}x^2(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x+1)(x-2)(x-i)(x+i)$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 4

Sea el polinomio $f(x) = 4x^8 + 8x^4 + 4$

a) Aplicando regla de los signos de descartes

$f(x) = 4x^8 + 8x^4 + 4$ RRP: 0

$f(-x) = 4(-x)^8 + 8(-x)^4 + 4$

$4x^8 + 8x^4 + 4$ RRN: 0

	1a
RRP	0
RRN	0
RC	8
Total	8

b) Obteniendo raices

$f(x) = 4x^8 + 8x^4 + 4$

$f(x) = 4(x^8 + 2x^4 + 1)$

Aplicando cambio de varable

$w = x^4$

$f(x) = 4(w^2 + 2w + 1)$

$(w+1)(w+1)$

Tendriamos:

$x^4 + 1 = 0$

$x^4 = -1$

$x = \sqrt[4]{-1} = \sqrt[4]{\text{cis } 180} = \sqrt[4]{1} \text{ cis } \frac{180 + k \cdot 360}{4}$ $k = ,0,1,2,3$

$\alpha_1 = \alpha_2 = \sqrt[4]{1} \text{cis } 45°$, $\alpha_3 = \alpha_4 = \sqrt[4]{1} \text{cis } 135°$, $\alpha_5 = \alpha_6 = \sqrt[4]{1} \text{cis } 225°$

$\alpha_7 = \alpha_8 = \sqrt[4]{1} \text{cis } 315°$.

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 5

Dado el polinomio $Q(x) = 2x^7 + 2x^6 - 10x^5 - 10x^4 - 28x^3 - 28x^2$, obtener raices y expresarlo como producto de sus factores lineales.

Como el polinomio no tiene termino independiente se pueden extraer sus raíces nulas

$$Q(x) = x^2(2x^5 + 2x^4 - 10x^3 - 10x^2 - 28x - 28)$$

Aplicando regla de los signos de Descartes

$$Q(x) = 2x^5 + 2x^4 - 10x^3 - 10x^2 - 28x - 28 \qquad RRP: 1$$

$$Q(-x) = 2(-x)^5 + 2(-x)^4 - 10(-x)^3 - 10(-x)^2 - 28(-x) - 28$$

$$-2x^5 + 2x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 28x - 28 \qquad RRN: 4, 2, 0$$

	1a	2a	3a
RRP	1	1	1
RRN	4	2	0
RC	0	2	4
Total	5	5	5

Aplicando posibles raices racionales

$a_0 = 28 \rightarrow P: \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 7$

$a_n = 2 \rightarrow q: \pm 1, \pm 2,$

$$\frac{p}{q}\left\{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 7, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{7}{2}\right\}$$

	2	2	-10	-10	-28	-28
-1		-2	0	+10	0	28
	2	0	-10	0	-28	$\boxed{0}$

$\Rightarrow -1$ es raiz de $Q(x)$

$$Q(x) = x^2(x+1)(2x^4 - 10x^2 - 28)$$

$$Q(x) = 2x^2(x+1)\overbrace{(x^4 - 5x^2 - 14)}^{f(x)}$$

Aplicando un cambio de variable $\omega = x^2$

$$F(x) = (\omega^2 - 5\omega - 14)$$

Factorizando

$$F(x) = (\omega - 7)(\omega + 2)$$

$\longrightarrow$

Escaneado con CamScanner

→ Continuando Ej 3

Regresando a X

$f(x) = (x^2-7)(x^2+2) = 0$

$x^2-7=0$

$x^2=7$

$x=\pm\sqrt{7}$

$x^2+2=0$

$x^2=-2$

$x=\sqrt{-2}=\sqrt{2}\sqrt{-1}=\pm\sqrt{2}i$

$Q(x)=(2x^2)(x+1)(x+\sqrt{7})(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 6

Sea el polinomio $g(x) = x^5 - (2+\sqrt{3})x^4 + (3+2\sqrt{3})x^3 - (2+3\sqrt{3})x^2 + (2+2\sqrt{3})x - 2\sqrt{3}$.

Obtener todas sus raices, si $g(i) = 0$ y $\alpha_1 = \sqrt{3}$ es raiz de $g(x)$.

Comprobando que $\sqrt{3}$ es raiz de $g(x)$

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & -2-\sqrt{3} & 3+2\sqrt{3} & -2-3\sqrt{3} & 2+2\sqrt{3} & -2\sqrt{3} \\
\sqrt{3} & & \sqrt{3} & -2\sqrt{3} & 3\sqrt{3} & -2\sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & -2 & 2 & \boxed{0}
\end{array}$$

$\Rightarrow \sqrt{3}$ si es raiz de $g(x)$

$$g(x) = (x-\sqrt{3})(x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2)$$

Como nos proporcionan otra raiz la evaluamos

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -2 & +3 & -2 & 2 \\
i & & i & -1-2i & 2+2i & -2 \\
\hline
 & 1 & -2+i & 2-2i & 2i & \boxed{0}
\end{array}$$

$\Rightarrow i$ es raiz de $g(x)$

$i(-2+i) = -1-2i \qquad i(2i) = -2$

$i(2-2i) = 2+2i$

Por teorema de raices imaginarias se tiene que

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -2+i & 2-2i & 2i \\
-i & & -i & 2i & -2i \\
\hline
 & 1 & -2 & 2 & \boxed{0}
\end{array}$$

$\Rightarrow -i$ es raiz de $g(x)$

$$g(x) = (x-\sqrt{3})(x-i)(x+i)(x^2-2x+2)$$

$$\alpha = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4(1)(2)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2} =$$

$$\alpha_1 = \frac{-2+\sqrt{-1}\sqrt{4}}{2} = \frac{-2+2i}{2} = -1+i$$

$$\alpha_2 = \frac{-2-\sqrt{-1}\sqrt{4}}{2} = \frac{-2-2i}{2} = -1-i$$

$$g(x) = (x-\sqrt{3})(x-i)(x+i)[x-(-1+i)][x-(-1-i)]$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 7

Sea el polinomio $p(x)$ de grado 4 con coeficientes reales, $p(x)$ contiene a los puntos $A(1,0)$, $B(-3,24)$ y $C(0,-1)$, $\alpha=-1$ es una de sus raíces y $(x-1)$ es uno de sus factores lineales.

Determina el polinomio en terminos de sus factores lineales.

$$p(x)=k(x-1)(x+i)(x-i)(x-\alpha)$$

$$p(x=0)=k(0-1)(0+i)(0-i)(0-\alpha)= k\alpha=-1$$

$$\alpha=\frac{-1}{k} \quad / \quad k=\frac{-1}{\alpha}$$

$$P(x=-3)=k(-3-1)(-3+i)(-3-i)(-3-\alpha)=24$$

$$k(-4)(-3+i)(-3-i)(-3-\alpha)=24$$

$$(-4k)(9+\cancel{3i}-\cancel{3i}-i^2)(-3-\alpha)=24$$

$$(-40k)(-3-\alpha)=24$$

$$\left(\frac{-40}{\alpha}\right)(-3-\alpha)=24$$

$$(-40)(-3-\alpha)=24\alpha$$

$$-120-40\alpha=24\alpha$$

$$-40\alpha-24\alpha=-120$$

$$64\alpha=-120$$

$$\alpha=-\frac{120}{64}=-\frac{15}{8}$$

$$k=\frac{8}{15}$$

$$p(x)=\frac{8}{15}(x-1)(x+i)(x-i)\left(x+\frac{15}{8}\right)$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 8

Sea el polinomio $p(x) = x^4 - x^3 + Ax^2 - x + B$. Determinar el valor de $A, B \in \mathbb{R}$ para que el polinomio $p(x)$ tenga como raíces a $\alpha_1 = 2$ y $\alpha_2 = -i$.

$$p(x) = (x-2)(x+i)$$

	1	-1	+A	-1	B
2		2	2	4+2A	6+4A
	1	1	2+A	3+2A	$\boxed{6+4A+B} = 0$

$2(2+A) = 4+2A$

$2(3+2A) = 6+4A$

$4A + B = -6$

$$P(x=-i) = (-i)^4 - (-i)^3 + A(-i)^2 - (-i) + B = 0$$

$$-i^4 - (-(-i)) + A\,i^2 + i + B = 0$$

$$-1 - i - A + i + B = 0$$

$$B = 1 + A$$

$-1 + A + 4A = -6$

$5A = -6 + 1$

$5A = -5$

$A = \frac{-5}{5}$

$\underline{A = -1}$

$4A + B = -6$

$4(-1) + B = -6$

$-4 + B = -6$

$B = -6 + 4$

$\underline{B = -2}$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 9

$p(x) = 2x^6 + 6x^5 - 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 14x + 12$

Aplicando regla de los signos de Descartes

$p(x) = 2x^6 + 6x^5 - 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 14x + 12$ RRP: 4, 2, 0

$p(-x) = 2(-x)^6 + 6(-x)^5 - 4(-x)^4 - 8(-x)^3 + 6(-x)^2 - 14(-x) + 12$

$2x^6 - 6x - 4x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 14x + 12$ RRN: 2, 0

	1.	2.	3.			
RRP	4	2	0	4	2	0
RRN	2	2	2	0	0	0
RC	0	2	4	2	4	6
Total	6	6	6	6	6	6

Aplicando Teo. Raíces racionales

$a_n = 2 \Rightarrow p: \pm 1, \pm 2$

$a_0 = 12 \Rightarrow q: \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

$\frac{p}{q} \begin{cases} \pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{6} \\ \pm \frac{1}{12}, \end{cases}$

Utilizando la raíz que se proporciona

	2	6	-4	-8	6	-14	+12
$-i$		$-2i$	$-2-6i$	$-6+6i$	$6+14i$	$14-12i$	-12
	2	$6-2i$	$-6-6i$	$-14+6i$	$12+14i$	$-12i$	$\boxed{0}$

$\Rightarrow -i$ es raíz de $p(x)$

$-i(2) = -2i$
$-i(6-2i) = -2-6i$
$-i(-6-6i) = -6+6i$
$-i(-14+6i) = 6+14i$
$-i(12+14i) = 14-12i$
$-i(-12i) = -12$

Empleando raíces complejas conjugadas

	2	$6-2i$	$-6-6i$	$-14+6i$	$12+14i$	$-12i$
i		$2i$	$6i$	$-6i$	$-14i$	$12i$
	2	6	-6	-14	12	$\boxed{0}$

$\Rightarrow i$ es raíz de $p(x)$

$p(x) = (x+i)(x-i)(2x^4 + 6x^3 - 6x^2 - 14x + 12)$

	2	6	-6	-14	12
1		2	8	2	-12
	2	8	2	-12	$\boxed{0}$

$\Rightarrow 1$ es raíz de $p(x)$

$p(x) = (x-i)(x+i)(x-1)(2x^3 + 8x^2 + 2x - 12)$

D continuar

Escaneado con CamScanner

→ p continuar 6, 9

	2	8	2	-12
-2		-4	-8	12
	2	4	-6	$\boxed{0}$ ⇒ -2 es raíz

$$p(x) = (x-i)(x+i)(x-1)(x+2)\underbrace{(2x^2+4x-6)}_{q(x)}$$

$$q(x) = 2(x^2+2x-3)$$

$$\alpha = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4(1)(3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-8}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-1}\sqrt{8}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{8}\,i}{2}$$

$$\alpha = \frac{-2+\sqrt{8}\,i}{2} = -1+\sqrt{2}\,i$$

$$\alpha = \frac{-2-\sqrt{8}\,i}{2} = -1-\sqrt{2}\,i$$

$$p(x) = (x-i)(x+i)(x-1)(x+2)(x-[1+\sqrt{2}\,i])(x-[-1-\sqrt{2}\,i])$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 10

$$h(x) = 2x^6 + 2x^5 + \frac{13}{2}x^4 - 9x^3 + \frac{5}{2}x^2$$

$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ es factor.

Tiene 2 raices nulos

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2(4x^4 + 4x^3 + 13x^2 - 18x + 5)$$

Evaluando las raices

	4	4	13	-18	5
$\frac{1}{2}$		2	3	8	-5
	4	6	16	-10	$\boxed{0}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}$ es raiz de $h(x)$

		2	4	10
$\frac{1}{2}$				
	4	8	20	$\boxed{0}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}$ es raiz de $h(x)$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2(4x^2 + 8x + 20)$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - (4)(4)(20)}}{8} = \frac{-8 \pm \sqrt{-256}}{8} = \frac{-8 \pm \sqrt{256}\sqrt{-1}}{8}$$

$$x_1 = \frac{-8 + \sqrt{256}\sqrt{-1}}{8} = -1 + 2i$$

$$x_2 = \frac{-8 + \sqrt{256}\sqrt{-1}}{8} = -1 - 2i$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2(x - [-1 + 2i])(x - [-1 - 2i])$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 11

$$p(x) = x^6 - (1+i)x^5 + (7+i)x^4 - (9+7i)x^3 - (18-9i)x^2 + 18i\,x$$

$p(\sqrt{-1}) = 0$ Tiene raíces nulas $= x(x^5 - (1+i)x^4 + (7+i)x^3 - (9+7i)x^2 - (18-9i)x + 18i)$

	1	$-1-i$	$7+i$	$-9-7i$	$-18+9i$	$18i$
i		i	$-i$	$7i$	$-9i$	$-18i$
	1	-1	7	-9	-18	$\boxed{0}$

$\Rightarrow i$ es raíz de $p(x)$

$$p(x) = (x-i)(x^4 - x^3 + 7x^2 - 9x - 18)$$

Aplicando regla de los signos

$p(x) = x^4 - x^3 + 7x^2 - 9x - 18$ RRP: 3, 1

$p(-x) = (-x)^4 - (-x)^3 + 7(-x)^2 - 9(-x) - 18$

$x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x - 18$ RRN: 1

RRP	3	1
RRN	1	1
RC	0	2
Total	4	4

Aplicando Teo. Posibles raíces racionales

$a_0 = 18 \Rightarrow p: \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

$a_n = 1 \Rightarrow q: \pm 1$

$\frac{p}{q}\left\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18\right\}$

	1	-1	7	-9	-18
1		1	0	7	-2
	1	0	7	-2	$\boxed{-20}$

$\Rightarrow 1$ no es raíz de $p(x)$

	1	-1	7	-9	-18
2		2	2	18	18
	1	1	9	9	$\boxed{0}$

$\Rightarrow 2$ es raíz de $p(x)$

$$p(x) = (x-i)(x-2)(x^3 + x^2 + 9x + 9)$$

$a_0 = 9 \Rightarrow p: \pm 1, \pm 3, \pm 9$

$a_n = 1 \Rightarrow q: \pm 1$

$\frac{p}{q}\left\{\pm 1, \pm 3, \pm 9\right\}$

Escaneado con CamScanner

→ Cont. ejercicio 11

	1	1	9	9
-1		-1	0	-9
	1	0	9	$\boxed{0}$

$= -1$ es raíz de $p(x)$

$$p(x) = (x-i)(x-2)(x+1)(x^2+9)$$

$$x^2+9=0$$
$$x^2=-9$$
$$x=\pm\sqrt{-9}=\sqrt{-1}\sqrt{9}$$
$$x=\pm 3i$$

$$\underline{p(x)=(x-i)(x-2)(x+1)(x-3i)(x+3i)}$$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 12

a) $p(x) = K(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

$p(x=0) = K(0+2)(0+1)(0-1)(0-2) = 4K$

$4K = -2$

$K = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

$p(x) = \frac{-1}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

b)

$p(x) = 1$

$p(x) - 1 = 0$

$-\frac{1}{2}(x^2-4)(x^2-1)-1=0$

$-\frac{1}{2}(x^4-5x^2+4)-1=0$

$-\frac{1}{2}x^4+\frac{5}{2}x^2-2-1=0$

$-\frac{1}{2}x^4+\frac{5}{2}x^2-3=0$

$-\frac{1}{2}(x^4-5x^2+6)=0$

Realizando un cambio de variable $\omega = x^2$

$-\frac{1}{2}(\omega^2-5\omega+6)=0$

$$\omega = \frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2+(4)(1)(6)}}{2(1)} = \frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2} = \frac{5\pm\sqrt{1}}{2}$$

$\omega_1 = \frac{5+1}{2} = 3$ $\qquad$ $\omega_2 = \frac{5-1}{2} = 2$

Sustituyendo

$-\frac{1}{2}(\omega-3)(\omega-2) \Rightarrow -\frac{1}{2}(x^2-3)(x^2-2)=0$

$x^2-3=0$ $\qquad$ $x^2-2=0$

$x^2=3$ $\qquad$ $x^2=2$

$x=\pm\sqrt{3}$ $\qquad$ $x=\pm\sqrt{2}$

$2\sqrt{3}=3.46$ $\qquad$ $2\sqrt{2}=2.82$

Escaneado con CamScanner

SEGUNDO Examen Parcial

Martinez Garcia Rafael

1.

①

Primero sustituimos los datos para Z_1, Z_2, Z_3, Z_4.

$Z_1 = 1i$

$Z_2 = 1 + 2i$

$Z_3 = 2\cos 240° = -1$

$\quad 2\operatorname{sen} 240° = -\sqrt{3}$ $\Big\}$ $-1-\sqrt{3}i$

$Z_4 = 2$

Ahora sustituimos en la ecuacion.

$$Z^3(-1-\sqrt{3}i)^2 = \frac{2(1+2i)-(2)}{(1i)\cdot i^{21}}\left((1+2i)+\overline{(i)}\right)$$

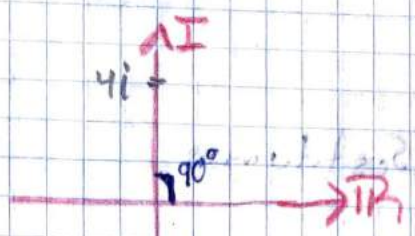
$$Z^3(-1-\sqrt{3}i)^2 = \frac{2+4i-2+0i}{i\cdot i^{21}}(1+2i+(-i))$$

$$Z^3(-1-\sqrt{3}i)^2 = \frac{4i}{i\cdot i}(1+i)$$

Transformando

$0+4i \begin{cases} r = \sqrt{0^2+4^2} = \sqrt{16} = 4 \\ \theta = \tan^{-1}\frac{4}{0} \text{ indeterminacion} \end{cases}$

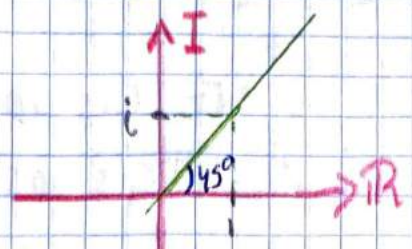
$4 \operatorname{cis} 90°$



$i = \operatorname{cis} 90$

$1+i \begin{cases} r = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = 45 \end{cases}$

$\sqrt{2} \operatorname{cis} 45°$



Sustituyendo

$$Z^3(-1-\sqrt{3}i)^2 = \frac{4\operatorname{cis} 90°}{\operatorname{cis} 90° \cdot \operatorname{cis} 90°}(\sqrt{2}\operatorname{cis} 45°)$$

$$Z^3(-1-\sqrt{3}i)^2 = \frac{4\operatorname{cis} 90°}{\operatorname{cis} 180°}(\sqrt{2}\operatorname{cis} 45)$$

$$z^3(-1-\sqrt{3}i) = 4\,\text{cis}(90^\circ - 180^\circ)\,(\sqrt{2}\,\text{cis}\,45^\circ)$$

$$z^3(-1-\sqrt{3}i) = (4\,\text{cis}(-90^\circ))(\sqrt{2}\,\text{cis}\,45^\circ)$$

No está en el argumento así que + 1 vuelta.

$$z^3(-1-\sqrt{3}i) = (4\,\text{cis}(270^\circ))(\sqrt{2}\,\text{cis}\,45^\circ)$$

$$z^3(-1-\sqrt{3}i) = 4\sqrt{2}\,\text{cis}(270^\circ + 45^\circ)$$

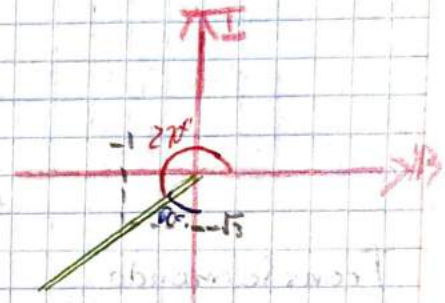
$$z^3(-1-\sqrt{3}i) = 4\sqrt{2}\,\text{cis}(315^\circ)$$

$$z^3 = \frac{4\sqrt{2}\,\text{cis}\,315^\circ}{-1-\sqrt{3}i}$$

Transformando

$$-1-\sqrt{3}i \begin{cases} r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right) = \tan^{-1}\sqrt{3} = 60^\circ \end{cases}$$

$$2\,\text{cis}\,(210^\circ)$$



Sustituimos.

$$z^3 = \frac{4\sqrt{2}\,\text{cis}\,315^\circ}{2\,\text{cis}\,210^\circ}$$

$$z^3 = \frac{4\sqrt{2}}{2}\,\text{cis}\,(315^\circ - 210^\circ)$$

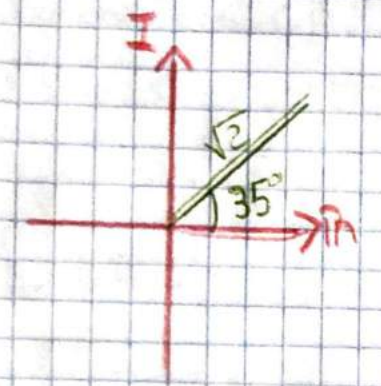
$$z^3 = 2\sqrt{2}\,\text{cis}\,105^\circ$$

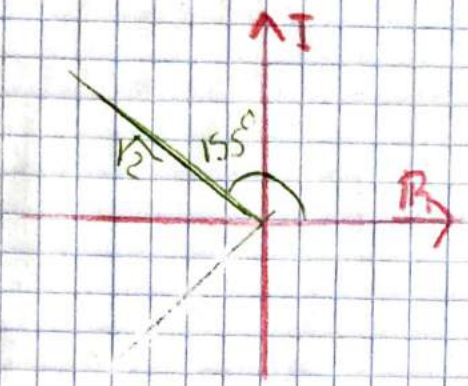
$$z^3 = \sqrt[3]{2\sqrt{2}\,\text{cis}\,105^\circ}$$

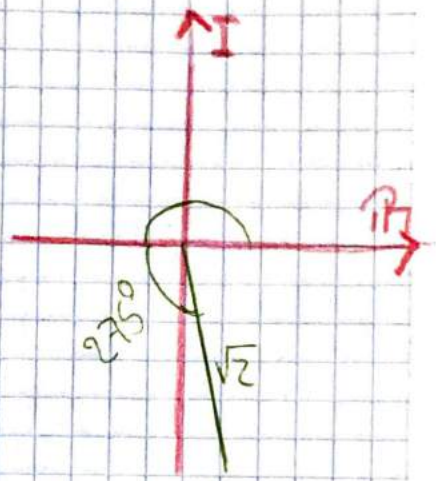
$$z = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}\,\text{cis}\,\frac{105^\circ + k\cdot 360}{3}\,;\ 0, 1, 2,$$

$$\boxed{z_0 = \sqrt{2}\,\text{cis}\,35^\circ \quad z_1 = \sqrt{2}\,\text{cis}\,155^\circ \quad z_2 = \sqrt{2}\,\text{cis}\,275^\circ}$$

$z_0 = \sqrt{2}\ \text{cis}\ 35^\circ$ $\quad z_1 = \sqrt{2}\ \text{cis}\ 155^\circ$ $\quad z_2 = \sqrt{2}\ \text{cis}\ 275^\circ$







2.-

Transformando:
Sabemos que $e^{\frac{7}{4}\pi i} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i$

$\text{Cis } 225° \quad \cos(225°) + i\,\text{Sen}(225°) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i$

$-\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}\, i$

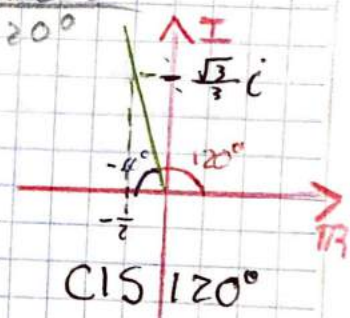
Sustituimos

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i\right) - \sqrt{2}\, i}{2^4\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} i\right)} = \frac{i^{32}(-2\sqrt{2}\, i)}{\text{Cis } 120°}$$

$$\frac{-2\,\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}\, i = i^{32}(-2\sqrt{2}\, i)}{2^4\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} i\right)} = \frac{i^{32}(-2\sqrt{2}\, i}{\text{Cis } 120°}$$

Transformamos

$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \quad \begin{cases} r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}\right) = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = -60 \end{cases}$

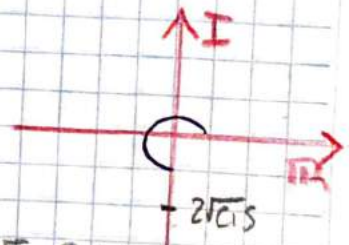


CIS 120°

$i^{32} = 1 = \text{Cis } 0°$

$0 - 2\sqrt{2}\, i \qquad r = \sqrt{0^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{4(2)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{2\sqrt{2}\, i}{0}$ = indeterminacion



$2\sqrt{2}$ CIS 270°

Sustituimos

$$\frac{-2\sqrt{2}\, i}{2^4\,\text{Cis } 120°} = \frac{\text{Cis } 0°\,(2\sqrt{2}\,\text{Cis } 270°)}{\text{Cis } 120°}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\,\text{Cis } 270°}{2^4\,\text{Cis } 120°} = \frac{2\sqrt{2}\,\text{Cis } 270°}{\text{Cis } 120°}$$

$$z^4\left(\frac{2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 270^\circ}{z^4\ \text{cis}\ 120^\circ}\right) = \left(\frac{2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 270^\circ}{\text{cis}\ 120^\circ}\right) z^4$$

$$2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 150^\circ = 2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 150^\circ\ (z^4)$$

$$\frac{2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 150^\circ}{2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 150^\circ} = z^4$$

$$z^4 = 1\ \text{cis}\ 0^\circ$$

$$z = \sqrt[4]{1\ \text{cis}\ 0^\circ}$$

$$z = \sqrt[4]{1}\ \text{cis}\ 0^\circ$$

$$z = \sqrt[4]{1}\ \text{cis}\ \frac{0^\circ + k \cdot 360^\circ}{4}\ ;\ 0, 1, 2, 3$$

$$\boxed{\underline{z_0} = \text{cis}\ 0^\circ,\ \underline{z_1} = \text{cis}\ 90^\circ,\ \underline{z_2} = \text{cis}\ 180^\circ,\ \underline{z_3} = \text{cis}\ 270^\circ}$$

3.-

a) Para sacar $A, B \in \mathbb{R}$ Teniendo Los puntos R y Q

$$3(-1)^5 + 6(-1)^4 + B(-1)^3 - 12(-1)^2 - 9(-1) + A = -12$$

$$-3 + 6 - B - 12 + 9 + A = -12$$

$$\cancel{-15} \cancel{+15} - B + A = -12$$

$$-B + A = -12 \quad \ldots (1)$$

$$3(1)^5 + 6(1)^4 + B(1)^3 - 12(1)^2 - 9(1) + A = -36$$

$$3 + 6 - 12 - 9 + B + A = -36$$

$$\cancel{9} - 12 \cancel{-9} + B + A = -36$$

$$B + A = -36 + 12.$$

$$B + A = -24 \quad \ldots (2)$$

Ahora Despejamos B

$$A = B - 12 \implies B + (B - 12) = -24 \implies B + B - 12 = 24$$

$$2B = -24 + 12 \quad B = \frac{-12}{2} \quad \underline{B = -6}$$

Determinando A

$$-6 + A = -24$$

$$A = -24 + 6$$

$$\underline{A = -18}$$

Obteniendo Así

$$f(x) = 3x^5 + 6x^4 - 6x^3 - 12x^2 - 9x - 18$$

Por regla de signos

$f(x) = 3x^5 + 6x^4 - 6x^3 - 12x^2 - 9x - 18$ RRP = 1

$f(-x) = -3x^5 + 6x^4 + 6x^3 - 12x^2 + 9x - 18$ RRN = 4, 2, 0

RRP	1	1	1
RRN	4	2	0
RC	0	3	4
Total	5	5	5

→ c) Diferentes posibilidades de raíces.

$a_0 = -18$; P: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

$a_n = 3$; Q: $\pm 1 \pm 3$

$\frac{P}{q}$: $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6 \pm 9, \pm 18 \pm \frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}\}$

1	3	6	-6	-12	-9	-18
		3	9	3	-9	-18
	3	9	3	-9	-18	32

∴ 1 No es raíz

-1	3	6	-6	-12	-9	-18
		-3	-3	+9	3	6
	3	3	-9	-3	-6	-12

∴ -1 tampoco es raíz

2	3	6	-6	-12	-9	-18
		6	24	36	48	78
	3	12	18	24	39	60

∴ 2 No es raíz PERO SI cota superior b)

-2	3	6	-6	-12	-9	-18
		-6	0	12	0	+18
	3	0	-6	0	-9	0

∴ -2 ES raíz

Como i es una raiz se trabaja con esta

$$\begin{array}{c|cccccc} i & 3 & 6 & -6 & -12 & -9 & -18 \\ & & 3i & -3+6i & -9i+6 & 9-18i & 18 \\ \hline & 3 & 6+3i & -9+6i & -9i-18 & -18i & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore$ i es raiz

$$\begin{array}{c|cccc} -i & 3 & 6+3i & -9+6i & -9i-18 & -18i \\ & & -3i & -6i & 9i & +18i \\ \hline & 3 & 6 & -9 & -18 & 0 \end{array}$$

Entonces $f(x) = (x-i)(x+i)(\underbrace{3x^3+6x^2-9x-18}_{q_1})$

Regla de signos en q_1

$q_1(x) = 3x^3+6x^2-9x-18$ RRP: 1

$q_1(-x) = -3x^3+6x^2+9x-18$ RRN: 2, 0

RRP	1	1
RRN	2	0
RC	0	2
Total	3	3

$a_0 = -18 \therefore p: \pm1, \pm2, \pm3, \pm6, \pm9, \pm18$

$a_n = 3 \therefore \pm1, \pm3$

$\frac{p}{q} \left\{ \pm1, \pm2, \pm3, \pm6, \pm9, \pm18, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3} \right\}$

$$\begin{array}{c|cccc} -2 & 3 & 6 & -9 & -18 \\ & & -6 & 0 & 18 \\ \hline & 3 & 0 & -9 & 0 \end{array}$$

$\therefore -2$ es raiz

$\therefore f(x) = (x-i)(x+i)(x+2)(3x^2-9)$

$= (x-i)(x+i)(x+2)(x^2-3)$

$x^2-3=0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ $\therefore$ $\boxed{f(x) = (x-i)(x+i)(x+2)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}$

Raices

4.-

¿Cuantos Quack...? R= 96 quacks

¿Cuantos temporadas tienen...? R= 31

Gemas del infinito. R= Espacio, mente, Realidad, poder, Tiempo y alma.

Pelicula donde domedo baba YAGA: TERROR en el bosque obscuro.

Primero sustituimos los datos para Z_1, Z_2, Z_3, Z_4.

$Z_1 = 1i$

$Z_2 = 1 + 2i$

$Z_3 = 2\cos 210° = -1$, $2\sin 210° = -\sqrt{3}$ $\Big\}\ -1-\sqrt{3}i$

$Z_4 = 2$

Ahora sustituimos en I

$$z^3 = \frac{4\sqrt{2}\ \text{cis}\ 315°}{2\ \text{cis}\ 210°}$$

$$z^3 = \frac{4\sqrt{2}}{2}\ \text{cis}\ (315° - 210°)$$

$$z^3 = 2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 105°$$

$$z^3 = \sqrt[3]{2\sqrt{2}\ \text{cis}\ 105°}$$

$$z = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}\ \text{cis}\ \frac{105° + k \cdot 360}{3};\ 0, 1, 2,$$

$$\boxed{Z_0 = \sqrt{2}\ \text{cis}\ 35° \quad Z_1 = \sqrt{2}\ \text{cis}\ 155° \quad Z_2 = \sqrt{2}\ \text{cis}\ 275°}$$

2	3	6	-6	-12	-9	-18
		6	24	36	48	78
	3	12	18	24	39	60

$\therefore$ 2 No es raíz PERO SI Cota Superior

-2	3	6	-6	-12	-9	-18
		-6	0	12	0	+18
	3	0	-6	0	-9	0

$\therefore$ -2 ES raíz

$$\therefore F(x) = (x - i)(x + i)(x + 2)(3x^2 - 9)$$

$$= (x - i)(x + i)(x + 2)(x^2 - 3)$$

$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ $\therefore$ $\boxed{F(x) = (x-i)(x+i)(x+2)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}$

Raíces

Raúl López Be… 17:13 7 ene Resolver

Era mejor dejarlo en la forma polar.

Raúl López Be… 17:14 7 ene Resolver

En pasos anteriores hay errores. Debías llegar en el numerador a 4 raíz de 2 *cis45° y en el denominador a 4cis210°

Raúl López Be… 17:15 7 ene Resolver

No son correctas las soluciones porque hubo errores en pasos anteriores :(

Raúl López Be… 17:18 7 ene Resolver

Es correcta esta cota. Faltó la cota inferior.

Raúl López Be… 17:17 7 ene Resolver

¿A dónde se va el 3?

Raúl López Be… 17:18 7 ene Resolver

Falta un 3 como factor para obtener el polinomio original.

Autoevaluación de polinomios

Sinceramente en este tema si se me complico bastante en un principio ya que me distraía mucho y no podía concentrarme muy bien.
Durante este tema tuve bastantes complicaciones y a pesar de consultarlo en los videos de las sesiones de clase, y por lo mismo al pasar las clases pues estaba perdido, ya que no entendí desde el principio y ya en las siguientes clases me dio algo de vergüenza y me gano lo tímido, por lo mismo no pude externar mis dudas al profesor y fue por eso que esta vez si le tuve que pedir ayuda a algunos de mis compañeros para poder entender mejor este tema, pero no entendí al cien el como es que se realizaban, yo creo que me hace falta practicar mas para poder entenderle mejor.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 6:

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

Tarea 7:

Ecuaciones lineales

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Martinez Garcia Rafael

Tarea #7 Sistema de Ecuaciones Lineales Grupo: 1114

1.-

$$x + 2y - z = 3$$
$$3y + x + (k-1)z = 5$$
$$x + (k+3)y + z = 7$$

a) compatible determinado
b) compatible indeterminado
c) Incompatible.

Reacomodando

$$x + 2y - z = 3$$
$$x + 3y + (k-1)z = 5$$
$$x + (k+3)y + z = 7$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & k-1 & 5 \\ 1 & k+3 & 1 & 7 \end{bmatrix} S_0 \sim \begin{array}{c} R_1(-1)+R_2 \mid R_1(-1)+R_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & \\ 0 & 1 & k & \\ 0 & k+1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \end{array} S_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & k & 2 \\ 0 & 0 & -k^2-k+2 & 2-2k \end{bmatrix} S_2$$

Factorizando $-k^2-k+2 = -(k+2)(k-1)$

Así
$$x + 2y - z = 3 \quad (1)$$
$$y + kz = 2 \quad (2)$$
$$-1(k+2)(k-1)z = 2-2k \quad (3)$$

En (3)
$$(k+2)(k-1)z = 2k-2$$

Para $k=-2$
$$(0)(-3)z = -4-2 \therefore z = -6 \longrightarrow \text{Ec. degenerada}$$

Para $k=1$
$$(3)(0)z = 2-2 \Rightarrow 0z = 0$$

Por lo tanto

a) $k \in \mathbb{C} - \{1,-2\}$

b) $k = 1$

c) $k = -2$

2.-

$$x + 2y - 3z + w = 0$$
$$x - 3y + z - 2w = 0$$
$$2x + y - 3z + 5w = 0$$

$R_1(-1)+R_2 \mid R_1(-2)+R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 5 \end{bmatrix} S_0 \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -5 & 4 & -3 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \end{bmatrix} S_1$$

$R_2 \times R_3 \mid R_2\left(\frac{1}{3}\right) \mid R_2(-5)+R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -8 \end{bmatrix} S_2$$

Así:

$$x + 2y - 3z + w = 0 \quad (1)$$
$$-y + z + w = 0 \quad (2)$$
$$-z - 8w = 0 \quad (3)$$

Como no hay una ecuacion a la cual se le pueda dar solucion a "w", esto quiere decir que el sistema es compatible indeterminado, quedando w como parametro (Entonces, si admite soluciones distintas a la trivial)

Entonces: $K = W \Rightarrow W = W$

Despejando (3) sustituyendo en el despeje de x, y de (1), (2)

$$z = -8w \qquad y = w + z \qquad x = -2y + 3z - w$$
$$y = w - 8w \qquad x = 14w - 24w - w$$
$$y = -7w \qquad x = -11w$$

Como $K = 1$ y $W = K$, Entonces $W = 1$, por lo que la solucion sería

$$(x, y, z, w) = (-11w, -7w, -8w, w)$$
$$= (-11, -7, -8, 1)$$

3.-

$$2x + 3y + 4z = 490$$
$$3x + 8y + 2z = 405$$
$$x + 10y + 4z = 615$$

x = No. Peces Especie 1
y = No. Peces Especie 2
z = No. Peces Especie 3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 490 \\ 3 & 8 & 2 & 405 \\ 1 & 10 & 4 & 615 \end{array}\right] S_0 \sim \overset{R_1 \times R_3}{\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 10 & 4 & 490 \\ 3 & 8 & 2 & 405 \\ 1 & 3 & 4 & 615 \end{array}\right]} S_1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 10 & 4 & 615 \\ 0 & -22 & -10 & -1440 \\ 0 & -17 & -4 & -740 \end{array}\right] S_3 \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 10 & 4 & 615 \\ 0 & 11 & 5 & 720 \\ 0 & 0 & \frac{41}{11} & \frac{4100}{11} \end{array}\right]$$

Así

$$x + 10y + 4z = 615 \quad (1)$$
$$11y + 5z = 720 \quad (2)$$
$$\frac{41}{11} z = \frac{4100}{11} \quad (3)$$

Despejando:

$$\frac{41}{11} z = \frac{4100}{11}$$
$$41z = \left(\frac{4100}{\cancel{11}}\right)\cancel{11}$$
$$z = \frac{4100}{41}$$
$$z = 100$$

$$11y + 5z = 720$$
$$11y + 500 = 720$$
$$11y = 220$$
$$y = \frac{220}{11}$$
$$y = 20$$

$$x + 10y + 4z = 615$$
$$x + 200 + 400 = 615$$
$$x + 600 = 615$$
$$x = 615 - 600$$
$$x = 15$$

Por lo tanto

No. PECES Especie 1 = 15

No. PECES Especie 2 = 20

No. PECES Especie 3 = 100

4.- $2\beta x + 2y + 2z = -4$
$x + \beta y + z = 1$ $\qquad \beta \in \mathbb{R}$
$-x - y - \beta z = -1$

a) Compatible determinado
b) Incompatible
c) Compatible Indeterminado

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2\beta & 2 & 2 & -4 \\ 1 & \beta & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -\beta & -1 \end{array}\right] S_0 \sim \overset{R_1\left(\frac{1}{2}\right) \,|\, R_1 \times R_2}{\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \beta & 1 & 1 \\ \beta & 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -\beta & -1 \end{array}\right]} S_1 \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \beta & 1 & 1 \\ 0 & 1-\beta^2 & 1-\beta & -2-\beta \\ 0 & -1+\beta & 1-\beta & 0 \end{array}\right] S_2 \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \beta & 1 & 1 \\ 0 & 1-\beta^2 & 1-\beta & -2-\beta \\ 0 & \beta^2+\beta-2 & 0 & 2+\beta \end{array}\right] S_3$$

Así

$$1x + \beta y + z = 1 \quad (1)$$
$$(1-\beta)^2 y + 1-\beta z = -2-\beta \quad (2)$$
$$\beta^2+\beta-2 y = \beta+2 \quad (3)$$

Tambien puede expresarse el (3) como

$$(\beta+2)(\beta+1)y = \beta+2$$

Así

S_1 $\beta = -2$
$(0)y = 0 \rightarrow$ Ecuacion Nulo

S_1 $\beta = 1$ $\quad (0)y = 3 \rightarrow$ Ecuacion degenerada

Por lo tanto a) $\rightarrow \beta \neq \{-2, 1\}$, b) $\beta = 1$ y c) $\beta = -2$

5)
$$x - y + 2z = a - b$$
$$4x + 6y + 3z = 2b - \frac{3}{2}a + 8c$$
$$2x + 2y = 4b - \frac{13}{4}a + \frac{5}{4}c$$

Determinar a, b, c cuando $x = -4$, $y = 1$ y $z = 4$.

Sustituyendo valores y simplificando

$-4 - 1 + 8 = a - b$ $\quad (-16 + 6 + 12 = 2b - \frac{3}{2}a + 8c)\,2$

$a - b = 3 \ldots$ (1) $\qquad -3a + 4b + 16c = 4 \ldots$ (2)

$(-8 + 8 = 4b - \frac{13}{4}a + \frac{5}{4}c)\,4$

$-13a + 16b + 5c = 0 \ldots$ (3)

$R_1(3) + R_2 \mid R_1(13) + R_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ -3 & 4 & 16 & 4 \\ -13 & 16 & 5 & 0 \end{array}\right] S_0 \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 16 & 13 \\ 0 & 3 & 5 & 39 \end{array}\right] S_1$$

$R_2(-3) + R_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 16 & 13 \\ 0 & 0 & -43 & 0 \end{array}\right] S_2$$

$\therefore$ $a - b = 3$ (1)'
$b + 16c = 13$ (2)'
$-43c = 0$ (3)'

Despejando y sustituyendo

$-43c = 0 \qquad b + 16c = 13 \qquad a - b = 3$

$c = 0 \qquad b + 0 = 13 \qquad a - 13 = 3$

$b = 13 \qquad a = 3 + 13$

$a = 16$

$\therefore$ Se concluye que

$a = 16$

$b = 13$

$c = 0$

6.- a)

$$\begin{aligned} -3y + 2z - 5w &= -2 \\ 5x - 16y + 10z - 32w &= 0 \\ x - 3y + 2z - 5w &= -2 \\ x - y + 2z + 9w &= -22 \\ 2x - 9y + 4z - 31w &= 26 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & -3 & 2 & -5 & -2 \\ 5 & -16 & 10 & -32 & 0 \\ 1 & -3 & 2 & -5 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 9 & -22 \\ 2 & -9 & 4 & -31 & 26 \end{array}\right] S_0 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -5 & -2 \\ 5 & -16 & 10 & -32 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & -5 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 9 & -22 \\ 2 & -9 & 4 & -31 & 26 \end{array}\right] S_1 \sim$$

$R_1(-5)+R_2 \mid R_1(-1)+R_4 \mid R_1(2)+R_5$ $\quad$ $R_1(-3)+R_3 \mid R_1(2)+R_4 \mid R_1(-3)+R_5$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -7 & 10 \\ 0 & -3 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 14 & -20 \\ 0 & -3 & 0 & -21 & 30 \end{array}\right] S_2 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -7 & 10 \\ 0 & 0 & 2 & 16 & -28 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] S_3$$

Así

$$\begin{aligned} x - 3y + 2z - 5w &= -2 \ldots (1) \\ -y - 7w &= 10 \ldots (2) \\ 2z + 16w &= -28 \ldots (3) \end{aligned}$$

Como tenemos 2 ecuaciones nulas y una de ellas debe respuesta a una incognita, llamada w entonces debemos proporcionar una solución parametrizada como $w = w$ teniendo así un sistema compatible indeterminado.

Despejando

$2z + 16w = -28$ $\qquad$ $-y - 7w = 10$

$2z = -28 - 16w$ $\qquad$ $y = -7w - 10$

$z = \dfrac{-28 - 16w}{2}$

$z = \dfrac{\cancel{2}(-14 - 8w)}{\cancel{2}}$

$z = -14 - 8w$

$$x - 3y + 2z - 5w = -2$$

$$x = -2 + 3y - 2z + 5w$$

$$x = -2 + 3(-7w - 10) - 2(-14 - 8w) + 5w$$

$$x = -2 - 21w - 30 + 28 + 16w + 5w$$

$$x = -21w + 21w + 28 - 32$$

$$x = -4$$

Así

$$(x, y, z, w) = (-4, -7w - 10, -8w - 14, w)$$

6.- b)

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 8 \\ 5x - y + z &= 20 \\ 5x + 2z + w &= 14 \\ 3y + 3z - w &= -10 \\ 7x + y + 4w &= 18 \\ 4x - y + 3z + 2w &= 8 \end{aligned}$$

$R(1/3) \mid R_1(-5)+R_2 \mid R_1(-5)+R_3 \mid R_1(-7)+R_5 \mid R_1(-4)+R_6$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 2 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & -1 & 1 & 0 & 20 \\ 5 & 0 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & 3 & 3 & -1 & -10 \\ 7 & 1 & 0 & 4 & 18 \\ 4 & -1 & 3 & 2 & 8 \end{array}\right] S_0 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 0 & 8/3 \\ 0 & -13/3 & 1 & 0 & 20/3 \\ 0 & -10/3 & 2 & 1 & 2/3 \\ 0 & 3 & 3 & -1 & -10 \\ 0 & -11/3 & 0 & 4 & -2/3 \\ 0 & -11/3 & 3 & 2 & -8/3 \end{array}\right] S_1 \sim$$

$R_4(1/3) \mid R_2 \times R_4 \mid R_2(10/3)+R_3 \mid R_2(13/3)+R_4 \mid R_2(11/3)+R_5 \mid R_2(11/3)+R_6$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 0 & 8/3 \\ 0 & 1 & 1 & -1/3 & -10/3 \\ 0 & -10/3 & 2 & 1 & 2/3 \\ 0 & -13/3 & 1 & 0 & 20/3 \\ 0 & -11/3 & 0 & 4 & -2/3 \\ 0 & -11/3 & 3 & 2 & -8/3 \end{array}\right] S_2 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 0 & 8/3 \\ 0 & 1 & 1 & -1/3 & -10/3 \\ 0 & 0 & 16/3 & -1/9 & -94/9 \\ 0 & 0 & 16/3 & -13/9 & -70/9 \\ 0 & 0 & 11/3 & 23/9 & -116/9 \\ 0 & 0 & 20/3 & 7/9 & -134/9 \end{array}\right] S_3 \sim$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 0 & 8/3 \\ 0 & 1 & 1 & -1/3 & -10/3 \\ 0 & 0 & 1 & -1/48 & -47/24 \\ 0 & 0 & 0 & -4/3 & 8/3 \\ 0 & 0 & 0 & 137/48 & -137/24 \\ 0 & 0 & 0 & 11/12 & -11/6 \end{array}\right] S_4$$

Así

$$\begin{aligned} x + 2/3\, y &= 8/3 \quad \ldots (1) \\ y + z - 1/3\, w &= -10/3 \quad \ldots (2) \\ z - 1/48\, w &= -47/24 \quad \ldots (3) \end{aligned}$$

Misma Variable

$$\begin{cases} -4/3\, w = 8/3 \quad \ldots (4) \\ 137/48\, w = -137/24 \quad \ldots (5) \\ 11/12\, w = -11/6 \quad \ldots (6) \end{cases}$$

Despejando

$$-4/3\, w = 8/3 \Rightarrow w = \frac{8/3}{-4/3} = -2$$

$$137/48\, w = -137/24 \Rightarrow w = \frac{-137/24}{137/48} = -2$$

$$11/12\, w = -11/6 \Rightarrow w = \frac{-11/6}{11/12} = -2$$

$z = -47/24 + 1/48\, w \Rightarrow z = -47/24 + 1/48(-2) = -2$

$y = -10/3 - z + 1/3\, w \Rightarrow y = -10/3 - (-2) + \frac{1}{3}(-2) = -2$

$x + 2/3\, y = 8/3 \Rightarrow x = 8/3 - 2/3\, y \Rightarrow x = 8/3 - 2/3(-2) = 4$

Obtuvimos $x = 4$
$y = -2$
$z = -2$
$w = -2$

$\therefore (x, y, z, w) = (4, -2, -2, -2)$

7.-

$$2kz - 2\alpha = 4y - 2x$$
$$6z + 3\alpha - 2 = y - x$$
$$2z - 2 = 2y - x \qquad \alpha, k \in \mathbb{R}$$

a) compatible determinado
b) compatible indeterminado
c) incompatible.

$$2x - 4y + 2kz = 2\alpha$$
$$x - y + 6z = 2 - 3\alpha$$
$$x - 2y + 2z = 2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 2k & 2\alpha \\ 1 & -1 & 6 & 2-3\alpha \\ 1 & -2 & 2 & 2 \end{array}\right] S_0 \sim \overset{R_1 \times R_3}{\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 6 & 2-3\alpha \\ 1 & -4 & 2k & 2\alpha \end{array}\right]} S_1 \sim$$

$R_1(-1) + R_2 \mid R_1(-2) + R_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -3\alpha \\ 0 & 0 & 2k-4 & 2\alpha-4 \end{array}\right] S_2$$

Así

$$x - 2y + 2z = 2 \quad (1)$$
$$y + 4z = -3\alpha \quad (2)$$
$$(2k-4)z = 2\alpha - 4 \quad (3)$$

Despejando

$$(2k-4)z = 2\alpha - 4$$

$$2(k-2)z = 2(\alpha - 2)$$

Concluyendo

a) $k \neq 2$ y $\alpha \in \mathbb{R}$

b) $k = 2$ y $\alpha = 2$

c) $k = 2$ y $\alpha \neq 2$

8.-

$$4y + 4z + 2w = 5$$
$$2x + 4z + w = 6$$
$$x + 2y + 2w = 5$$
$$x + 2y + 4z = 4$$

Tomando en cuenta que

x = No. Compresores (millones Pesos)
y = No. medidores (millones Pesos)
z = No. valvulas (millones Pesos)
w = No. Reguladores (millones Pesos)

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 4 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} S_0 \sim \overset{R_1 \times R_4}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 4 & 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}} S_1 \sim$$

$$\overset{R_1(-2)+R_2 \,|\, R_1(-1)+R_3}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}} S_2 \sim \overset{R_3 \times R_4}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}} S_3 \sim$$

$$\overset{R_2 + R_3}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}} S_4 \sim \overset{R_3 \times R_3}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}} S_5 \sim$$

Así

$$x + 2y + 4z = 4 \quad (1)$$
$$-4y - 4z + w = -2 \quad (2)$$
$$-4z + 2w = 1 \quad (3)$$
$$3w = 3 \quad (4)$$

Despejando

$3w = 3$
$w = 3/3$
$w = 1$

$-4z + 2w = 1$
$-4z + 2(1) = 1$
$-4z = 1 - 2$
$z = \frac{-1}{-4}$
$z = 1/4$

$-4y - 4z + w = -2$
$-4y - 4(1/4) + 1 = -2$
$-4y - 1 + 1 = -2$
$-4y = -2$
$y = \frac{-2}{-4}$
$y = 1/2$

$x + 2y + 4z = 4$
$x + 2(1/2) + 4(1/4) = 4$
$x + 1 + 1 = 4$
$x + 2 = 4$
$x = 4 - 2$
$x = 2$

$x = 2$ Concluimos que los compresores cuestan 2 millones de Pesos
$y = 1/2$ los medidores 1/2 millon de pesos
$z = 1/4$ las valvulas 1/4 millones de pesos
$w = 1$ los reguladores 1 millon de pesos.

9.-

$$x + y + z - 2kw = 0$$
$$2x + 2y - z - 3kw = 0$$
$$3x - 2y + 8z - kw = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -2k \\ 2 & 2 & -1 & -3k \\ 3 & -2 & 8 & -k \end{bmatrix} S_0 \sim \overset{R_1(-2)+R_2 \,\vert\, R_1(-3)+R_3}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -2k \\ 0 & 0 & -3 & 1k \\ 0 & -5 & 5 & 5k \end{bmatrix}} S_1 \sim \overset{R_2 \times R_3}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -2k \\ 0 & -5 & 5 & 5k \\ 0 & 0 & -3 & k \end{bmatrix}} S_2 \sim$$

$$\overset{R_2\left(\frac{1}{5}\right)}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -2k \\ 0 & -1 & 1 & k \\ 0 & 0 & -3 & k \end{bmatrix}} S_3$$

Así
$$x + y + z - 2kw = 0 \quad (1)$$
$$-y + z + kw = 0 \quad (2)$$
$$-3z + kw = 0 \quad (3)$$

Despejando

$$-3z + kw = 0$$
$$-3z = -kw$$
$$z = \frac{kw}{3}$$

$$-y + z + kw = 0$$
$$-y + \frac{kw}{3} + kw = 0$$
$$-y = -\frac{kw}{3} - kw$$
$$y = \frac{4kw}{3}$$

$$x + y + z - 2kw = 0$$
$$x + \frac{4kw}{3} + \frac{kw}{3} - 2kw = 0$$
$$x + \frac{5kw}{3} - \frac{6kw}{3} = 0$$
$$x = -\frac{5kw}{3} + \frac{6kw}{3}$$
$$x = \frac{kw}{3}$$

en $x = \frac{kw}{3}$ despejamos w

$$3x = kw \Rightarrow \frac{3x}{k} = w \quad \text{y como } w = 6x$$

$$6x = \frac{3x}{k} \Rightarrow 6xk = 3x \Rightarrow k = \frac{3x}{6x} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{2}}$$

Ahora

$$z = \frac{\frac{1}{2}w}{3} \qquad y = \frac{4\left(\frac{1}{2}\right)w}{3} \qquad x = \frac{\frac{1}{2}w}{3}$$

$$\boxed{z = \frac{w}{6}} \qquad \boxed{y = \frac{2w}{3}} \qquad \boxed{x = \frac{w}{6}}$$

Para w, como se tiene mas de una incognita y menos ecuaciones, debemos de dar una solucion parametrizada por lo tanto $w = w$. Tambien nos damos cuenta que es un sistema compatible indeterminado

Así $(x, y, z, w) = \left(\frac{w}{6}, \frac{2w}{3}, \frac{w}{6}, w\right)$

10.-

$$\begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ 2x + 5y + 3z &= 10 \\ 6y + 2z &= 2k^2 \end{aligned} \qquad k \in \mathbb{R}$$

a) Compatible determinado
b) Compatible indeterminado
c) Incompatible

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 3 & 10 \\ 0 & 6 & 2 & 2k^2 \end{array}\right] S_0 \sim \overset{R_1(-2)+R_2}{\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 6 & 2 & 2k^2 \end{array}\right]} S_1 \sim \overset{R_3(1/2)}{\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & k^2 \end{array}\right]} S_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -4+k^2 \end{array}\right] S_3$$

Así

$$\begin{aligned} x + y + z &= 3 && (1) \\ 3y + z &= 4 && (2) \\ 0 &= -4 + k^2 && (3) \end{aligned}$$

$-4 + k^2 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \sqrt{4} \Rightarrow k = \pm 2$

y así concluimos que:

a) No existe solucion unica

b) La ecuacion es nula

$0z = -4 + k^2$ Entonces es nula si $k = \pm 2$

c) Existe una ecuacion degenerada si $k \neq \pm 2$

$$(x, y, z, w) = (-4, -7w-10, -8w-14, w)$$

Gerardo Avilés…
18:18 6 feb

Resolver

Problemas con el escalonamiento.

Autoevaluación de ecuaciones lineales

Al inicio de este tema creí estarle entendiendo bien, no me surgían dudas mientras el profesor realizaba los ejercicios, pero al momento de querer realizar algunos por mi cuenta, fue que comencé a tener diversos problemas y vi que siguiendo al profesor era el quien lo hacia ver fácil.
Fue después de ver varias veces los videos de las clases en donde tenia dudas que logre mas o menos entender bien bien que show y poder resolver ejercicios. Una vez más el profesor salvándonos con sus notas de clase y sesiones grabadas (o al menos a mi si me salvó).
A pesar de que ya le estaba entendiendo mas o menos, hubo un problema que se me dificultó bastante y por lo mismo me bloque y ya no podía continuar, pero gracias a un compañero fue que logre poder entenderle y seguir con los ejercicios de tarea.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 7:

MATRICES Y DETERMINANTES

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

Tarea 8:

Matrices y determinantes

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Tarea No. 8

Martinez Garcia Rafael

1.-

(c) $(kA^TB+C)^T$

(b) $(\overline{C}\,\overline{A}+\overline{B})^T$

(h) $[(A+B)C^*$

(g) $\overline{\overline{C}\,(A^T+B^T)}$

(d) $A^T+C^*B^*$

$(kA^T B+C)^T$

Propiedad $(\alpha A)^T = \alpha A^T \longrightarrow k(A^T B^T)+C^T$

Propiedad $(\alpha A)^T = B^T A^T$ si AB se puede obtener y $A = (A)^T$

Se Tiene $kB^T A+C^T$

$(\overline{C}\,\overline{A}+\overline{B})$

Propiedad $(\overline{A})^T = A^*$ $(\overline{A}+\overline{B})^T = (\overline{A})^T+(\overline{B})^T \longrightarrow (A^*+B^*$

$\therefore (CA+B)^*$

$[(A+B)+C^*]^T$

Propiedad $C^* = \overline{C}^T \longrightarrow ((\overline{C})^T)^T\,(A+B)^T$

Propiedad $(A^T)^T = A$

$\therefore \overline{C}\,(A+B)^T$

$\overline{\overline{C}\,(A^T+B^T)}$

Propiedad $(\overline{\overline{A}}) = A \longrightarrow \overline{(A^T B^T)}$

Reescribiendo como $A^* = (A)^T$ $\therefore ((A+B)^*$ o $C(A^*+B^*)$

$A^T+C^*B^*$

Reescribiendo $C^*B^* = (BC)^*$ $\therefore (\overline{A}+BC)^*$

2.-

$$A = \begin{vmatrix} a & 4 \\ -2 & c \end{vmatrix} \qquad B \begin{vmatrix} 8 & a & 2 \\ 3 & 7 & 0 \\ 4 & d & -1 \end{vmatrix} \qquad C = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & b & 0 \\ 7 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

Sabiendo que

1) $tr\,A = a + c = 2$ ... 1
2) C_{21} de $B = 4$

$$C_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1)(-a-(2d)) = a + 2d = 4 \quad ... 2$$

3) C es matriz triangular

$$|C| = (3)(b)(-2) = -6b$$

$$|C^{-1}| = \frac{1}{-6b} = \frac{1}{6} \rightarrow 6 = -6b \rightarrow b = -1$$

$$|C^{-1}| = \frac{1}{-6(-1)} = \frac{1}{6}$$

4) $c + 7 = 2a + 3d$ ... 3

Sistema
$$\begin{aligned} a + c &= 2 \\ a + 2d &= 4 \\ 2a - c + 3d &= 7 \end{aligned}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = [(1)(0)(3) + (1)(-1)(0) + (2)(1)(2)] - [(0)(0)(2) + (2)(-1)(1) + (3)(1)(1)]$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 4 - 1 = 3$$

$$|a| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \\ 7 & -1 & 3 \end{vmatrix} = [(2)(0)(3) + (4)(-1)(0) + (7)(1)(2)] - [(0)(0)(7) + (2)(-1)(2) + (3)(1)(4)]$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 14 - 8 = 6$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 7 & 3 \end{vmatrix} = \begin{matrix} [(1)(4)(3) + (1)(7)(0) + (2)(2)(2)] - \\ [(0)(4)(2) + (2)(7)(1) + (3)(2)(1)] \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 20 - 20 = 0$$

$$|D| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{matrix} [(1)(0)(7) + (1)(-1)(2) + (2)(1)(4)] - \\ [(2)(0)(2) + (4)(-1)(1) + (7)(1)(1)] \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 6 - 3 = 3$$

$\therefore$

$$a = \frac{|a|}{|A|} = \frac{6}{3} = 2 \qquad c = \frac{|c|}{|A|} = \frac{0}{3} = 0 \qquad d = \frac{|d|}{|A|} = \frac{3}{3} = 1$$

$a + c = 2 \rightarrow 2 + 0 = 2 \Rightarrow 2 = 2$

$a + 2d = 4 \rightarrow 2 + (2)1 = 4 \rightarrow 2 + 2 = 4 \Rightarrow 4 = 4$

$2a - c + 3d = 7 \rightarrow 2(2) - (0) + 3(1) = 7 \Rightarrow 7 = 7$

Así

$$(a, b, c, d) = (2, -1, 0, 1)$$

3.- $[B^*]^2 = XA \dfrac{tr(C)}{det(C)}$ donde

$A = diag\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{4}\right)$, $B = \begin{vmatrix} i & -i & 1 \\ -i & i & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ $C = \begin{vmatrix} 3 & 2i & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

$$[B^*]^2 = XA \frac{tr(C)}{det(C)}$$

$$XA \frac{tr(C)}{det(C)} = [B^*]^2$$

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$XA = [B^*]^2 \frac{det(C)}{tr(C)}$$

$$X = \left([B^*]^2 \frac{det(C)}{tr(C)}\right) A^{-1}$$

$$B^* = \begin{vmatrix} -i & i & 1 \\ i & -i & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (B^*)^2 = \begin{vmatrix} -i & i & 1 \\ i & -i & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -i & i & 1 \\ i & -i & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$tr(C) = \begin{vmatrix} 3 & 2i & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 4 + 5 = 8$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & 2i & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2i & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 3 & 2i & 1 \\ -2 & 4 & 3 \end{vmatrix} = [(3)(4)(1) + (2)(0)(1) + (-1)(2i)(3)]$$
$$- [(1)(4)(1) + (3)(0)(3) + (1)(2i)(2)]$$
$$= 12 - 6i - (-4 + 4i) = 16 - 2i$$

$$[B^*]^2 \left(\frac{det(C)}{tr(C)}\right) = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \left(\frac{16 - 2i}{8}\right) = \begin{bmatrix} -2 + i/4 & 6 - 3/4 i & 0 \\ 6 - 3/4 i & -2 + i/4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[B^*]^2 \begin{pmatrix} \det(C) \\ tr(C) \end{pmatrix} A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 + i/4 & 6 - 3/4 i & 0 \\ 6 - 3/4 i & -2 + i/4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 - i/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -4 + i/2 & 6 - 3/4 i & 0 \\ 12 - 3i/2 & -2 + i/4 & 0 \\ 0 & 0 & 16 - 2i \end{bmatrix}$$

4.-

$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} i & -1 \\ 1 & -i \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ C es ortogonal

$$Ax + (\det B)\, B^2 = XC^T + (AB)^* - (Cx^{-1})^{-1}$$

$$Ax - XC^T + (x^{-1})^{-1} C^{-1} = (AB)^* - (\det B)\, B^2$$

$$Ax - XC^T + XC^{-1} = (AB)^* - (\det B)\, B^2$$

como $A = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 3I_2$

$$3Ix - XC^T + XC^{-1} = (AB)^* - (\det B)\, B^2$$

$$3Ix - \underbrace{XC^{-1}}_{\text{ortogonal}} + C^{-1} = (AB)^* - (\det B)\, B^2$$

$$3I\, x = (AB)^* - (\det B)\, B^2$$

$$x = \frac{1}{3} \quad (AB)^* - (\det B)\, B^2$$

$$AB = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i & -1 \\ 1 & -i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3i & 3 \\ -3 & 3i \end{vmatrix}$$

$$(AB)^* \begin{vmatrix} -3i & -3 \\ 3 & 3i \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} -3i & 3 \\ -3 & 3i \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} i & -1 \\ 1 & -i \end{vmatrix} = [(i)(-i)] - [(-1)(1)] = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

$$B^2 = BB = \begin{vmatrix} i & -1 \\ 1 & -i \end{vmatrix} \begin{bmatrix} i & -1 \\ 1 & -i \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \qquad |B|\, B^2 = 2 \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix}$$

$$(AB)^* - |B|\, B^2 = \begin{vmatrix} -3i & 3 \\ -3 & 3i \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -3i+4 & 3 \\ -3 & 3i+4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3}\left[(AB)^* - |B|\, B^2\right] = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} -3i+4 & 3 \\ -3 & 3i+4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4/3 - i & 1 \\ -1 & 4/3 + i \end{vmatrix}$$

Así

$$X = \begin{vmatrix} 4/3 - i & 1 \\ -1 & 4/3 + i \end{vmatrix}$$

5.-

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} \qquad A^3 - 2A - 5A + 6I = 0;\ 0 \text{ es la matriz nula}$$

Satisfacer $\det(A - \lambda I_3) = 0$

Si $\lambda = \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix}$

Entonces

$$A - \lambda I_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & 4 \\ 3 & 2-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & -1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$|A - \lambda I_3| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & 4 \\ 3 & 2-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & -1-\lambda \end{vmatrix} = [(1-\lambda)(2-\lambda)(-1-\lambda) + (3)(1)(4) + (2)(-1)(-1)]$$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & 4 \\ 3 & 2-\lambda & -1 \end{vmatrix} \qquad - [(4)(2-\lambda)(2) + (-1)(1)(1-\lambda) + (-1-\lambda)(-1)(3)]$$

$$= -2 + 3\lambda - \lambda^2 - 2\lambda + 3\lambda^2 - \lambda^3 + 14 - 16 + 8\lambda - \lambda$$

$$= \boxed{-\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6 = 0}$$

$+1 \quad -3\lambda \quad -3$

Aplicando las raices racionales.

$a_0 = -6 \rightarrow p\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$

$a_n = -1 \rightarrow q\{\pm 1\}$

$\left.\right\} \frac{p}{q} \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 2 & 5 & -6 \\ 1 & & -1 & 1 & 6 \\ \hline & -1 & 1 & 6 & 0 \end{array}$$

$= (\lambda - 1)(-\lambda^2 + 2 + 6)$

$$\lambda = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-1)(6)}}{2(-1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{-2}$$

$$= \frac{-1 \pm 5}{-2} \qquad \lambda_1 = 3 \qquad \lambda_2 = -2$$

$\therefore\ \lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 3,\ \lambda_3 = -2$

Comprobando que $A^3 - 2A^2 - 5A + 6I = 0$

$$A^2 = AA = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 11 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 11 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 11 & -3 & 22 \\ 29 & 4 & 17 \\ 16 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$2A^2 = 2 \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 11 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 & 2 & 2 \\ 14 & 0 & 22 \\ 6 & -2 & 16 \end{vmatrix}$$

$$A^3 - 2A^2 = \begin{vmatrix} 11 & -3 & 22 \\ 29 & 4 & 17 \\ 16 & 3 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 12 & 2 & 2 \\ 14 & 0 & 22 \\ 6 & -2 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 5 & 20 \\ 15 & 4 & -5 \\ 10 & 5 & -11 \end{vmatrix}$$

$$5A = 5 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -5 & 20 \\ 15 & 10 & -5 \\ 10 & 5 & -5 \end{vmatrix}$$

$$A^3 - 2A^2 - 5A = \begin{vmatrix} -1 & -5 & 20 \\ 15 & 4 & -5 \\ 10 & 5 & -11 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & -5 & 20 \\ 15 & 10 & -5 \\ 10 & 5 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{vmatrix}$$

$$A^3 - 2A^2 - 5A + 6I = \begin{vmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por lo que si satisface la ecuacion matricial

6.-

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} \qquad C = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$A(X + C(\operatorname{tr} A)B^{-1} = BAX + 2AB^T \quad \text{donde}$$

$$A(X - BAX = 2AB^T - C(\operatorname{tr} A)B^{-1}$$

$$(AC - BA)X = 2AB^T - (\operatorname{tr} A)B^{-1}$$

$$(AC - BA)^{-1}(AC - BA)X = (AC - BA)^{-1} - (\operatorname{tr} A)B^{-1}$$

$$X = (AC - BA^{-1} - C(\operatorname{tr} A)B^{-1}$$

$$AC = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$BA = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -4 \end{vmatrix}$$

$$AC - BA = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} \qquad |AC - BA| = \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 14$$

$$\operatorname{Adj}(AC - BA) = \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \longrightarrow \operatorname{Adj}$$

$$(AC - BA)^{-1} = \frac{1}{14}\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/2 & 2/7 \\ 0 & 1/7 \end{vmatrix} \qquad (\operatorname{tr} A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 0 + -1 = -1$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = (2)(2) - (-2)(-1)$$

$$= 2$$

$$(\operatorname{tr} A)B^{-1} = -1\begin{vmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -1/2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{|2|} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$[(AC - BA)^{-1} - (\operatorname{tr} A)B^{-1}] = \begin{vmatrix} 1/2 & 2/7 \\ 0 & 1/7 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -1 & 1/2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3/2 & -3/14 \\ 1 & 8/7 \end{vmatrix}$$

$$\therefore \boxed{X = \begin{vmatrix} 3/2 & -3/14 \\ 1 & 8/7 \end{vmatrix}}$$

7.-

$$|A| = \begin{vmatrix} a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \\ a & a & a+4 \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{vmatrix} = [a^2(a+4) + 2a^2 + 4a] - [2a^2 + 2a^2 + 2a(a+4)]$$

$$= a^3 - 4a \quad o \quad a \cdot (a^2 - 4)$$

Como el determinante es $\neq 0$ $\quad a(a^2-4)$

$a(a-2)(a+2) \neq 0$

Así $\quad a \neq 0$, $a \neq 2$ y $a \neq -2$

Para b) donde $a = 1$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Calculamos los cofactores

$C_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = (1)[5-2] = 3$

$C_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = (-1)[5-2] = -3$

$C_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (1)[-1+1] = 0$

$C_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = (-1)[10-2] = -8$

$C_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = (1)[5-2] = 3$

$C_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)[1-2] = 1$

$C_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (1)[4-2] = 2$

$C_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)[2-2] = 0$

$C_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (1)[1-2] = -1$

$$\text{Cof}(A) = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 0 \\ -8 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$|A| = (1)(-8) + (1)(3) + (2)(1) =$

$-8 + 3 + 2 = -3$

$$\text{Adj}(A) = [\text{Cof}(A)]^T = \begin{vmatrix} 3 & -8 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{ adj}(A)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 3 & -8 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

B.-

$$2x + 4y + 4w = 8$$
$$6x + 5y + 2z + 5w = 3$$
$$3x + y + z + 2w = 4$$
$$5y + 2w = 4$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 4 \\ 6 & 5 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 2 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$R_3(-2) + R_2$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (1)(-1)^6 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix} = (2)(-1)^2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2[6-5] = 2(1) = 2 = |A|$$

$$X = \begin{vmatrix} 8 & 4 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 1_p & 2 \\ 4 & 5 & 0 & 2 \end{vmatrix} \qquad |X| = \begin{vmatrix} 8 & 4 & 0 & 4 \\ -5 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1_p & 2 \\ 4 & 5 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (1)(-1)^6 \begin{vmatrix} 8 & 4 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$R_1(-\frac{1}{2}) + R_3$

$$\begin{vmatrix} 8 & 4 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \\ 0 & 1_p & 0 \end{vmatrix} = (3)(-1)^5 \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow (-3)[8+20] \rightarrow (-3)(28) = -84$$

$$x = \frac{-84}{2} \Rightarrow x = -42$$

$$w = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 8 \\ 6 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1_p & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 3 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 1_p & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 4 \end{vmatrix} = (1)(-1)^6 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 3 & -5 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix} (2)(-1)^2 \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(2)[12+25] = 2[37] = 74 \qquad w = 37$$

X y W satisfacen la ecuacion en $x = -42$ y $w = 37$

9.- $A = \begin{vmatrix} 1/3 & 0 & 1/2 \\ 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/6 & 2/3 \end{vmatrix}$ $B = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{15}}(2+i) & \frac{1}{\sqrt{15}}(3+i) \\ \frac{1}{\sqrt{15}}(-3+i) & \frac{1}{\sqrt{15}}(2-i) \end{vmatrix}$

Si A es ortogonal $A^T = A^{-1}$

$A^T = \begin{vmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & -2/3 & 1/6 \\ 1/2 & 1/3 & 2/3 \end{vmatrix}$ Si A fuera ortogonal, $A^T = A^{-1}$ y se debería cumplir que $AA^{-1} = I$

$$\begin{vmatrix} 1/3 & 0 & 1/2 \\ 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/6 & 2/3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & -2/3 & 1/6 \\ 1/2 & 1/3 & 2/3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 13/36 & 5/18 & 4/9 \\ 5/18 & 2/3 & 2/9 \\ 4/9 & 2/9 & 7/12 \end{vmatrix}$$

Como AA^{-1} no es la matriz identidad, podemos decir que la matriz A no es ortogonal

Para la matriz B, si B es unitaria entonces su inversa es la conjugada transpuesta,

$$B = \begin{vmatrix} 1/\sqrt{15}(2+i) & 1/\sqrt{15}(3+i) \\ 1/\sqrt{15}(-3+i) & 1/\sqrt{15}(2-i) \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1/\sqrt{15}(2-i) & 1/\sqrt{15}(3-i) \\ 1/\sqrt{15}(-3-i & 1/\sqrt{15}(2+i) \end{vmatrix} \leftarrow \text{Conjugada}$$

Transponemos

$$\begin{vmatrix} 1/\sqrt{15}(2-i) & 1/\sqrt{15}(-3-i) \\ 1/\sqrt{15}(3-i) & 1/15(2+i) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1/\sqrt{15}(2+i) & 1/\sqrt{15}(3-1 \\ 1/\sqrt{15}(-3+i) & 1/\sqrt{15}(2-i) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1/\sqrt{15}(2-i) & 1/\sqrt{15}(-3-i) \\ 1/\sqrt{15}(3-i) & 1/\sqrt{15}(2+i) \end{vmatrix}$$

$= \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ $\therefore$ Como $BB^* = I$ entonces si es unitaria.

10.-

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -3 & -5 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 3 & -3 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

La matriz A por condensacion

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -3 & -5 & 1 & -4 \\ -2 & -1 & 3 & -3 \end{vmatrix} \begin{array}{c} R_4(2)+R_1 \;\vert\; R_4(2)+R_2 \;\vert\; R_4-3+R_3 \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -8 & 2 \\ -1 & -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \end{array}$$

$$(-1)(-1)^5 \begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{array}{c} R_2(2)+R_3 \\ \begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} \end{array} = (1)(-1)^3 \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$(-1)(20+2) = -22 \rightarrow$ Sol a)

Por el metodo de la matriz triangular

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -3 & -5 & -1 & -4 \\ -1 & -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \rightarrow (-1) \begin{array}{c} R_1 \times R_4 \\ \begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ -3 & -5 & 1 & -4 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \end{array} (-1) \begin{array}{c} R_1(2)+R_2 \;\vert\; R_1(-3)+R_3 \;\vert\; R_1(4)+R_4 \\ \begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -8 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \end{vmatrix} \end{array}$$

$$(-1) \begin{array}{c} R_2(2)+R_3 \\ \begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \end{vmatrix} \end{array} \begin{array}{c} R_3(1/2) \;\vert\; R_3(-5)+R_4 \\ \begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \end{vmatrix} \end{array} \qquad |A| = (-2)(-1)(1)(1)(-11) = -22$$

Para la matriz B

Por condensacion

$$|B| = \begin{array}{c} R_1(2)+R_2 \;\vert\; R_1(-1)+R_3 \;\vert\; R_1-(-2)+R_4 \;\vert\; R_1(-1)+R_5 \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 & 10 & 1 \\ 0 & -5 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & -3 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} \end{array} = (1)(-1) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 10 & 1 \\ -5 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & -4 & 3 \\ -3 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$R_1 + R_2 \setminus R_1(-3) + R_3 \setminus R_1(-3) + R_4$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 10 & 7 \\ -1 & 0 & 8 & 4 \\ -12 & 0 & -34 & -24 \\ -15 & 0 & -32 & 20 \end{vmatrix} = (-1)(1)(-1)^3 \begin{vmatrix} -1 & 8 & 4 \\ -12 & -34 & -24 \\ -15 & -32 & -20 \end{vmatrix}$$

$C_1(8) + C_2 \setminus C_1(4) + C_3$

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -12 & -130 & -12 \\ -15 & -152 & -80 \end{vmatrix} = (1)(1)^2 \begin{vmatrix} -130 & -12 \\ -152 & -80 \end{vmatrix}$$

$= (1)[-130(180) - (-152)((-n)] = (1) \quad 1140 - 10944$

$= (1)(544) = -544$

$\therefore -544$

Con Matriz triangular

$R_1(2) + R_2 \setminus R_1(-1) + R_3 \setminus R_3(-2) + R_4$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 & 10 & 7 \\ 0 & -5 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & -3 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$C_2 \times C_3$

$R_2 + R_3 \setminus R_2(-3) + R_4 \setminus R_2(-3) + R_5$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 10 & 7 \\ 0 & -1 & -5 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 3 & -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} > \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 10 & 7 \\ 0 & 0 & -1 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & -12 & -34 & -24 \\ 0 & 0 & -15 & -32 & -20 \end{vmatrix}$$

$R_3(-12) + R_4 \setminus R_3(-15) + R_5$

$$(-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -130 \\ 0 & 0 & 0 & -80 \end{vmatrix} \Rightarrow (-130 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & -1 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -36/65 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 272/65 \end{vmatrix}$$

Por último

$$|B| = (-130)(1)(1)(-1)(-1)(272/65) = -544$$

Tercer Examen Parcial

Martinez Garcia Rafael

①

1.- Obtener la matriz X que satisface la ecuacion matricial

$$B^T AB + \frac{|A^{-1}|}{tr(C)} X^T = C, \text{ donde}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ i & 2i \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} -i & i \\ i & 1+i \end{bmatrix}$$

Lo primero que se hace es despejar X.

$$\frac{|A^{-1}|}{tr(C)} X^T = C - B^T AB$$

Como $tr(C) = -i + 1 + i$

$\therefore tr(C) = 1$

$$X^T = C - B^T AB \left(\frac{tr(C)}{|A^{-1}|} \right)$$

Sacando A^{-1}

$C_{11} = (-1)^2 |1| = 1$

$C_{12} = (-1)^3 |0| = (-1)(0) = 0$

$$(X^T)^T = \left(C - B^T AB \left(\frac{tr(C)}{|A^{-1}|} \right) \right)^T$$

Teniendo por fin X despejada

$$X = \left(C - B^T AB \left(\frac{tr(C)}{|A^{-1}|} \right) \right)^T$$

Despues multiplicando AB Nos sale:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+2i & 4i \\ i & 2i \end{bmatrix}$$

Una vez ya obtenido AB, se multiplica $B^T AB$

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ 0 & 2i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1+2i & 4i \\ i & 2i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+2i & -2+4i \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

Despues se hace la resta de $C - B^T AB$

$$\begin{bmatrix} -i & i \\ i & 1+i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2+2i & -2+4i \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-3i & 2-3i \\ 2+i & 5+i \end{bmatrix}$$

$-i - (-2+2i) = 2-3i$ $\qquad$ $i - (-2) = 2+i$

$i - (-2+4i) = 2-3i$ $\qquad$ $1+i-(-4) = 5+i$

despues se saca det A para despues sacar A^{-1}

$$\det A \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (-1)-(0) = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \frac{1}{-1}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = (-1)\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A^{-1}| = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (-1)(1)-(0) = -1$$

Teniendo ya los valores se sustituyen en el despeje de X

$$X = \left(\begin{bmatrix} -2-3i & 2-3i \\ 2+i & 5+i \end{bmatrix}\frac{1}{-1}\right)^T \rightarrow X = \left(\begin{bmatrix} -2+3i & -2+3i \\ -2-i & -5+i \end{bmatrix}\right)^T$$

$$X = \begin{bmatrix} -2+3i & -2-i \\ -2+3i & -5-i \end{bmatrix}$$

2. Resolver la siguiente ecuacion

$$\left(\frac{1}{2}x^T + \frac{1}{2}c^*\right)^T = \frac{1}{\frac{1}{2}\det(2D^{-1})}\cdot(D^{-1})$$

$$C = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -2i \end{bmatrix} ; \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Despejando x

$$\left(\frac{1}{2}x^T + \frac{i}{2}c^*\right)^T = \frac{1}{\frac{1}{2}\det(2D^{-1})}(D^{-1})$$

$$\frac{1}{2}(x^T)^T + \frac{i}{2}((\bar{c}^T)^T)^T = \frac{1}{\frac{1}{2}\det(2D^{-1})}D^{-1}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{i}{2}\bar{c} = \frac{1}{\frac{1}{2}\det(2D^{-1})}D^{-1}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{\frac{1}{2}\det(2D^{-1})}D^{-1} - \frac{i}{2}\bar{c}$$

$$2\left(\frac{1}{2}x\right) = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}\det(2D^{-1})}D^{-1} - \frac{i}{2}\bar{c}\right)2$$

$$D^{-1}\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \overset{R_1(3)+R_2}{\sim} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right]$$

$$D^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2D^{-1}) = 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|2D^{-1}| = 4$$

$$\frac{1}{2}\det(2D^{-1}) - \frac{1}{2}(4) = 2$$

$$\frac{1}{1/2\det(2D^{-1})} D^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{c} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2i \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\bar{c} = \frac{i}{2}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{1/2\det(2D^{-1})}(D^{-1}) - \frac{i}{2}\bar{c} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/2 & 1/2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3/2 & 3/2 \end{bmatrix}$$

$$2\left(\frac{1}{1/2\,(2D^{-1})}(D^{-1}) - \frac{1}{2}i\right)$$

$$= 2\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3/2 & 3/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 6/2 & 6/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}}$$

Ejercicio 3

Si $D = A^3 - C C^T$

$A = \mathrm{diag}(1, 1, -1)$, $B = \begin{bmatrix} 1/9 & 8/9 & -4/9 \\ 4/9 & -4/9 & -7/9 \\ 8/9 & 1/9 & 4/9 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = B^T \therefore \begin{bmatrix} 1/9 & 4/9 & 8/9 \\ 8/9 & -4/9 & 1/9 \\ -4/9 & -7/9 & 4/9 \end{bmatrix} \rightarrow 9 \cdot B^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 8 & -4 & 1 \\ -4 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C C^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & -4 \\ 2 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 8 & -4 & 1 \\ -4 & 7 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 8 & -3 & 1 \\ -4 & -7 & 4+i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 8 & -3 & 1 \\ -4 & -7 & 4+i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & -4 \\ 2 & -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 6 \\ 10 & -8 & 5 \\ -6 & -3 & -1+i \end{bmatrix}$$

$$\therefore D \begin{bmatrix} 1 & 6 & 6 \\ 10 & -8 & 5 \\ -6 & -3 & -1+i \end{bmatrix} \quad \mathrm{tr}\, D = (1) + (-8) + (-1+i)$$

$$= \underline{-8 + i}$$

Ejercicio 4

$$\text{adj}(A) \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 6 & -4 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} \begin{bmatrix} & & \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Tenemos: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}\, A$

$$\frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} & & \\ 6 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} C_{31} = \frac{1}{|A|} (6) = -3$$

$$A^{-1} C_{22} = \frac{6}{-3} = |A| = 3|A| = -2 \rightarrow \frac{1}{|A|}(-4) = 2$$

$$= \frac{-4}{2} = |A| = 3|A| = -2$$

$$A^{-1} C_{33} = \frac{2}{|A|} = 1 \rightarrow |A| = \frac{2}{-1} = -2$$

$\therefore$ El valor absoluto de A $(|A|) = -2$

Tomando en cuenta esto procedemos a

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 6 & -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 & -5/2 & -1 \\ -3/2 & 1/2 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1/2 & -5/2 & -1 \\ -3/2 & 1/2 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -[(-1/2)(1/2)(-1) + (-3/2)(2)(-1) + (-3)(-5/2)(0)]$$

$$\begin{vmatrix} -1/2 & -5/2 & 1 \\ -3/2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -[(-1)(1/2)(-3) + 0(2)(-1/2) + (-1)(-5/2)(-3/2)]$$

$$= \frac{13}{4} - \left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{11}{2}$$

$\therefore$ a) $\begin{bmatrix} -1/2 & -5/2 & -1 \\ -3/2 & 1/2 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ b) $\frac{11}{2}$

5.- Empleando la regla de cramer, obtener la solucion de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 2x - y - z &= 0 \\ -x + 2y + z &= 1 \\ x - 3y - 2z &= -3 \end{aligned} \rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$|A| \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2(-3)(1) - (1)(2)(-1) = 2$$

$$|x| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{aligned} &[(-3)(-1)(1) + (1)(-3)(-1) + 0(2)(-2)] \\ &-[(1)(-1)(-2) - 0(-3)(1) - (-3)(2)(1)] \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$|y| \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{aligned} &[(2)(1)(-2) + (-1)(-3)(-1) + (1)(0)(1)] - [(-1)(0)(-2) - \\ &(2)(-3)(1) - (1)(3)(-1)] \\ &= 0 \end{aligned}$$

$-13 - (+9$

$$|z| \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{aligned} &[\overset{-1}{(1)(-1)(1)} + \overset{0}{(-1)(3)(0)} + \overset{-12}{(2)(2)(-3)}] \\ &-[(-1)(-1)(-3) - (2)(3)(1) - (1)(2)(0)] \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$x = \frac{|x|}{|A|} = \frac{-2}{-2} = 1 \qquad z = \frac{|z|}{|A|} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y = \frac{|y|}{|A|} = \frac{0}{-2} = 0 \qquad \therefore (x, y, z) = (1, 0, 2)$$

Autoevaluación de Matrices y determinantes

Durante el inicio de este nuevo tema creí que variaría bastante en cuanto al otro, creí que no tendrían nada en común y siendo sincero ya conocía un poco sobre matrices ya que ya las habíamos visto en calculo, pero no entendía muy bien.
Con las explicaciones en cuanto a las notas y las demostraciones si me revolví bastante en un inicio y mas ya que como no entendía en algunas y no le comentaba al profesor pues el seguía con las demás, aquí lo que hice fue buscar el tema y estudiarlo por mi propia cuenta, y fue así que logré poder mantenerme al mismo nivel o ritmo al que iba el profesor.
Hasta la fecha sigo con algunas dudas, pero esta vez si siento que viendo los videos del profe se me podrán aclarar fácilmente.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

SECCIÓN 8:

ENSAYOS DE LIBROS

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Fecha de Entrega: Miercoles 10 de Febrero de 2021

Desde un inicio se puede apreciar como neville está demasiado impactado, más que nada porque le tocó ver a su familia padecer del virus y verlas morir de una forma muy dolorosa para él, provocando pesadillas donde se auto denota como culpable por no poder hacer nada. El virus convierte a la gente en "vampiros" o algo muy similar a ellos, ya que tenían las mismas características que se les describe a los vampiros en textos y cuentos antiguos.

Conforme pasa el tiempo (primeros meses) se le vuelve rutina el asegurar su casa, mantener su invernadero y depósito en buenas condiciones y solo de vez en cuando ir por provisiones o cosas útiles. Al poco tiempo, después de ahogarse en alcohol, le hace cometer una locura, el ir a la tumba de su esposa virginia y pues anhelar ya no seguir viviendo, sin embargo al marcharse se da cuenta que es un poco tarde, y decide irse pero con una inquietud, ahora más que nunca estaba demasiado intrigado por cómo es que funcionaban esos vampiros, así que comienza a hacer investigaciones más profundas a cerca de ellos, primero empieza con un recuerdo que parece le da una idea de que puede ser, al principio empieza relatando uno de sus días (inicios del virus), con su mujer ya enferma y entre su platica sale al comentario que estan en guerra, y después neville comenta de una guerra bacteriológica, eso le dio una idea pero no fue suficiente, posteriormente en otro de sus recuerdos, está en la fábrica donde trabaja y uno de sus compañeros le comenta salgo a cerca de los vampiros,y así es como poco a poco se adenta el la investigación en libros, después en otro de sus días piensa en cómo es que les afecta a los infectados la cruz, el ajo, la luz, entre otras cosas pero no logra deducir que es lo que en realidad les afecta.

Al paso del tiempo comenzó a notarse la desesperacion, frustracion, depresion entre otros aspectos que tenia por estar solo, durante mucho tiempo estuvo solo, hasta que conoció a un perrito al cual vio una vez y por la emoción quiso correr tras él pero solo logro que se alejara, después se le ocurrió alimentarlo para que volviera y al observar se dio cuenta de que estaba lastimado, tenía las piernas muy flacas y al ser al único ser vivo, sintió demasiada curiosidad y de cierta forma ansiedad, comenzaba a volverse necesario ver al perro, por cubrir ese vacio que sentia y por la necesidad de curar al perro. Después de muchos intentos fallidos por estar con el perro logró capturarlo pero el perro siempre estaba a la defensiva, no dejaba que lo tocara, hasta que logró ganarse su confianza y poder acariciarlo, sin embargo después de unos días desafortunadamente murió.

Al pasar los días en uno de sus días fuera de su rutina, se encontraba fuera de una casa y a lo lejos vio una silueta, poco a poco comenzó a ser cada vez más notable la silueta y se dio cuenta que era una mujer, al verla le gritó pero ella se asustó y comenzó a alejarse, él corrió tras ella y la alcanzo pero ella calló, al parecer él perdió el tacto hacia las personas, pero logró convencerla de ir a su casa, él se imaginó por un momento que ella era una vampiro pero por las condiciones en las que la encontró parecía no ser así. Pasaron unos días y comenzaron a encariñarse, pero él quería examinar su sangre porque tenía miedo de que estuviera contagiada no por temor a el virus, sino por temor a que ella, una chica viva como él, pero cuando lo logro hacer se dio cuenta que si estaba infectada pero pocos segundos después quedó noqueado. Después cuando despertó, encontró una carta explicándole que ella había sido enviada para observar y que había más como ella y tenían que tomar pastillas para ello, también le decía que tenía que irse de ahí por que en poco tiempo irán por él, pero decide quedarse. Cuando llegan por él, comienzan a matar a los "vampiros" y poco después logran secuestrarlo. Una vez ya despierto se encuentra a la chica que mandaron para vigilarlo y le dice que lo van a matar ya que representa una amenaza así que ella le da unas pastillas para que las tome y así muera antes de que le hagan daño y así es como se da cuenta de ese nuevo inicio de los nuevos pobladores del planeta.

Soy leyenda

En el libro de soy leyenda del autor Richard Mathenson nos explica cómo es la vida de Robert Neville el personaje principal de este libro, tras la muerte de su familia y casi todos los seres humanos, por un virus que convierte en vampiros a los seres vivos.
El autor nos da a entender lo difícil que es el estar solo, aislado de todos, la frustración y desesperación por no tener con quien convivir y todo lo que tiene que hacer Neville para poder sobrevivir. nos plantea la situación extrema en la que Neville se ve llevado tras la separación total, y a menudo irreversible, del resto de los seres vivos, que deberá comprender para encontrar su camino.

Desde mi punto de vista el autor nos pone a pensar de una manera más “ficticia y entretenida” si en verdad vale la pena intentar sobrevivir estando completamente solo, sin tener esas interacciones sociales que caracterizan al ser humano, ya que el estar aislado y no tener con quien conversar, es un factor relevante, tanto para la salud física como para la mental, ya que se ha demostrado que la soledad tiene un impacto demasiado abrumador en la salud física ya que se puede llegar a tener enfermedades cardiovasculares, presión sanguínea más elevada, vulnerabilidad a enfermedades comunes y la muerte prematura (según BBC NEWS).
Por lo ya mencionado este libro, me hace pensar que no vale la pena sobrevivir sin motivo, estaría bien si después la situación volviera a la normalidad, pero en el caso de este libro no es así por qué no me gustaría ser la única persona viva de este mundo.

Esto nos explica las diversas caídas (adicción) que tuvo robert y el por que trataba de olvidarse de la situación estando ebrio, en cuanto a la salud mental se agravan problemas que ya tenias, como por ejemplo que ya tenía esa culpa de no poder ayudar a su hija y a su esposa y estando solo no logro superar esa pérdida, ya que tenía mucho tiempo solo, lo que le hacía pensar en cómo sería si hubiera podido ayudará su familia, ahí entra la depresión y por lo que dice el libro, robert tuvo demasiados momentos de depresión, se sentía solo, no tenia con quien poder platicar.
Esta situación se puede relacionar con la pandemia actual debido a que muchas personas tienden a tener depresión, algunas llegan a caer en adicciones ya que el salir a convivir con los demás los es fundamental para poder mantenerse cuerdo.
En conclusión considero que el libro plantea la idea de que neville se considera anormal o extraño para la nueva especie y pienso que es por que nosotros los seres humanos tendemos a rechazar lo extraño y lo nuevo y muchas veces lo relacionamos como un peligro, pero eso forma parte de la evolución de la vida y es algo natural que tiene que pasar tarde o temprano mas sin embargo en el libro marcan a este suceso en un lapso de tiempo muy corto ya que fue un virus lo que ocasionó el nacimiento de esta nueva especie.
Soy Leyenda es un buen libro, y realmente lo recomiendo ya que nos explica una historia interesante, bien narrada, con descripciones interesantes y sobretodo, con mucha introspección y eso es lo que nos engancha y deseamos que no acabe porque se nos hará realmente corto, pero cuenta lo que tiene que contar sin alargarlo por qué sí y dejándonos con las ganas de más, cosa que siempre es buena.

14 de noviembre del 2020

Referencias bibliograficas.

Matheson, R. (2020). *Soy Leyenda* (1.ª ed.). EDC MINOTAURO.

BBC News Mundo. (2013, 2 marzo). *Por qué la soledad nos enferma*. https://www.bbc.com/mundo/noticias/2013/03/130228_salud_soledad_enfermedades_jg#:%7E:text=Las%20personas%20solitarias%20encuentran%20m%C3%A1s,y%20la%20falta%20de%20autoestima.

BBC News Mundo. (2018, 28 febrero). *4 maneras como la soledad puede afectar tu salud física*. https://www.bbc.com/mundo/noticias-43211917#:%7E:text=El%20sentimiento%20de%20soledad%20se,sentirse%20en%20general%20m%C3%A1s%20infelices.

Resumen

La historia trata sobre Bernardo Seler un psicoanalista quien tras años de estudio y trabajo logra entrar a trabajar a la Clínica Madox, una clínica muy diferente a las demás, especializándose en casos poco comunes. Inicia con un pensamiento de Bernardo quien comienza a describir lo bien que se siente al ser un nuevo miembro de la clínica, todo el esfuerzo y sacrificio que hizo para poder terminar el doctorado, dieron resultados al fin, el motivo de que esté emocionado es debido a que el doctor Madox es como un ídolo para él. Este paso le da esperanzas después de una serie de trágicos sucesos por los que ha tenido que pasar, entre ellos la muerte de su esposa.

Al llegar a la clínica él y Braulio su más cercano amigo son bienvenidos por el doctor Joel quien les da un recorrido por la clínica, la cual es tan grande que les llevó algo de tiempo. Es un espacio bastante innovador con seguridad avanzada y una tecnología impresionante. Al terminar el recorrido es llevado a ver una terapia de grupo donde conoce a siete pacientes con diferentes problemas, pensando en todos los conocimientos que ocuparía para poder ayudarlos decide tratar al grupo. Al entrar a su despacho se da cuenta que la mayoría de sus cosas ya estaban colocadas, posteriormente le da la bienvenida su computadora, pidiéndole repetir su nombre para registrar su voz, al concluir saca de una de las cajas una libreta vieja que lleva con él 10 años.

El paciente en que se centra esta historia es Tomás Bit un hombre caucásico, de entre 35 y 45 años, estatura alrededor de 190 cm y aproximadamente 90 kg de peso, de quien no se conoce nada de su pasado y es diagnosticado con diversos posibles casos, con fobias a cosas extremas como la luz y cualquier artefacto tecnológico, sin duda un ser muy inteligente pero inmerso en su propio mundo rodeado de ideas desbordantes.

Su primera sesión en privado fue muy interesante ya que Tomás le puso reglas a Bernardo para poder hablar y entre esto y su comportamiento diferente a como es estando solo y como es al ser observado es lo que intrigó bastante, posteriormente tras cada sesión aprendía algo nuevo del comportamiento de su paciente, y mientras más tiempo pasaban juntos más complicado se volvía el caso debido a los comportamientos, pero también Bernardo tras cada sesión comenzaba a conocer mejor a ese "loco" y comienza a tener sospechas de que incluso no está loco, si no traumado por algún acontecimiento el cual vivió pero tomó la decisión de olvidar y lo sospecha debido a sus silencios y cambios de tema cuando le pregunta algo relacionado a su pasado, incluso el mismo menciona que era mejor olvidar.

Mientras más sesiones tienen comienza a ganarse su confianza y nota cambios importantes en Tomas, meses después en una de las tantas sesiones este decide contar un poco de su pasado y al hacerlo Bernardo se queda asombrado con el gran relato que le es contado, al finalizar la sesión Tomas le entrega a Bernardo lo que parecía un dibujo. Sin embargo, era más que eso, era un mapa con códigos para ponerlos en su computadora e imprimirlos. Tras dudarlo mucho bernardo decide hacer lo que le indicó y le llevo todo el resultado a Tomás quien se alarma demasiado, pues le dice que es demasiado tarde, sin embargo le decide terminar de contar su relato de su vida, para esto con el paso de las sesiones este se va despidiendo entregando el testamento de Daniel Newman escrito en código binario como en el dibujo que ya le había dado por lo que le da una serie de pasos a seguir.

Al haber descubierto su acertijo con ayuda del lector de su computadora logra volverse ilocalizable, pero recibe una llamada comentandole que Tomas se fugó y este se pone intranquilo, tras hablar con el jefe de policía y posteriormente con Joel este le entrega un papel a Bernardo y le dice que le envió un paquete que Tomas le pidió entregar por paqueteria. al llegar a su casa se da cuenta que el paquete que le envió Tomas era una serie de dibujos, los cuales servían para poder detener el servidor que lo atormentaba. Tras días de desesperación y mucho conflicto para Bernardo, logra encriptar y ejecutar bien el código y recibiendo un mensaje oculto en su bandeja de correo de Tomas, Daniel o Leviatán variaba el remitente, recibe mensajes agradeciendo a Bernardo por poder lograr eso que él no pudo terminar.

14 de enero del 2021

Bernardo y Leviatan

Considero que el libro en general, tiene como objetivo entrar en cuestionamiento con temas como la violación de la privacidad, inseguridad de la información, y la manera en que esto puede repercutir tanto personal como socialmente el usar la tecnologia. El cómo con el paso del tiempo cada vez somos menos dueños de nuestras vidas y que la privacidad quedó en el pasado ya que al tener acceso a la "alabada" tecnología cedemos nuestra información a terceros. En la actualidad estamos muy conscientes de esto y un claro ejemplo de esto son las políticas de privacidad de las aplicaciones y redes sociales las cuales nos condicionan a que para poder hacer uso de estas tienes que dar a cambio datos que van desde tus contactos,tus registros de conversaciones e incluso tu cámara y micrófono.

Una de las temáticas principales de este libro es la tecnología, el cómo es que somos tan dependientes de ella, y nos da una posible proyección al futuro (siendo ya nuestra actualidad) donde la tecnología está en cada rincón de nuestros hogares, sin embargo como bien se dice "todo en exceso es malo" y el utilizar tanta tecnología es un ejemplo de esto ya que se convierte en un conflicto para nuestra convivencia y desarrollo social, sin embargo no considero que la solución sea solo aislarse de esta ya que debido a la evolución se necesita ir de la mano con el internet puesto que es nuestro presente y también futuro y debemos acoplarnos a la constante evolución si queremos mantener nuestra supervivencia, como menciona Lamark que los seres vivos evolucionamos adaptandonos a las condiciones, circunstancias y ambientes en los que nos desarrollamos, y la diversidad de situaciones a la que podemos estar sometidos. Por otro lado, es importante mencionar la relación entre Tomás y Bernardo la cual podría asemejar a una especie de amistad o confidencialidad, las cuales son cualidades sumamente comunes en las relaciones entre los seres humanos, y cabe rescatar que el ser humano vive de la interacción con los demás y un factor realmente importante es la confianza que le brindamos a estos para poder esta interacción que en este caso es muy importante ya que le permite a Bernardo poder comprender mejor a Tomás y poder ayudarlo.

Tomando en cuenta la familiarización con las actividades cibernéticas de Tomas, el texto me hizo involucrarme por completo en la historia y estar al margen de cada giro que daba la trama; si bien, es cierto que por las enormes base de datos los métodos de envío y difusión de información, así como las grandes capacidades de memoria que existen, no es ajeno a la realidad el hecho de que cada acción o movimiento que hacemos dia con dia esté almacenada en algún espacio virtual, algo así una clase de Archivo de la Humanidad y cualquiera tenga acceso.
No está muy lejos de la realidad ya que sin necesidad de investigaciones por parte de terceros a diario arrojamos datos relevantes a la web. Algo así como guardar nuestra vida en una USB.

En conclusión es este texto, Tomás Bit me parece un poco decepcionante al decidir su destino antes del final de la historia, aunque al mismo tiempo siento que es un personaje mucho más interesante y del cual se puede explotar, a comparación del doctor Bernardo quien es el protagonista. Quizás todos tenemos un poco de Tomás Bit y siento que este tipo de personajes parecen ser los que están de moda en la literatura, el cine y la televisión.
La complejidad de este personaje y la trama hacen de *Bernardo y Leviatán* una obra muy recomendable que todos deberíamos de leer debido a la similitud y cercanía de la situación en la que estamos ante la tecnología y cómo nos está consumiendo.

14 de enero del 2021

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ALGEBRA

Examen final:

Tipo B

PROFESOR:

GERARDO AVILÉS ROSAS

GRUPO:

1114

ALUMNO:

MARTÍNEZ GARCÍA RAFAEL

Nº DE CUENTA:

318009955

Martinez Garcia Rafael

Algebra

Primer Examen final B

① $\operatorname{Sen}(x)(\cot(x)+\tan(x)) = \operatorname{Sec}(x)$

Como sabemos $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$ y $\tan(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$

Sustituyendo

$$\operatorname{Sen}(x)\left(\frac{\cos(x)}{\operatorname{Sen}(x)} + \frac{\operatorname{Sen}(x)}{\cos(x)}\right) = \operatorname{Sec}(x)$$

Sumando

$$\operatorname{Sen}(x)\left(\frac{\cos(x)^2 + \operatorname{Sen}(x)^2}{\operatorname{Sen}(x)\cos(x)}\right) = \operatorname{Sec}(x)$$

Como $\cos(x)^2 + \operatorname{Sen}(x)^2 = 1$ sustituimos

$$\operatorname{Sen}(x)\left(\frac{1}{\operatorname{Sen}(x)\cos(x)}\right) = \operatorname{Sec}(x)$$

Se elimina $\operatorname{Sen}(x)$ de arriba y $\operatorname{Sen}(x)$ de abajo

$$\frac{1}{\cos(x)} = \operatorname{Sec}(x)$$

Como $\frac{1}{\cos(x)} = \operatorname{Sec}(x)$ se sustituye

$$\operatorname{Sec}(x) = \operatorname{Sec}(x)$$

$\therefore$ Se comprueba que la igualdad es cierta.

2 $1+9+9^2+9^3+\dots+9^{n+1} = \frac{9^n-1}{8} \; ; \; \forall n \in \mathbb{N}$

$P(n): 1+9^{2-1}+9^2+9^3+\dots+9^{n-1} = \frac{9^n-1}{8} \; ; \; \forall n \in \mathbb{N}$

$S\{n / n \in \mathbb{N}$ y $P(n)$ es verdadera$\}$

I) ¿$1 \in S$?

$P(n=1) = 9^{(1)-1} = \frac{9^1-1}{8} \Rightarrow 1 = \frac{8}{8} \Rightarrow 1 = 1 \therefore 1 \in S$

II) Hipotesis de inducción ($k \in S$)

$P(n=k)$

$1+9+9^2+9^3+\dots+9^{k-1} = \frac{9^k-1}{8} \dots (1)$

III) Tesis del problema (¿$k^* \in S$?)

$P(n=k^*)$

$1+9+9^2+9^3+\dots+9^{(k+1)-1} = \frac{9^{k+1}-1}{8} \dots (2)$

Sustituyendo (1) en (2)

$$\frac{9^k-1}{8} + 9^{(k+1)-1} = \frac{9^{k+1}-1}{8}$$

$$\frac{9^k-1}{8} + 9^k = \frac{9^{k+1}-1}{8}$$

$$\frac{9^k-1+(8)9^k}{8} = \frac{9^{k+1}-1}{8}$$

$$\frac{(9)(9^k)-1}{8} = \frac{9^{k+1}-1}{8}$$

$$\frac{9^{k+1}-1}{8} = \frac{9^{k+1}-1}{8} \quad // \therefore k^* \in S \Rightarrow S = \mathbb{N}$$ y $P(n)$ es verdadero

Q.E.D.

3

$z_3 = 8e^{\frac{3}{2}\pi i} = 8 \text{ cis } 270° = 2(\cos 270° + i \operatorname{sen} 270°)$

$= 0 - 1 = -i$

$z_1 = 8 - 4i \begin{cases} r = \sqrt{8^2 + (-4)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{4}{8} = 26.5 \end{cases} \Rightarrow 4\sqrt{5} \text{ cis } 26.5°$

$z_2 = r = \frac{a}{\cos\theta} = r = \frac{-1}{\cos(135°)} = \frac{-1}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2(1)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$z_2 = \sqrt{2} \text{ cis } 135° = \sqrt{2} \text{ cis } 225°$

$\sqrt{2} \text{ cis } 225° = \sqrt{2}(\cos(225°) + i \operatorname{sen}(225°)) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = (1-i)2$

$= 2 - 2i \begin{cases} r = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{2}{-2} = \tan^{-1} -1 = -45 \end{cases} \therefore \sqrt{8} \text{ cis } 315°$

$x^{2/3} z_1 - 2\overline{z_2} \cdot z_1 = 4x^{2/3} \Rightarrow z_1 - 2\overline{z_2} \cdot z_3 = \frac{4x^{4/3}}{x^{2/3}} = 4x$

$z_1 - 2\overline{z_2}\, z_3 = 4x$

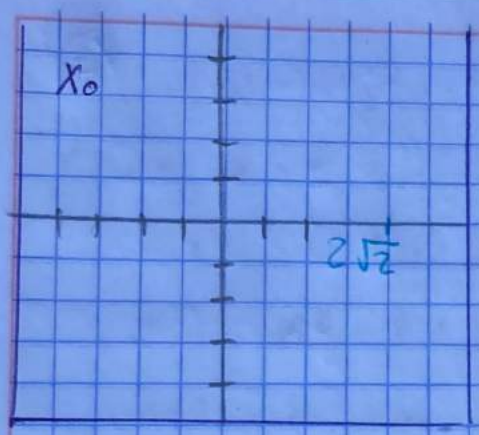
$4\sqrt{5} \text{ cis } 26.5° - (\sqrt{8} \text{ cis } 315°)(8 \text{ cis } 270) = 4x$

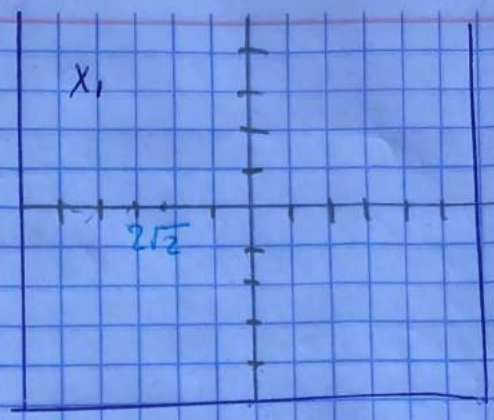
$4\sqrt{5} \text{ cis } 26.5° - 8\sqrt{8} \text{ cis } 225 = 4x$

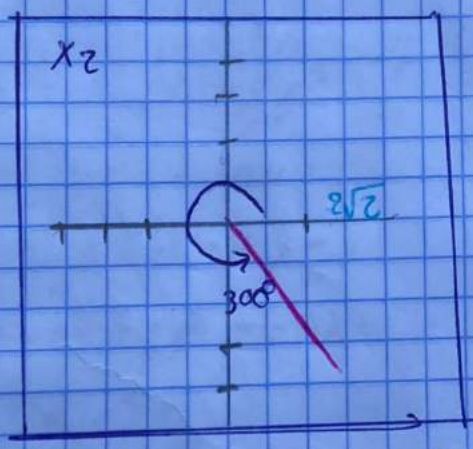
$-8\sqrt{2} \text{ cis } 198.5° = 4x \Rightarrow \frac{-8\sqrt{2}}{4} \text{ cis } 198.5° = x$

$x = 2\sqrt{2} \text{ cis } \frac{198.5 + k \cdot 360}{3} \quad k = 0, 1, 2$

$z_0 = 2\sqrt{2} \text{ cis } 360, \; z_1 = 2\sqrt{2} \text{ cis } 180, \; z_2 = 2\sqrt{2} \text{ cis } 300$


X_0
$2\sqrt{2}$


X_1
$2\sqrt{2}$


X_2
$2\sqrt{2}$
$300°$

4.

$$P(x) = k^2x^4 - x^3 + 2x^2 - kx - 3$$

Como $x = 1$, sustituyendo

$$P(1) = k^2(1)^4 - (1)^3 + 2(1)^2 - k(1) - 3$$

$$P(1) = k^2 - 1 + 2 - k - 3$$

$$P(1) = k^2 - k - 2$$

$$P(1) = (k+1)(k-2)$$

$\therefore$ $k + 1 = 0$, $k = -1$ y $k - 2 = 0$, $k = 2$ $\rightarrow$ a)

b) Si $k = -1$, se tiene que

$$P(x) = k^2x^4 - x^3 + 2x^2 - kx - 3$$

$k = -1$

$$P(x) = (-1)^2x^4 - x^3 + 2x^2 - (-1)x - 3$$

$$P(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 3 \qquad \text{RRP: } 3, 1$$

$$P(-x) = -x^4 - (-x)^3 + 2(-x)^2 + (-x) - 3$$
$$= x + x - 2x - x - 3 \qquad \text{RRN: } 1$$

RRP	3	1	0
RRN	1	1	1
RC	0	2	3
Total	4	4	4

$a_0 = -3 \rightarrow \pm 1 \ \pm 3$

$a_n = 1 \rightarrow \pm 1$

$$\frac{p}{q} = \{\pm 1, \pm 3\}$$

c)

	1	-1	2	1	-3
1		1	0	2	3
	1	0	2	3	$\boxed{0}$

$\rightarrow$ ∴ 1 es raiz y ademas es cota superior ya que todos sus signos son positivos

$P(x) = (x-1)(x^3+2x+3)$

	1	0	2	3
-1		-1	1	-3
	1	-1	3	$\boxed{0}$

$\rightarrow$ ∴ -1 es raiz y ademas es cota inferior ya que en el residuo se ve que los signos son uno y uno

d)

$P(x) = (x-1)(x+1)(x^2-x+3)$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-12}}{2} \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{-11}}{2} \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{-1}\sqrt{11}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm i\sqrt{11}}{2} \quad x_1 \approx 2.158\,i \quad x_2 \approx -1.158\,i$$

∴ $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = -1$, $\alpha_3 \approx 2.158i$, $\alpha_4 \approx -1.158i$

Se concluye que las raices se expresan en la forma 2a es decir

RRP: 1
RRN: 1
RC: 2
Total: 4

5. $XA^*B - (CX^T)^T B = 2I$, donde I es la matriz identidad

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} ; \quad B = \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} ; \quad C = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Despejando X

$$XA^*B - (CX^T)^T B = 2I \rightarrow X(A^*B - CB) = 2I$$

$$X = 2I(A^*B - C^TB)^{-1}$$

Resolviendo por partes

$$2I = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A^* = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow A^*B = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -6 \\ -2 & -8 \end{vmatrix}$$

$$C^T = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow C^TB = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$A^*B - C^TB = \begin{vmatrix} -2 & -6 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & -6 \\ -1 & -6 \end{vmatrix}$$

$$(A^*B - C^TB)^{-1} = \frac{1}{|A^*B - C^TB|} \operatorname{adj}(A^*B - C^TB)$$

Cofactores

$C_{11} = (-1)^2(-6) = -6$

$C_{12} = (-1)^3(-1 = 1$

$C_{21} = (-1)^3(-6) = 6$

$C_{22} = (-1)^4(-3) = -3$

$$\det = \begin{vmatrix} -3 & -6 \\ -1 & -6 \end{vmatrix} = (-3)(-6) - [(-1)(-6)] = 12$$

$$Cof = \begin{vmatrix} -6 & 1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} \rightarrow adj = \begin{vmatrix} -6 & 6 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$(A^*B - C^T B)^{-1} = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} -6 & 6 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 1/12 & 1/4 \end{vmatrix}$$

$$2 \cdot (A^*B - C^T B)^{-1} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 1/12 & 1/4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ \frac{1}{6} & -1/2 \end{vmatrix}$$

$$X = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1/6 & -1/2 \end{vmatrix}$$

7

1.- Star Wars Episodio III. La venganza de los Sith

2.- Hasta que te conocí - Juan gabriel

3.- Yo perreo sola - Bad Bunny

4.- Roxie Hart

5.- Hawai

6.- Rancor

7.- En el planeta Kamino, por Syfo-Dyes

Póngame 10 profeeeeee ¡¡Se lo va a compensar Diosito!!!!

Gracias por su atención. Hasta la proximaaa aa!!!!!