Recursividade

Prof. Rafael Vieira Coelho

Roteiro

- Recursão
 - Definições recursivas
- Funções Recursivas
 - Implementação
 - Comportamento

Motivação

Recursividade é uma idéia inteligente que desempenha um papel central na programação funcional e na ciência da computação em geral.

Recursividade é o mecanismo de programação no qual uma definição de função ou de outro objeto refere-se ao próprio objeto sendo definido.

Assim **função recursiva** é uma função que é definida em termos de si mesma.

São sinônimos: recursividade, recursão, recorrência.

Estratégia

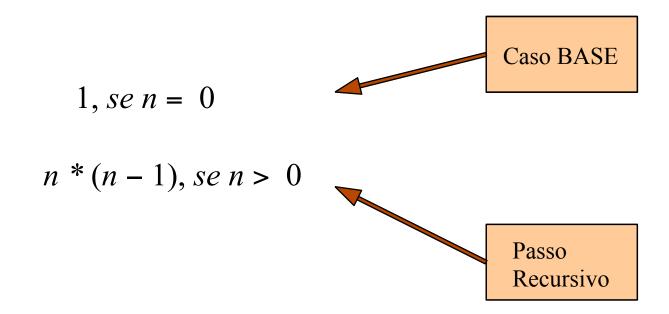
Estratégia para a definição recursiva de uma função:

- dividir o problema em problemas menores do mesmo tipo
- combinar as soluções dos problemas menores para formar a solução final
- ao dividir o problema sucessivamente em problemas menores eventualmente os casos simples são alcançados

Definições Recursivas

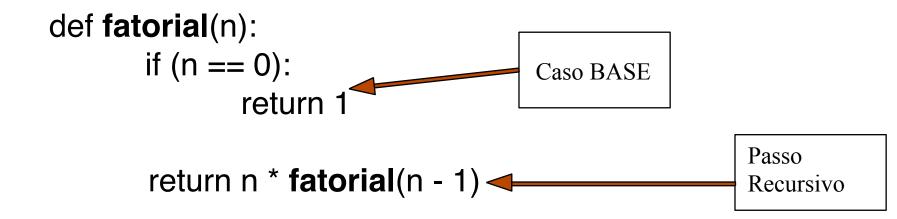
- Em todas as funções recursivas existe:
 - Caso base (um ou mais) cujo resultado é imediatamente conhecido.

 Passo recursivo em que se tenta resolver um sub-problema do problema inicial. • Exemplo: o fatorial de um número



4

Função do Fatorial



ی

```
5* fatorial(4)

4* fatorial(3)

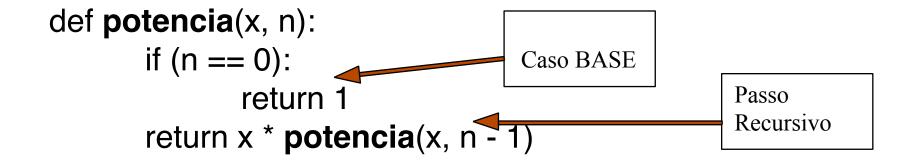
3* fatorial(2)

2* fatorial(1)

1* fatorial(0)

O fatorial de 5 é 120
```

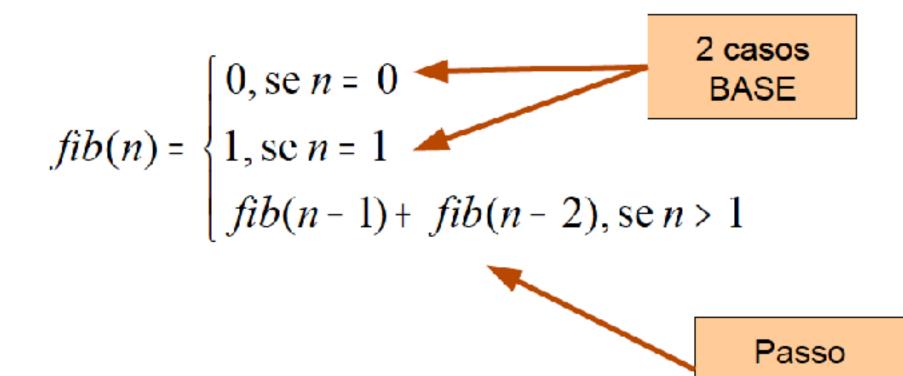
Exercício: Potenciação



Qual seria a sequência de chamadas recursivas caso se chame o método potencia com os parâmetros (2, 5)?

Funções Recursivas

• Exemplo: Série de fibonacci



Recursivo

Funções Recursivas

• Exemplo: série de Fibonacci

def fib (n):
 if (n==0):
 return 0
 elif (n==1):
 return 1
 else:
 return (fib(n-1) + fib(n-2))

+======================================	+========	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
	0x01	
	0x02	
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	
T	,	,

+======================================	+=======	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
	0x02	
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	
T	,	·

+======================================	+======================================	+=======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	
, +	,	,

+=====================================	+======+ Valor
0x01	fibonacci(5)
0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
0x04	
0x05	
0x06	
	0x01 0x02 0x03 0x04 0x05

+======================================	+========	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
	0x05	
	0x06	
+	r	++

+======+ Endereço	+======+ Valor
+	fibonacci(5)
0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
0x05	fibonacci(1) + fibonacci(0)
0x06	
	0x01 0x02 0x03 0x04 0x05

+=====================================	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	fibonacci(1) + fibonacci(0)
fibonacci(1)	0x06	1
		•

+======================================	 	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	1 + fibonacci(0)
	0x06	
T		-

+=====================================	Endereço	
resultado	+=====================================	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	fibonacci(1) + fibonacci(0)
fibonacci(0)	0x06	0

+======================================		+======+
Etiqueta	Endereço +=======	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	1 + 0
	0x06	

Etiqueta	Endereço	+ Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	1 + fibonacci(1)
	0x05	
	0x06	

+======================================	 	+=======+
Etiqueta	Endereço	Valor
+=====================================	+=====================================	fibonacci(5)
+		++
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	1 + fibonacci(1)
fibonacci(1)	0x05	1
	0x06	
T	r	

Etiqueta	Endereço	
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	1 + 1
	0x05	
	0x06	

+======================================	+======================================	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	2 + fibonacci(2)
	0x04	
	0x05	
	0x06	
T	,	·

+======================================	+=======+
Endereço	Valor
0x01	fibonacci(5)
0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
0x03	2 + fibonacci(2)
0x04	fibonacci(1) + fibonacci(0)
0x05	
0x06	
	0x01 0x02 0x03 0x04 0x05

+======================================	+======================================	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	2 + fibonacci(2)
fibonacci(2)	0x04	1 + 0
	0x05	
	0x06	
+	, 1	++

+======================================	+========	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	2 + 1
	0x04	
	0x05	
	0x06	
+	,	,

	+======================================	+=============	+======================================
	Valor	Endereço	Etiqueta
	fibonacci(5)	0x01	resultado
į	3 + fibonacci(3)	0x02	fibonacci(5)
į		0x03	
į		0x04	
		0x05	
		0x06	
	+	0x02 +	+

+======================================	+=====================================	+======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	fibonacci(2) + fibonacci(1)
	0x04	
	0x05	
	0x06	
+	r -	r +

+======================================	+========	+=======+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x04	fibonacci(1) + fibonacci(0)
	0x05	
	0x06	
T		

+=====================================	+======+ Valor
0x01	fibonacci(5)
0x02	3 + fibonacci(3)
0x03	fibonacci(2) + fibonacci(1)
0x04	1 + 0
0x05	
0x06	
	+

+=====================================	+============ Endereço	+=======+ Valor
+=====================================	+=====================================	+=======+ +======+
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	1 + fibonacci(1)
	0x04	
	0x05	
	0x06	

+======================================	t=======+
Endereço	Valor
0x01	fibonacci(5)
0x02	3 + fibonacci(3)
0x03	1 + 1
0x04	
0x05	
0x06	
+ + - +	0x02

+======================================	-============	+=========+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + 2
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	
+		++

+===========	-======================================	+========+
Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	5
	0x02	
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	
†		† -