

# Recursividade

Prof. Rafael Vieira Coelho

# Roteiro

- **Recursão**
  - Definições recursivas
- **Funções Recursivas**
  - Implementação
  - Comportamento

# Motivação

**Recursividade** é uma idéia inteligente que desempenha um papel central na **programação funcional** e na **ciência da computação** em geral.

**Recursividade** é o mecanismo de programação no qual uma definição de função ou de outro objeto refere-se ao próprio objeto sendo definido.

Assim **função recursiva** é uma função que é definida em termos de si mesma.

São sinônimos: recursividade, recursão, recorrência.

# Estratégia

Estratégia para a definição recursiva de uma função:

- dividir o problema em **problemas menores do mesmo tipo**
- combinar as soluções dos problemas menores para formar a solução final
- ao dividir o problema sucessivamente em problemas menores eventualmente os **casos simples** são alcançados

# Definições Recursivas

- Em todas as funções recursivas existe:
  - **Caso base** (um ou mais) cujo resultado é imediatamente conhecido.
  - **Passo recursivo** em que se tenta resolver um sub-problema do problema inicial.

- **Exemplo:** o fatorial de um número

$1, se\ n = 0$

$n * (n - 1), se\ n > 0$

Caso BASE



Passo  
Recursivo



# Função do Fatorial

```
def fatorial(n):
```

```
    if (n == 0):
```

```
        return 1
```

Caso BASE



```
    return n * fatorial(n - 1)
```

Passo  
Recursivo



```
1 def fatorial(n):
2     if (n == 0):
3         return 1
4     print('%d * fatorial(%d)' % (n, (n - 1)))
5     return n * fatorial(n - 1)
6
7 def main():
8     print('O fatorial de 5 é %d' % fatorial(5))
9
10 main()
```

5\* fatorial(4)  
4\* fatorial(3)  
3\* fatorial(2)  
2\* fatorial(1)  
1\* fatorial(0)  
O fatorial de 5 é 120



# Exercício: Potenciação

```
def potencia(x, n):
```

```
    if (n == 0):
```

```
        return 1
```

```
    return x * potencia(x, n - 1)
```

Caso BASE



Passo  
Recursivo

Qual seria a sequência de chamadas recursivas caso se chame o método `potencia` com os parâmetros (2, 5)?

# Funções Recursivas

- Exemplo: Série de fibonacci

$$fib(n) = \begin{cases} 0, \text{ se } n = 0 \\ 1, \text{ se } n = 1 \\ fib(n-1) + fib(n-2), \text{ se } n > 1 \end{cases}$$

2 casos  
BASE

Passo  
Recursivo

# Funções Recursivas

- Exemplo: série de Fibonacci

```
def fib (n):  
    if (n==0):  
        return 0  
    elif (n==1):  
        return 1  
    else:  
        return (fib(n-1) + fib(n-2))
```

Etiqueta	Endereço	Valor
	0x01	
	0x02	
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
	0x02	
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
	0x05	
	0x06	



Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	fibonacci(1) + fibonacci(0)
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	fibonacci(1) + fibonacci(0)
fibonacci(1)	0x06	1

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	1 + fibonacci(0)
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	fibonacci(1) + fibonacci(0)
fibonacci(0)	0x06	0

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x05	1 + 0
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	1 + fibonacci(1)
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	1 + fibonacci(1)
fibonacci(1)	0x05	1
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	fibonacci(3) + fibonacci(2)
fibonacci(3)	0x04	1 + 1
	0x05	
	0x06	



Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	2 + fibonacci(2)
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	2 + fibonacci(2)
fibonacci(2)	0x04	fibonacci(1) + fibonacci(0)
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	2 + fibonacci(2)
fibonacci(2)	0x04	1 + 0
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	fibonacci(4) + fibonacci(3)
fibonacci(4)	0x03	2 + 1
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	fibonacci(2) + fibonacci(1)
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x04	fibonacci(1) + fibonacci(0)
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	fibonacci(2) + fibonacci(1)
fibonacci(2)	0x04	1 + 0
	0x05	
	0x06	



Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	1 + fibonacci(1)
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + fibonacci(3)
fibonacci(3)	0x03	1 + 1
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	fibonacci(5)
fibonacci(5)	0x02	3 + 2
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	

Etiqueta	Endereço	Valor
resultado	0x01	5
	0x02	
	0x03	
	0x04	
	0x05	
	0x06	