# Sistemas de Aprendizagem

André Figueiredo, Luís Ferreira, Pedro Machado e Rafael Lourenço e-mail: {a84807,a86265,a83719,a86266}@alunos.uminho.pt

Universidade do Minho, Departamento de Informática, 4710-057 Braga, Portugal Aprendizagem e Extração de Conhecimento, Trabalho prático N°2

10 de Janeiro de 2021

**Resumo** Neste relatório serão abordadas as várias formas de tratamento de dados realizadas, bem como os modelos preditivos utilizados e a análise de resultados consequente.

O *dataset* trabalhado tem como objetivo classificar os vários indivíduos conforme os seus salários, sendo que estes serão diferenciados consoante recebam um valor anual superior ou inferior/igual a 50 mil unidades monetárias.

Desta forma, desenvolveram-se não só vários modelos preditivos mais tradicionais e simples, como *Decision Tree* e *Naive Bayes*, mas também modelos mais complexos e resultantes de técnicas de *ensemble learning*, como *Random Forest* e *AdaBoost*.

Por fim, iremos avaliar os resultados dos modelos e tratamentos usados, decidindo qual o melhor modelo para este problema.

**Keywords:** Machine Learning  $\cdot$  SEMMA  $\cdot$  Naive Bayes  $\cdot$  Support Vector Machines  $\cdot$  K Nearest Neighbors  $\cdot$  Decision Tree  $\cdot$  Random Forest  $\cdot$  AdaBoost  $\cdot$  Stacking  $\cdot$  Imbalanced Data  $\cdot$  Python

# 1 Introdução

No âmbito da Unidade Curricular de Análise e Extração do Conhecimento, foi-nos proposta a realização de um trabalho prático cujo principal objetivo passa por preparar um *dataset* relativo às características dos funcionários de múltiplas empresas, posteriormente trabalhado através de modelos preditivos, de tal forma que seja possível antever o nível salarial anual de um dado conjunto de indivíduos.

Para a realização deste projeto, seguimos a metodologia SEMMA [1], desenvolvida pelo SAS, que divide o processo em cinco etapas: Amostragem, Exploração, Modificação, Modelação e Avaliação, dando, assim, a conhecer todos os processos efetuados no desenvolvimento. Uma das razões para o uso deste paradigma, prende-se com a ausência do estudo de negócio, presente no paradigma CRISP-DM. [2]

Numa primeira fase, pretende-se preparar o *dataset*, eliminando informação desnecessária para um *target* em concreto (que, neste caso, consiste na classificação do salário de um funcionário ser superior ou inferior a 50 mil unidades monetárias por ano), normalizar os dados, categorizar os atributos necessários, verificar *outliers*, etc.

Posteriormente, serão usados modelos preditivos de *Machine Learning*, uma vez que tiram partido de algoritmos estatísticos para antecipar acontecimentos futuros, sendo que estes são expostos a dados de treino antes de processarem dados novos.

Desta forma, serão aplicados vários modelos de classificação (como, por exemplo, *K Nearest Neighbors* e *Decision Tree*), com o intuito de obter o algoritmo ótimo.

Por fim, será feita a análise de resultados onde é, então, comparada a *performance* dos modelos utilizados através de algumas métricas de avaliação, nomeadamente a *accuracy*, precisão de escolha, entre outras.

Este projeto foi desenvolvido através da plataforma *Jupyter Notebook*, uma aplicação *open-source*, que possibilita o tratamento dos dados e a aplicação dos modelos, em *Python*.

# 2 Análise e Pré-Processamento do dataset

Como referido anteriormente, o caso em estudo consiste na análise do salário dos funcionários de várias empresas. Para isso, foi-nos fornecido dois *datasets*, um para treino e outro para teste, sendo que ambos possuem funcionários classificados em quinze atributos distintos (colunas do *dataset*). Desta forma, passamos a descrever as *features*:

- 1. age Idade de um funcionário;
- workclass Tipo de entidade à qual o funcionário presta serviço;
- fnlwgt Peso representativo do funcionário no dataset;
- 4. education Grau académico;
- 5. **education-num** Grau académico numérico (atributo ordinal);
- 6. marital-status Estado civil;
- 7. occupation Profissão;
- 8. **relationship** Representação familiar;

- 9. race Raça;
- 10. sex Género;
- 11. capital-gain Ganho de capital anual;
- 12. **capital-loss** Perda de capital anual;
- 13. **hours-per-week** Número de horas de serviço por semana;
- 14. native-country Nacionalidade;
- salary-classification Classificação salarial anual (mais ou menor/igual que 50 mil unidades monetárias).

No que toca aos atributos do *dataset*, tivemos alguma dificuldade em associar um significado às variáveis **fnlwgt**, **capital-loss** e **capital-gain**.

No caso da variável **fnlwgt**, este valor corresponde ao número de indivíduos que aquela instância representa. Por exemplo, a instância [43, black, 1000, ...] corresponde a 1000 indivíduos com raça negra e 43 anos.

Posto isto, é necessário examinar a informação, de forma a eliminar e/ou modificar *featu-res*, para que possamos otimizar a *performance* dos modelos.

Um dos primeiros aspetos a realçar prende-se no facto deste conjunto de dados conter uma percentagem insignificante de valores nulos (cerca de 5% na *feature* workclass, p.e.), como se pode verificar na figura 1. Estes registos não foram retirados, levando ao preenchimento dos *missing values* com um código específico aquando da transformação de *features* nominais para numéricas<sup>1</sup>.

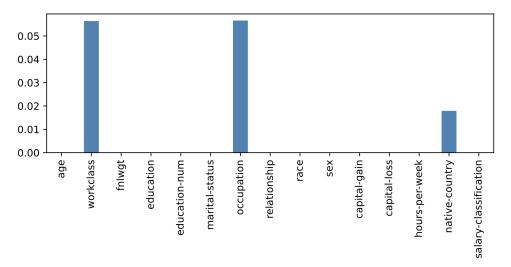


Figura 1: Percentagem de valores nulos para cada variável

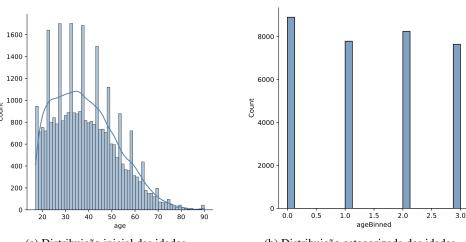
<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Também foi experimentada a substituição destes valores em falta pela moda, cujos resultados se encontram na secção de análise de resultados (6).

Um dos motivos para a linha em questão do dataset não ter sido retirada, deve-se ao facto de apenas três features possuírem missing values, o que, no nosso entender, não justifica a perda de dados das restantes features. Outro ponto a ter em conta, é o facto dos dados de teste também possuírem valores semelhantes em falta, todavia não faz sentido a sua remoção, visto que estamos a querer prevê-los.

Posto isto, começámos por analisar a idade dos funcionários [figura 2a] e categorizá-la em diversos intervalos [figura 2c].

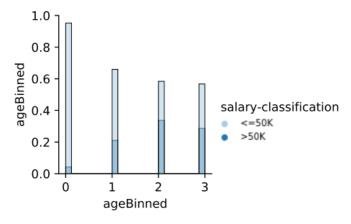
Através de múltiplas iterações com diferentes modelos preditivos, bem como com a distribuição das idades dos funcionários, chegou-se à conclusão de que a discretização em quatro intervalos com igual frequência seria um bom tratamento para esta feature, pelo que considerámos os seguintes intervalos de idade e os seus códigos:

$$0 \rightarrow [17, 28], 1 \rightarrow ]28, 37], 2 \rightarrow ]37, 48] e 3 \rightarrow ]48, 90]$$



(a) Distribuição inicial das idades





(c) Salário anual por grupo de idade

Figura 2: Tratamento realizado ao atributo age do dataset

Na figura 2c verifica-se que a probabilidade de um indivíduo receber um salário superior é mais acentuada nos grupos etários 2 e 3, que representam as faixas etárias mais velhas, visto que o gráfico de barras possui uma maior representação dessa classe para esses intervalos de idade. Analogamente, os indivíduos mais jovens tendem a receber menos.

De seguida, foram executadas várias tentativas de tratamento que, após a realização de modelos preditivos e da sua otimização através de um pré-processamento mais adequado, se revelaram irrelevantes ou até prejudiciais. Como exemplo disso, temos as *features* capitalloss e capital-gain que, após a realização da baixa dispersão dos dados para ambos os atributos numéricos, foram executadas discretizações e normalizações que não obtiveram os resultados esperados no que diz respeito à *performance* dos modelos. Assim, estes atributos não sofreram estes tratamentos, sendo apenas agregados através da subtração do capitalgain pelo capital-loss (*feature* capital).

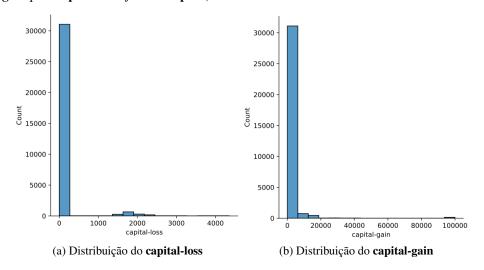


Figura 3

```
training['capital'] = training['capital-gain'] -
    training['capital-loss']
```

test['capital'] = test['capital-gain'] - test['capital-loss'] 1.0 salary-classification education-num <=50K 0.6 salary-classification 0.4 >50K 0.2 0.0 5 10 15 0 education-num Capital

(b) Grau de educação pelo salário

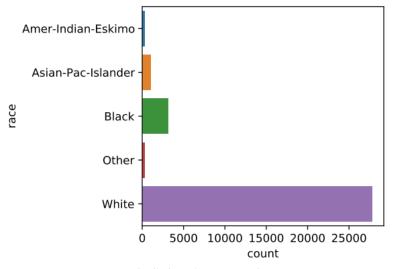
Figura 4

(a) Capital pelo salário

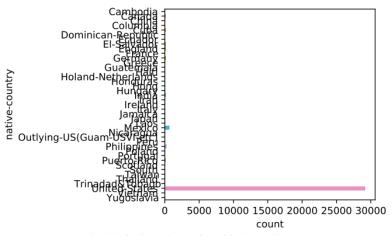
A partir destas imagens, conseguimos depreender que valores de capital muito elevados correspondem a indivíduos com um salário superior e que um grau de educação maior

também contribui significativamente para tal. É de realçar que, para a educação, utilizámos um gráfico de densidade que, apesar de estar incorreto, pois considera a *feature* educationnum como contínua, é aquele em que a análise se compreende com maior facilidade.

Com o tratamento do **capital** efetuado, os atributos nominais foram visualizados através de gráficos de barras de forma a compreender a sua distribuição, sendo de destacar os seguintes:



(a) Distribuição das raças no dataset



(b) Distribuição das nacionalidades no dataset

Figura 5

Nestas figuras verifica-se que existe uma baixa dispersão dos dados, sendo que poderão ser alvo de remoção, pois podem não transmitir valor informativo relevante para os modelos preditivos (efetivamente, após a realização dos modelos preditivos, estas *features* acabaram mesmo por ser removidas do *dataset*).

Para além das duas *features* representadas, foram analisadas todas as outras *features* nominais, pelo que optámos por apenas destacar o **sex**. Assim, sabemos que existe uma maioria masculina no *dataset*<sup>2</sup>.

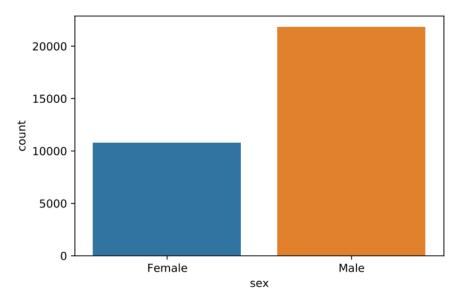


Figura 6: Distribuição do género dos indivíduos no dataset

De seguida e com vista a verificar a correlação entre os atributos e a *feature target* (**salary-classification**), foi necessário transformar as variáveis nominais em numéricas, através da atribuição de códigos para cada valor.

É importante realçar que as *features* qualitativas não deveriam ter sido analisadas através desta forma de correlação, mas sim por associação através de um teste de *qui-quadrado*. Apesar disto, optámos por proceder com esta resolução, pois facilitou a análise e compreensão.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Todas as outras visualizações de *features* podem ser observadas no *notebook* em anexo.

Assim, foi obtida a seguinte matriz correlação:

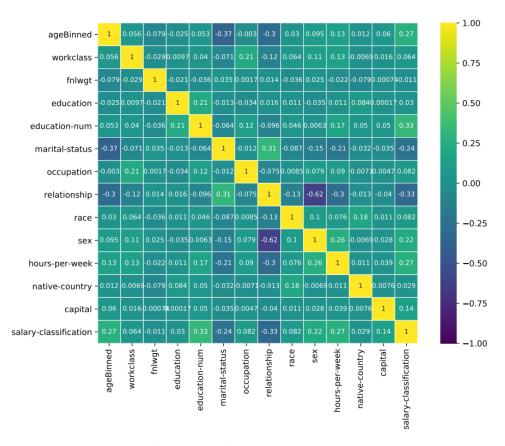


Figura 7: Matriz correlação do dataset

A matriz de correlação indica a correlação de atributos do *dataset*, sendo que se existir dois atributos com uma correlação muito próxima de 1 ou -1, podemos concluir que ambas transmitem uma informação semelhante para o futuro modelo preditivo, ou seja, é útil a permanência de *features* com muita correlação com a coluna *target*.

Através desta matriz, é possível verificar que *features* como a **fnlwgt**, **race**, **native-country**, **workclass**, **education** e **occupation** possuem correlações muito baixas com o *target*, pelo que poderão ser alvo de remoção.

Por outro lado, a *feature* **relationship** e **education-num** possuem as maiores correlações, pelo que traduzem melhor a variação do **salary-classification**. Neste caso quando a *feature* **education-num** aumenta, o **salary-classification** tende também a aumentar.

Após a análise das correlações das *features* presentes no *dataset*, podemos começar por verificar quais as *features* com um possível valor informativo menor para os modelos preditivos. Esta análise foi executada mediantes os valores de correlação, a dispersão dos valores dos atributos, a análise dos resultados dos modelos e a *feature importance* destes.

Desta forma, as *features* **education**, **native-country**, **fnlwgt** e **race** foram removidas, devido à dispersão dos seus valores e à correlação associada ao *target*.

Após a construção dos modelos e com o propósito de decidir, em conjunto com os valores de correlação, quais os atributos que têm menor valor informativo, analisámos a *feature importance* de todos atributos do *dataset* com o modelo *AdaBoost*:

```
Feature: 0, Score: 0.06000
Feature: 1, Score: 0.02000
Feature: 2, Score: 0.04000
Feature: 3, Score: 0.04000
Feature: 4, Score: 0.12000
Feature: 5, Score: 0.04000
Feature: 6, Score: 0.14000
Feature: 7, Score: 0.12000
Feature: 8, Score: 0.02000
Feature: 9, Score: 0.04000
Feature: 10, Score: 0.08000
Feature: 11, Score: 0.22000
Feature: 12, Score: 0.06000
Feature: 13, Score: 0.00000
```

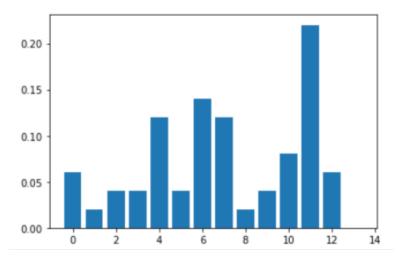


Figura 8: Feature importance através de AdaBoost com Decision Tree

Como é observável, as *features* marital-status (5) e sex (9) encontram-se nas *features* com menor valor informativo do modelo *AdaBoost* com *Decision Tree*. Contudo, a remoção destas duas *features* não teve bons resultados, pelo que se optou pela sua permanência no *dataset*.

Assim sendo, apenas existiu a remoção das seguintes *features* do *dataset* aquando do tratamento<sup>3</sup>:

- education;
- native-country;
- fnlwgt;
- race.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Nas restantes *features* apenas foi discretizado o atributo da idade e a agregação do capital, como foi previamente referido.

Portanto, o tratamento dos dados foi concluído e encontrou-se, no nosso entender, num estado próximo do ideal para a posterior fase de atuação de modelos preditivos.

Em suma, o formato do dataset de treino após o tratamento foi o seguinte:

|       | ageBinned | workclass | education-num | marital-status | occupation | relationship | sex | hours-per-week | capital |
|-------|-----------|-----------|---------------|----------------|------------|--------------|-----|----------------|---------|
| 0     | 2         | 6         | 13            | 4              | 0          | 1            | 1   | 40             | 2174    |
| 1     | 3         | 5         | 13            | 2              | 3          | 0            | 1   | 13             | 0       |
| 2     | 2         | 3         | 9             | 0              | 5          | 1            | 1   | 40             | 0       |
| 3     | 3         | 3         | 7             | 2              | 5          | 0            | 1   | 40             | 0       |
| 4     | 0         | 3         | 13            | 2              | 9          | 5            | 0   | 40             | 0       |
|       |           |           |               |                |            |              |     |                |         |
| 32556 | 0         | 3         | 12            | 2              | 12         | 5            | 0   | 38             | 0       |
| 32557 | 2         | 3         | 9             | 2              | 6          | 0            | 1   | 40             | 0       |
| 32558 | 3         | 3         | 9             | 6              | 0          | 4            | 0   | 40             | 0       |
| 32559 | 0         | 3         | 9             | 4              | 0          | 3            | 1   | 20             | 0       |
| 32560 | 3         | 4         | 9             | 2              | 3          | 5            | 0   | 40             | 15024   |

Figura 9: Dados após o tratamento

É necessário referir que a feature target (salary-classification) tornou-se num atributo binário, sendo que 0 corresponde a " $\leq 50k$ " e 1 a "> 50k".

Poderá ser interessante visualizar os dados do *dataset* de treino apenas com duas dimensões, pelo que decidimos utilizar o *PCA*, com vista a reduzir as dimensões dos dados:

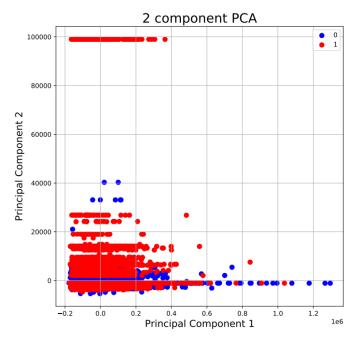


Figura 10: Dados em duas dimensões

É de notar uma concentração de dados bem visível da classe "> 50k" (1) no lado superior, enquanto que, no resto dos dados, tem-se uma perceção menor para a distinção das duas classes devido à alta concentração.

Deste modo, a separação das duas classes, através de um discriminante p.e., não teria bons resultados. Outro dado importante é que também não existem *clusters* óbvios à primeira vista, se não contarmos com os casos da classe 1 no canto superior esquerdo (visto que estes poderiam formam um *cluster*).

Segue-se, ainda, a feature importance obtida com o dataset após tratamento:

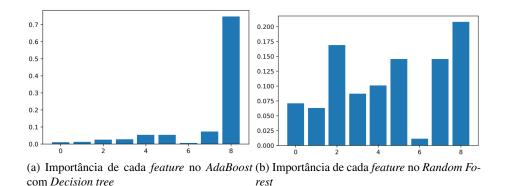


Figura 11

As figuras prévias comprovam a nossa interpretação em relação ao **capital** (8) da figura 4b, visto ser das *features* com maior importância para estes dois modelos preditivos. Também é percetível que a sexta *feature* não traz um valor muito relevante para os modelos, contudo, a remoção deste atributo não se revelou a melhor solução, visto que influenciava negativamente a *performance* do modelo.

# 3 Modelos Preditivos

Antes de iniciarmos a enumeração dos modelos desenvolvidos, é necessário referir que todos os modelos usaram o mesmo *dataset* após tratamento, de forma a podermos comparar os resultados entre eles, isto é, todos os modelos utilizaram um *dataset* apenas com *features* numéricas<sup>4</sup>.

# 3.1 Naive Bayes

O modelo de *Naive Bayes* baseia-se no teorema de *Bayes*, equação que descreve relações de probabilidades condicionais de quartis estatísticos. Neste teorema assume-se a independência das *features* do *dataset* de forma *naive*.

Este modelo de *Machine Learning* é altamente escalável, rápido e simples. Devido à sua rapidez e escassez de parâmetros, acaba por ser muito usado para previsões num curto espaço de tempo, mas com pouco grau de confiança. [3]

Para este problema, foi utilizado o *Naive Bayes Gaussiano*, que assume que cada atributo possui uma distribuição gaussiana (normal) nos dados.

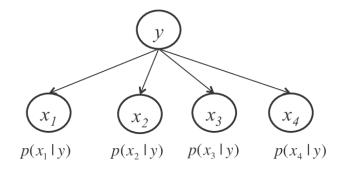


Figura 12: Exemplo de Naive Bayes

Segue-se um excerto da aplicação deste modelo em *Python*:

```
pipeline = make_pipeline(
    QuantileTransformer(
         output_distribution = 'normal'),
         GaussianNB())
pipeline.fit(train_x, train_y)
           [[10475 1960]
            [ 1201 2645]]
                        precision
                                     recall f1-score
                                                       support
                     0
                            0.897
                                      0.842
                                               0.869
                                                         12435
                            0.574
                                                          3846
                     1
                                      0.688
                                               0.626
                                               0.806
                                                         16281
               accuracy
              macro avg
                            0.736
                                      0.765
                                               0.747
                                                         16281
           weighted avg
                            0.821
                                      0.806
                                               0.812
                                                         16281
```

Figura 13: Resultado do modelo Naive Bayes

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Com a transformação de atributos nominais em numéricos, previamente referido.

# 3.2 K Nearest Neighbors

O modelo de K Nearest Neighbors consiste no uso dos K objetos mais próximos para a classificação de um outro objeto, isto é, este objeto é classificado por uma certa classe que está na maioria dos K objetos mais próximos. Se k=1, então o objeto é sempre classificado pelo outro objeto mais próximo dele.

Este modelo necessita do uso de métricas de distância (como a euclidiana, Manhattan, ...) com vista a calcular os objetos mais próximos. [4]

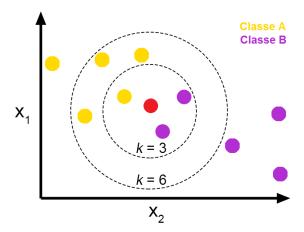


Figura 14: Exemplo de K Nearest Neighbors

É de ressalvar que, neste modelo, não foram executadas uniformizações dos dados, visto que essa uniformização descia, consideravelmente, a *accuracy* do modelo, pelo que o modelo foi desenvolvido da seguinte forma:

```
knn = KNeighborsClassifier(n_neighbors = 1)
knn.fit(train_x, train_y)
```

Com vista a otimizar o modelo, realizou-se a visualização da média dos erros do mesmo:

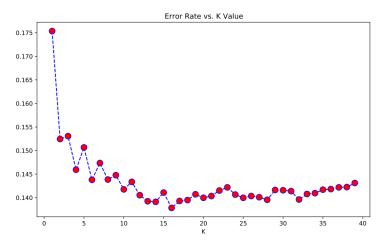


Figura 15: Escolha do K ótimo através do error rate mínimo

Através desta figura, verificou-se que  $k=16\,{\rm seria}$  a melhor escolha para minimizar o erro e, consequentemente, aumentar a accuracy:

[[10947 1488] [ 1367 2479]]

|                                       | precision      | recall         | f1-score                | support                 |
|---------------------------------------|----------------|----------------|-------------------------|-------------------------|
| 0<br>1                                | 0.889<br>0.625 | 0.880<br>0.645 | 0.885<br>0.635          | 12435<br>3846           |
| accuracy<br>macro avg<br>weighted avg | 0.757<br>0.827 | 0.762<br>0.825 | 0.825<br>0.760<br>0.826 | 16281<br>16281<br>16281 |

Figura 16: Matriz de classificação com 1 vizinho

[[11684 751] [ 1493 2353]]

|              | precision | recall | f1-score | support |
|--------------|-----------|--------|----------|---------|
| 0            | 0.887     | 0.940  | 0.912    | 12435   |
| 1            | 0.758     | 0.612  | 0.677    | 3846    |
| accuracy     |           |        | 0.862    | 16281   |
| macro avg    | 0.822     | 0.776  | 0.795    | 16281   |
| weighted avg | 0.856     | 0.862  | 0.857    | 16281   |

Figura 17: Matriz de classificação com 16 vizinhos (*K* ótimo)

# 3.3 Decision Tree

Uma *Decision Tree* é um modelo em formato de árvore em que cada folha representa uma classe da *feature target* e os ramos são as observações, isto é, conjuntos de atributos que levam a essas folhas.

Este modelo é muito usado na área de *Machine Learning* devido à sua simplicidade e facilidade de compreensão do modelo gerado (neste caso, as ramificações e folhas da árvore). [5]

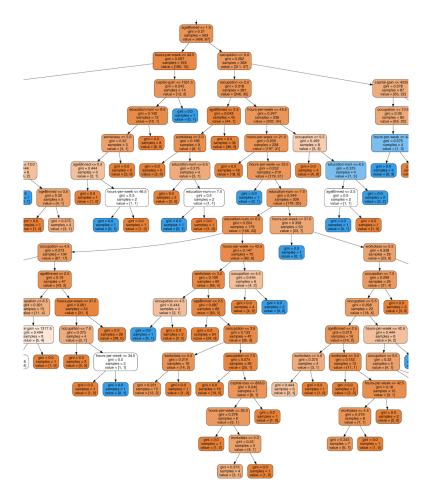


Figura 18: Excerto da árvore de decisão do dataset deste problema

Segue-se o modelo desenvolvido através da *Decision Tree* da *package sklearn*. É de destacar que os hiper-parâmetros do modelo sofreram *tuning*.

A partir deste conseguiu-se a seguinte accuracy:

|              | precision | recall | f1-score | support |
|--------------|-----------|--------|----------|---------|
| 0            | 0.877     | 0.944  | 0.909    | 12435   |
| 1            | 0.758     | 0.572  | 0.652    | 3846    |
| accuracy     |           |        | 0.856    | 16281   |
| macro avg    | 0.818     | 0.758  | 0.781    | 16281   |
| weighted avg | 0.849     | 0.856  | 0.848    | 16281   |

Figura 19: Resultado do modelo Decision Tree

#### 3.4 AdaBoost com Decision Tree

O algoritmo *AdaBoost* (*Adaptive Boosting*) é um método de *ensemble learning* que aumenta a *performance* de outros algoritmos de aprendizagem. [6]

Este modelo é adaptável, pois as classificações feitas são ajustadas a favor das instâncias classificadas negativamente por classificações anteriores.

Deste modo, ao aplicarmos AdaBoost à  $Decision\ Tree$ , proporcionamos uma otimização em relação ao modelo anterior, uma vez que este executa n iterações desse algoritmo, levando à consequente diminuição da variance e do coeficiente de bias. Esta diminuição, permite uma maior accuracy por parte do modelo construído. [7]

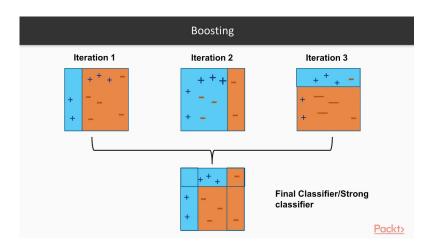


Figura 20: Otimização efetuada por Boosting (AdaBoost)

A variância (*variance*) de um modelo mede as diferentes previsões indicadas pelo modelo, caso os dados de treino variem.

Já o *bias* é o erro das previsões do modelo, ou seja, um modelo com *bias* elevado irá ignorar relações importantes nas *features* e nas previsões indicadas (*underfitting*).

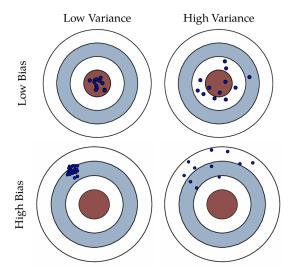


Figura 21: Variance e bias num modelo preditivo

Segue-se o desenvolvimento do *AdaBoost* com 800 iterações e um *learning rate* de 1.7 (obtido através de *tuning*), através do *sklearn*.

Seguem-se, ainda, os resultados obtidos neste modelo:

|                                       | precision      | recall         | f1-score                | support                 |
|---------------------------------------|----------------|----------------|-------------------------|-------------------------|
| 0<br>1                                | 0.896<br>0.777 | 0.943<br>0.645 | 0.919<br>0.705          | 12435<br>3846           |
| accuracy<br>macro avg<br>weighted avg | 0.836<br>0.868 | 0.794<br>0.872 | 0.872<br>0.812<br>0.868 | 16281<br>16281<br>16281 |

Figura 22: Resultado do modelo Adaboost com Decision Tree

# 3.5 Random Forest

As *Random Forest* são também modelos de *ensemble learning* que se baseiam na construção de várias árvores de decisão, existindo uma diversidade no conjunto de árvores. A partir destas, é determinada a previsão mais frequente, que se torna na previsão final do modelo. [8]

O uso de *Random Forest* permite um menor *overfitting* quando comparado com o uso de *Decision Trees*.

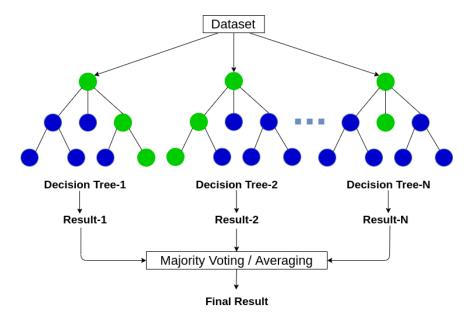


Figura 23: Exemplo de Random Forest

Segue-se um excerto de código para a aplicação deste modelo<sup>5</sup>:

Seguem-se, ainda, os resultados obtidos com este modelo:

|              | precision | recall | f1-score | support |
|--------------|-----------|--------|----------|---------|
|              |           |        |          |         |
| 0            | 0.869     | 0.958  | 0.911    | 12435   |
| 1            | 0.797     | 0.533  | 0.638    | 3846    |
|              |           |        |          |         |
| accuracy     |           |        | 0.858    | 16281   |
| macro avg    | 0.833     | 0.745  | 0.775    | 16281   |
| weighted avg | 0.852     | 0.858  | 0.847    | 16281   |

Figura 24: Resultado do modelo Random Forest

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Foram utilizadas 1000 árvores para o aumento de diversidade e consequente aumento da *performance* do modelo.

# 3.6 Support Vector Machine

Os *Support Vector Machine* são modelos robustos de previsão para problemas de classificação binários. O objetivo deste modelo é criar a melhor linha para dividir o espaço multidimensional em duas classes para, depois, efetuar a classificação. [9]

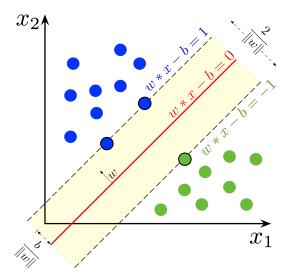


Figura 25: Exemplo de Support Vector Machine

Tendo em conta este problema, a package SVC do sklearn foi utilizada para classificação<sup>6</sup>:

```
svc_model = SVC()
svc_model.fit(train_x, train_y)
```

Através deste modelo chegou-se à seguinte accuracy:

|                           | precision      | recall         | f1-score       | support        |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0                         | 0.810          | 0.968          | 0.882          | 12435          |
| 1                         | 0.719          | 0.269          | 0.391          | 3846           |
| accuracy                  |                |                | 0.802          | 16281          |
| macro avg<br>weighted avg | 0.765<br>0.789 | 0.618<br>0.802 | 0.637<br>0.766 | 16281<br>16281 |

Figura 26: Resultado do modelo Support Vector Machines

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Neste modelo o *kernel* especificado foi o *rbf*.

# 3.7 Stacking

Para além do *Boosting* e *Bagging*, é possível otimizar a *performance* de modelos preditivos através de *Stacking* (outro algoritmo de *ensemble learning*). [10]

Stacking é uma técnica que utiliza a previsão de vários modelos para a construção de um novo. Desta forma, consegue-se captar as mais valias de vários modelos diferentes, visto que conseguimos desenvolver um modelo mais complexo (o que leva a *performance* superior na teoria), ao contrário de um único modelo, que tende a ser mais simples.

Esta técnica de *ensemble learning* difere do *Bagging* e *Boosting* na medida em que utiliza diferentes modelos para o mesmo *dataset* (ao contrário do *Bagging*) e um único modelo para a combinação das previsões dos diferentes modelos<sup>7</sup> (ao contrário do *Boosting*).

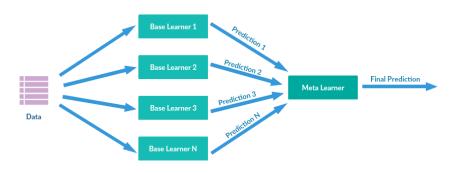


Figura 27: Exemplo de Stacking

Desta forma, utilizámos o *Stacking* disponível na package *sklearn*, como foi habitual em todos os modelos.

Os modelos escolhidos para o *Stacking* foram os três com melhor *performance*, ou seja, *K Nearest Neighbors*, *AdaBoost de Decision Tree* e *Random Forest*. Por fim, a regressão logística foi utilizada com vista a prever os resultados finais.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Pode ser utilizada a regressão linear para o efeito, por exemplo.

```
final_estimator = LogisticRegression(), cv = 10)
```

# Seguem-se os resultados obtidos com Stacking:

|                                       | precision      | recall         | f1-score                | support                 |
|---------------------------------------|----------------|----------------|-------------------------|-------------------------|
| 0<br>1                                | 0.888<br>0.756 | 0.938<br>0.617 | 0.912<br>0.680          | 12435<br>3846           |
| accuracy<br>macro avg<br>weighted avg | 0.822<br>0.857 | 0.778<br>0.863 | 0.863<br>0.796<br>0.857 | 16281<br>16281<br>16281 |

Figura 28: Matriz de classificação da técnica de Stacking

# 4 Tratamento do Desbalanceamento da Classe target

Após o uso dos diversos modelos de *Machine Learning* com respetiva otimização e técnicas de *ensemble learning*, o foco passa, agora, para a *feature target*, **salary-classification**.

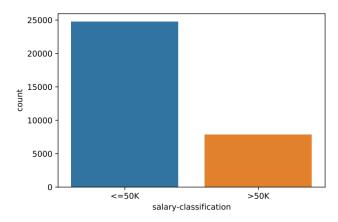


Figura 29: Desbalanceamento do target

Nesta figura, deparámo-nos com uma quantidade bastante superior de casos ' $\leq 50k$ '. Para além desta discrepância, os dados de teste possuem 76.4% de casos com salário menor ou igual a 50 mil unidades monetárias. Devido a isto, torna-se fulcral focarmo-nos na classe desbalanceada ('> 50k'), conseguindo modelos com uma *performance* superior no geral, mas, sobretudo, nessa classe<sup>8</sup>.

Assim e devido ao desbalancemanto verificado nos valores de treino, considerámos que seria necessário aplicar técnicas de *Imbalanced Data* de forma a realizar *Over* e *Under Sampling* do *target* e otimizar a *performance* obtida na classe menos representada. Com isto em mente, foram aplicadas técnicas como *Random Under Sample*, *Random Over Sample*, *SMOTE* e *ADASYN*. [11]

É de ressalvar que, para todas estas técnicas, era pretendido que o rácio do *target* fosse de 40%, ou seja, que houvesse um rácio de 40% entre '> 50k' (correspondente ao 1 no *dataset*) e ' $\leq 50k$ ' (correspondente ao 0 no *dataset*).

Este valor derivou de várias tentativas efetuadas e da consequente análise da *performance* dos modelos (presente na próxima secção).

# Segue-se um excerto da aplicação das técnicas:

```
oversample = RandomOverSampler(sampling_strategy = 0.4)
undersample = RandomUnderSampler(sampling_strategy = 0.4)
smote = SMOTE(sampling_strategy = 0.4)
adasyn = ADASYN(sampling_strategy = 0.4)

over_train_x, over_train_y = oversample.fit_resample(
    train_x,train_y)
under_train_x, under_train_y = undersample.fit_resample(
    train_x,train_y)
smote_train_x, smote_train_y = smote.fit_resample(
    train_x, train_y)
```

 $<sup>^8</sup>$  Um modelo que indicasse sempre 0 ('  $\leq 50k$  ') teria uma accuracy de 76.4%.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Ou seja, um valor superior ao rácio existente sem estas técnicas ( $\frac{23.6}{76.4} \times 100 = 30.1\%$ , sendo o numerador a percentagem da classe em minoria e o denominador a percentagem da classe em maioria).

```
adasyn_train_x, adasyn_train_y = adasyn.fit_resample(
    train_x, train_y)
```

# 4.1 Random Under Sample

O *Random Under Sample* torna a distribuição do *target* mais equilibrada, eliminando, de forma aleatória, instâncias da classe mais representada.

Esta metodologia tem como vantagem a redução do tempo computacional dos modelos, devido à redução do *dataset*, contudo, pode provocar perda de informação importante para os modelos.

# 4.2 Random Over Sample

O Random Over Sample aumenta o número de instâncias da classe em minoria, neste caso '> 50k', com replicação de forma aleatória.

Esta metodologia não tem qualquer perda de informação, ao contrário da anterior, e costuma ter uma melhor *performance*. Apesar disso, tende a ocorrer *overfitting*, visto que replica casos da minoria.

#### **4.3** *SMOTE*

O SMOTE (Synthetic Minority Over-sampling TEchnique for imbalanced data) tende a evitar o overfit que ocorre quando se replica a ocorrência de casos da classe em minoria para o dataset. Nesta técnica, um subconjunto do dataset é retirado da classe em minoria e são criadas instâncias sintéticas deste subconjunto que são, posteriormente, adicionadas ao dataset original.

Desta forma, esta técnica evita o *overfitting* associado à técnica anterior, visto que cria instâncias novas ao invés de replicar as já existentes. Aqui, também não ocorre perda de informação.

Apesar disso, o *SMOTE* não tem em consideração os vizinhos da amostra que são de outras classes, logo pode aumentar o ruído (*noise*) dos dados.

# 4.4 ADASYN

Por fim, o *ADASYN* comporta-se de maneira muito semelhante ao *SMOTE*, apenas com a diferença de adicionar pequenos valores aleatórios aos pontos. Com esta pequena diferença é pretendido que os pontos pareçam mais reais, ou seja, existir uma maior variância nos dados sintéticos.

A análise de resultados de todos os modelos e da diferença com e sem o uso destas técnicas de *sampling* encontra-se na secção 6.

# 5 Otimização de Modelos

Com vista a otimizar a *performance* dos modelos anteriormente apresentados, para além do pré-processamento de dados, procedemos ao *tuning* dos hiper-parâmetros dos modelos. Através disto, conseguimos obter resultados superiores, o que nos levou a uma configuração próxima da ideal nos modelos desenvolvidos para este *dataset*.

Assim, utilizou-se o *GridSearchCV*, disponível no *sklearn*, de forma a procurar os melhores hiper-parâmetros.

Segue-se um exemplo de tuning para o modelo Decision Tree:

```
parameters = {
    'criterion': ['gini', 'entropy'],
    'max depth': range(1, 12),
    'min_samples_split': range(2, 17),
    'min_samples_leaf': range(2, 8)
}
tuning = GridSearchCV(decisionTree,
                       parameters,
                       cv = StratifiedKFold(
                           n_{splits} = 10,
                           random\_state = 42,
                           shuffle = True),
                       verbose = 1,
                       n_{jobs} = 14,
                       scoring = 'accuracy')
tuning.fit(train_x, train_y)
```

É necessário destacar que no *tuning* foi usado o *cross-validation* para conseguir resultados mais "reais", visto que o modelo foi testado com várias divisões diferentes. Desta forma, o uso de *cross-validation* para a otimização do modelo também permitiu ter uma noção da *performance* dos vários modelos, sem a previsão com valores de teste.

Assim, esta técnica permite-nos identificar um valor aproximado da *performance* dos modelos para múltiplos dados de teste, para além do usado, num caso futuro.

Por último, também é de realçar que a otimização de modelos através de *tuning* não foi efetuada para todos os modelos preditivos, sendo que apenas o *AdaBoost*, *Decision Tree* e *Random Forest* sofreram esta otimização.

# 6 Análise de Resultados

Primeiramente, iremos analisar os resultados obtidos por alguns modelos sem o tratamento de dados realizado:

| Modelos       | Accuracy [%] |
|---------------|--------------|
| Naive Bayes   | 80.2         |
| Gaussiano     | 00.2         |
| KNN (k = 16)  | 80.2         |
| Decision Tree | 80.9         |
| AdaBoost      | 87.2         |
| Random Forest | 85.6         |
| SVM           | 79.9         |
| Stacking      | 85.6         |

Tabela 1: Resultados sem tratamento de dados e sem tuning dos modelos

Em segundo lugar e de forma a comprovarmos a escolha do tratamento de dados referido na secção 2, iremos analisar a *accuracy* do modelo *Decision Tree* com várias mudanças que foram experimentadas durante o desenvolvimento deste trabalho:

| Modelo Decision Tree                           | Accuracy [%] |
|--|--------------|
| Sem a remoção de features com baixo valor      | 79.9         |
| informativo (race, education, native-country,) | 19.9         |
| Com a remoção da feature 'capital'             | 79.9         |
| Com normalização da 'capital-loss' e           | 81.5         |
| 'capital-gain'                                 | 01.5         |
| 'age' com 6 intervalos de igual frequência     | 82.8         |
| Com a substituição dos missing values pela     | 82.9         |
| moda   | 02.9         |
| Com o tratamento referido anteriormente        | 83.0         |

Tabela 2: Resultados do modelo *Decision Tree* com diferentes tipos de pré-processamento de dados

Assim, o tratamento explicitado na secção 2 revela-se como o mais eficiente e que otimiza a *performance* dos modelos usados na sua generalidade.

De forma a analisarmos qual o melhor modelo para este problema, é necessário compararmos não só os valores de *accuracy*, como outras métricas para as classes do *target* (*Recall*, *Precision e f1-score*).

O *Recall* indica a quantidade de instâncias da classe que o modelo captou, enquanto que a *Precision* é a qualidade de acerto do modelo para essa mesma classe. Neste sentido, um modelo com elevada *Precision* não é necessariamente um bom modelo, pois pode ter indicado muito poucas instâncias como sendo daquela classe, deixando "escapar" outras. O mesmo pode ser dito para o *Recall* que, por si só, não garante a boa *performance* do modelo, visto que um modelo pode captar uma percentagem elevada de uma classe, devido à alta frequência que indica essa mesma classe.

Deste modo, o *f1-score* faz uso destas duas métricas através da seguinte fórmula:

$$f1-score = 2 \cdot \frac{Recall \cdot Precision}{Recall + Precision}$$

Posto isto, podemos, então, analisar os resultados obtidos pelos modelos sem ter em consideração as técnicas de *imbalanced data*, mas já com todo o tratamento de dados efetuado, bem como a otimização dos modelos.

|               | Accuracy  | Recall     | Precision  | •          | Recall     | Precision  | f1-score   |
|---------------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Modelo        | [%]       | (classe 0) | (classe 0) | (classe 0) | (classe 1) | (classe 1) | (classe 1) |
|               | [70]      | [%]        | [%]        | [%]        | [%]        | [%]        | [%]        |
| Naive Bayes   | 80.6      | 84.2       | 89.7       | 86.9       | 68.8       | 57.4       | 62.6       |
| Gaussiano     | Gaussiano | 04.2       | 09.1       | 00.9       | 00.0       | 37.4       | 02.0       |
| KNN (k = 16)  | 86.2      | 94.0       | 88.7       | 91.2       | 61.2       | 75.8       | 67.7       |
| Decision Tree | 85.6      | 94.4       | 87.7       | 90.9       | 57.2       | 75.8       | 65.2       |
| AdaBoost      | 87.2      | 94.3       | 89.6       | 91.9       | 64.5       | 77.7       | 70.5       |
| Random Forest | 85.8      | 95.8       | 86.9       | 91.1       | 53.3       | 79.7       | 63.8       |
| SVM           | 80.2      | 96.8       | 81.0       | 88.2       | 26.9       | 71.9       | 39.1       |
| Stacking      | 86.3      | 93.8       | 88.8       | 91.3       | 61.7       | 75.6       | 68.0       |

Tabela 3: Resultados com pré-processamento de dados e otimização de alguns dos modelos

Com o tratamento de dados realizado, bem como com a otimização dos modelos, é claramente observável que os modelos sofreram uma melhoria da sua *performance* em comparação à obtida na tabela 1.

O melhor exemplo disto é o modelo *K Nearest Neighbors* que conseguiu incrementar a sua *accuracy* em 6%, uma subida considerável que representa bem a diferença de aplicação dos modelos com e sem pré-processamento do *dataset*. Contudo, esta subida não é geral, visto que o modelo de *AdaBoost* teve uma ligeira descida. Outro dado relevante mostra-se no facto do *Random Forest* apenas ter subido na *performance* devido ao *tuning* efetuado e não devido ao tratamento de dados.

Apesar desta descida ser inesperada, considerámos que se deveu aos próprios modelos utilizados, visto que são bastante complexos (e tratam-se de *ensemble learning* de *Decision Tree*). Assim, esta descida pode dever-se, essencialmente, à remoção de *features* consideradas menos relevantes, pelo que, devido à grande quantidade de árvores diferentes entre si (como existe no *Random Forest*), poderá provocar uma diminuição da *accuracy* do modelo, quando comparada com o uso de todos os atributos do *dataset*.

Mesmo assim, esta descida não influência a escolha do pré-processamento de dados, visto que o escolhido garante a melhor *performance* dos modelos de maneira geral.

O modelo *AdaBoost de Decision Tree* é aquele que apresenta uma maior *performance* devido à sua maior *accuracy* de 87.1%. Outro facto a ter em conta é que também é o modelo com melhor *f1-score* para as duas classes. <sup>10</sup>

A melhor *performance* deste modelo, muito possivelmente, deve-se à diminuição do *bias*, que levou a uma melhoria da *performance* relativamente ao *Decision Tree*. É possível verificar que o *boosting* melhorou a *performance* em todos os campos para a classe 0 e 1 do modelo original.

Em relação aos outros modelos, o *SVM* e *Naive Bayes* mostram-se como aqueles que possuem a pior *performance*. Tal, muito possivelmente, deve-se à distribuição dos dados (possível de observar na figura 10) e à simplicidade do modelo, respetivamente.

No caso *SVM*, é possível perceber que a definição da linha passou por quase todas instâncias da classe 0, visto que se encontram mais concentradas, perdendo-se, assim, muitas instâncias da outra classe. <sup>11</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Stacking surge como o segundo melhor modelo.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Este facto é muito percetível pela imagem dada do *PCA* na figura 10.

O *Decision Tree* apresenta uma *accuracy* razoável que, após o *ensemble learning*, incrementa de maneira considerável e o *KNN*, após otimização do número de vizinhos, demonstra ter uma boa *performance*, muito ligada à concentração de dados nas classes (isto é, quando existe um dado da classe 1, há uma concentração elevada de outros dados da mesma classe, o que possibilita uma *accuracy* elevada).

Resta-nos agora comparar a *performance* dos modelos com as técnicas de *imbalanced data*. Neste relatório iremos apenas comparar os resultados no *AdaBoost*, visto ser o nosso melhor modelo.

| Rácio para as técnicas<br>de sampling [Accuracy  <br>f1-score (classe 1)] | Randon<br>Samplii | n Over<br>ng [%] | Randon<br>Samplir | n Under<br>ng [%] | SMOTI |      | ADAS | YN [%] |
|---|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------|------|------|--------|
| 40 %  | 86.9              | 71.4             | 87.1              | 71.6              | 87.0  | 71.3 | 87.0 | 71.6   |
| 45 %  | 86.7              | 71.8             | 86.6              | 71.6              | 86.6  | 71.5 | 86.3 | 71.7   |
| 50 %  | 86.5              | 72.0             | 86.4              | 71.9              | 86.5  | 71.9 | 85.7 | 71.8   |
| 60 %  | 86.0              | 72.1             | 86.0              | 72.1              | 85.8  | 71.9 | 84.2 | 71.2   |

Tabela 4: Resultados do modelo *AdaBoost* com diferentes técnicas de *sampling* para diferentes rácios

Na tabela acima, apresentámos os resultados dos modelos com diferentes técnicas de sampling e com vários rácios entre as duas classes do *target*. Através do par da *accuracy* e do *f1-score* da classe em minoria que pretendemos incrementar, teremos agora de escolher uma das técnicas com melhor resultado.

Como é percetível, quanto maior o rácio, maior o fI-score obtido<sup>12</sup>, tal como era esperado, pois possuímos uma maior representatividade dessa classe no *dataset*. Contudo, associado a isto, temos uma diminuição da *accuracy*, uma vez que o fI-score da classe em maioria diminui.

Desta forma, foi escolhido o rácio de 40% entre a classe em minoria ('> 50k' ou 1) e a classe em maioria da *feature* salary-classification, pois considerámos que possui os resultados mais adequados ao problema.

Teremos, agora, de escolher a melhor técnica de sampling.

| Modelo        | Accuracy [%] | Recall             | Precision  | f1-score   | Recall     | Precision  | f1-score   |
|---------------|--------------|--------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|               |              | (classe 0)         | (classe 0) | (classe 0) | (classe 1) | (classe 1) | (classe 1) |
|               |              | [%]                | [%]        | [%]        | [%]        | [%]        | [%]        |
| AdaBoost      | 87.1         | 94.2               | 89.5       | 91.8       | 64.2       | 77.3       | 70.2       |
| AdaBoost      |              |                    |            |            |            |            |            |
| (Random Over  | 87.0         | 92.6               | 90.6       | 91.6       | 69.0       | 74.1       | 71.6       |
| Sampling)     |              |                    |            |            |            |            |            |
| AdaBoost      |              |                    |            |            |            |            |            |
| (Random Under | 87.1         | 92.6               | 90.6       | 91.6       | 69.0       | 74.3       | 71.6       |
| Sampling      |              |                    |            |            |            |            |            |
| AdaBoost      | 86.9         | 92.6               | 90.5       | 91.6       | 68.7       | 74.2       | 71.3       |
| (SMOTE)       | 60.9         | 92.0               | 90.5       | 91.0       | 00.7       | 77.2       | 11.5       |
| AdaBoost      | 87.0         | 92.4               | 90.7       | 91.6       | 69.5       | 73.8       | 71.6       |
| (ADASYN)      | 67.0         | ) 32. <del>4</del> | 90.7       | 71.0       | 09.3       | 13.0       | /1.0       |

Tabela 5: Resultados dos modelos com técnicas de desbalanceamento

Primeiramente, o uso destas técnicas provoca uma ligeira redução da *performance* em comparação com o modelo original na classe maioritária, visto que o *f1-score* da classe 0 é su-

<sup>12</sup> O aumento não é linear.

perior no primeiro modelo. Isto deve-se a uma descida da *recall*, embora que acompanhada por uma ligeira subida na *precision*.

Por outro lado, o cenário na classe 1 é muito mais favorável para os modelos com estas técnicas, devido ao aumento do rácio de instâncias desta classe em comparação com a outra.

Assim, a técnica de *Random Under Sampling* revela-se como a mais indicada para uma *per-formance* do modelo, conseguindo um melhor equilíbrio de previsão entre as duas classes. Esta técnica possui a mesma *accuracy* que o modelo original e consegue prever mais 5% de instâncias da classe em minoria (*recall* com 69.5%) e apresenta um *f1-score* de 71.6%.

É de realçar que podia ter sido desenvolvida uma matriz de custos onde fosse tido em conta que a previsão de uma certa classe poderia ser mais benéfica que outra. Todavia, para o problema em causa, decidimos que tal abordagem não seria necessária.

A escolha do melhor modelo depende, essencialmente, do pretendido no que toca à previsão das duas classes. Caso a previsão da classe 0 seja o principal foco, dever-se-à optar por um modelo com melhor *f1-score* para essa mesma, que, nesse caso, seria o *AdaBoost* sem a técnica de *imbalanced data*.

No nosso entender, o modelo com melhor *performance*, tendo em conta as duas classes, e melhor *accuracy* é o *AdaBoost* com uso de *Random Under Sampling*. Esta escolha deve-se ao facto de estar entre os dois melhores modelos no que toca à *accuracy* (87.1%) e por apresentar um dos melhores fl-score da classe minoritária (classe 1 ou '> 50k').

# 7 Conclusões e Trabalho Futuro

A realização deste projeto permitiu-nos aplicar os conhecimentos aprendidos nas aulas teóricas e práticas da cadeira de Análise e Extração do Conhecimento.

O principal desafio durante a resolução deste projeto prendeu-se com a pesquisa e assimilação de técnicas populares da área de *Machine Learning*, bem como os modelos que permitissem a obtenção de resultados satisfatórios.

O facto de os dados trabalhados se encontrarem desbalanceados revelou-se como um obstáculo à boa *performance* dos nossos modelos e análise destes, todavia, o uso de técnicas de *imbalanced data* possibilitaram uma ligeira melhoria na *performance*.

Após uma análise cuidada do projeto desenvolvido, considerámos que a previsão para este *dataset* poderia ter sido melhorada, recorrendo a um maior número de *feature selections* disponíveis no *sklearn*, bem como uma otimização mais exaustiva dos modelos.

Outra solução passaria por transformar a *feature* **fnlwgt**, de forma a termos esse número de indivíduos com as mesmas características, em várias instâncias no *dataset*.

Por outro lado, o tratamento do *dataset* poderia ter sido explorado de outras formas para tentar melhorar a *performance* (uma vez que existem vários tipos de tratamento das *featu-* res que não foram aplicados no nosso projeto).

É de ressalvar que, no futuro, seria bastante interessante a aplicação de mais modelos preditivos e técnicas de *Machine Learning* neste *dataset*, com vista a explorar novas ideias, tendo sempre em vista o aumento da *performance*.

Relativamente ao modelo ótimo, concluímos que o AdaBoost, após a técnica de Random Under Sampling, é o melhor modelo, conseguindo uma *accuracy* de 87.1% e um bom equilíbrio na previsão das duas classes.

Em suma, considerámos que o trabalho desenvolvido se encontra adequado para o pretendido pela equipa docente no contexto da problemática em questão e que foram desenvolvidos vários algoritmos que apresentam uma boa capacidade de predição.

# Referências

- SAS Enterprise Miner. Disponível em: https://www.sas.com/en\_us/software/ enterprise-miner.html
- CHAPMAN, Pete, CLINTON, Julian, KERBER, Randy, KHABAZA, Thomas, REINARTZ, Thomas, SHEARER, Colin & WIRTH, Rüdiger. (1999); 'CRISP-DM 1.0: Step-by-step data miningguide'. Disponível em: https://www.kde.cs.uni-kassel.de/wpcontent/uploads/lehre/ws2012-13/kdd/files/CRISPWP-0800.pdf
- 3. RISH, Irina. (2001); An empirical study of the naive Bayes classifier. Disponível em: https://www.cc.gatech.edu/~isbell/reading/papers/Rish.pdf
- 4. CUNNINGHAM, Padraig & DELANY, Sarah Jane. (2007); k-Nearest Neighbour Classifiers. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/228686398\_k-Nearest\_neighbour\_classifiers
- PATEL, Harsh & PRAJAPATI, Purvi. (2018); Study and Analysis of Decision Tree Based Classification Algorithms. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/330138092\_Study\_and\_Analysis\_of\_Decision\_Tree\_Based\_Classification\_Algorithms
- 6. SINGH, Aishwarya. (2018); A Comprehensive Guide to Ensemble Learning (with Python Codes) Disponível em: https://www.analyticsvidhya.com/blog/2018/06/comprehensive-guide-for-ensemble-models/
- HU, Weiming, HU, Wei & MAYBANK, Steve. (2008); AdaBoost-Based Algorithm for Network Intrusion Detection. Disponível em: https://ieeexplore.ieee.org/ document/4454220
- 8. BREIMAN, Leo. (2001); Random Forests. Disponível em: https://www.stat.berkeley.edu/~breiman/randomforest2001.pdf
- EVGENIOU, Theodoros & PONTIL, Massimiliano. (2001); Workshop on Support Vector Machines: Theory and Application. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/221621494\_Support\_Vector\_Machines\_Theory\_and\_ Applications
- 10. ZHOU, Aolong, REN, Kaijun, LI, Xiaoyong & ZHANG, Wen. (2019); MMSE: A Multi-Model Stacking Ensemble Learning Algorithm for Purchase Prediction, 2019 IEEE 8th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC), Chongqing, China, 2019, pp. 96-102, doi: 10.1109/ITAIC.2019.8785711. Disponível em: https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8785711
- 11. MUKHERJEE, Upasana. (2017); Imbalanced Data: How to handle Imbalanced Classification Problems. Disponível em: https://www.analyticsvidhya.com/blog/2017/03/imbalanced-data-classification/