Minimizando os custos energéticos de alocação de aulas a salas: o caso de uma instituição federal de ensino

Raphael Medeiros Alves
Universidade Federal da Paraíba
Rua dos Escoteiros, s/n – Mangabeira, João Pessoa – PB, 58055-000
raphael.medeiros.alves@gmail.com

Anand Subramanian
Universidade Federal da Paraíba
Rua dos Escoteiros, s/n – Mangabeira, João Pessoa – PB, 58055-000
anand@ci.ufpb.br

Alisson Vasconcelos de Brito
Universidade Federal da Paraíba
Rua dos Escoteiros, s/n – Mangabeira, João Pessoa – PB, 58055-000
alissonbrito@ci.ufpb.br

RESUMO

O presente trabalho trata do problema de alocação de aulas a salas no contexto de uma instituição federal de ensino de grande porte. O objetivo é minimizar o custo energético associado ao uso dos locais de aula, neste caso salas e laboratórios de informática, cumprindo os requisitos especificados pela instituição. Para resolver diferentes versões do problema, formulações matemáticas baseadas em programação linear inteira são propostas. Os modelos desenvolvidos foram testados em instâncias reais envolvendo 2804 aulas e 90 locais. Todas as formulações propostas foram capazes de alcançar uma redução de custos relevante quando comparadas à solução manual, com até 29% de economia energética.

PALAVRAS CHAVE. Problema de alocação de aulas a salas, Programação Linear Inteira, Custo energético.

Tópicos: EDU – PO na Educação

ABSTRACT

The present work deals with the classroom assignment problem in the context of a large-scale federal educational institution. The objective is to minimize the energy cost associated with the usage of the locations where classes can take place, in this case regular classooms and computer labs, while meeting the requirements specified by the institution. To solve different versions of the problem, mathematical formulations based on integer linear programming are proposed. The developed models were tested on real-life instances involving 2804 classes and 90 locations. All formulations proposed were capable of achieving a relevant cost reduction when compared to the manual solution, with up to 29% of energy savings.

KEYWORDS. Classroom assignment problem. Integer programming. Energy cost.

Paper topics: EDU - OR in Education

1. Introdução

A cada início de período letivo diversas instituições de ensino de médio e grande porte em todo o mundo precisam disponibilizar para a comunidade acadêmica as informações de horários, professores e locais de aula de cada turma ofertada. A construção manual desse alto volume de informações exige tempo e esforço por parte dos envolvidos. Pode-se levar dias para concluir tal demanda, acarretando assim em desperdício de recurso humano para instituição. A solução manual do problema possui uma grande probabilidade de não atender os requisitos do problema em sua totalidade, especialmente quando o prazo para realizar tal tarefa for curto.

Assim como a grande maioria das abordagens sistematizadas, rotineiramente se divide a geração da solução manual em duas etapas seguindo a estratégia "*times first, rooms second*" [Phillips et al., 2015]. Primeiramente, é construído o quadro de horários contendo as turmas e professores. A seguir, é realizada a alocação das aulas dessas turmas nas salas de aula disponíveis para aquele período letivo. Nessa segunda etapa, ao analisar a solução manual gerada no contexto apresentado com a perspectiva econômica, ou seja, custo energético de cada aula em uma sala, é possível notar que há perdas financeiras. Por exemplo, turmas com poucos alunos podem ser alocadas em salas com grandes capacidades. Estas salas por sua vez, tendem a ter custos energéticos mais elevados, ocasionando despesas financeiras que poderiam ser reduzidas ou evitadas. Além disso, uma solução inadequada que realize uma desordenada distribuição de aulas nas salas pode gerar a necessidade de construção de novas salas e aquisição de novos recursos (computadores, projetores, etc.) aumentando desnecessariamente os custos para instituição de ensino [Jardim e de Carvalho, 2018].

A deficiência na qualidade da solução manual é explicada pelo elevado número de combinações possíveis aplicadas as regras envolvidas. Devido a essa característica combinatória, a complexidade de resolução do problema cresce consideravelmente à medida que a instância utilizada aumenta. Na literatura, a distribuição de aulas em salas é conhecida como o Problema de Alocação de Aulas a Salas (PAAS) que normalmente pertence a classe NP-Difícil [Carter e Tovey, 1992] [Elloumi et al., 2014] [Phillips et al., 2015]. Ainda assim, testes computacionais realizados com o *solver* comercial CPLEX mostram que instâncias práticas do problema podem ser resolvidas através de programação linear inteira (PLI) [de Queiroz e Nepomuceno, 2017].

Dentre os estudos já realizados abordando o PAAS, o trabalho de Thongsanit [2014] foi o único encontrado até o momento que minimizou custo financeiro ao alocar aulas, referenciadas no estudo como cursos, a salas de aula. Nesse estudo o custo da sala de aula está relacionado ao número de assentos ou a sua capacidade diferentemente do proposto neste trabalho que utiliza o custo energético dos equipamentos presentes nas salas de aula.

Diante do exposto, este trabalho tem como objetivo principal solucionar o PAAS minimizando o custo energético, e consequentemente financeiro, da utilização dos locais de aula pelas aulas para o caso do Instituto Federal da Paraíba (IFPB) ($\text{PAAS}_{\text{IFPB}}$). Esse problema considera que os horários das turmas foram definidos previamente. Resumidamente, a resolução do problema irá alocar cada aula de cada turma em um espaço de horário de uma sala de aula seguindo os requisitos do problema. Um exemplo de requisito é a capacidade da sala suportar o tamanho da turma a ser alocada. A minimização de locais de aula necessários para resolver o problema é um outro objetivo buscado por uma das variações da formulação matemática proposta.

O presente trabalho propõe uma formulação matemática baseada em programação linear inteira que minimiza o custo total com energia elétrica gasto pelas aulas alocadas nas salas. A partir dessa formulação, variações no modelo matemático foram propostas baseadas em cenários distintos para o problema. A partir da aplicação do modelo constatou-se que as formulações propostas resultaram em uma relevante redução de custos quando comparadas com as soluções geradas manualmente em todos os cenários apresentados tendo como 29% a maior redução de custos, assim como uma redução de 90 para 56, 38%, na quantidade de locais de aula necessários para resolver o problema.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta os trabalhos relacionados. A Seção 3 descreve o problema. A Seção 4 introduz as formulações matemáticas propostas para o problema em questão. A Seção 5 contém os resultados computacionais dos experimentos realizados. A Seção 6 apresenta as considerações finais.

2. Trabalhos Relacionados

Numerosos estudos propõem soluções para o PAAS de tamanho e características variados utilizando heurísticas e PLI como método resolutivo há anos. Essa diversificação é consequência da particularidade de cada universidade com suas estruturas físicas e regras locais. Não há definida na literatura uma metodologia padrão para resolução do PAAS, pois dependendo das características do problema e objetivos almejados tal método pode demonstrar ser o mais apropriado ou não para o caso estudado [Wendt e Müller, 2017].

Há cerca de três décadas, Carter [1989] propôs um algoritmo heurístico baseado em um relaxamento lagrangiano para resolver o problema de alocação de aulas a salas com múltiplos períodos. Esse algoritmo é norteado pela minimização dos custos de alocar aulas a salas. No estudo, o custo é representado por uma função que reflete as preferências da gestão da Universidade de Waterloo tais como: distância entre prédio preferencial e a localização da sala alocada, utilização de assentos, sala preferenciais, entre outras. A instância utilizada no estudo envolvia aproximadamente 1400 cursos, correspondendo a 2192 turmas, e 125 salas.

A meta-heurística *Simulated Annealing* com divisão do problema em sub-problemas por horários foi a estratégia utilizada por Martinez-Alfaro e Flores-Teran [1998] devido ao tamanho elevado da instância composta de mais 3000 aulas, 200 horários e 190 salas de aula. Além dos equipamentos necessários para lecionar a aula, a solução proposta também tenta minimizar a distância entre a sala do professor e as salas de aula que ele lecionará as suas disciplinas. Dammak et al. [2006] resolveram a alocação de exame a salas associado ao problema de horários de exames. O problema foi formulado em PLI em dois casos. No primeiro caso, cada sala de aula não contém mais do que um exame. No segundo modelo esta restrição foi relaxada e o problema foi formulado como um problema de transporte.

O estudo de Constantino et al. [2010] aborda o problema da alocação de aulas em uma grande universidade com o objetivo de minimizar a distância total entre todas as salas de aula alocadas para atividades de ensino no mesmo curso. Foram apresentadas duas abordagens heurísticas iteradas, atribuição linear e atribuição de gargalos, e um terceiro algoritmo baseado na meta-heurística *variable neighbourhood search* (VNS) para solucionar o problema. O algoritmo baseado na resolução sucessiva do problema de atribuição linear teve o melhor desempenho e reduziu em mais de 50% a distância total entre as salas de aula do mesmo curso e também reduziu consideravelmente o número de alocações desfavoráveis quando comparado às soluções manuais anteriores. Kripka et al. [2011] também buscou a minimização dos deslocamento dos alunos, porém utilizando um método baseado em *Simulated Annealing*.

Aplicando a meta-heurística Busca Tabu no algoritmo proposto, Subramanian et al. [2011] apresentaram uma solução que resolve o PAAS atendendo os requisitos de qualidade definidos no estudo. Primeiramente o algoritmo gera uma solução inicial através do procedimento construtivo produzindo soluções viáveis em menos de um segundo. Posteriormente, com o objetivo de explorar os espaços de busca, a solução é refinada pela Busca Tabu usando-se movimentos de realocação e troca de aulas entre salas. A estratégia proposta foi testada em um semestre letivo de uma instituição universitária tendo gerado soluções de alta qualidade quando comparado com a solução manual.

Em Elloumi et al. [2014] o objetivo foi solucionar o problema de alocação de exames (provas) a salas de aula, problema análogo ao PAAS. Foi proposta uma redução ao máximo do tamanho do problema sem violar a sua viabilidade. Utilizou-se dois métodos de redução: arranjar os exames e salas de aula em ordem crescente de tamanho e capacidade, respectivamente, e critério de dominância. Para completar a solução parcial gerada por esses dois procedimentos de redução, adaptou-se a meta-heurística VNS para encontrar uma solução de boa qualidade para o problema. Comparando os resultados do VNS ao limite inferior gerado pelas reduções, conclui-se que o algoritmo gerou bons resultados quando aplicado à instância real do principal calendário de exames da Faculdade de Economia e Ciências da Administração da Sfax.

Buscando minimizar o número de aulas de uma mesma turma alocadas em salas distintas, Queiroga et al. [2015] apresentaram um um modelo baseado em PLI. Com o objetivo de reduzir o numero de restrições implementadas no modelo, um algoritmo que associa o problema de listar as Cliques Maximais de um Grafo com a construção do conjunto de choque de horários foi utilizado. Quando comparado ao método manual, o modelo proposto realizou a alocação para o caso estudado em um baixo tempo computacional e respeitando ao máximo as exigências do problema.

Utilizando PLI existe o estudo de Phillips et al. [2015] que resolve o PAAS orientado por uma nova formulação baseada nos padrões de problemas de alocação de sala. Essa formulação proposta generaliza os modelos existentes de programação com e sem horários descritos por Carter e Tovey [1992], mantendo a tratabilidade mesmo para grandes instâncias. Phillips et al. [2015] é capaz de resolver um modelo de programação inteiro exato para alocação de salas com rapidez suficiente para obter uma solução ótima de Pareto com relação a várias medidas de qualidade de solução com a instância utilizada no estudo. Foi demonstrado por Phillips et al. [2015] que é possível melhorar várias das soluções geradas heuristicamente usando uma abordagem exata na alocação de salas.

O único estudo encontrado até o momento que minimizou custo financeiro ao alocar aulas, referenciadas como cursos, a salas de aula foi o de Thongsanit [2014]. O custo da sala de aula está relacionado ao número de assentos ou a sua capacidade. Nesse trabalho foi utilizada a programação linear inteira e o *Excel's Premium Solver* para solucionar o problema. Foi obtida uma redução de 27,920 baht, moeda corrente da Tailândia, por semestre, em reais, por volta de R$ 3.430,00. Porém, a instância testada na solução, 115 aulas e 13 salas, tem um tamanho consideravelmente reduzido quando comparada a utilizada no presente trabalho que possui 2804 aulas e 90 locais de aula.

3. Descrição do problema

O problema descrito nesta seção, $PAAS_{IFPB}$, consiste na alocação das aulas nos locais de aula, salas de aulas e laboratórios de informática, do campus João Pessoa do IFPB (IFPB-JP). Dentre os 21 campi existentes no IFPB, o IFPB-JP é o campus de maior porte compreendendo um percentual de 43% do total de alunos em todo o instituto. O objeto de estudo deste trabalho são os cursos técnicos e de graduação, pois juntos representam aproximadamente 95% dos alunos matriculados no campus. Os outros cursos possuem locais de aula reservados, além de alguns serem ofertados por educação à distância. Os locais de aula do IFPB-JP são distribuídos em 10 blocos acadêmicos que se localizam relativamente próximos. Mesmo considerando a maior distância entre dois blocos, essa distância pode ser percorrida rapidamente. Essa é uma característica interessante, pois proporciona maior flexibilidade na alocação das turmas. Atualmente no campus, a distribuição das aulas nos locais de aula é feita de forma manual logo após a programação de horários.

No IFPB-JP, existem disciplinas das turmas que requerem apenas sala de aula para serem lecionadas. Outras disciplinas necessitam de laboratórios de informática. E por fim, há disciplinas que obrigatoriamente devem ser alocadas em seus laboratórios específicos, denominadas de disciplinas específicas. As disciplinas específicas não estão presentes nas instâncias utilizadas para testar as formulações propostas neste trabalho, pois já possuem o horário da aula reservado nos laboratórios específicos. Essas disciplinas específicas compõem 372 aulas oriundas de 109 turmas. Consequentemente no problema tratado, os laboratórios específicos, que podem ser utilizados como sala de aula ou laboratórios de informática, possuem apenas os horários disponíveis que restarem após a reserva das aulas das turmas de disciplinas específicas.

O estudo de caso em questão foi relativo ao período letivo 2018.1. O número de turmas presentes na instância do problema foi 932, representando 2804 aulas. O número de locais de aula disponíveis no campus no período em questão foi de 90 locais, sendo 55 salas de aulas, 20 laboratórios de informática e 15 locais híbridos, que podem ser utilizados tanto como salas de aula como laboratórios de informática por possuírem carteiras e computadores. O horário de aulas padrão do campus, que foi o utilizado no problema, possui aulas de segunda-feira à sexta-feira nos turnos matutino, vespertino e noturno com aulas de 50 minutos de duração. Existem 6 horários de aula nos turnos matutino e vespertino, entre 07h00 e 12h20; e 13h00 e 18h20, respectivamente. No turno noturno existem apenas 5 horários de aula entre 18h20 e 22h30.

O custo considerado é relativo ao custo energético da utilização dos seguintes equipamentos por uma aula em um local de aula: lâmpadas, ares-condicionados, projetor, computador do professor e no caso dos laboratórios de informática, o custo por computador sob demanda da quantidade alunos na turma. Os dados energéticos dos equipamentos foram obtidos através de uma coleta manual realizada nos locais de aula do campus.

Considere um conjunto de turmas $A = \{1, \ldots, n\}$, um conjunto de locais de aula L e um conjunto de horários das aulas de todas as turmas H. Além disso, sejam $B \subseteq A$ o conjunto de turmas que requerem apenas salas de aula, $C \subseteq A$ o conjunto de turmas que necessitam de laboratórios de informática, $B_k \subseteq B$ o conjunto das turmas que requerem apenas salas de aula que possuem o mesmo horário $k \in H$, $C_k \subseteq C$ o conjunto das turmas que necessitam de laboratórios de informática que possuem o mesmo horário $k \in H$, $S \subseteq L$ o conjunto das salas de aula, $I \subseteq L$ o conjunto dos laboratórios de informática, $S_i \subseteq S$ o conjunto das salas de aula que suportam a quantidade de alunos presente na turma $i \in B$, $I_i \subseteq I$ o conjunto dos laboratórios de informática que suportam a quantidade de alunos presente na turma $i \in C$ e $H_i \subseteq H$ o horários das aulas de uma turma $i \in A$.

Considere ainda c_j o custo de qualquer aula em um local de aula $j \in L$, m_j o custo da utilização de um computador por aluno em laboratório de informática $j \in I$ e q_i a quantidade de alunos presente na turma $i \in C$. Os locais de aula híbridos estão contidos tanto em S como em I, porém essa duplicação é tratada com as restrições que serão apresentadas nas formulações matemáticas posteriormente.

O $\text{PAAS}_{\text{IFPB}}$ consiste em alocar as turmas que requerem apenas salas de aula, elementos do conjunto B, as salas de aula, elementos do conjunto S, assim como alocar as turmas que necessitam de laboratórios de informática, elementos do conjunto C, aos laboratórios de informática, elementos do conjunto I, respeitando o limite de capacidade de cada local de aula. Primeiramente o objetivo é encontrar uma solução que tenha um custo energético mínimo. Em uma outra formulação, o objetivo é minimizar a quantidade de locais de aula necessários para alocar todas as aulas.

4. Formulações Matemáticas

A presente seção descreve as formulações matemáticas propostas neste trabalho. A formulação F1 tem como objetivo a minimização de custos energéticos com a utilização dos locais de aula pelas aulas das turmas. A formulação F2 é uma variação da formulação F1 onde não há necessidade de todas as aulas de uma mesma turma estarem na mesma sala. A formulação F3 almeja reduzir a quantidade de locais de aula necessários para alocação de todas as aulas das turmas. Por fim, é proposta a formulação F4, análoga a formulação F2, porém uma variante da formulação F3.

4.1. Formulação F1

Para a formulação F1, foram utilizadas quatro tipos de variáveis de decisão. Defina y_{ij} como sendo uma variável binária que assumirá o valor 1 quando uma turma $i \in B$ for alocada em um local de aula $j \in S_i$ e x_{ikj} como sendo uma variável binária que assumirá o valor 1 quando o horário da aula $k \in H_i$ da turma $i \in B$ for alocada em um local de aula $j \in S_i$. Analogamente as variáveis y_{ij} e x_{ikj}, tem-se as variáveis u_{ij} e t_{ikj} respectivamente, porém relacionadas as conjuntos C e I_i. O modelo de programação linear inteira implementado é apresentado a seguir.

$$\text{Min} \sum_{i \in B} \sum_{k \in H_i} \sum_{j \in S_i} c_j x_{ikj} + \sum_{i \in C} \sum_{k \in H_i} \sum_{j \in I_i} (c_j + q_i m_j) t_{ikj} \tag{1}$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned}
\sum_{j \in S_i} x_{ikj} &= 1, & \forall i \in B, \forall k \in H_i && (2)\\
\sum_{j \in I_i} t_{ikj} &= 1, & \forall i \in C, \forall k \in H_i && (3)\\
\sum_{i \in B_k} x_{ikj} + \sum_{i \in C_k} t_{ikj} &\leq 1, & \forall j \in L, \forall k \in H && (4)\\
x_{ikj} &= y_{ij}, & \forall i \in B, \forall k \in H_i, \forall j \in S_i && (5)\\
t_{ikj} &= u_{ij}, & \forall i \in C, \forall k \in H_i, \forall j \in I_i && (6)\\
y_{ij} &\in \{0,1\}, & \forall i \in B, \forall j \in S_i && (7)\\
x_{ikj} &\in \{0,1\}, & \forall i \in B, \forall k \in H_i, \forall j \in S_i && (8)\\
u_{ij} &\in \{0,1\}, & \forall i \in C, \forall j \in I_i && (9)\\
t_{ikj} &\in \{0,1\}, & \forall i \in C, \forall k \in H_i, \forall j \in I_i. && (10)
\end{aligned}$$

A função objetivo (1) minimiza o custo energético da utilização de locais de aula pelas aulas das turmas. As restrições (2) obrigam todas as aulas das turmas que pertencem a B serem alocadas em alguma sala de aula que suporte a quantidade de alunos na turma. As restrições (3) forçam todas as aulas das turmas que pertencem a C serem alocadas em algum laboratório de informática que suporte a quantidade de alunos na turma. As restrições (4) limitam que um horário de um local de aula possua mais de aula alocada. As restrições (5) impõem que caso uma aula de uma turma que pertence a B seja alocada em uma sala de aula, todas as outras aulas desta mesma turma sejam alocadas naquela mesma sala de aula. As restrições (6) obrigam que caso uma aula de uma turma que pertence a C seja alocada em um laboratório de informática, todas as outras aulas desta mesma turma sejam alocadas naquele mesmo laboratório de informática. As restrições (7), (8), (9) e (10) determinam a natureza das variáveis de decisão.

4.2. Formulação F2

A formulação F2 é uma variação da formulação F1 onde não há necessidade de todas as aulas de uma mesma turma estarem na mesma sala. Nela as restrições (5) e (6) são suprimidas para permitir a alocação de aulas de uma turma em salas diferentes, isto é, F2 é dada por (2)–(4) e (7)–(10). Embora possa ser considerado indesejado na prática, o intuito de relaxar tais restrições é de quantificar os potenciais ganhos em termos de economia de energia de se adotar tal estratégia.

4.3. Formulação F3

A formulação F3 visa determinar o número mínimo de locais de aula. Nela foi utilizada mais uma variável de decisão binária z_j que assumirá o valor 1 quando um local de aula for utilizado por pelo menos uma aula. Além dessa nova variável, a função objetivo foi substituída e novas restrições foram adicionados com relação à F1. A formulação F3 pode ser escrita da seguinte forma.

$$\text{Min} \sum_{j \in L} z_j \tag{11}$$

Sujeito a:

$$(2) - (10)$$
$$z_j \geq x_{ikj}, \qquad \forall i \in B, \forall k \in H_i, \forall j \in S_i \tag{12}$$
$$z_j \geq t_{ikj}, \qquad \forall i \in C, \forall k \in H_i, \forall j \in I_i \tag{13}$$
$$z_j \in \{0, 1\}, \qquad \forall j \in L. \tag{14}$$

A função objetivo (11) minimiza a quantidade de locais de aula necessários para alocação de todas as aulas. As restrições (12) indicam a utilização de um local de aula caso uma aula de uma turma que pertence a B seja alocada nesse local. As restrições (13) apontam a utilização de um local de aula caso uma aula de uma turma que pertence a C seja alocada nesse local. As restrições (14) determinam a natureza das variáveis de decisão.

4.4. Formulação F4

Análoga a formulação F2, a formulação F4 não obriga todas as aulas de uma mesma turma a estarem na mesma sala. As restrições (5) e (6) são suprimidas para permitir a alocação de aulas de uma turma em salas diferentes, possibilitando assim um solução diferente da formulação F3, pois é menos restritiva. Logo, a formulação F4 é dada por (2)–(4), (7)–(10) e (11)-(14).

5. Resultados computacionais

Os experimentos computacionais foram realizados em um computador com processador Intel® Core™ i5 com 1.80 GHz, 8.0 GB de memória RAM e sistema operacional macOS Mojave. A linguagem de programação utilizada nas implementações dos modelos matemáticos foi C++ e o *solver* de programação linear inteira adotado foi o CPLEX versão 12.7.

As instâncias utilizadas para testar os modelos matemáticos foram extraídas do sistema acadêmico do IFPB baseadas na alocação manual realizada no período 2018.1. Devido aos locais de aula híbridos os seguintes cenários de instância foram utilizados: cenário 1 (priorizando salas de aula) e cenário 2 (priorizando laboratórios de informática). Para isso, foram necessárias algumas definições para a geração dos seguintes conjuntos presentes no modelo matemático: B e C.

No cenário 1, definiu-se que caso uma disciplina das turmas A tenha sido alocado ao menos um vez em uma sala de aula as turmas daquela disciplina poderiam ser alocadas em salas de aula, dessa forma gerando B. Por exclusão, C é formado pelas turmas das disciplinas que foram exclusivamente alocadas em laboratórios de informática na solução manual. O cenário 2, é o inverso do cenário 1, ou seja, caso uma disciplina das turmas A tenha sido alocada ao menos um vez em um laboratório de informática as turmas dessa disciplina estarão contida em C. Analogamente,

B é formado pelas turmas das disciplinas que foram exclusivamente alocadas em salas de aula na solução manual.

A instância, chamada de Completa, contém todos os locais de aula disponíveis. Para aumentar o leque de possibilidades no presente estudo de caso, as formulações F1 e F2 foram testadas com instâncias que possuem como locais de aula as soluções apresentadas pelas formulações F3 e F4, as quais foram nomeadas de Solução$_{F3}$ e Solução$_{F4}$, respectivamente. Embora em todos cenários e formulações a quantidade mínima de locais foi sempre a mesma, esse conjunto mínimo de locais se diferenciou em todos os casos. Os quantitativos de dados dos principais conjuntos utilizados em cada instância são apresentados na Tabela 1, salientando que a quantidade presente na coluna L não representa a soma das colunas S e I devido a existência dos locais de aula híbridos.

Tabela 1: Dados quantitativos dos principais conjuntos das instâncias testadas

Cenário	**Instância**	A	B	C	H	L	S	I
1	Completa	932	777	155	2804	90	70	35
2	Completa	932	635	297	2804	90	70	35
1	Solução$_{F3}$	932	777	155	2804	56	45	20
2	Solução$_{F3}$	932	635	297	2804	56	41	28
1	Solução$_{F4}$	932	777	155	2804	56	49	20
2	Solução$_{F4}$	932	635	297	2804	56	40	30

Em ambos os cenários foram considerados o período regular do período letivo, 100 dias letivos, para o cálculo do total de kWh consumidos e a tarifa com impostos cobrada pelo KWh consumido pela concessionária de energia elétrica do estado da Paraíba como sendo R$ 0,82961. Para refletir valores monetários atualizados foi considerada a tarifa cobrada ao poder público no mês de abril de 2019.

Na implementação das formulações matemáticas, já de posse das instâncias a serem testadas, foi realizado um pré-processamento para construção de todos os conjuntos descritos na Seção 3 onde seu tempo de execução pode ser considerado desprezível.

5.1. Minimização de locais de aula

Inicialmente são apresentados os resultados das formulações F3 e F4 nos cenários expostos anteriormente para um melhor entendimento das Tabelas 4 e 6 que serão descritas a seguir. A Tabela 2 exibe um comparativo com a solução manual e os resultados obtidos com as formulações F3 e F4. A coluna **Cenário** indica em qual cenário a formulação foi testada com a instância Completa. A coluna **QL$_{\textbf{manual}}$** apresenta a quantidade de locais de aula utilizados pela solução manual para alocar todas as turmas. **QL$_{\textbf{minimizado}}$** apresenta a quantidade mínima de locais de aula necessários para alocar as mesmas turmas da alocação manual caso a solução da formulação fosse utilizada. A coluna **Redução** indica o percentual de locais de aula que poderiam não ser utilizados com a solução da formulação. **T(s)** indica o tempo de execução em segundos.

Tabela 2: Resultados relativos a minimização de locais de aula

Formulação	**Cenário**	**QL$_{\textbf{manual}}$**	**QL$_{\textbf{minimizado}}$**	**Redução**	**T(s)**
F3	1	90	56	37,78%	16,56
F4	1	90	56	37,78%	11,08
F3	2	90	56	37,78%	25,01
F4	2	90	56	37,78%	9,06

As formulações F3 e F4, que minimizam a quantidade de locais de aula necessários para alocação de todas as aulas das turmas, conseguem um resultado expressivo quando reduzem de 90 para 56 a quantidade de locais necessários. As formulações F3 e F4 apresentaram o mesmo resultado quantitativo nos cenários 1 e 2. Apesar de possuírem o mesmo resultado de 56 locais, apresentam soluções diferentes no conjunto mínimo de locais de aula tanto nas formulações quanto nos cenários definidos. Utilizando a formulação F3 no cenário 2 registrou-se o maior tempo de execução contabilizado, 25,01 segundos, que é um tempo bastante inferior quando comparado ao tempo gasto por uma possível solução manual.

Com a progressiva expansão das instituições de ensino como um todo, com a criação de novos cursos, na visão do gestor esta é uma informação interessante. Dependendo da situação financeira institucional, não haveria necessidade da construção de novos locais de aula, excluindo logicamente os laboratórios específicos, a cada vez que a instituição fosse expandida.

5.2. Cenário 1: priorizando salas de aula

A Tabela 3 apresenta os resultados do cálculo da alocação manual realizada no período 2018.1 no cenário 1. A coluna **kWh** representa o total de kWh consumido no período e a coluna **Custo** representa o quanto, em reais, esse total de kWh custou.

Tabela 3: Dados da alocação manual para o cenário 1

kWh	Custo
179.991,67	R$ 149.322,89

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos com as formulações F1 e F2, assim como um comparativo entre essas formulações e a solução manual. A coluna **Instância** informa qual instância foi utilizada. A coluna **kWh** representa o total de kWh que seria consumido no período e a coluna **Custo** representa o quanto, em reais, esse total de kWh custaria. A coluna **Redução** exibe o percentual que seria reduzido em relação a alocação manual e a coluna **Economia** é o valor estimado, em reais, que seria economizado caso a solução da formulação fosse utilizada. **T(s)** indica o tempo de execução em segundos.

Tabela 4: Resultados para o cenário 1 relativos a minimização de custos

Formulação	Instância	kWh	Custo	Redução	Economia	T(s)
F1	Completa	129.674,33	R$ 107.579,12	27,96%	R$ 41.743,76	63,76
F2	Completa	127.779,67	R$ 106.007,29	29,01%	R$ 43.315,60	4,40
F1	Solução_{F3}	150.836,17	R$ 125.135,19	16,20%	R$ 24.187,69	126,14
F2	Solução_{F3}	148.149,00	R$ 122.905,89	17,69%	R$ 26.416,99	3,92
F1	Solução_{F4}	156.773,83	R$ 130.061,14	12,90%	R$ 19.261,75	256,04
F2	Solução_{F4}	155.100,17	R$ 128.672,65	13,83%	R$ 20.650,24	4,68

As formulações F1 e F2 resolvem o $\text{PAAS}_{\text{IFPB}}$ no cenário 1 apresentando uma redução considerável de custos em um tempo de execução aceitável para todas as instâncias testadas. Como a formulação F2 possui um modelo menos restrito devido inexistência da obrigatoriedade de todas as aulas de uma mesma turma estarem no mesmo local de aula, a sua redução é sempre superior ao obtido pela formulação F1. Embora exista essa diferença, ela pode não ser tão significante quando comparada a um possível transtorno pedagógico institucional que acarretaria as aulas de uma mesma turma estarem distribuídas em diversas locais de aula diferentes.

Considerando a formulação F1, que é a mais próxima dos requisitos informados pela instituição, e a instância Completa, estima-se uma relevante economia anual de 100.634,68 kWh, em reais, R$ 83.487,52. Ainda com a formulação F1, caso fosse utilizada a instância da Solução$_{F3}$, que possui apenas 56 locais de aula, a instituição teria uma redução anual estimada de R$ 48.375,38, ou seja, seria possível utilizar 34 locais de aula para outros fins institucionais e ainda assim ter uma significante economia. Caso o momento institucional necessita-se da maior redução de custos possível, utilizando a formulação F2 e a instância Completa a instituição alcançaria uma economia máxima anual estimada de R$ 86.631,20. Essa possibilidade de redução de custos apenas rearranjando a distribuição das aulas nas salas é uma informação extremamente valiosa para as instituições de ensino. Proporciona aos seus gestores, conforme finanças da instituição, diminuir gastos que podem auxiliar na manutenção institucional.

O menor percentual de redução obtido, 12,90%, foi o que marcou o maior de tempo execução registrado de 256,04 segundos. Embora esse tempo tenha sido o mais elevado, ele é excessivamente menor quando comparado ao tempo gasto para produzir uma solução com a alocação manual. Enquanto a formulação F1 demandou em torno de 4 minutos para gerar uma solução com a instância Solução$_{F4}$, a solução manual dispendeu dias de trabalho para ser concluída. Em todas as instâncias utilizadas, a formulação F2 apresentou tempos de execução bem inferiores em comparativo com a formulação F1. Isso se deve ao fato da formulação F2 possuir uma menor complexidade de resolução, pois não possui as restrições (5) e (6) presentes em seu modelo matemático.

5.3. Cenário 2: priorizando laboratórios de informática

A composição das colunas da Tabelas 5 e 6 é a mesma das Tabelas 3 e 4. O cenário 2 é uma outra perspectiva apresentada que prioriza a utilização dos laboratórios de informática. Os resultados obtidos nesse cenário são semelhantes aos alcançados pelo cenário 1. Apesar de apresentarem custos naturalmente mais elevados devido a contabilização dos computadores, em comparação com o cenário 1 possuem uma economia levemente inferior. Essa diferença mínima entre os cenários oferece um amplitude maior de possibilidades aos gestores da instituição, pois dependendo da situação financeira e o planejamento pedagógico institucional, pode ser utilizada no processo de tomada de decisão.

Tabela 5: Dados da alocação manual para o cenário 2

kWh	Custo
206.838,33	R$ 171.595,15

Tabela 6: Resultados para o cenário 2 relativos a minimização de custos

Formulação	Instância	kWh	Custo	Redução	Economia	T(s)
F1	Completa	158.206,00	R$ 131.249,28	23,51%	R$ 40.345,87	38,25
F2	Completa	155.623,00	R$ 129.106,40	24,76%	R$ 42.488,75	3,75
F1	Solução$_{F3}$	181.748,33	R$ 150.780,23	12,13%	R$ 20.814,91	143,2
F2	Solução$_{F3}$	178.541,67	R$ 148.119,95	13,68%	R$ 23.475,20	3,47
F1	Solução$_{F4}$	180.656,67	R$ 149.874,58	12,66%	R$ 21.720,57	89,43
F2	Solução$_{F4}$	177.781,67	R$ 147.489,45	14,05%	R$ 24.105,70	3,51

Pode-se destacar como diferença ao cenário 1, os resultados apresentados quando foram utilizadas instâncias com a quantidade de locais minimizada. No cenário 1 a instância Solução$_{F3}$

indicou a maior redução de custos, enquanto no cenário 2 foi a instância Solução_{F4} que apresentou uma maior economia.

Os tempos de execução no cenário 2 foram ligeiramente menores que os tempos do cenário 1. Isso pode ser explicado devido ao número inferior de restrições presentes nas formulações propostas neste cenário. Como existem menos laboratórios de informática que salas de aula, as possibilidades de alocação das turmas que requerem laboratórios de informática diminuem. A mesma relação entre os tempos das formulações F1 e F2, discutida no cenário 1, se manteve no cenário 2.

6. Considerações finais

O presente trabalho apresentou um estudo para o problema de alocação de aulas a salas, mais especificamente, para o caso IFPB. Foram propostas formulações matemáticas que tinham como objetivo a redução de custos com energia elétrica ao alocar as aulas das turmas no locais de aula, assim como uma formulação para minimizar a quantidade de locais de aula necessários para que todas as aulas sejam alocadas nas salas. Reduções relevantes foram encontradas ao se resolver o problema utilizando as formulações propostas. No cenário mais próximo da realidade da instituição, uma formulação apresentou uma redução anual de 27,96%, em kWh, 100.634,68 kWh, possibilitando uma economia estimada de R$ 83.487,52. Quanto a quantidade mínima necessária de locais de aula para alocar todas as aulas encontrou-se um redução de 90 para 56 locais. Dessa forma, o presente estudo demonstrou que as formulações matemáticas propostas utilizando PLI resolveram o PAAS para o caso estudado gerando um expressivo potencial de economia energética, além da diminuição no quantitativo de locais de aula obrigatórios.

Embora os resultados obtidos com as soluções propostas terem sido norteadas por um caso específico, é possível, com nenhuma ou pouca modificação, utilizar as soluções em outras instituições de ensino de grande e médio porte, públicas ou privadas, pois as regras colocadas pelo IFPB são semelhantes as utilizadas pela grande maioria dessas instituições. Podendo, ainda assim, serem utilizadas por centros ou departamentos dessas instituições que possuam exclusividade na utilização de locais de aula.

Como trabalho futuro, pretende-se testar as formulações propostas nas instâncias do período 2019.1 do IFPB-JP, assim como nos outros campi do instituto, para ratificar os resultados obtidos neste estudo.

Referências

Carter, M. W. (1989). A Lagrangian Relaxation Approach To The Classroom Assignment Problem. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 27(2):230–246. ISSN 0315-5986.

Carter, M. W. e Tovey, C. A. (1992). When Is the Classroom Assignment Problem Hard? *Operations Research*, 40(1-supplement-1):S28–S39. ISSN 0030-364X.

Constantino, A. A., Marcondes Filho, W., e Landa-Silva, D. (2010). Iterated heuristic algorithms for the classroom assignment problem. *Proceedings of the 8th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling - PATAT, Belfast*, p. 152–166.

Dammak, A., Elloumi, A., e Kamoun, H. (2006). Classroom assignment for exam timetabling. *Advances in Engineering Software*, 37(10):659–666. ISSN 09659978.

de Queiroz, D. L. e Nepomuceno, N. V. (2017). Um Modelo Em Programação Linear Inteira Para Alocação De Disciplinas: Um Estudo De Caso No Curso De Ciência Da Computação Da Universidade De Fortaleza. *XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2017, Blumenau. Anais do XLIX SBPO*.

Elloumi, A., Kamoun, H., Jarboui, B., e Dammak, A. (2014). The classroom assignment problem: Complexity, size reduction and heuristics. *Applied Soft Computing Journal*, 14(PART C):677–686. ISSN 15684946.

Jardim, R. D. e de Carvalho, R. (2018). SCAP - Software web para o problema de alocação de salas. *L SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2018, Rio de Janeiro. Anais do L SBPO*.

Kripka, R. M. L., Kripka, M., e da Silva, M. C. (2011). Formulação para o problema de alocação de salas de aula com minimização de deslocamentos. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (XLIII SBPO), 2011, Ubatuba,SP,BR. Anais do XLIII SBPO, 2011. v. 43. p. 1-12*, p. 1941–1951.

Martinez-Alfaro, H. e Flores-Teran, G. (1998). Solving the classroom assignment problem with simulated annealing. *SMC'98 Conference Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (Cat. No.98CH36218)*, 4:3703–3708. ISSN 08843627.

Phillips, A. E., Waterer, H., Ehrgott, M., e Ryan, D. M. (2015). Integer programming methods for large-scale practical classroom assignment problems. *Computers and Operations Research*, 53: 42–53. ISSN 03050548.

Queiroga, E. V., Bulhões Júnior, T. L., Cabral, L. d. A. F., da Costa, L. C. A., e Subramanian, A. (2015). Problema de Alocação de Aulas: O Caso da Central de Aulas da UFPB. *XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2015, Porto de Galinhas. Anais do XLVII SBPO*.

Subramanian, A., Medeiros, J. M. F., Formiga, L. D. A., e Souza, M. J. F. (2011). Alocação De Aulas a Salas Em Uma Instituição Universitária. *Revista Produção Online*, 11(1):54–75.

Thongsanit, K. (2014). Solving the Course-Classroom Assignment Problem for a University. *Silpakorn University Science and Technology Journal*, 8(1):46–52.

Wendt, J. F. M. e Müller, F. M. (2017). Problema de Alocação de Salas no Centro de Tecnologia – UFSM com um Modelo Matemático Multi-Índice. *XLIX SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2017, Blumenau. Anais do XLIX SBPO*.