

Lista 3

- Prove que as alfabetos $\{\neg, \wedge\}$, $\{\neg, \vee\}$, $\{\text{mamd}\}$, $\{\text{mor}\}$.

alfabeto \neg, \vee :

$$* \neg P \equiv \neg P$$

$$* P \vee Q \equiv P \vee Q$$

$$* P \wedge Q \equiv \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

$$* P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$

$$* P \leftrightarrow Q \equiv \neg(P \vee \neg Q) \vee \neg(Q \vee \neg P)$$

alfabeto \neg, \wedge :

$$* \neg P \equiv \neg P$$

$$* P \wedge Q \equiv P \wedge Q$$

$$* P \vee Q \equiv \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

$$* P \rightarrow Q \equiv \neg(P \wedge \neg Q)$$

$$* P \leftrightarrow Q \equiv \neg(P \wedge \neg Q) \wedge \neg(Q \wedge \neg P)$$

alfabeto mamd : $(P \text{ mamd } Q) \equiv (\neg(P \wedge Q))$

$$* \neg P \equiv (P \text{ mamd } P)$$

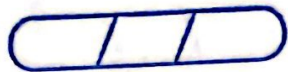
$$* P \vee Q \equiv ((P \text{ mamd } P) \text{ mamd } (Q \text{ mamd } Q))$$

$$* P \wedge Q \equiv ((P \text{ mamd } P) \text{ mamd } (Q \text{ mamd } Q)) \text{ mamd } ((P \text{ mamd } P) \text{ mamd } (Q \text{ mamd } Q))$$

$$* P \rightarrow Q \equiv (P \text{ mamd } (Q \text{ mamd } Q))$$

$$* P \leftrightarrow Q \equiv (P \text{ mamd } (Q \text{ mamd } Q)) \text{ mamd } (Q \text{ mamd } (P \text{ mamd } P))$$

layer igual



alfabeto min : $(P \text{ min } Q) \equiv (\neg(P \vee Q))$

* $\neg P \equiv (P \text{ min } P)$

* $P \vee Q \equiv (((P \text{ min } P) \text{ min } (Q \text{ min } Q)) \text{ min } ((P \text{ min } P) \text{ min } (Q \text{ min } Q)))$

* $P \wedge Q \equiv ((P \text{ min } P) \text{ min } (Q \text{ min } Q))$

* $P \rightarrow Q \equiv (((P \text{ min } P) \text{ min } ((Q \text{ min } Q) \text{ min } (Q \text{ min } Q))) \dots$

* $P \leftrightarrow Q \equiv (((P \text{ min } P) \text{ min } ((Q \text{ min } Q) \text{ min } (Q \text{ min } Q))) \dots$
 $((Q \text{ min } Q) \text{ min } ((P \text{ min } P) \text{ min } (P \text{ min } P))) \dots$

2 - $E = (P \leftrightarrow Q) \vee (R \rightarrow S)$ operas usando \neg, \vee
 $\neg(P \vee \neg Q) \vee \neg(Q \vee \neg P) \vee (\neg R \vee S)$

3 - $H = P \wedge (R \rightarrow S)$ operas usando min
 $((P \text{ min } (R \text{ min } (S \text{ min } S))) \text{ min } (P \text{ min } (R \text{ min } (S \text{ min } S))))$

4 - a) Não tem como

b) Tem $(P \rightarrow Q) \rightarrow Q$

5 - $\neg(P \vee Q) \rightarrow R$

P	Q	R	$(P \wedge Q)$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg(P \wedge Q) \rightarrow R$
T	T	T	T	F	T FND
T	T	F	T	F	T FND
T	F	T	F	T	T FND
T	F	F	F	T	F FNC
F	T	T	F	T	T FND
F	T	F	F	T	F FNC
F	F	T	F	T	T FND
F	F	F	F	T	F FNC

FND: $(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$

FNC: $(\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee R)$

$$6 - H = ((P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \leftrightarrow R)) \leftrightarrow (\neg R \wedge \neg P) \text{ usando } \neg, \vee$$

$$((\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg(\neg Q \vee \neg R) \vee \neg(R \vee \neg Q))) \leftrightarrow (\neg R \wedge \neg P))$$

'''

$$\leftrightarrow \neg(\neg R \vee \neg P)$$

$$\neg((\neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg(\neg Q \vee \neg R) \vee \neg(R \vee Q))) \vee \neg(\neg(R \vee P))) \vee$$

$$\neg(\neg(P \vee P)) \vee (\neg(\neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg(\neg Q \vee \neg R) \vee \neg(R \vee Q))))$$

P	Q	R	H
T	T	T	T FND
T	T	F	F FNC
T	F	T	T FND
T	F	F	T FND
F	T	T	T FND
F	T	F	T FND
F	F	T	F FNC
F	F	F	F FNC

$$FND: (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R)$$

$$FNC: (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R)$$

$$\neg H = (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (R \wedge P)$$

P	Q	R	H
T	T	T	T FND
T	T	F	F FNC
T	F	T	F FNC
T	F	F	T FND
F	T	T	F FNC
F	T	F	F FNC
F	F	T	F FNC
F	F	F	F FNC

$$FND: (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$$

$$FNC: (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R)$$

$$\neg G = (P \leftrightarrow Q) \rightarrow (P \vee Q)$$

P	Q	G	
T	T	T	FND
T	F	T	FND
F	T	T	FND
F	F	F	FNC

$$FND: (P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$$

$$FNC: (P \vee Q)$$

F

tilibra

8. $\beta = \{ \neg S \rightarrow P, R \vee \neg P, \neg S \} \vdash P$

Aplicar equivalência em (1):

$\neg P \rightarrow S(5)$

MP em (4) e (5):

$S(6)$

o (3) e (6) se contradiz //

$\neg S \rightarrow P(1)$

$R \vee \neg P(2)$

$\neg S(3)$

$\neg P(4)$

9. $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash C$

$A \rightarrow B(1)$

MP em (1) e (3):

$B \rightarrow C(2)$

$B(4)$

$A(3)$

MP em (2) e (4):

$C //$

10. $P = \text{amanha hoje é domingo}$

$Q = \text{Manuel está feliz}$

$R = \text{ele é amarelo}$

$S = \text{Maria está feliz}$

$\neg P \vee Q(1)$

$Q \rightarrow R(2)$

$S \vee \neg R(3)$

$P(4)$

Prop. subs. em (1):

$P \rightarrow Q(5)$

Prop. subs em (3):

$R \rightarrow S(6)$

Teorema: Maria está feliz

MP em (5) e (4): $Q(7)$

MP em (2) e (7): $R(8)$

MP em (6) e (8): $S //$

11. $P = \text{me enviar o email}$

$Q = \text{termino de escrever o programa}$

$R = \text{meu dormir cedo}$