

Lab 5: Método dos Mínimos Quadrados

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Para este exercício, considere a representação de matrizes por vetor de ponteiros do Lab 0 e o método de solução de sistemas lineares do Lab 3. *Se usar os códigos dos laboratórios anteriores, envie suas implementações junto com a solução deste laboratório para a correção.* Se preferir, você pode copiar as funções necessárias já existentes para o código deste exercício.

Podemos resolver um sistema inconsistente na forma $A_{m \times n} x_n = b_m$, com $m > n$, através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Na sua forma mais direta, a solução do MMQ é feita resolvendo o sistema linear $n \times n$ definido pela equação normal:

$$A^T A \bar{x} = A^T b$$

onde A^T representa a matriz transposta de A e \bar{x} a solução aproximada do problema. O erro do método pode ser avaliado pelo vetor residual $r = b - A\bar{x}$. Como métrica de erro, podemos usar a norma-2 desse vetor:

$$e = \|r\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m r_i^2}$$

Pede-se:

1. Implemente uma função que resolva o sistema $A_{m \times n} x_n = b_m$ pelo método dos mínimos quadrados. A função também recebe como parâmetro o vetor \bar{x} , já alocado com dimensão n , que deve ser preenchido com a solução aproximada. A função deve retornar a norma-2 do vetor resíduo, que indica o quão ajustado está a solução.

```
double mmq (int m, int n, double** A, double* b, double* x);
```

Para testar sua implementação, escreva um código que resolva os sistemas inconsistentes abaixo usando o MMQ. Para cada sistema, exiba na tela o vetor que representa a solução aproximada e seu respectivo erro associado (norma-2).

$$\text{i. } \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ -5 \\ 15 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ii. } \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Agrupe os protótipos das funções pedidas em um módulo “mmq.h” e as implementações em um módulo “mmq.c”. Escreva um outro módulo “main.c” para o código de teste da sua implementação.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos “mmq.h”, “mmq.c” e “main.c”, e eventuais códigos de laboratórios passados usados na solução) devem ser enviados via página da disciplina no EAD até o final da aula. O sistema receberá trabalhos com atraso (com perda de 1 ponto na avaliação) até o final do dia.