

INF1608 – Análise Numérica

Lab 9: Equações Diferenciais Ordinárias (EDO)

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Para equações diferenciais ordinárias expressas por:

$$y'(t) = f(t, y(t))$$

considere o método iterativo do **Ponto Médio** para resolução de problemas de valor inicial, considerando passos h constantes.

$$\begin{aligned}\overline{\Delta y} &= hf(t, y(t)) \\ y(t+h) &= y(t) + hf\left(t + \frac{h}{2}, y(t) + \frac{\overline{\Delta y}}{2}\right)\end{aligned}$$

Considere ainda o uso de passos adaptativos com o método do Ponto Médio. Para tanto, fazem-se um avanço com passo h , obtendo uma aproximação y_1 , e dois avanços com passos $h/2$, obtendo uma aproximação y_2 . Sabe-se que a diferença $\Delta = y_2 - y_1$ pode ser usada para avaliar o erro associado a y_2 : $e = \frac{\Delta}{3}$.

O método adaptativo faz um avanço computando y_1 e y_2 . O fator de alteração do passo é então dado por $\gamma = \sqrt[3]{\frac{\tau}{|e|}}$, onde τ representa a tolerância numérica adotada. Então, se:

- Se $\gamma \geq 1$, valida-se o avanço ($y = y_2 + e$) e atualiza-se o valor do passo: $h_{novo} = \gamma h$.
- Se $\gamma < 1$, deve-se refazer o avanço com o passo atualizado: $h_{novo} = \gamma h$.

1. Pede-se:

- (a) Implemente o método do Ponto Médio com passos constantes. Sua função deve receber como parâmetros o tempo inicial t_0 , o tempo final t_1 , o passo de integração h , o valor inicial $y(t_0) = y_0$ e a função derivada $f(t, y(t))$, tendo como retorno o valor no tempo final $y(t_1)$, seguindo o protótipo:

```
double PontoMedio (double t0, double t1, double h, double y0,  
                  double (*f) (double t, double y));
```

- (b) Implemente o método do Ponto Médio adaptativo, limitando o fator de correção do passo, $\gamma \leq 1.2$. Sua função deve receber como parâmetros, o tempo inicial t_0 , o tempo final t_1 , o passo de integração inicial h_0 , o valor inicial $y(t_0)$, a função derivada $f(t, y(t))$ e a tolerância τ , tendo como retorno o valor no tempo final $y(t_1)$, seguindo o protótipo:

```
double PontoMedioAdapt (double t0, double t1, double h0, double y0,  
                       double (*f) (double t, double y), double tol);
```

Na implementação das duas funções, deve-se observar que, somando a t_0 valores de passos h , não necessariamente alcançamos com exatidão o valor t_1 , exigindo que a condição de alcance do tempo t_1 deva considerar imprecisões numéricas.

2. Para testar suas funções, avalie $y(2.4)$ sabendo que $y' = ty + t^3$, com $y(0) = -1$. Para o método com passo fixo, avalie usando $h = 0.01$, $h = 0.001$ e $h = 0.0001$; para o método com passo adaptativo, use o valor 0.0001 tanto como passo inicial como valor de tolerância. Sabe-se que a solução desta EDO para $y(0) = -1$ é:

$$y(t) = e^{\frac{t^2}{2}} - t^2 - 2$$

Compare os resultados obtidos pelos métodos numéricos calculando o *erro relativo* para cada caso e verificando o número de avaliações da função derivada em cada caso.

Agrupe os protótipos das funções pedidas em um módulo “ode.h” e as implementações em um módulo “ode.c”. Escreva o teste em outro módulo “main.c”.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos “ode.c”, “ode.h” e “main.c” (*e eventuais códigos de laboratórios passados usados na solução*)) deve ser enviado via página da disciplina no EAD até o final da aula. O sistema receberá trabalhos com atraso (com perda de 1 ponto na avaliação) até o final do dia.