17. $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 7}}\,dx$

18. $\displaystyle\int \frac{dx}{[(ax)^2 - b^2]^{3/2}}$

19. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x}\,dx$

20. $\displaystyle\int \frac{t}{\sqrt{25 - t^2}}\,dt$

21. $\displaystyle\int_0^{0,6} \frac{x^2}{\sqrt{9 - 25x^2}}\,dx$

22. $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^2 + 1}\,dx$

23. $\displaystyle\int \sqrt{5 + 4x - x^2}\,dx$

24. $\displaystyle\int \frac{dt}{\sqrt{t^2 - 6t + 13}}$

25. $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1}}\,dx$

26. $\displaystyle\int \frac{x^2}{(3 + 4x - 4x^2)^{3/2}}\,dx$

27. $\displaystyle\int \sqrt{x^2 + 2x}\,dx$

28. $\displaystyle\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 2x + 2)^2}\,dx$

29. $\displaystyle\int x\sqrt{1 - x^4}\,dx$

30. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos t}{\sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 t}}\,dt$

31. (a) Use substituição trigonométrica para mostrar que

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right) + C$$

(b) Use a substituição hiperbólica $x = a \operatorname{senh} t$ para mostrar que

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

Essas fórmulas estão interligadas pela Fórmula 3.11.3.

32. Calcule

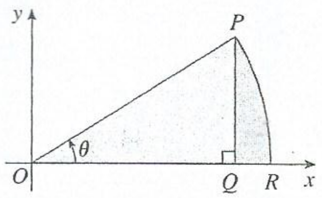
$$\int \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\,dx$$

(a) por substituição trigonométrica.
(b) pela substituição hiperbólica $x = a \operatorname{senh} t$.

33. Encontre o valor médio de $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}/x$, $1 \leq x \leq 7$.

34. Encontre a área da região delimitada pela hipérbole $9x^2 - 4y^2 = 36$ e a reta $x = 3$.

35. Demonstre a fórmula $A = \frac{1}{2}r^2\theta$ para a área de um setor circular com raio r e ângulo central θ. [*Sugestão*: Suponha $0 < \theta < \pi/2$ e coloque o centro do círculo na origem; assim ele terá a equação $x^2 + y^2 = r^2$. Então A é a soma da área do triângulo POQ e da área da região PQR na figura.]



36. Calcule a integral

$$\int \frac{dx}{x^4\sqrt{x^2 - 2}}$$

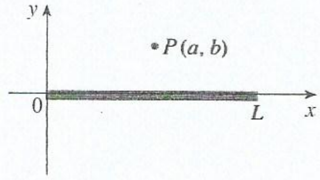
Coloque em um gráfico o integrando e a integral indefinida e verifique se sua resposta é razoável.

37. Use o gráfico para aproximar as raízes da equação $x^2\sqrt{4 - x^2} = 2 - x$. Então, aproxime a área limitada pela curva $y = x^2\sqrt{4 - x^2}$ e a reta $y = 2 - x$.

38. Uma barra carregada de comprimento L produz um campo elétrico no ponto $P(a, b)$ dado por

$$E(P) = \int_{-a}^{L-a} \frac{\lambda b}{4\pi\varepsilon_0(x^2 + b^2)^{3/2}}\,dx$$

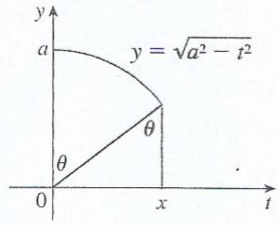
em que λ é a densidade de carga por unidade de comprimento da barra e ε_0, a permissividade do vácuo (veja a figura). Calcule a integral para determinar uma expressão para o campo elétrico $E(P)$.



39. (a) Use substituição trigonométrica para verificar que

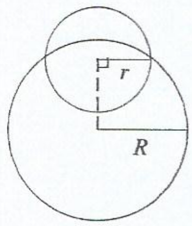
$$\int_0^x \sqrt{a^2 - t^2}\,dt = \tfrac{1}{2}a^2 \operatorname{sen}^{-1}(x/a) + \tfrac{1}{2}x\sqrt{a^2 - x^2}$$

(b) Use a figura para dar interpretações geométricas de ambos os termos no lado direito da equação na parte (a).



40. A parábola $y = \frac{1}{2}x^2$ divide o disco $x^2 + y^2 \leq 8$ em duas partes. Encontre as áreas de ambas as partes.

41. Encontre a área da região em forma de *lua crescente* delimitada pelos arcos dos círculos de raios r e R. (Veja a figura.)



42. Um tanque reservatório de água tem o formato de um cilindro com diâmetro de 10 m. Ele está montado de forma que as secções transversais circulares são verticais. Se a profundidade da água é 7 m, qual porcentagem da capacidade total está sendo usada?

43. Um toro é gerado pela rotação do círculo $x^2 + (y - R)^2 = r^2$ ao redor do eixo x. Ache o volume delimitado pelo toro.