



Universidade Federal de Santa Catarina

Centro Tecnológico

Departamento de Informática e Estatística
Ciências da Computação & Engenharia Eletrônica



Sistemas Digitais

INE 5406

Aula 1T - parte 2: Componentes Combinacionais do Nível RT

Somadores, subtratores e multiplexadores (seletores)

Professores: Cristina Meinhardt & José Luís Güntzel

{cristina.meinhardt, j.guntzel}@ufsc.br

Componentes Combinacionais do Nível RT

Tipos de Componentes do Nível RT

Componentes Combinacionais

- Realizam operações aritméticas e lógicas sobre os dados
- Controlam os caminhos que os dados devem percorrer (rede de interconexão)
- Viabilizam o endereçamento de dados em memórias (decodificadores)

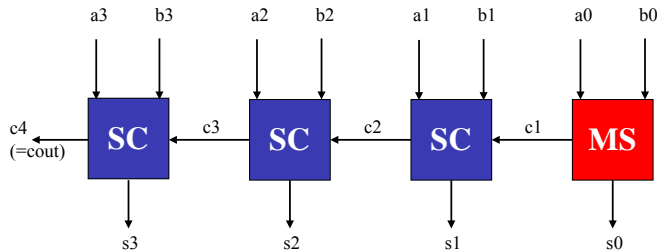
Componentes Sequenciais

- Registradores (feitos a partir de flip-flops)
- Memórias (feitas de células de armazenamento, decodificadores e circuitos de interface)

Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Diagrama de Blocos no Nível Lógico (Exemplo de 4 bits)



- O somador é o componente básico para os sistemas digitais, uma vez que a adição é a operação aritmética fundamental
- O somador *Carry-Ripple* (CRA) é o somador mais simples e intuitivo. Porém, ele é lento. Exemplos de somadores rápidos estão nos slides [SD_somadores-rapidos.pdf](#)

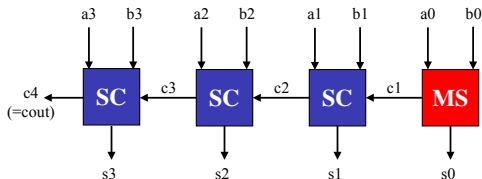
Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Intervalo de Operação (com números sem sinal)

- Para 4 bits, o intervalo de representação é [0 , 15]

→ Logo, **c4 = 1 (=overflow) se $A + B > 15$**



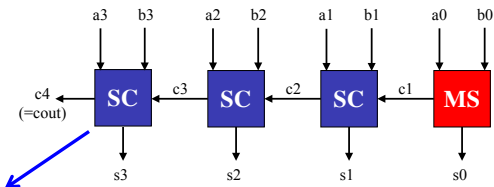
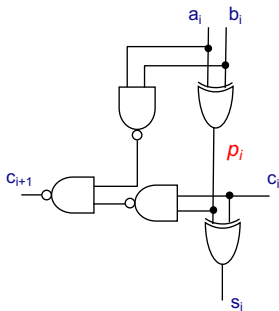
- Para n bits, o intervalo de representação é [0 , $2^n - 1$]

binário	decimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

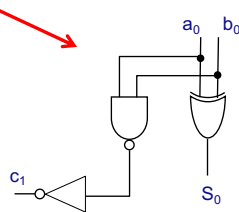
Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple* Construção com Portas CMOS (Tecnologia Atual)

Somador Completo
(full adder)



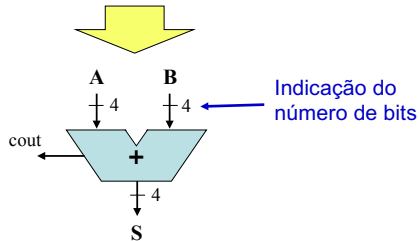
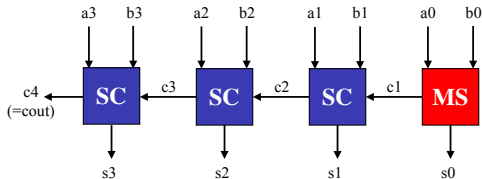
Meio Somador
(half adder)



Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

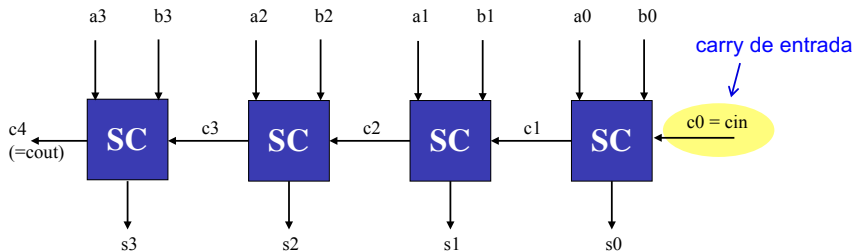
Representação no Nível RT



Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Versão Alternativa: possui *Carry* de Entrada (*Carry in*)

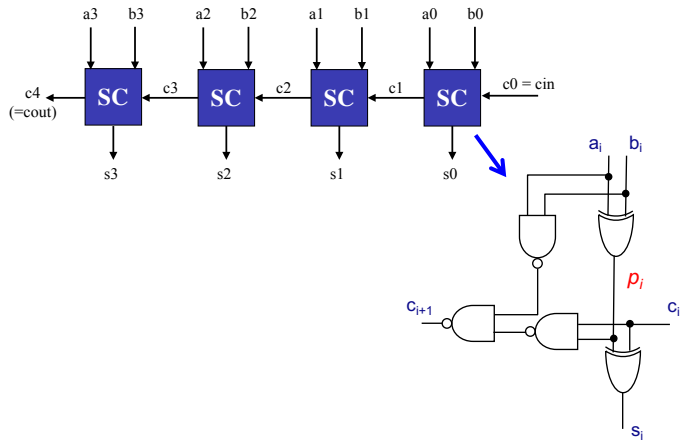


- Mesmo intervalo de representação de dados na saída
- Ainda consegue somar mais uma unidade (+1)
- Utilidade? Veremos logo adiante...

Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

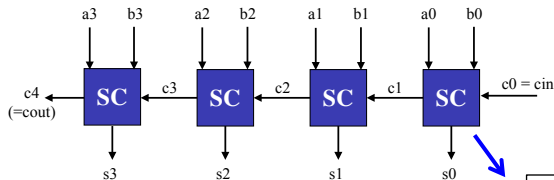
Versão Alternativa, Construção com Portas CMOS



Componentes Combinacionais do Nível RT

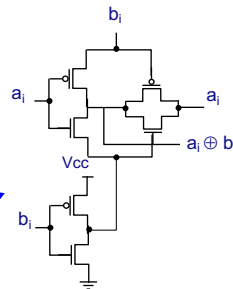
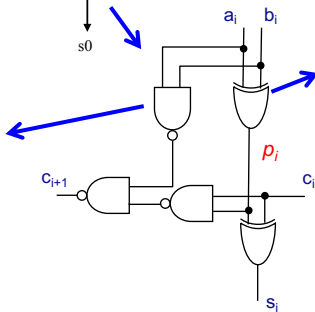
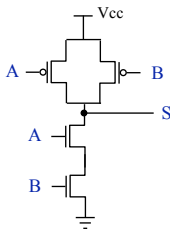
O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Versão Alternativa, Construção com Portas CMOS



Nº de transistores por SC:

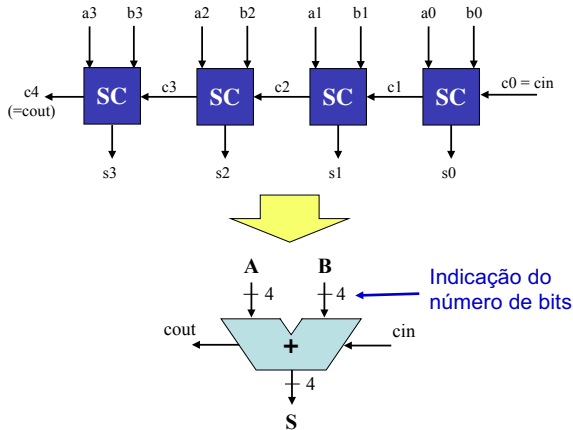
Portas	Transistores por porta	
3 nands	4	12
2 xor	6	12
Total		24



Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

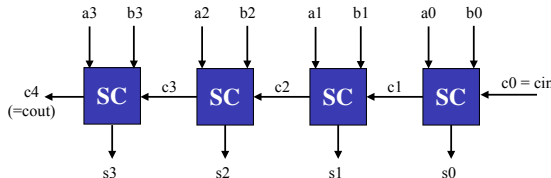
Versão Alternativa, Representação no Nível RT



Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Representação no Nível RT

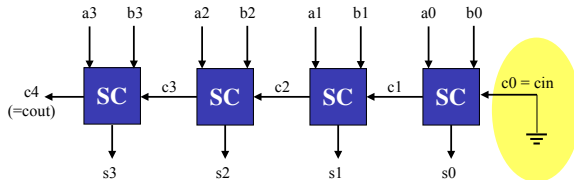


- Nesta disciplina, **assumiremos que todos os somadores paralelos são construídos exclusivamente com SCs** (somadores completos)
- Assim, o "custo" (=nº de transistores) de um somador paralelo será igual a **$n \times 24$** (com n = nº de bits do somador)
- Exemplo: nº de transistores do somador paralelo de 4 bits: **$4 \times 24 = 96$** transistores

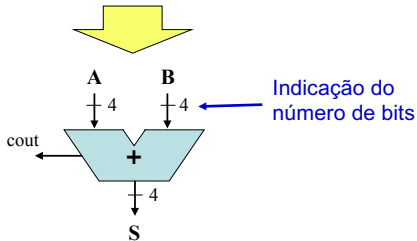
Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Versão Alternativa, Representação no Nível RT



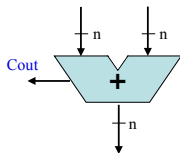
No caso de não haver *carry* de entrada, é como se a entrada *carry in* estivesse fixa em zero



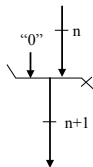
Componentes Combinacionais do Nível RT

Algumas Convenções Úteis para o Nível RT

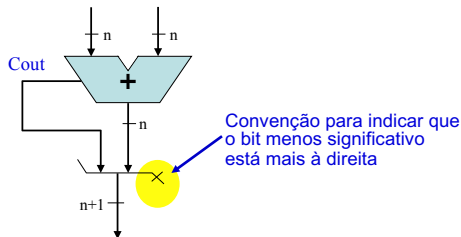
Somador para operandos com n bits cada



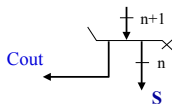
Concatenando bits



Concatenando bits



Separando bits



Componentes Combinacionais do Nível RT

Adição de Números Inteiros com Sinal (Sinalizados)

Se os **negativos forem representados em complemento de 2**, então:

- Os números podem ser adicionados como se fossem números binários sem sinal
- Mas o intervalo de representação é diferente!
- E a detecção de *overflow* se dá comparando-se os dois últimos sinais de *carry*
- **Conclusão: podemos usar o somador paralelo recém visto**

Componentes Combinacionais do Nível RT

Adição de Números Inteiros com Sinal (Sinalizados)

Se os **negativos forem representados em complemento de 2**, então:

- Os números podem ser adicionados como se fossem números binários sem sinal
- Mas o intervalo de representação é diferente!
- E a detecção de *overflow* se dá comparando-se os dois últimos sinais de *carry*
- **Conclusão: podemos usar o somador paralelo recém visto**

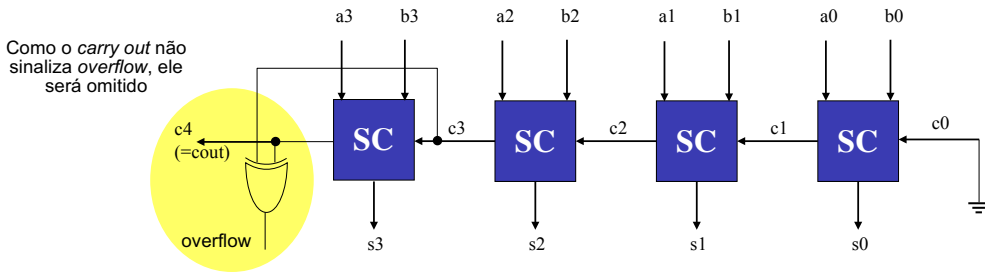


**Revisar representação em complemento de 2 usando os slides
SD_revisao_aritmetica_binaria.pdf**

Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Modificado para Operar Sobre Números com Sinal (Sinalizados)



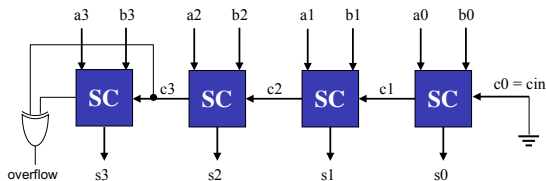
Lembrando que estamos assumindo negativos representados em complemento de 2

Componentes Combinacionais do Nível RT

O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Intervalo de Operação Para Números com Sinal

- Para 4 bits, o intervalo de representação é $[-8, +7]$
→ Logo, **overflow** = 1 se $A + B > +7$ OU se $A + B < -8$



- Para n bits, o intervalo de representação é $[-2^{n-1}, +(2^{n-1} - 1)]$

binário	decimal
0000	0
0001	+1
0010	+2
0011	+3
0100	+4
0101	+5
0110	+6
0111	+7
1000	-8
1001	-7
1010	-6
1011	-5
1100	-4
1101	-3
1110	-2
1111	-1

7 positivos

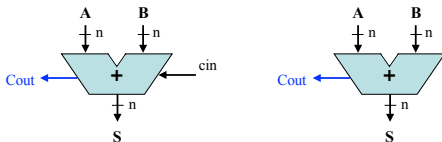
8 negativos

Componentes Combinacionais do Nível RT

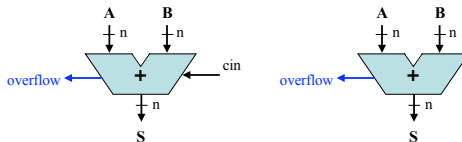
O Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Representações no Nível RT e Generalização para dados com n bits

Somadores para Inteiros Não Sinalizados



Somadores para Inteiros Sinalizados



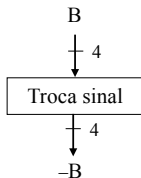
Como o <i>overflow</i> é sinalizado ?	Tipo de dado	Intervalo de representação dos dados	Número de transistores
$Cout = C_n$	Inteiros não sinalizados	$[0, 2^n - 1]$	$24 \times n$
$overflow = C_n \text{ xor } C_{n-1}$	Inteiros sinalizados	$[-2^{n-1}, +(2^{n-1} - 1)]$	$24 \times n + 8$

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Exemplo 1: Usando o somador *carry-ripple*, projetar um circuito combinacional que troca o sinal de um número inteiro de 4 bit.

Interfaces:

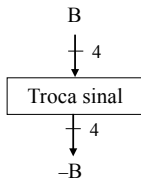


Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Exemplo 1: Usando o somador *carry-ripple*, projetar um circuito combinacional que troca o sinal de um número inteiro de 4 bit.

Interfaces:



?

?

?

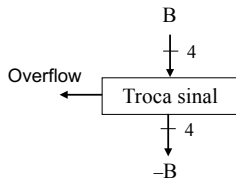
Dúvida: será que pode ocorrer overflow?

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Exemplo 1: Usando o somador *carry-ripple*, projetar um circuito combinacional que troca o sinal de um número inteiro de 4 bit.

Interfaces:



Sim!!! Se entrar -8
não tem como sair +8

binário	decimal
0000	0
0001	+1
0010	+2
0011	+3
0100	+4
0101	+5
0110	+6
0111	+7
1000	-8
1001	-7
1010	-6
1011	-5
1100	-4
1101	-3
1110	-2
1111	-1

7 positivos

8 negativos

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Exemplo 1: Solução

Trocar o sinal significa aplicar as regras do complemento de dois ao número, ou seja:

1. Negar (“NOT”) bit a bit o número
2. Somar uma unidade ao resultado do passo anterior

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
-----------------	------	------

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	

↙
= -2 ?

Conversão rápida de binário
(em complemento de 2)
para decimal

$\times (-1) \times 2^3$	$\times 2^2$	$\times 2^1$	$\times 2^0$

Truque: bit de sinal
encarado como um
número negativo

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	

Conversão rápida de binário
(em complemento de 2)
para decimal

$\times (-1) \times 2^3$	$\times 2^2$	$\times 2^1$	$\times 2^0$

Truque: bit de sinal
encarado como um
número negativo

$$1110 = -1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$$
$$= -1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 =$$

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	

Conversão rápida de binário
(em complemento de 2)
para decimal

$\times (-1) \times 2^3$	$\times 2^2$	$\times 2^1$	$\times 2^0$

Truque: bit de sinal
encarado como um
número negativo

$$\begin{aligned} 1110 &= -1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = \\ &= -1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = \\ &= -8 + 4 + 2 + 0 = \\ &= -8 + 6 = -2 \end{aligned}$$

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	
	1110	= -2

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	
	1110	= -2

2. Trocar o sinal do número -2

Número original	1110	= -2
-----------------	------	------

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	
	1110	= -2

2. Trocar o sinal do número -2

Número original	1110	= -2
Nega bit a bit	0001	

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	
	1110	= -2

2. Trocar o sinal do número -2

Número original	1110	= -2
Nega bit a bit	0001	
Soma "1" (= +0001)	0010	
	0010	= +2

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Ilustração com números de 4 bits

1. Trocar o sinal do número +2

Número original	0010	= +2
Nega bit a bit	1101	
Soma "1" (= +0001)	1110	
	1110	= -2

2. Trocar o sinal do número -2

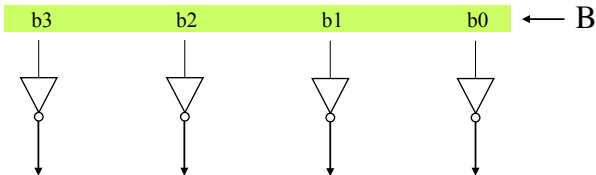
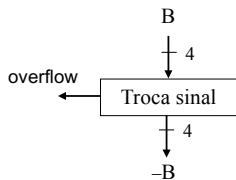
Número original	1110	= -2
Nega bit a bit	0001	
Soma "1" (= +0001)	0010	
	0010	= +2

- Funciona nos dois sentidos !!
- Só ocorre *overflow* se tentarmos trocar o sinal de -8

Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

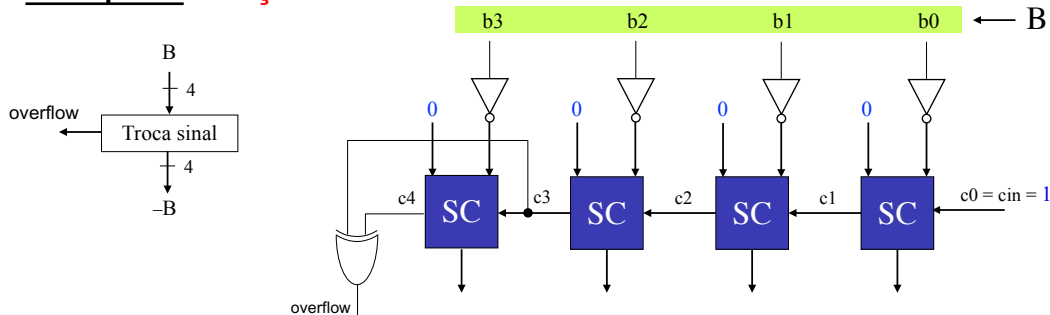
Exemplo 1: Solução



Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

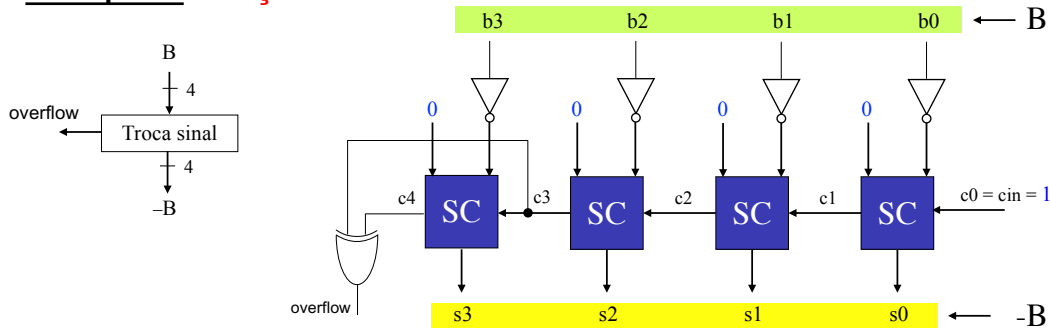
Exemplo 1: Solução



Componentes Combinacionais do Nível RT

Aplicação do Somador Paralelo *Carry-Ripple*

Exemplo 1: Solução



Observe que é possível otimizar este circuito substituindo-se cada SC por um MS ...
Neste caso, qual seria a redução percentual no número de transistores?

Componentes Combinacionais do Nível RT

Subtração de Números Inteiros

Princípio

$$A - B = A + (-B)$$

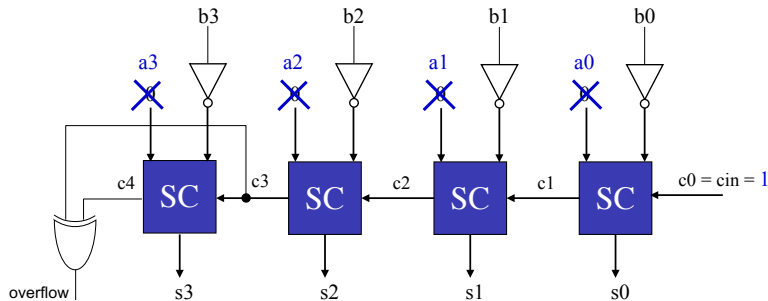
Onde **-B** é o número **B** de sinal trocado!

Ora, que coincidência!! (Ou não?)

Componentes Combinacionais do Nível RT

Subtrator Paralelo (de 4 bits)

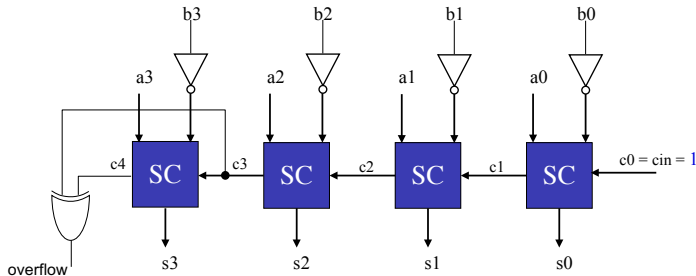
$$A - B = A + (-B)$$



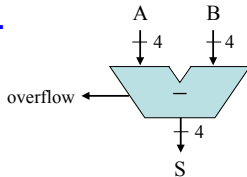
Componentes Combinacionais do Nível RT

Subtrator Paralelo

Diagrama de Blocos no Nível Lógico (Exemplo de 4 bits)



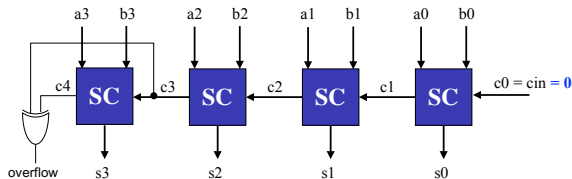
Representação no Nível RT



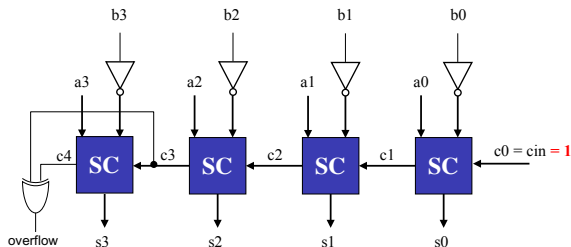
Componentes Combinacionais do Nível RT

Somador/Subtrator Paralelo

Somador



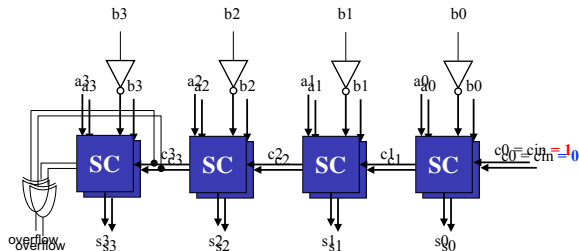
Subtrator



Componentes Combinacionais do Nível RT

Somador/Subtrator Paralelo

Como uni-los em um único circuito configurável (para economizar transistores)?



Componentes Combinacionais do Nível RT

Somador/Subtrator Paralelo

Resposta!!!

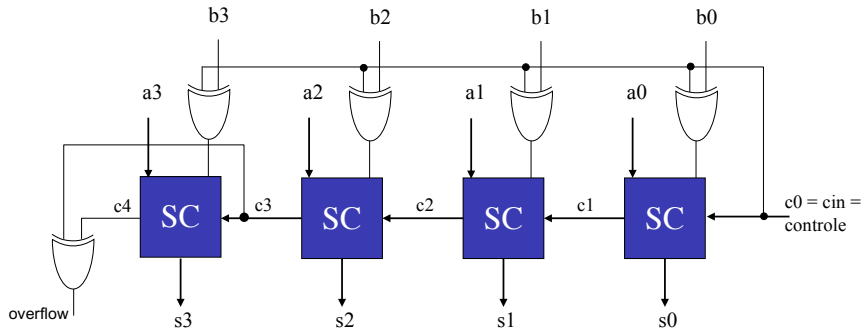


Tabela de Operação

controle	operação
0	$S=A+B$
1	$S=A-B$

Componentes Combinacionais do Nível RT

Somador/Subtrator Paralelo

Resposta!!!

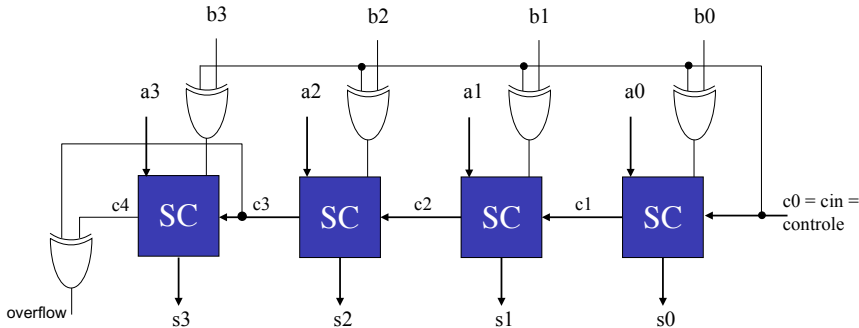


Tabela de Operação

controle	operação
0	$S=A+B$
1	$S=A-B$

Nº de transistores
por bit:

Portas	Transistores por porta	
3 nands	4	12
3 xor	6	18
Total		30

Componentes Combinacionais do Nível RT

Somador/Subtrator Paralelo

Representação no Nível RT

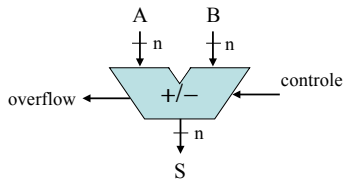


Tabela de Operação

controle	operação
0	$S=A+B$
1	$S=A-B$

Componentes Combinacionais do Nível RT

Multiplexador (Seletor) 2:1

Tabela-verdade e Equação (nível lógico)

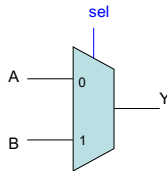
sel	A	B	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



sel	Y
0	A
1	B



$$Y = \overline{\text{sel}} \cdot A + \text{sel} \cdot B$$

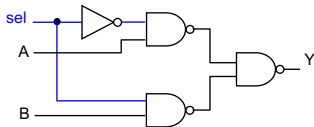


Componentes Combinacionais do Nível RT

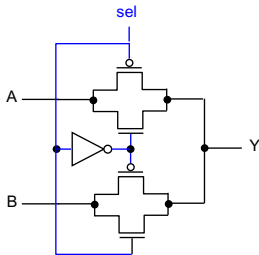
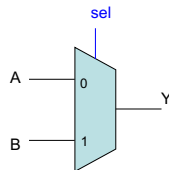
Multiplexador (Seletor) 2:1

Implementações Possíveis (nível lógico)

$$Y = \overline{\text{sel}} \cdot A + \text{sel} \cdot B$$



14 ou 12 transistores

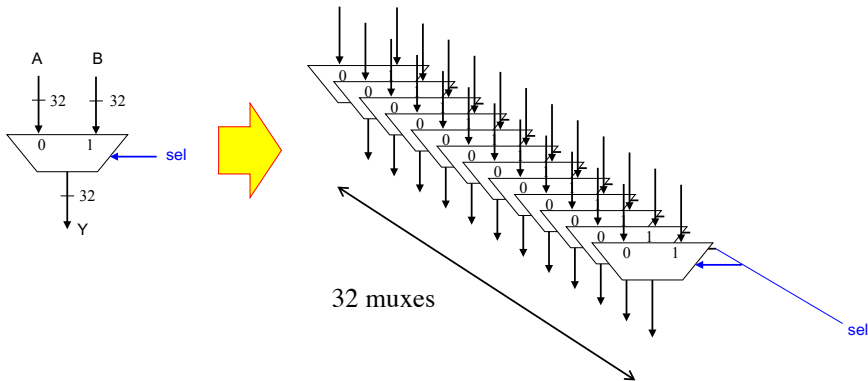


6 ou 4 transistores
(mais usado)

Componentes Combinacionais do Nível RT

Multiplexador (Seletor) 2:1

Nível RT

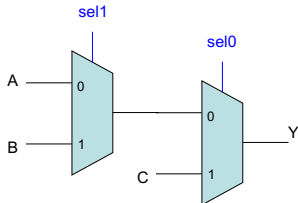


32 x 4 = 128 transistores

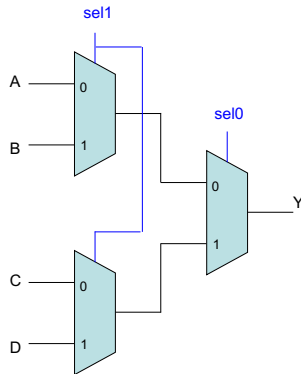
Componentes Combinacionais do Nível RT

Multiplexadores (Seletores) 3:1 e 4:1

Nível Lógico



2 x 4 = 8 transistores



3 x 4 = 12 transistores



Universidade Federal de Santa Catarina

Centro Tecnológico

Departamento de Informática e Estatística
Ciências da Computação & Engenharia Eletrônica



Sistemas Digitais

INE 5406

Aula 1T - parte 2: Componentes Combinacionais do Nível RT

Somadores, subtratores e multiplexadores (seletores)

Professores: Cristina Meinhardt & José Luís Güntzel

{cristina.meinhardt, j.guntzel}@ufsc.br