

Minimização de Autômatos

Prof^a Jerusa Marchi

`jerusa.marchi@ufsc.br`

Departamento de Ciências da Computação

Universidade Federal de Santa Catarina

e-mail: `jerusa.marchi@ufsc.br`

Minimização de Autômatos

- Um AFD $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ é mínimo se:
 - Não possui estados inalcançáveis
 - Não possui estados mortos
 - Não possui estados equivalentes

Minimização de Autômatos

● Estados Inalcançáveis

- Um estado $q \in K$ é inalcançável quando não existe w tal que a partir de q_0 , q seja alcançado na computação de w , ou seja:

$$\nexists w \mid \hat{\delta}(q_0, w) \rightarrow q$$

● Estados Mortos

- Um estado $q \in K$ é morto se ele não é final e a partir dele nenhum estado final pode ser alcançado

$$q \notin F \text{ e } \nexists w \mid \hat{\delta}(q_0, w) \rightarrow p \text{ e } p \in F$$

Minimização de Autômatos

● Estados Equivalentes

- Os estados q_1, q_2, \dots, q_n são equivalentes entre si se eles pertencem a uma mesma **classe de equivalência**

● Classes de Equivalência (CE)

- Um conjunto de estados $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ estão em uma mesma classe de equivalência se para cada $a \in \Sigma$, $\delta(q_1, a) \rightarrow q_i$, $\delta(q_2, a) \rightarrow q_j$, ..., $\delta(q_n, a) \rightarrow q_k$ onde $\{q_i, q_j, \dots, q_k\}$ pertencem a uma mesma classe de equivalência

Minimização de Autômatos

● Estados Equivalentes

- Para construir classes de equivalência, os seguintes passos são realizados:
 - Divida K em duas CE, uma contendo F e outra contendo $K - F$
 - Divida as CE existentes formando novas CEs de acordo com a definição de Classes de Equivalência, até que nenhuma nova CE seja formada

Minimização de Autômatos

- Algoritmo para construção de AFD mínimos:
 - Entrada: um AFD $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$
 - Saída: um AFD mínimo $M' = (K', \Sigma, \delta', q'_0, F')$ tal que $M \equiv M'$
- 1. Elimine os estados inalcançáveis
- 2. Elimine os estados mortos
- 3. Construa todas as possíveis classes de equivalência
- 4. Construa M' como segue:
 - K' : conjunto de todas as CEs obtidas
 - q'_0 : CE que contém q_0
 - F' : conjunto de CEs que contém pelo menos um estado $q \in F$, ou seja $\{q\} | \exists p \in \{q\} \text{ e } p \in F$ onde $\{q\}$ é uma CE
 - δ' : $\delta'(\{p\}, a) \rightarrow \{q\} \leftrightarrow \delta(p, a) \rightarrow q$ é uma transição em M e p e q são elementos das CEs $\{p\}$ e $\{q\}$ respectivamente

Minimização de Autômatos

● Exemplo:

δ	0	1
$\rightarrow *A$	G	B
B	F	E
C	C	G
$*D$	A	H
E	E	A
F	B	C
$*G$	G	F
H	H	D