Operações entre Matrizes

- Adição
- Multiplicação por escalar
- Multiplicação de matrizes
- Transposição

Adição

A adição de duas matrizes $A = (a_{ij})_{m\times n}$ e $B = (b_{ij})_{m\times n}$ é definida como sendo a matriz $C = (c_{ij})_{m\times n}$ tal que

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}.$$

Exemplo

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} =$$

Adição

A adição de duas matrizes $A = (a_{ij})_{m\times n}$ e $B = (b_{ij})_{m\times n}$ é definida como sendo a matriz $C = (c_{ij})_{m\times n}$ tal que

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}.$$

Propriedades

- Comutatividade
- Associatividade
- Existência de elemento neutro
- Existência de oposto

Diferença

$A - B$ é o mesmo que $A + (-B)$.

Lembre que $-B$ é a matriz oposta de B.

Exemplo

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} =$$

Multiplicação por Escalar

A multiplicação do escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ pela matriz $A = (a_{ij})_{m\times n}$ é definida como sendo a matriz $B = (b_{ij})_{m\times n}$ tal que:

$$b_{ij} = \lambda\, a_{ij}.$$

Exemplo

$$3\begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} =$$

Multiplicação por Escalar

A multiplicação do escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ pela matriz $A = (a_{ij})_{m\times n}$

é definida como sendo a matriz $B = (b_{ij})_{m\times n}$ tal que:

$$b_{ij} = \lambda \, a_{ij}.$$

Propriedades

- Associatividade

- Distributividade

- $1A = A$

Multiplicação de Matrizes

A multiplicação de duas matrizes $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{n \times p}$

é definida como sendo a matriz $C = (c_{ij})_{m \times p}$ tal que:

$$c_{ij} = a_{i1}\, b_{1j} + a_{i2}\, b_{2j} + \ldots + a_{in}\, b_{nj}.$$

Linha i x Coluna j

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \ldots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & \ldots & b_{1j} & \ldots & b_{1p} \\ b_{21} & \vdots & b_{2j} & \vdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & \ldots & b_{nj} & \ldots & b_{np} \end{bmatrix}$$

Exemplo

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Propriedades da Multiplicação

- Associatividade

- Existência de elemento neutro (matriz quadrada)

- Distributividade

- $(\lambda A)B = A(\lambda B) = \lambda(AB)$

Cuidado !!!

Em geral, não vale que $AB = BA$.

Transposição

A transposta de uma matriz $A = (a_{ij})_{m \times n}$ é a matriz $B = (b_{ij})_{n \times m}$ tal que $b_{ij} = a_{ji}$.

Exemplo

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Transposição

A transposta de uma matriz $A = (a_{ij})_{m\times n}$ é a matriz $B = (b_{ij})_{n\times m}$ tal que $b_{ij} = a_{ji}$.

Propriedades

- $(A^T)^T = A$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $(\lambda A)^T = \lambda(A^T)$
- $(AB)^T = B^T A^T$