21–24 Use uma tabela de valores para estimar o valor do limite. Se você tiver alguma ferramenta gráfica, use-a para confirmar seu resultado.

21 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$

22. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}$

23. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^6 - 1}{x^{10} - 1}$

24. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{9^x - 5^x}{x}$

25–32 Determine o limite infinito.

25. $\lim\limits_{x \to 5^+} \dfrac{6}{x-5}$

26. $\lim\limits_{x \to 5^-} \dfrac{6}{x-5}$

27. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2-x}{(x-1)^2}$

28. $\lim\limits_{x \to 5^-} \dfrac{e^x}{(x-5)^3}$

29. $\lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{x-1}{x^2(x+2)}$

30. $\lim\limits_{x \to \pi^-} \operatorname{cossec} x$

31. $\lim\limits_{x \to (-\pi/2)^-} \sec x$

32. $\lim\limits_{x \to 5^+} \ln(x-5)$

33. Determine $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1}{x^3 - 1}$ e $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{1}{x^3 - 1}$

(a) calculando $f(x) = 1/(x^3 - 1)$ para valores de x que tendem a 1 pela esquerda e direita,

(b) raciocinando como no Exemplo 9, e

(c) a partir do gráfico de f.

34. (a) Encontre as assíntotas verticais da função

$$y = \frac{x^2 + 1}{3x - 2x^2}$$

(b) Confirme sua resposta da parte (a) fazendo o gráfico da função.

35. (a) Estime o valor do limite $\lim_{x \to 0}(1 + x)^{1/x}$ com cinco casas decimais. Esse número lhe parece familiar?

(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da função $y = (1 + x)^{1/x}$.

36. (a) A partir do gráfico da função $f(x) = (\operatorname{tg} 4x)/x$ e dando *zoom* no ponto em que o gráfico cruza o eixo y, estime o valor de $\lim_{x \to 0} f(x)$.

(b) Verifique sua resposta da parte (a) calculando $f(x)$ para valores de x que tendam a 0.

37. (a) Calcule a função $f(x) = x^2 - (2^x/1\,000)$ para $x = 1, 0{,}8, 0{,}6, 0{,}4, 0{,}2, 0{,}1$ e $0{,}05$ e faça uma conjectura sobre o valor de

$$\lim_{x \to 0} \left(x^2 - \frac{2^x}{1\,000} \right)$$

(b) Calcule $f(x)$ para $x = 0{,}04, 0{,}02, 0{,}01, 0{,}005, 0{,}003$ e $0{,}001$. Faça uma nova conjectura.

38. (a) Calcule $h(x) = (\operatorname{tg} x - x)/x^3$ para $x = 1, 0{,}5, 0{,}1, 0{,}05, 0{,}01$ e $0{,}005$.

(b) Conjecture qual o valor de $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - x}{x^3}$.

(c) Calcule $h(x)$ para valores sucessivamente menores de x até finalmente atingir valor 0 para $h(x)$. Você ainda está confiante que a conjectura em (b) está correta? Explique por que você acaba obtendo o valor 0. (Na Seção 4.4 veremos um método para calcular esse limite.)

(d) Faça o gráfico da função h na janela retangular $[-1, 1]$ por $[0, 1]$. Dê então um *zoom* na direção do ponto onde o gráfico corta o eixo y para estimar o limite de $h(x)$ quando x tende a 0. Continue dando *zoom* até observar distorções no gráfico de h. Compare com os resultados da parte (c).

39. Faça o gráfico da função $f(x) = \operatorname{sen}(\pi/x)$ do Exemplo 4 na janela retangular $[-1, 1]$ por $[-1, 1]$. Então dê um *zoom* em direção à origem diversas vezes. Comente o comportamento dessa função.

40. Na teoria da relatividade, a massa de uma partícula com velocidade v é

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

em que m_0 é a massa da partícula em repouso e c, a velocidade da luz. O que acontece se $v \to c^-$?

41. Use um gráfico para estimar as equações de todas as assíntotas verticais da curva

$$y = \operatorname{tg}(2 \operatorname{sen} x) \qquad -\pi \leqslant x \leqslant \pi$$

Encontre, então, as equações exatas dessas assíntotas.

42. (a) Use evidências numéricas e gráficas para fazer uma conjectura sobre o valor do limite

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

(b) A que distância de 1 deverá estar x para garantir que a função da parte (a) esteja a uma distância de 0,5 de seu limite?