

Autômatos Finitos

Prof^a Jerusa Marchi

Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina

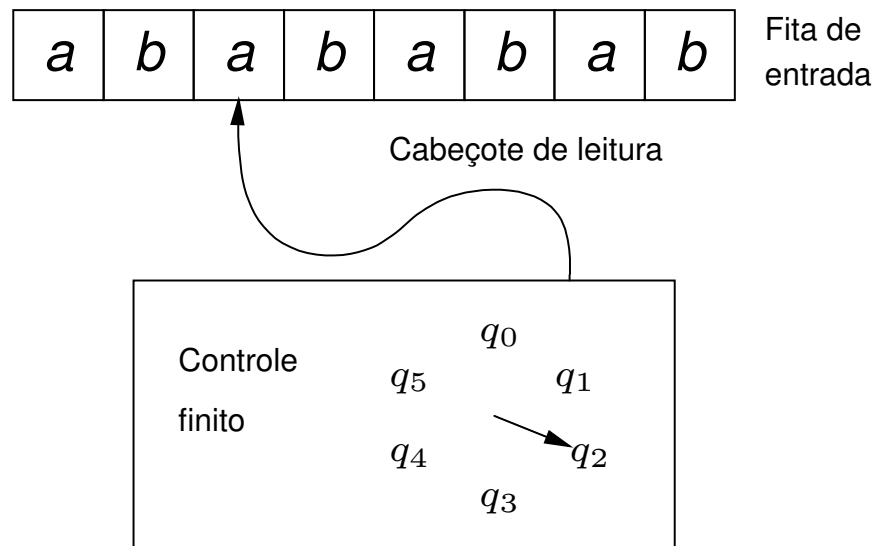
e-mail: jerusa@inf.ufsc.br

Autômatos Finitos

- Aplicações:
 - Lâmpada
 - Implementação de sistemas de controle simples baseados em estados (máquinas de refrigerante, jornais, salgadinhos, chocolates e elevadores).
 - porta automática
 - Análise léxica (compiladores)
 - Busca em texto

Autômatos Finitos

- Dispositivo simples
 - fita de entrada
 - cabeçote de leitura
 - unidade central de processamento (estados)
 - memória limitada - conceito de estado



Autômatos Finitos

- Há dois tipos de máquinas de estados finitos:
 - transdutores de linguagens - com entrada e saída
 - reconhecedores de linguagens - com duas saídas possíveis
 - aceitação
 - rejeição

Autômatos Finitos

- Podem ser:
 - Determinísticos
 - Não Determinísticos

Autômatos Finitos Determinísticos

- Um autômato finito (AFD) é um quintupla:

$$M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$$

Onde:

- K = conjunto finito de estados
- Σ = conjunto finito de símbolos de entrada
- $\delta : K \times \Sigma \rightarrow K$ = função de transição
- s = estado inicial ($s \in K$)
- F = conjunto de estados finais ($F \subseteq K$)

Autômatos Finitos Determinísticos

- O autômato é dito determinístico pois pela definição da função de transição δ , cada par (*estado*, *símbolo*) mapeia para **exatamente um** estado.

- $q, p \in K$ e $a \in \Sigma$

$$\delta(q, a) = p$$

Autômatos Finitos Não Determinísticos

- Um autômato finito não determinístico (AFND) é um quintupla:

$$M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$$

Onde:

- K = conjunto finito de estados
- Σ = conjunto finito de símbolos de entrada
- $\delta : K \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow 2^K$ = função de transição
- s = estado inicial ($s \in K$)
- F = conjunto de estados finais ($F \subseteq K$)

Autômatos Finitos Não Determinísticos

- O autômato é dito não determinístico se há pelo menos uma transição δ , para um par (*estado*, *símbolo*) que mapeia para um **subconjunto de estados**.

- $q, p, r \in K$ e $a \in \Sigma$

$$\delta(q, a) = \{p, r\}$$

Autômatos Finitos

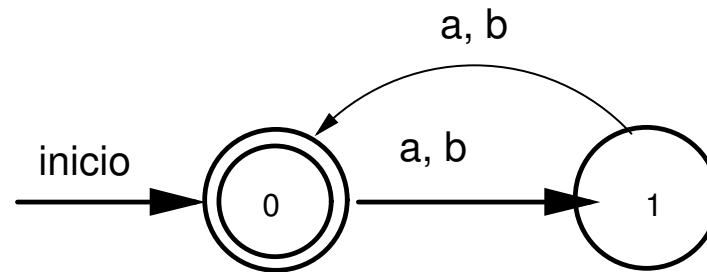
- Há duas formas de representar um AF:
 - Diagrama de transição
 - Tabela de transição

Autômatos Finitos

- Diagrama de Transição:
 - é um grafo direcionado e rotulado
 - os vértices representam os estados (círculos)
 - o estado inicial é diferenciado por uma seta
 - os estados finais são representados por círculos duplos
 - as arestas representam as transições $\delta(p, a) \rightarrow q$

Autômatos Finitos

- Exemplo: $L_1 = \{w \mid w \in \Sigma^* = \{a, b\} \text{ e } |w| \text{ é par} \}$
Diagrama de transição



Autômatos Finitos

- Tabela de Transição
 - forma tabular de representar um AF onde a primeira coluna lista os estados e a primeira linha, os símbolos do alfabeto. O conteúdo da posição (q, a) será p se existir uma transição $\delta(q, a) \rightarrow p$.

Autômatos Finitos

● Exemplo: $L_1 = \{w \mid w \in \Sigma^* = \{a, b\} \text{ e } |w| \text{ é par} \}$

δ	a	b
$\rightarrow *q_0$	q_1	q_1
q_1	q_0	q_0

Autômatos Finitos

- Configuração:
 - uma configuração é determinada pelo estado corrente e pela parte ainda não processada da palavra

$$[q_0, abab]$$

que representa a configuração inicial para a palavra $w = abab$

Autômatos Finitos

- Computação:
 - é uma sequência de configurações
 - usa-se a relação \vdash (resulta em) para indicar que a máquina passa de uma configuração à outra. Diz-se que:

$$[q_1, w] \vdash [q_2, y]$$

se e somente se existe uma transição de q_1 para q_2 sob a , onde

$a \in \Sigma$ e $w = ay$

- Exemplo:

$$[q_0, abab] \vdash [q_1, bab] \vdash [q_0, ab] \vdash [q_1, b] \vdash [q_0, \varepsilon]$$

Autômatos Finitos

- Uma sentença w é aceita por um autômato finito $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ sse $\widehat{\delta}(q_0, w) \rightarrow q$ e $q \in F$, ou seja, há uma computação

$$[q_0, w] \vdash_M^* [q, \varepsilon]$$

- A linguagem reconhecida por um autômato M é aquela cujo conjunto de sentenças é aceito por M

$$L(M) = \{w \mid \widehat{\delta}(q_0, w) \rightarrow q \text{ e } q \in F\}$$

- Dois autômatos finitos M_1 e M_2 são ditos equivalentes sse $L(M_1) = L(M_2)$
- Uma linguagem é **regular** sse ela for aceita por um autômato finito

Determinização de Autômatos

- AFND e AFD representam a mesma classe de linguagens
- Portanto, há uma relação entre AFND e AFD

Para todo Autômato Finito Não Determinístico há um Autômato Finito Determinístico equivalente.

Determinização de Autômatos

● Dado um AFND $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$, um AFD $M' = (K', \Sigma, \delta', q'_0, F')$ é construído a partir de M como segue:

- $K' = \rho(K) = 2^K$, ou seja, o conjunto potência do conjunto de estados de M
- $q'_0 = \{q_0\}$ onde $\{q_0\} \in K'$
- $F' = \{\rho(k) \in K' \mid \rho(k) \cap F \neq \emptyset\}$, ou seja serão estados finais de M' todos os subconjuntos de K' que contém pelo menos um estado final de M
- δ' - para $\rho(k) \in K'$ e $a \in \Sigma$, seja

$$\delta'(\rho(k), a) = \{\rho(k') \in K' \mid k' \in \delta(k, a)\}$$

para algum $k' \in \rho(k)$. Ou seja

$$\delta'(\rho(k), a) = \bigcup_{k' \in \rho(k)} \delta(k', a)$$

Determinização de Autômatos

- Ainda precisamos considerar transições ε . Para qualquer estado $\rho(k)$ de M' , define-se $\text{fecho}(\rho(k))$ como a coleção de estados que poder ser alcançados somente por transições ε , incluindo os próprios membros de $\rho(k)$. Formalmente para $\rho(k) \subseteq K$ seja

$$\varepsilon\text{-fecho}(\rho(k)) = \{q \mid q \text{ pode ser alcançado a partir de } \rho(k) \text{ somente por transições } \varepsilon\}$$

A função de transição de M' é modificada para considerar essas transições, substituindo $\delta(k, a)$ por $\varepsilon\text{-fecho}(\delta(k, a))$, consequentemente:

$$\delta'(\rho(k), a) = \bigcup_{k \in \rho(k)} \varepsilon\text{-fecho}(\delta(k, a))$$

Determinização de Autômatos

- $L_1 = \{w \mid w \in \Sigma = \{a, b\}^* \text{ e } w \text{ termina com } abb\}$
- $L_2 = \{w \mid w \in \Sigma = \{0, 1\}^* \text{ e } |w| \geq 2 \text{ e começa e termina com o mesmo dígito}\}$
- $L_3 = \{w \mid w \in \Sigma = \{0\}^* \text{ e } w = 0^k \text{ para } k \text{ múltiplo de 2 ou 3}\}$