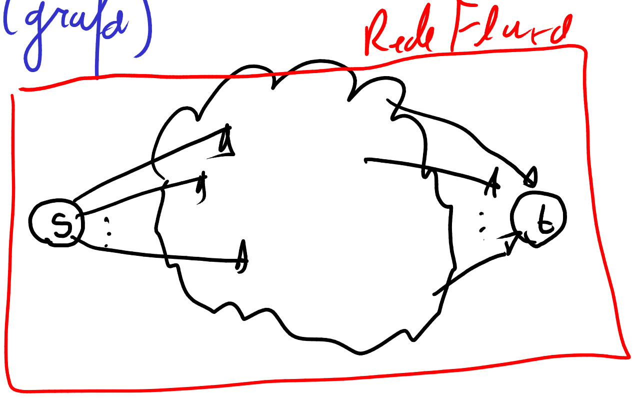
9. Fluxo Máximo (Pag 83).

→ Objetivo: despachar fluxo ao máximo.

→ Restrições: capacidade. → Rede (grafo)

→ Grafo dirigido e ponderado

→ de origem e destino únicos



9.1 Rede de Fluxo

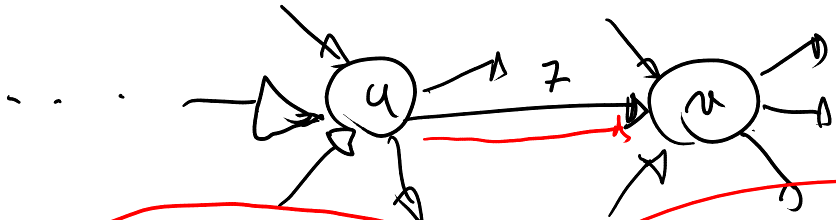
→ $G = (V, A, c)$

→ $c: \underbrace{V \times V}_{\text{Limite}} \to \mathbb{R}^+$: capacidade de fluxo entre dois vértices (a, b) sendo que o fluxo vai de "a" p/ "b".

→ Quando $(x, y) \notin A$, então $c((x,y)) = 0$

→ origem $s \in V$; destino $t \in V$

→ Função uma de fluxo: • mapeia o quanto já foi explorado da capacidade
• $f: V \times V \to \mathbb{R}^+$

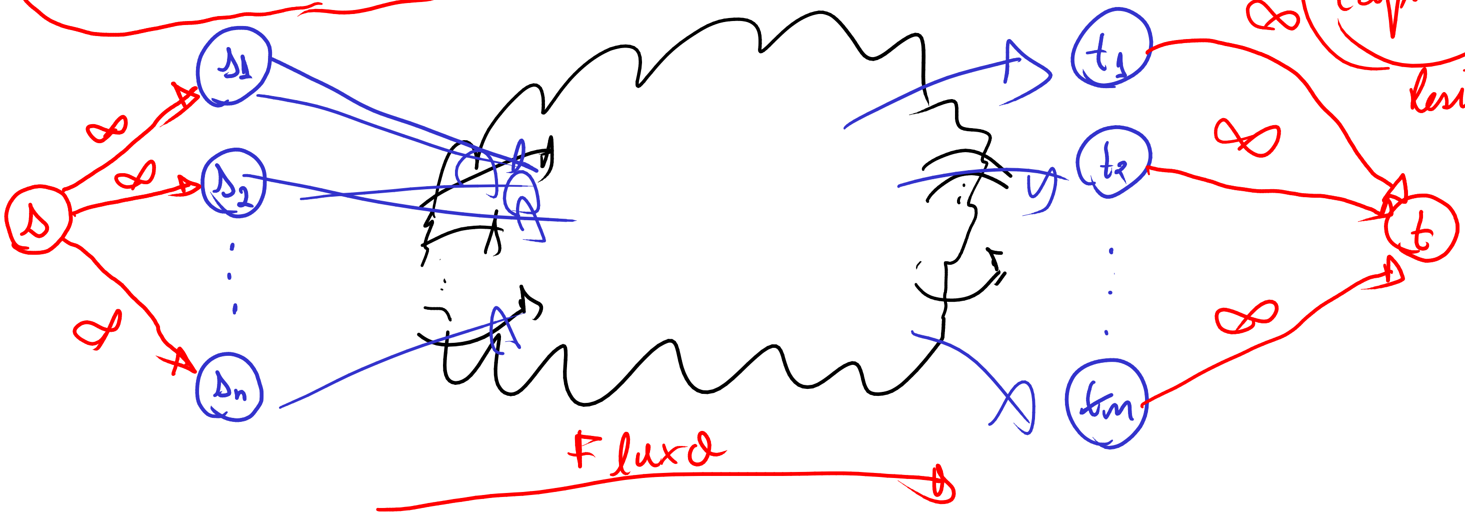


$c((u,v)) = 7$

$f((u,v)) = 4$

$7 - 4 = 3$ Saldo da capacidade residual

Múltiplas origens / Múltiplos destinos



9.2 Rede Residual

→ $G_f = (V, A_f, c_f)$ → capacidade residual (saldo da capacidade)

Rede Fluxo
$G = (V, A, c)$

→ $c_f((u,v)) = c((u,v)) - f((u,v))$

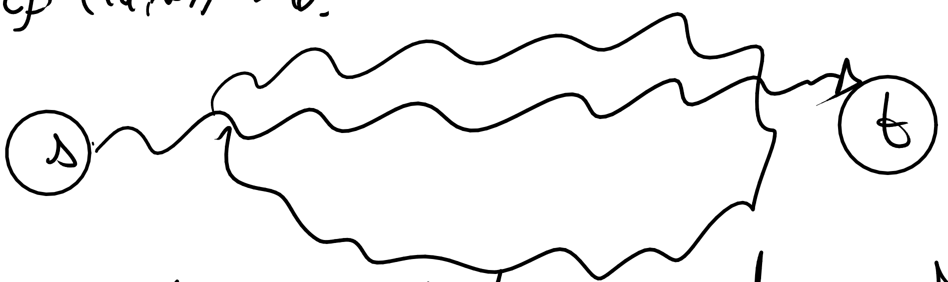
→ P/ cada arco $(u,v) \in A$, existe um arco de retorno em A_f. → (v,u)

$c_f((v,u)) = f((u,v))$

9.3 Caminho aumentante

→ É um caminho entre s e t no qual cada arco (u,v) pertencente ao caminho tenha $c_f((u,v)) > 0$.

→ $p = \langle s, v_1, v_2, \ldots, t \rangle$



→ Todo caminho aumentante aumenta o fluxo encontrado.

→ $c_f(p)$ é a capacidade de fluxo de um caminho aumentante p. $\boxed{c_f(p)} = \min\limits_{(u,v) \in p} \{c_f((u,v))\}$

$$s \xrightarrow{c_f:\ 7} a \xrightarrow{c_f:\ 8} b \xrightarrow{c_f:\ 3} c \xrightarrow{c_f:\ 10} t$$

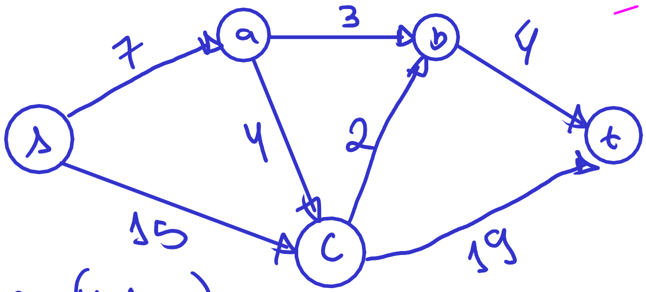
min = 3

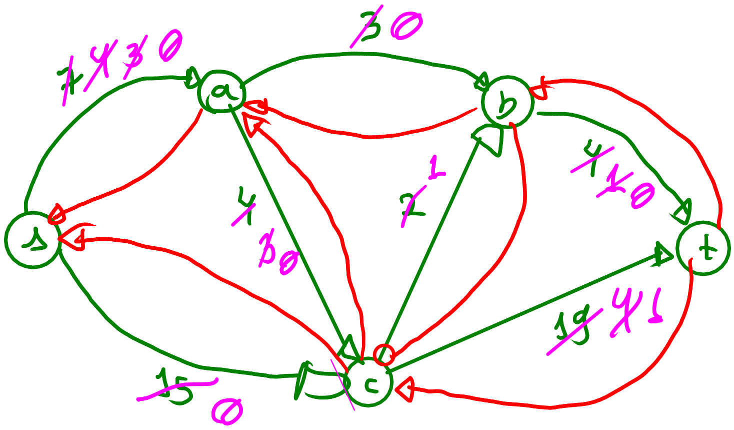
9.5 Algoritmo de Ford-Fulkerson

Teste de Mesa

$F = 3 + 15 + 1 + 3$
$= 22$

Rede Residual (c_f)





$G = (V, A, c)$

Rede de Fluxo

$s \xrightarrow{7} a \xrightarrow{3} b \xrightarrow{4} t : 3$

$s \xrightarrow{15} c \xrightarrow{19} t : 15$

$s \xrightarrow{4} a \xrightarrow{4} c \xrightarrow{2} b \xrightarrow{1} t : 1$

$s \xrightarrow{3} a \xrightarrow{3} c \xrightarrow{4} t : 3$

9.6 Edmonds-Karp

→ Propõe uma forma de encontrar cam. aumentantes "fugindo" do problema da complexidade do Ford-Fulkerson (dependente do valor de fluxo máximo)

→ Encontrar cam. aumentantes c/ a menor qtd. de vértices possível: busca em largura.