Autômatos de Pilha

Prof^a Jerusa Marchi

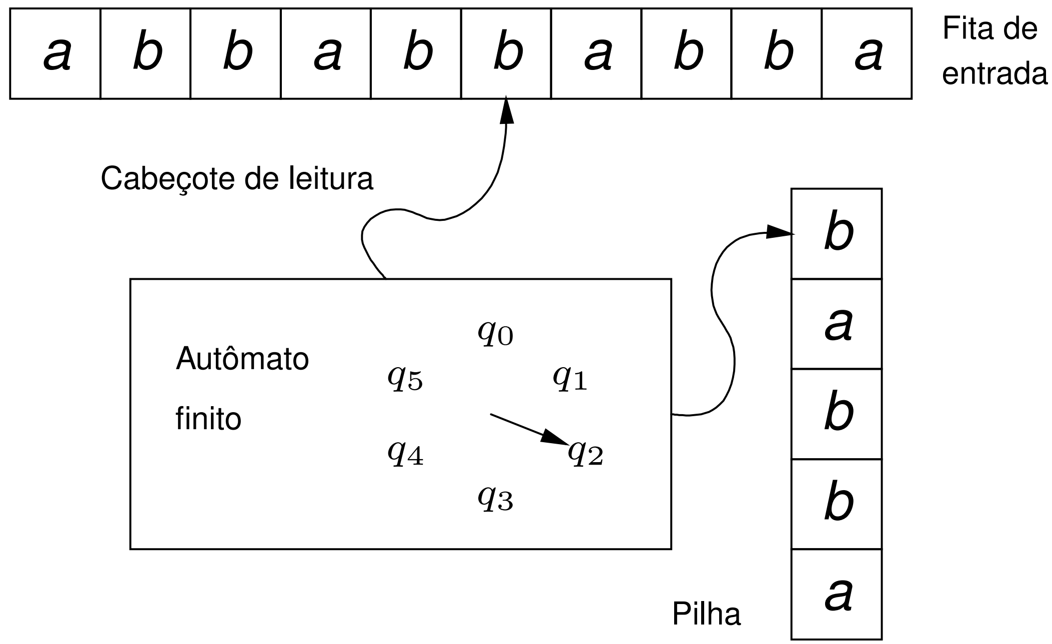
Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina

e-mail: jerusa@inf.ufsc.br

Autômatos de Pilha

- Autômato finito acrescido de memória auxiliar (*pilha*)
- A manipulação é permitida somente no topo da pilha (LIFO)



Autômatos de Pilha

- Aplicações:
  - Análise Sintática (compiladores)
  - Verificação de parênteses em editores de texto e/ou ambientes de programação (emacs/xemacs)

Autômatos de Pilha

- Um autômato de pilha (AP) é um sêxtupla:

$$M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$$

Onde:

- K = conjunto finito de estados
- Σ = conjunto finito de símbolos de entrada
- Γ = conjunto finito de símbolos de pilha
- $\delta : (K \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma^*) \times (K \times \Gamma^*)$ = relação de transição
- q_0 = estado inicial ($q_0 \in K$)
- F = conjunto de estados finais ($F \subseteq K$)

Autômatos de Pilha

- Se $((p, a, \beta), (q, \gamma)) \in \delta$ então sempre que o autômato estiver no estado p com β no topo da pilha, poderá ler o símbolo a na fita de entrada (se $a = \varepsilon$ então a entrada não é consultada), substituindo β por γ no topo da pilha e passando para o estado q
- Empilhar - $((p, u, \varepsilon), (q, a))$
- Desempilhar - $((p, u, a), (q, \varepsilon))$

Autômatos de Pilha

- Configuração
  - uma configuração é definida como um membro de $K \times \Sigma^\star \times \Gamma^\star$

$$[q, w, abc]$$

    - $q \in K$ é o estado atual da máquina
    - w é a parte da sentença de entrada ainda não processada
    - abc é o conteúdo armazenado da pilha, lido a partir do topo

Autômatos de Pilha

- Computação:
  - Como nos autômatos finitos, é uma sequência de configurações, separadas pelo símbolo $\vdash$ (resulta em) que indica que a máquina passa de uma configuração à outra

    $$[p, x, \alpha] \vdash [q, y, \iota]$$

    se e somente se existe uma transição de $((p, a, \beta), (q, \gamma)) \in \delta$, tal que $x = ay$, $\alpha = \beta\eta$ e $\iota = \gamma\eta$ para algum $\eta \in \Gamma^\star$

Autômatos de Pilha

- Uma sentença w é aceita (reconhecida) por um autômato de pilha $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ sse

$$[q_0, w, \varepsilon] \vdash_M^* [p, \varepsilon, \varepsilon]$$

  para algum $p \in F$
- A linguagem aceita por um autômato M é aquela cujo conjunto de sentenças é aceito por M
- A classe de linguagens aceitas por autômatos de pilha é exatamente a classe de Linguagens Livres de Contexto

Autômatos de Pilha

- Exemplo
  - $L = \{w | w \in \Sigma = \{a, b, c\}^\star$ e $w = xcx^R$ tal que $x \in \{a, b\}^\star\}$
  - $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$ onde:
    - $K = \{s, f\}$
    - $\Sigma = \{a, b, c\}$
    - $\Gamma = \{a, b\}$
    - $F = \{f\}$
    - $\delta = \{$
      1. $((s, a, \varepsilon), (s, a))$
      2. $((s, b, \varepsilon), (s, b))$
      3. $((s, c, \varepsilon), (f, \varepsilon))$
      4. $((f, a, a), (f, \varepsilon))$
      5. $((s, b, b), (f, \varepsilon))\}$

Considerações

- Autômatos de Pilha reconhecem a Classe das Linguagens Livres de Contexto
- Não há equivalência entre AP Determinísticos e Não Determinísticos
  - APD reconhecem somente um subconjunto das LLC
  - Exemplos

$$L_1 = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i = k \text{ ou } j = k\}$$

Propriedades das LLC

- União
- Concatenação
- Fechamento
- Reverso
- Interseção

$$
\begin{array}{lccl}
 & a^i b^j c^k & | & i = j \\
\bigcap & & & \\
 & a^i b^j c^k & | & j = k \\
\hline
 & a^i b^j c^k & | & i = j = k
\end{array}
$$

que não é uma LLC