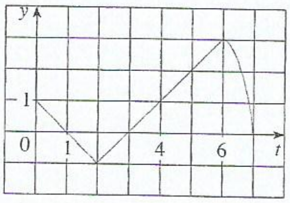
duas partes do Teorema Fundamental do Cálculo mostram que a derivação e a integração são processos inversos. Cada um desfaz o que o outro fez.

O Teorema Fundamental do Cálculo é inquestionavelmente o mais importante do cálculo e realmente é um dos grandes feitos da mente humana. Antes de sua descoberta, desde os tempos de Eudóxio e Arquimedes até os de Galileu e Fermat, os problemas de encontrar áreas, volumes e comprimentos de curva eram tão difíceis que somente um gênio poderia fazer frente ao desafio. Agora, porém, armado com o método sistemático que Leibniz e Newton configuraram a partir do Teorema Fundamental, veremos nos capítulos a seguir que esses problemas desafiadores são acessíveis para todos nós.

5.3 EXERCÍCIOS

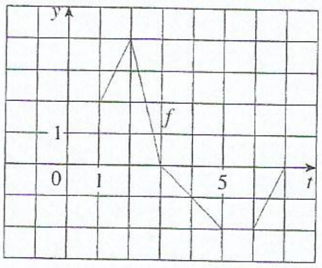
1. Explique claramente o que você entende por "derivação e integração são processos inversos".

2. Seja $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ onde f é a função cujo gráfico é mostrado.

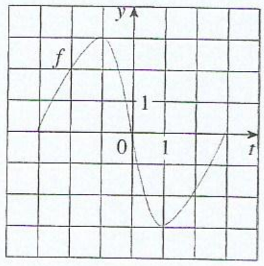


(a) Calcule $g(x)$ para $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ e 6.
(b) Estime $g(7)$.
(c) Onde g tem um valor máximo? Onde possui um valor mínimo?
(d) Faça um esboço do gráfico de g.

3. Seja $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$, onde f é a função cujo gráfico está mostrado.
(a) Calcule $g(0), g(1), g(2), g(3)$ e $g(6)$.
(b) Em que intervalos g está crescendo?
(c) Onde g tem um valor máximo?
(d) Faça um esboço do gráfico de g.



4. Seja $g(x) = \int_{-3}^x f(t)\,dt$, onde f é a função cujo gráfico está mostrado.
(a) Calcule $g(-3)$ e $g(3)$.
(b) Estime $g(-2), g(-1)$ e $g(0)$.
(c) Em que intervalo g está crescendo?
(d) Onde g tem um valor máximo?
(e) Faça um esboço do gráfico de g.
(f) Use o gráfico da parte (e) para esboçar o gráfico de $g'(x)$. Compare com o gráfico de f.



5–6 Esboce a área representada por $g(x)$. A seguir, encontre $g'(x)$ de duas maneiras: (a) utilizando a Parte 1 do Teorema Fundamental e (b) calculando a integral usando a Parte 2 e então derivando.

5. $g(x) = \int_1^x t^2\,dt$

6. $g(x) = \int_0^x (1 + \sqrt{t})\,dt$

7–18 Use a Parte 1 do Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada da função.

7. $g(x) = \int_1^x \frac{1}{t^3 + 1}$

8. $g(x) = \int_1^x \ln t\,dt$

9. $g(y) = \int_2^y t^2 \operatorname{sen} t\,dt$

10. $g(u) = \int_3^u \frac{1}{x + x^2}dx$

11. $F(x) = \int_x^\pi \sqrt{1 + \sec t}\,dt$

$\left[\textit{Sugestão: } \int_x^\pi \sqrt{1 + \sec t}\,dt = -\int_\pi^x \sqrt{1 + \sec t}\,dt\right]$

12. $G(x) = \int_x^1 \cos\sqrt{t}\,dt$

13. $h(x) = \int_2^{1/x} \operatorname{arctg} t\,dt$

14. $h(x) = \int_0^{x^2} \sqrt{1 + r^3}\,dr$

15. $y = \int_0^{\operatorname{tg} x} \sqrt{t + \sqrt{t}}\,dt$

16. $y = \int_1^{\cos x} (1 + v^2)^{10}\,dv$

17. $y = \int_{1-3x}^1 \frac{u^3}{1 + u^2}\,du$

18. $y = \int_{e^x}^0 \operatorname{sen}^3 t\,dt$

19–42 Calcule a integral.

19. $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x)\,dx$

20. $\int_{-2}^5 6\,dx$

21. $\int_1^4 (5 - 2t - 3t^2)\,dt$

22. $\int_0^1 (1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9)\,du$

23. $\int_0^4 \sqrt{x}\,dx$

24. $\int_0^1 x^{3/7}\,dx$

25. $\int_1^2 \frac{3}{t^4}\,dt$

26. $\int_\pi^{2\pi} \cos\theta\,d\theta$