UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

C E N T R O   T E C N O L Ó G I C O

Departamento de Informática e Estatística

CAMPUS UNIVERSITÁRIO – TRINDADE – CAIXA POSTAL 476, CEP: 88040-900 – FLORIANÓPOLIS – SC – TEL.0XX(48) 3721-9498

TESTE 08 – 10/02/2022 (postar no Moodle até 20:00 de 15/02/2022)
Referência: Capítulo 5 do livro-texto da disciplina e as aulas ministradas.

Nome: Rafael Begnini de Castilhos **Matrícula:** 20205642

Q.1 (Vale 4,0) – (Problema teórico prático: com base no relatório da Unidade I**)** – Considere as **três situações** que foram analisadas quanto à prática de preços de combustíveis, dados obtidos na ANP e realizando a análise descritiva quanto exploratória:
1'ª) Comparação entre estados ou entre combustíveis; 2ª) Comparação entre regiões (Metro X Int) e 3ª) Comparação entre bandeiras (Nac X Outr).

Qual? Diesel S10 Rio Grande do Sul x Paraná Diesel S10 Metropolitana x Interior Diesel S10 Nacional x Outros

Tarefa, com base no **seu relatório** da Unidade I: Preencha as linhas acima para identificar o que foi analisado.

a) Obtenha a **proporção (p)** de *postos que praticam* ***preços,*** *para cada situação****, com um desvio padrão em torno da média****.*
Média = 5,280, Desvio padrão = 0,202, então o intervalo de interesse é 5,078 até 5,482.
p_1 = RS = 189/256 e PR = 175/237 p_2 = METR = 128/187 e INTERIOR = 236/306 p_3 = NAC = 259/358 e OUTROS = 104/134

b) Calcule, aplicando um modelo adequado, para uma amostra de 20 postos, qual a probabilidade de ter entre 8 e 12 postos praticando preços naquele intervalo focado, de interesse do consumidor?
Qual é o modelo-base? Modelo discreto com base Bernoulli. e o modelo adequado para o cálculo da probabilidade pedida? Poisson.

Justifique sua resposta: A experiência consiste em amostragem sem reposição, contendo variáveis aleatórias discetas, condicionadas de acordo com a probabilidade do preço ser do interesse do consumidor.

Cálculos:

1) b) p1) RS: $p(X=12) = \binom{20}{12} \cdot 0,73^{12} \cdot (1-0,73)^{20-12}$

$p(x=12) = 0,0814 \Rightarrow p(x \le 12) = 1-[0,0814] = 91,85\%$

PR: $p(x=12) = \binom{20}{12} \cdot 0,73^{12} \cdot (1-0,73)^{20-12}$

$p(x=12) = 0,0814 \Rightarrow p(x \le 12) = 1-[0,0814] = 91,85\%$

p2) METR: $p(x=12) = \binom{20}{12} \cdot 0,68^{12} (1-0,68)^{20-12}$

$p(x=12) = 0,1353 \Rightarrow p(x \le 12) = 1-[0,1353] = 86,47\%$

INTER: $p(x=12) = \binom{20}{12} \cdot 0,77^{12} (1-0,77)^{20-12}$

$p(x=12) = 0,0428 \Rightarrow p(x \le 12) = 1-[0,0428] = 95,72\%$

p3) NAC: $p(x=12) = \binom{20}{12} \cdot 0,72^{12} \cdot (1-0,72)^{20-12}$

$p(x=12) = p(x \le 12) = 0,0923 \Rightarrow 1-[0,0923] = 90,77\%$

OUTROS: $p(x=12) = \binom{20}{12} \cdot 0,77^{12} \cdot (1-0,77)^{20-12}$

$p(x=12) = p(x \le 12) = 0,0428 = 1-[0,0428] = 95,72$

c) Obtenha a **proporção (p')** de *postos que praticam* ***preços***, para cada situação, ***maior do que a média + 2 desvios-padrão***.

Média = 5,280, Desvio padrão = 0,202, então o preço de interesse é maior que 5,684.

p'_1 = RS = 19/256 e PR = 3/237 p_2 = METR = 4/187 e INTERIOR = 18/306 p'_3 = NAC = 17/358 e OUTROS = 5/134

d) Calcule, aplicando um modelo adequado, para uma amostra de 30 postos, qual a probabilidade de ter no máximo três (3) postos praticando preços naquele intervalo focado, de interesse do consumidor?

Qual é o modelo-base? Modelo discreto com base Bernoulli. e o modelo adequado para o cálculo da probabilidade pedida? Poisson.

Justifique sua resposta: A experiência consiste em amostragem sem reposição, contendo variáveis aleatórias discetas, condicionadas de acordo com a probabilidade do preço ser do interesse do consumidor.

Cálculos:

1) d) p'1)

RS: $p(x \le 3) = \binom{30}{3} \cdot 0{,}074^3 (1-0{,}074)^{30-3}$

$p(x \le 3) = 0{,}2064$

$p(x \le 2) : 0{,}2767$

$p(x \le 1) : 0{,}2388$

$p(x \le 0) : 0{,}0996$

$\Sigma p(x) = 82{,}15\%$

PR: $p(x \le 3 = \binom{30}{3} \cdot 0{,}012^3 (1-0{,}012)^{30-3}$

$p(x \le 3) : 0{,}0050$

$p(x \le 2) : 0{,}0446$

$p(x \le 1) : 0{,}2536$

$p(x \le 0) : 0{,}6961$

$\Sigma p(x) = 99{,}93\%$

METR: $p(x \le 3) = \binom{30}{3} \cdot 0,021^3 (1 - 0,021)^{30-3}$
=

$$\left.\begin{aligned} p(x \le 3) &= 0,0211 \\ p(x \le 2) &= 0,1058 \\ p(x \le 1) &= 0,3404 \\ p(x \le 0) &= 0,5290 \end{aligned}\right\} \quad \Sigma p(x) = 99,63\%$$

ENTER: $p(x \le 3) = \binom{30}{3} \cdot 0,058^3 (1 - 0,058)^{30-3}$
=

$$\left.\begin{aligned} p(x \le 3) &= 0,1578 \\ p(x \le 2) &= 0,2746 \\ p(x \le 1) &= 0,3076 \\ p(x \le 0) &= 0,1665 \end{aligned}\right\} \quad \Sigma p(x) = 90,65\%$$

NAC: $p(x \le 3) = \binom{30}{3} \cdot 0,047^3 \cdot (1 - 0,047)^{30-3}$
=

$$\left.\begin{aligned} p(x \le 3) &= 0,1149 \\ p(x \le 2) &= 0,2496 \\ p(x \le 1) &= 0,3490 \\ p(x \le 0) &= 0,2359 \end{aligned}\right\} \quad \Sigma p(x) = 94,94\%$$

OUTROS: $p(x \le 3) = \binom{30}{3} \cdot 0,037^3 (1 - 0,037)^{30-3}$
=

$$\left.\begin{aligned} p(x \le 3) &= 0,0743 \\ p(x \le 2) &= 0,2072 \\ p(x \le 1) &= 0,3719 \\ p(x \le 0) &= 0,3269 \end{aligned}\right\} \quad \Sigma p(x) = 98,03\%$$

Q.2 (Vale 2,0) – (Pesquise sobre o modelo complementar: Binomial Negativa (ou de Pascal) –

Qual é o **experimento aleatório**?

O experimento aleatório é quando repetimos várias vezes procedimentos semelhantes, mas apresentam resultados imprevisíveis. Para determinar os resultados de um experimento aleatório é necessário identificar o espaço amostral e as características escolhidas. O lançamento de um dado e de uma moeda são considerados exemplos de experimentos aleatórios, no caso dos dados podemos ter seis resultados diferentes {1, 2, 3, 4, 5, 6} e no lançamento da moeda, dois {cara, coroa}

Qual é a **variável** de interesse?

A variável de interesse representa algumas caracterísitcas do interesse do espaço amostral. Quando se faz uma pesquisa com objetivo de estudar o Índice de massa corporal, é tomado uma amostra da população e mede-se altura e peso de cada indivíduo. Nesse caso, a variável peso e altura de cada indivíduo são as variáveis de interesse.

Qual a **diferença** entre o Modelo Binomial e Binomial Negativa?

A distribuição binomial é um cálculo estatístico utilizado para identificar a probabilidade de ocorrência de determinado evento dentro de um sistema fechado e utilizando de uma sequência limitada de tentativas. Já a distribuição binomial negativa, é um experimento estatístico que segue as propriedades: Consiste em X tentativas, onde cada tentativa pode resultar dois resultados possíveis (que podemos chamar de *sucesso* e *fracasso*). A probabilidade de sucesso é denotada por p em cada tentativa, que por sua vez são independentes e não afeta o resultado das outras tentativas.

Qual é **função massa de probabilidade** da Binomial Negativa? **p(x) = ?**

É uma função que associa um valor de probabilidade à cada possível ocorrência de uma variável aleatória discreta. Contando com a variável aleatória discreta “resultado de um dado”, as possíveis ocorrências são 1,2,3,4,5 e 6. Considerando um dado não viciado, função de massa de probabilidade associará cada ocorrência com uma probabilidade igual a 1/6.

Identifique o **significado de cada termo** da função massa de probabilidade:

A função massa de probabilidade binomial dá a probabilidade para um número exato de "sucessos" em n ensaios independentes, onde a probabilidade de sucesso p em uma única tentativa é constante.

f(x) = função.
E(X) = média populacional.
Var(X) = variância populacional.

Qual é o **valor esperado** do modelo? E(X) = n * p

Qual é a **variância** do modelo? V(X) = n * p * (1-p) = n * p * q

O que é probabilidade "negativa"?

A probabilidade negativa gira em torno da idéia de cancelamento. Nas probabilidades clássicas, quando um evento ocorre, ele ocorre e não há nada que você possa mudar. Em probabilidades negativas, os eventos podem ser cancelados. Existem eventos positivos e negativos. Cada evento negativo ("vi um NÃO-frango") se funde com um evento positivo correspondente ("vi um frango") cancelando-o. Mas e se um evento negativo não encontrar um evento positivo para cancelar? Você observaria o evento negativo? Para explicar isso, a mecânica quântica generalizou a teoria da probabilidade para números negativos / imaginários, principalmente para explicar padrões de interferência, dualidade onda e entre outras.

Q.3 (Vale 2,0) – Os postos de gasolina se distribuem ao longo da BR 101 de acordo com a lei de **Poisson** com uma média de 1 posto para cada 15 km. Em virtude de greve na entrega de gasolina sabe-se de registros anteriores que a probabilidade de que no próximo posto não haja gasolina é de **0,2X.** Considere que as "disponibilidades" de gasolina nos diferentes postos são estatisticamente independentes.

Obs.: **X** = antepenúltimo dígito de sua matrícula!

Probabilidade do próximo não haver = 0,26.

1) Qual é a probabilidade que existam no máximo dois (2) postos nos próximos 40 km?

Q3)

1) Se existe uma média de 1 posto a cada 15km.

A cada 40km existem 2,67 postos.

$$P(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

$$P(x=2) = \frac{2{,}67^2 \cdot e^{-267}}{2!} = 24{,}68$$

$$P(x=1) = \frac{2{,}67^1 \cdot e^{-2{,}67}}{1!} = 18{,}49$$

$$P(x=0) = \frac{2{,}67^0 \cdot e^{-2{,}67}}{0!} = 6{,}92$$

$$\Sigma\, p(x) \Rightarrow p(x=2) + p(x=1) + p(x=0) = 24{,}68 + 18{,}49 + 6{,}92 = 50{,}09$$

2) Qual é a probabilidade de que nos próximos três (3) postos no mínimo um (1) tenha gasolina para vender?

Q3)

2) Probabilidade de não haver = 0,26 . logo 0,74 de haver.

$$P(x=0) = \frac{0,74^0 \cdot e^{-0,74}}{0!} = 0,4771 \Rightarrow 47,71\%$$

$$P(Y \geq 1) = [1 - 0,4771] = 0,5229 \Rightarrow 52,29\%$$

Q.4 (Vale 2,0) – De todos os bits transmitidos por um canal digital de comunicação, **0,1a%** são recebidos com erro. Qual a probabilidade de que no mínimo um (1) bit seja recebido com erro nos próximos cem (100) bits transmitidos? Compare o Modelo Binomial **X** Modelo Poisson, obtendo o erro relativo para avaliar a aproximação. <u>**Obs.**</u>: **a** = primeiro dígito de sua matrícula!

Bits que são recebidos com erro = 0,12%**.**

Q4) $P(x) = \dfrac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$ Poisson:

$P(x=0) = \dfrac{0{,}88^0 \cdot e^{-0{,}88}}{0!} = 0{,}4147$

$P(Y \geq 1) = [1 - 0{,}4147] = 0{,}5853$

Binomial:

$p(x=0) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$

$n = 1$

$p = 0{,}88$

$\binom{n}{x} = \dfrac{n!}{(n-x)!\,x!} = \dfrac{1!}{1! \cdot 1!} = 1$

$1 \cdot 0{,}88^0 \cdot (1 - 0{,}88)^{1-0} = 0{,}12$

$P(Y \geq 1) = [1 - 0{,}12] = 0{,}88$

Erro Relativo $= \dfrac{|0{,}88 - 0{,}5853|}{0{,}88} = 0{,}33$