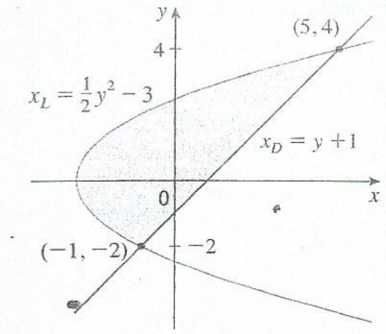


FIGURA 13

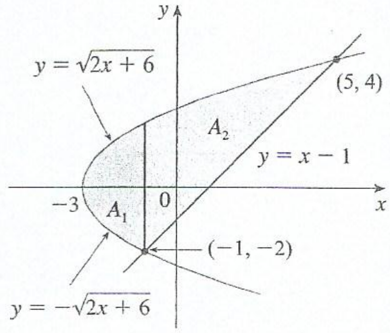


FIGURA 14

EXEMPLO 6 Encontre a área limitada pela reta $y = x - 1$ e pela parábola $y^2 = 2x + 6$.

SOLUÇÃO Resolvendo as duas equações, descobrimos que os pontos de intersecção são $(-1, -2)$ e $(5, 4)$. Isolamos x na equação da parábola e observamos pela Figura 13 que as curvas de fronteira esquerda e direita são

$$x_E = \tfrac{1}{2}y^2 - 3 \qquad x_D = y + 1$$

Devemos integrar entre os valores apropriados de y, $y = -2$ e $y = 4$. Assim,

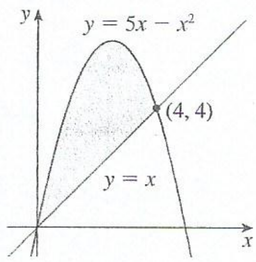
$$\begin{aligned} A &= \int_{-2}^{4} (x_D - x_E)\, dy \\ &= \int_{-2}^{4} \left[(y+1) - \left(\tfrac{1}{2}y^2 - 3\right)\right] dy \\ &= \int_{-2}^{4} \left(-\tfrac{1}{2}y^2 + y + 4\right) dy \\ &= -\frac{1}{2}\left(\frac{y^3}{3}\right) + \frac{y^2}{2} + 4y \Bigg]_{-2}^{4} \\ &= -\tfrac{1}{6}(64) + 8 + 16 - \left(\tfrac{4}{3} + 2 - 8\right) = 18 \end{aligned}$$

Poderíamos ter encontrado a área no Exemplo 6 integrando em relação a x em vez de y, mas o cálculo é muito mais complicado. Isso significaria dividir a região em duas e calcular as áreas A_1 e A_2 na Figura 14. O método que usamos no Exemplo 6 é *muito* mais fácil.

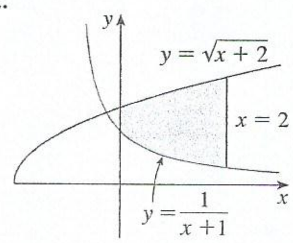
6.1 EXERCÍCIOS

1–4 Encontre as áreas da região sombreada.

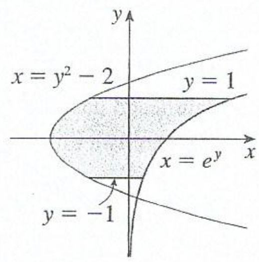
1.



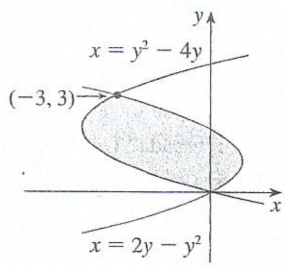
2.



3.



4.



5–28 Esboce a região delimitada pelas curvas dadas. Decida quando integrar em relação a x ou a y. Desenhe um retângulo aproximante típico e coloque sua altura e largura. Então, calcule a área da região.

5. $y = x + 1$, $y = 9 - x^2$, $x = -1$, $x = 2$

6. $y = \operatorname{sen} x$, $y = e^x$, $x = 0$, $x = \pi/2$

7. $y = x$, $y = x^2$

8. $y = x^2$, $y = x^4$

9. $y = 1/x$, $y = 1/x^2$, $x = 2$

10. $y = 1 + \sqrt{x}$, $y = (3 + x)/3$

11. $y = x^2$, $y^2 = x$

12. $y = x^2$, $y = 4x - x^2$

13. $y = 12 - x^2$, $y = x^2 - 6$

14. $y = \cos x$, $y = 2 - \cos x$, $0 \leqslant x \leqslant 2\pi$

15. $y = \operatorname{tg} x$, $y = 2 \operatorname{sen} x$, $-\pi/3 \leqslant x \leqslant \pi/3$

16. $y = x^3 - x$, $y = 3x$

17. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2}x$, $x = 9$

18. $y = x^2 + 1$, $y = 3 - x^2$, $x = -2$, $x = 2$

19. $x = 2y^2$, $x = 4 + y^2$

20. $4x + y^2 = 12$, $x = y$

21. $x = 1 - y^2$, $x = y^2 - 1$

22. $y = \operatorname{sen}(\pi x/2)$, $x = y$

23. $y = \cos x$, $x = \operatorname{sen} 2x$, $x = 0$, $x = \pi/2$