

FIGURA 19

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

Finalmente, observamos que pode ser definido um limite infinito no infinito da forma a seguir. A ilustração geométrica está dada na Figura 19.

**9 DEFINIÇÃO** Seja  $f$  uma função definida em algum intervalo  $(a, \infty)$ . Então

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

significa que para todo positivo  $M$  existe um correspondente número positivo  $N$  tal que

$$\text{se } x > N \quad \text{então} \quad f(x) > M$$

Definições análogas podem ser feitas quando o símbolo  $\infty$  é substituído por  $-\infty$  (veja o Exercício 70).

## 2.6 EXERCÍCIOS

1. Explique com suas palavras o significado de cada um dos itens a seguir.

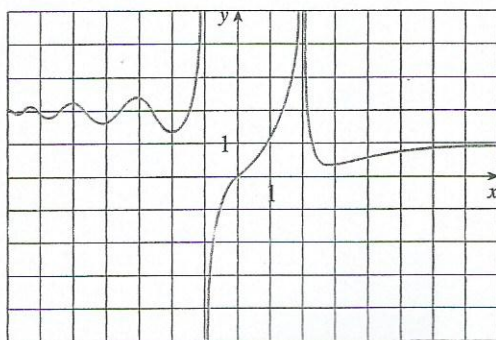
(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$       (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$

2. (a) O gráfico de  $y = f(x)$  pode interceptar uma assíntota vertical? E uma assíntota horizontal? Ilustre com gráficos.

(b) Quantas assíntotas horizontais pode ter o gráfico de  $y = f(x)$ ? Ilustre com gráficos as possibilidades.

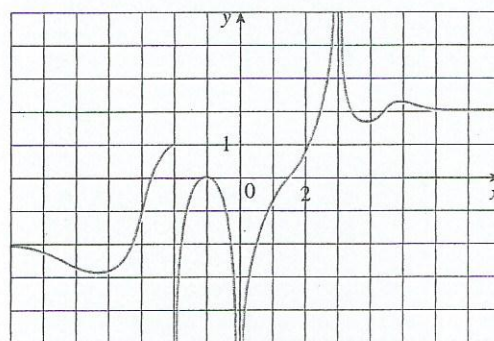
3. Para a função  $f$ , cujo gráfico é dado, diga quem são.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$       (b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$   
 (c)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$       (d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$   
 (e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$       (f) As equações das assíntotas



4. Para a função  $g$ , cujo gráfico é dado, determine o que se pede.

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$       (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$   
 (c)  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$       (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$   
 (e)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$       (f) As equações das assíntotas



5-10 Esboce o gráfico de um exemplo de uma função  $f$  que satisfaça a todas as condições dadas.

5.  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ ,  $f$  é ímpar

6.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$ ,  
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

7.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ,  
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

8.  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$

9.  $f(0) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ ,

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \infty$ ,  
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$

10.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f$  é par