Estudo de cônicas em geral

Professores:
Alda Dayana Mattos Mortari
Christian Wagner
Giuliano Boava (autor e voz)
Leandro Batista Morgado
María Rosario Astudillo Rojas
Mykola Khrypchenko

RECAPITULAÇÃO

Objetivo 1. Dada uma equação qualquer da forma

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0,$$

reconhecer qual a classificação e saber fazer o gráfico.

Objetivo 2. A partir do gráfico (ou informações sobre o gráfico), determinar a equação.

RECAPITULAÇÃO

Roteiro das aulas

Estudar tipos particulares de equações e seus gráficos.

Circunferência

Elipse

Parábola

Hipérbole

Ao final, verificaremos que (quase) toda equação se encaixa nos casos estudados.

RECAPITULAÇÃO

Roteiro das aulas

Estudar tipos particulares de equações e seus gráficos.

Circunferência

Elipse

Parábola

Hipérbole

Ao final, verificaremos que (quase) toda equação se encaixa nos casos estudados.

ROTEIRO DESSA AULA

Parte 1. Reconhecer o gráfico de todas as possíveis configurações da equação

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$$

Essa análise será feita em vários casos.

ROTEIRO DESSA AULA

Parte 1. Reconhecer o gráfico de todas as possíveis configurações da equação

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$$

Essa análise será feita em vários casos.

O caso em que C é diferente de 0 não será tratado nessa aula. Esse caso é visto separadamente em um conteúdo chamado rotação de cônicas.

ROTEIRO DESSA AULA

Parte 1. Reconhecer o gráfico de todas as possíveis configurações da equação

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$$

Essa análise será feita em vários casos.

Parte 2. Curiosidades sobre cônicas.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 1: equação sem letras.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 1: equação sem letras.

Exemplo 1.1. $A = B = C = D = E = 0$ e $F = 2$.
A equação é $2 = 0$.

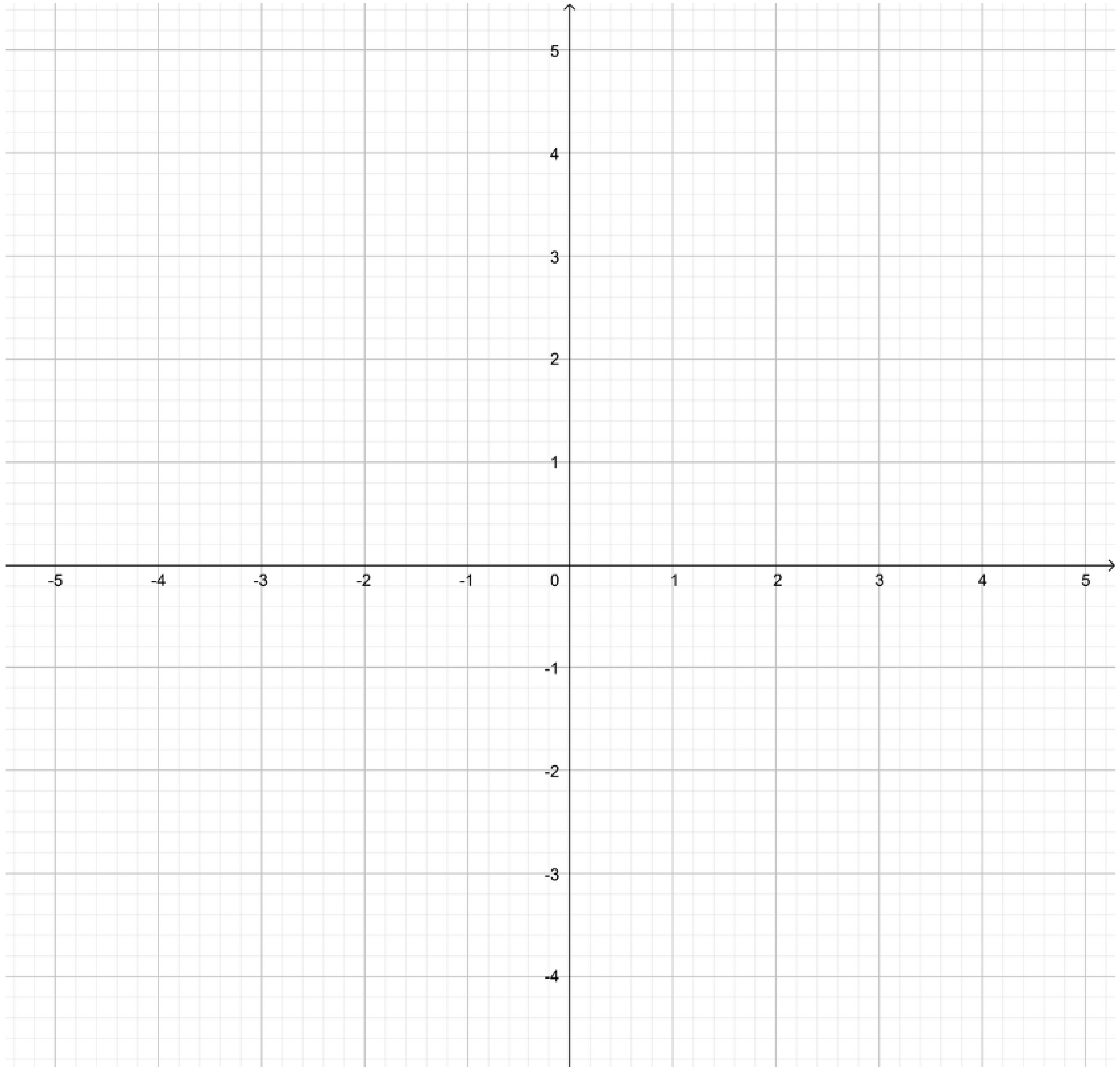
ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 1: equação sem letras.

Exemplo 1.1. $A = B = C = D = E = 0$ e $F = 2.$
A equação é $2 = 0.$

Seu gráfico é o conjunto vazio.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 1: equação sem letras.

Exemplo 1.1. $A = B = C = D = E = 0$ e $F = 2$.
A equação é $2 = 0$.

Seu gráfico é o conjunto vazio.

Exemplo 1.2. $A = B = C = D = E = F = 0$.
A equação é $0 = 0$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

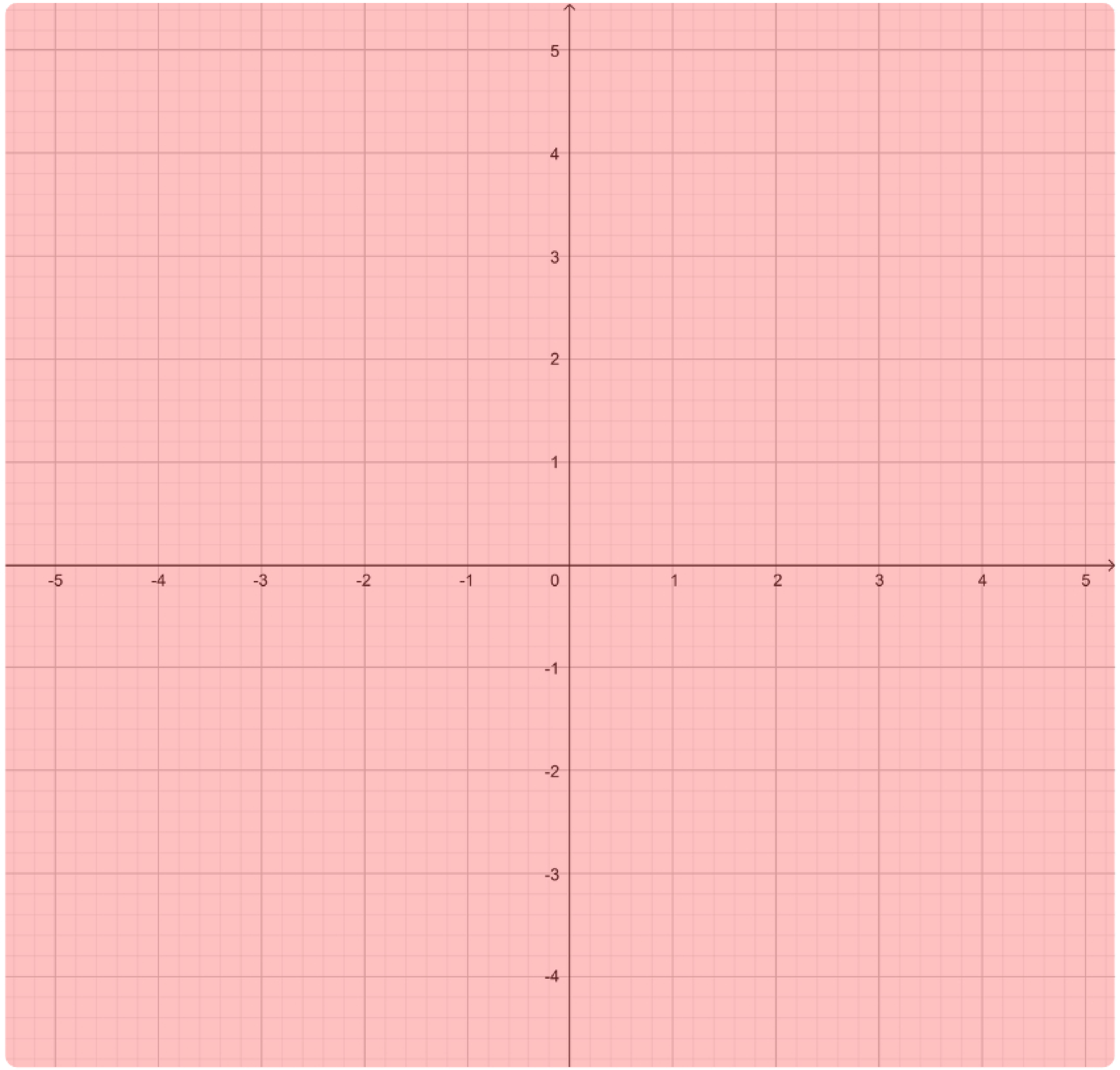
Caso 1: equação sem letras.

Exemplo 1.1. $A = B = C = D = E = 0$ e $F = 2$.
A equação é $2 = 0$.

Seu gráfico é o conjunto vazio.

Exemplo 1.2. $A = B = C = D = E = F = 0$.
A equação é $0 = 0$.

Seu gráfico é composto por todos os pontos do plano.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

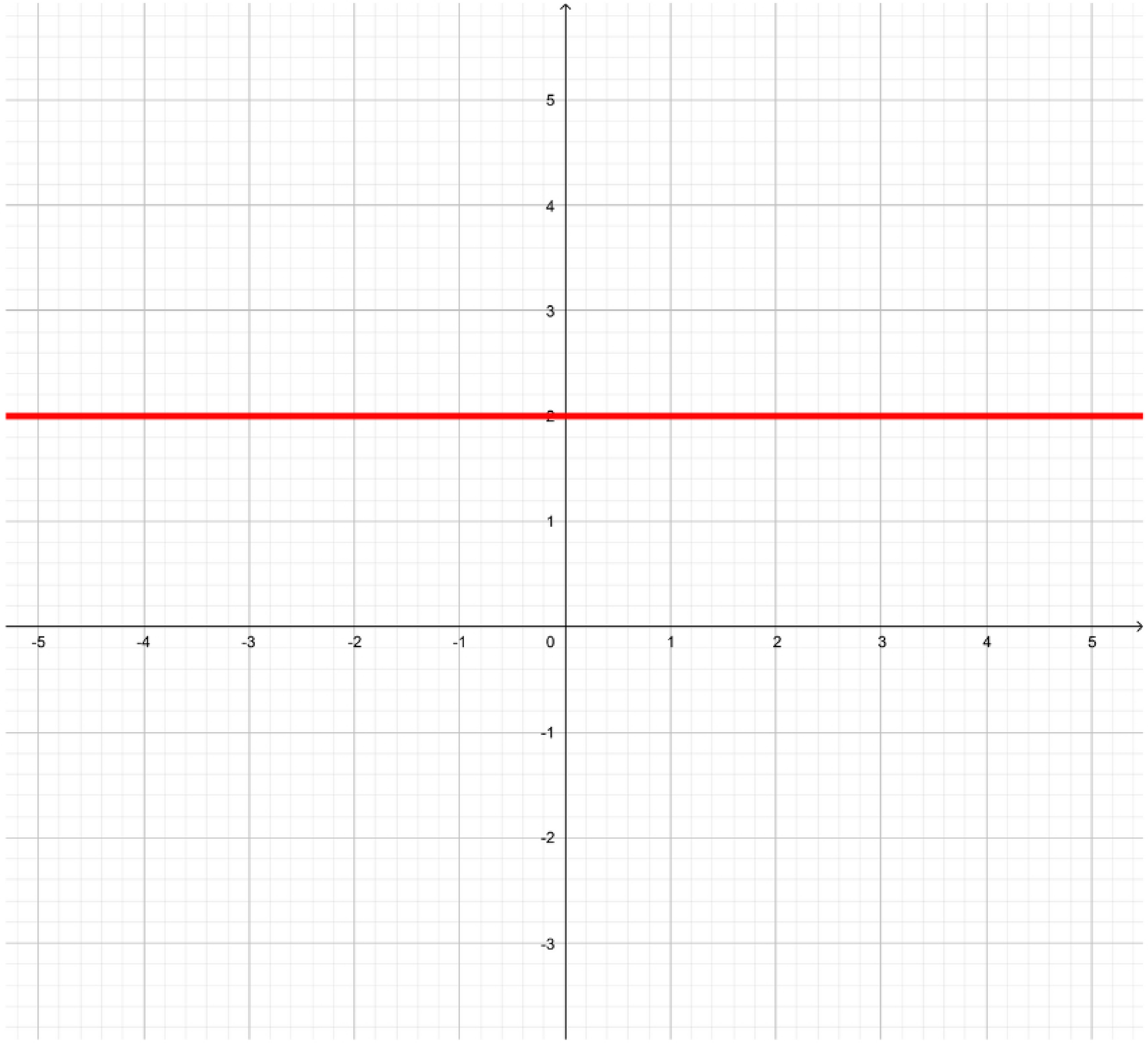
Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0.$

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0$. Esta é a reta $y = 2$.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0$. Esta é a reta $y = 2$.

Exemplo 2.2. $x^2 + x + 3 = 0.$

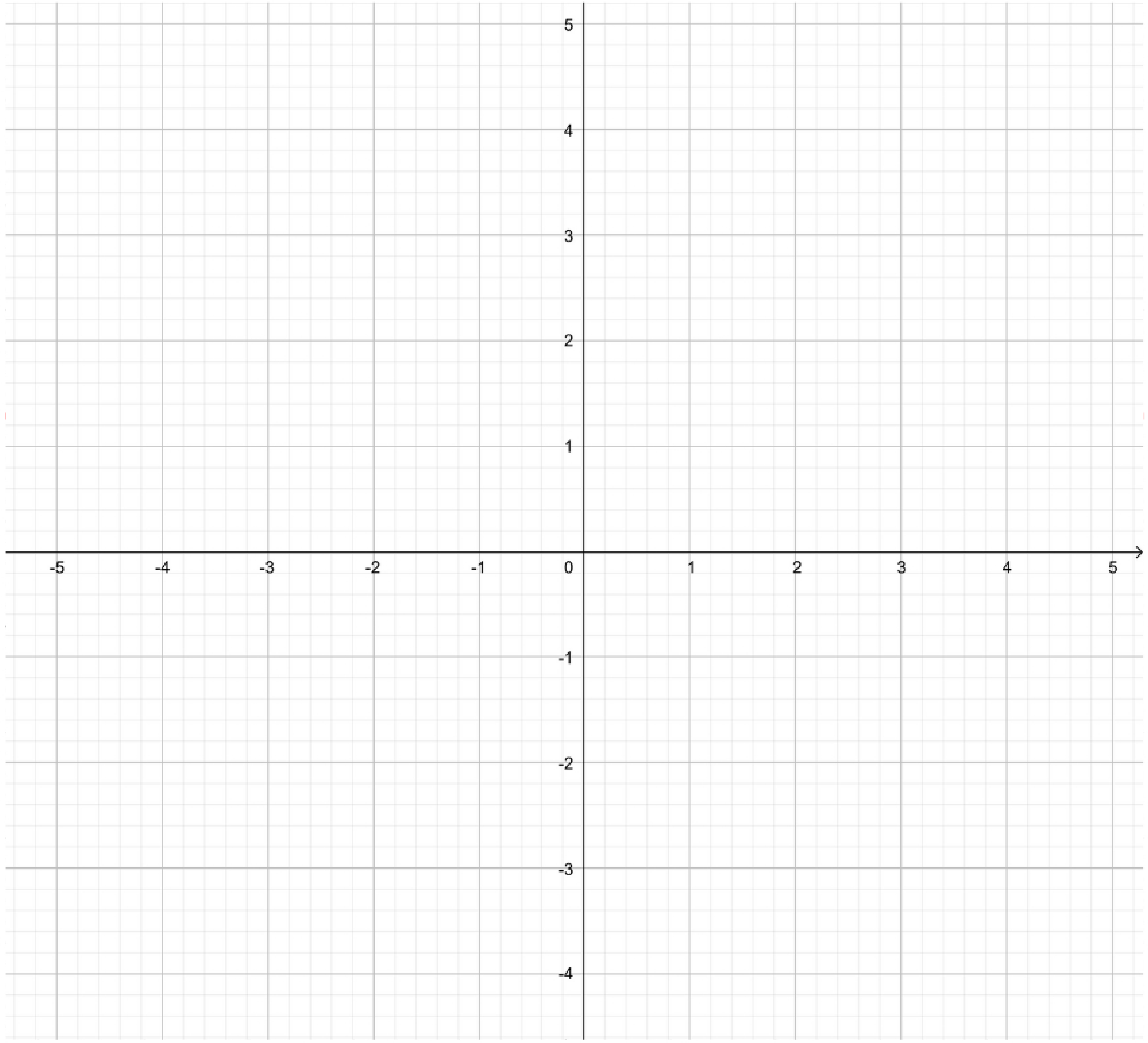
ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0$. Esta é a reta $y = 2$.

Exemplo 2.2. $x^2 + x + 3 = 0$. Esta equação não possui solução, logo o gráfico é o conjunto vazio.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0$. Esta é a reta $y = 2$.

Exemplo 2.2. $x^2 + x + 3 = 0$. Esta equação não possui solução, logo o gráfico é o conjunto vazio.

Exemplo 2.3. $y^2+2y+1 = 0$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

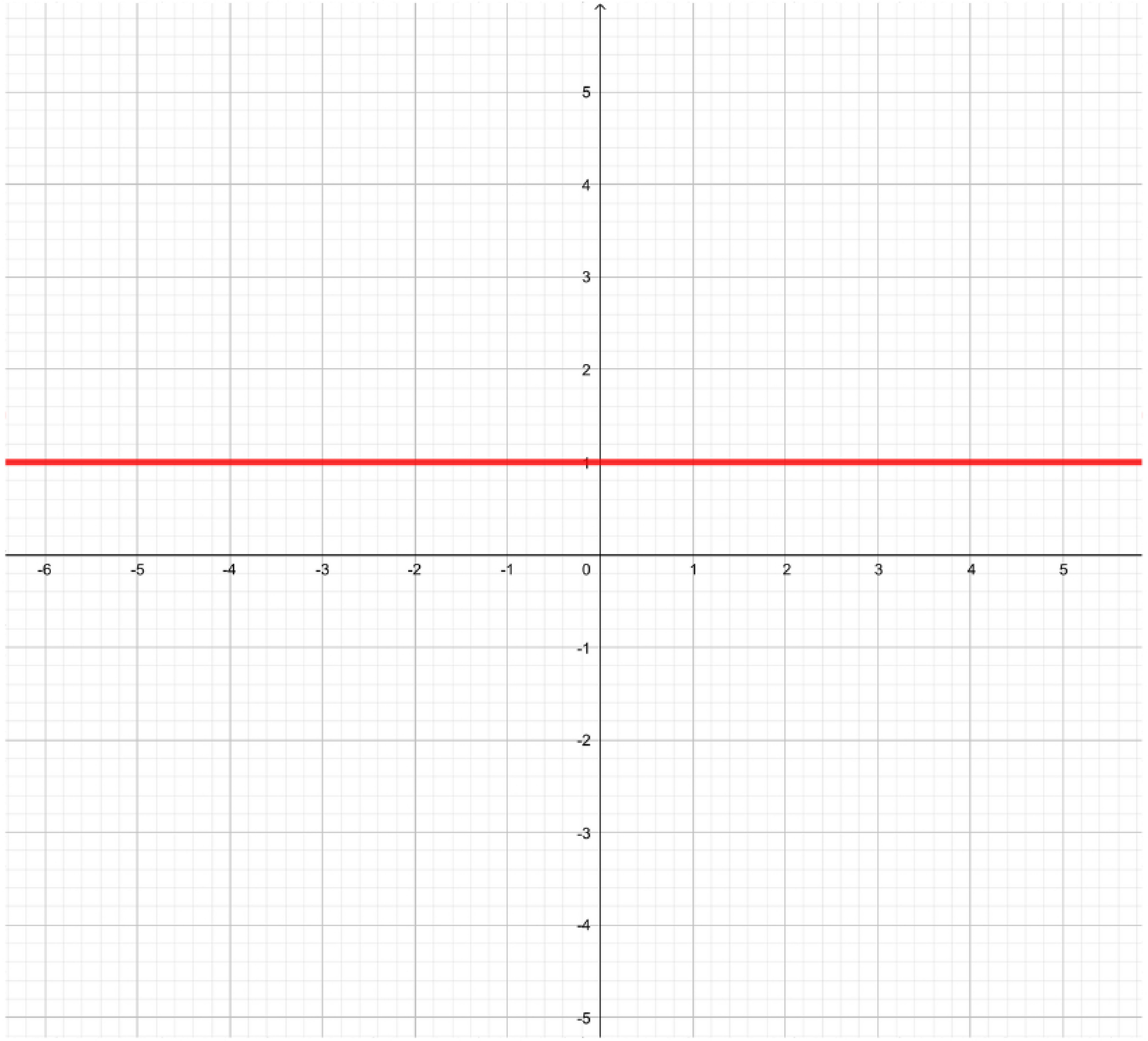
Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0$. Esta é a reta $y = 2$.

Exemplo 2.2. $x^2 + x + 3 = 0$. Esta equação não possui solução, logo o gráfico é o conjunto vazio.

Exemplo 2.3. $y^2+2y+1 = 0$. Esta equação possui solução $y = 1$, portanto seu gráfico é a reta $y = 1$.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 2: equação com apenas uma letra.

Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0$. Esta é a reta $y = 2$.

Exemplo 2.2. $x^2 + x + 3 = 0$. Esta equação não possui solução, logo o gráfico é o conjunto vazio.

Exemplo 2.3. $y^2+2y+1 = 0$. Esta equação possui solução $y = 1$, portanto seu gráfico é a reta $y = 1$.

Exemplo 2.4. $x^2-3x+2 = 0$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

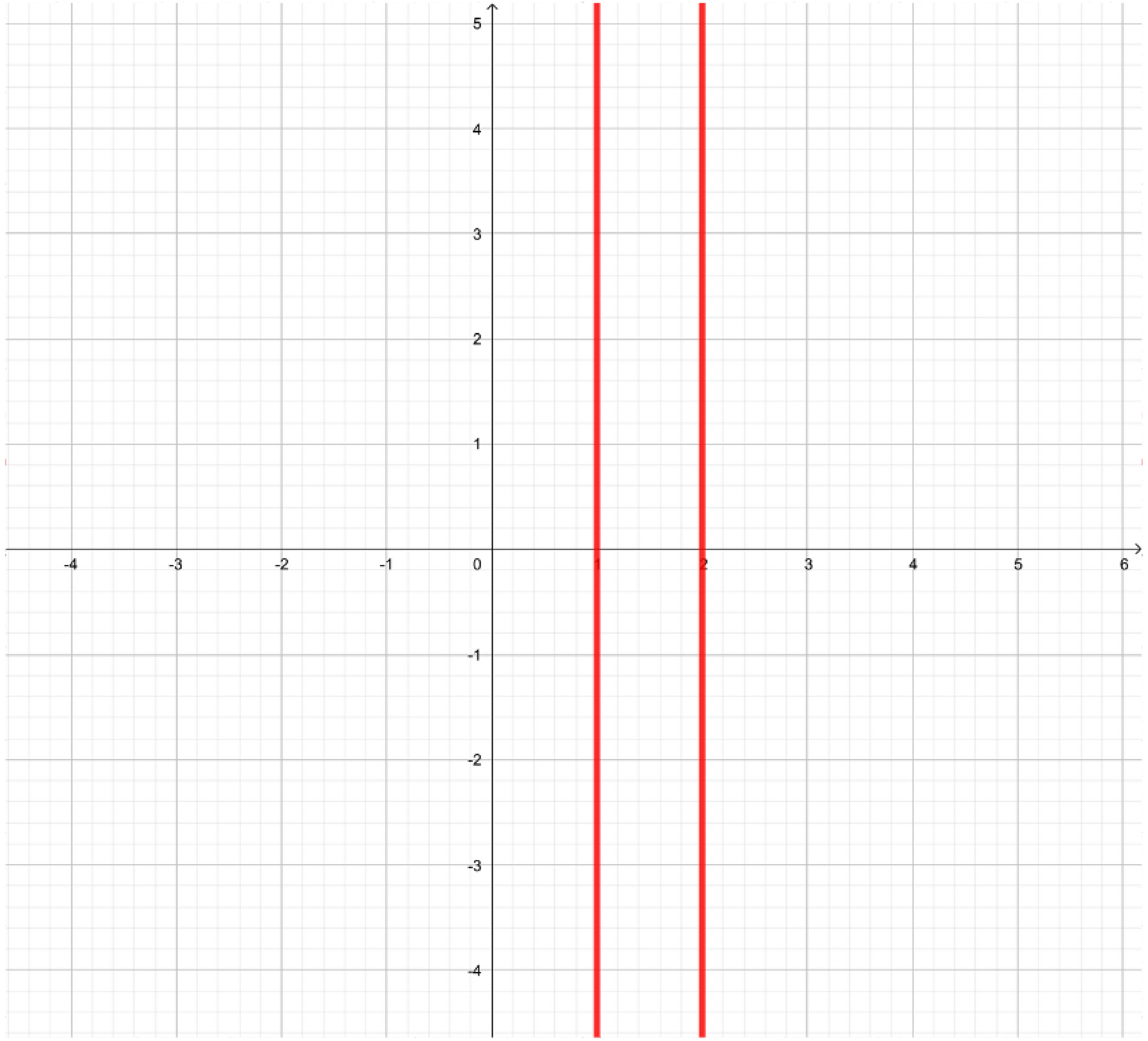
Caso 2: equação com apenas uma letra.

Exemplo 2.1. $3y - 6 = 0$. Esta é a reta $y = 2$.

Exemplo 2.2. $x^2 + x + 3 = 0$. Esta equação não possui solução, logo o gráfico é o conjunto vazio.

Exemplo 2.3. $y^2+2y+1 = 0$. Esta equação possui solução $y = 1$, portanto seu gráfico é a reta $y = 1$.

Exemplo 2.4. $x^2-3x+2 = 0$. Esta equação possui solução $x = 1$ ou $x = 2$, portanto seu gráfico é composto pelas retas $x = 1$ e $x = 2$.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 3

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 3: equação com as duas letras, sem quadrados.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 3

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 3: equação com as duas letras, sem quadrados.

Exemplo 3.1. $2x - y + 1 = 0.$

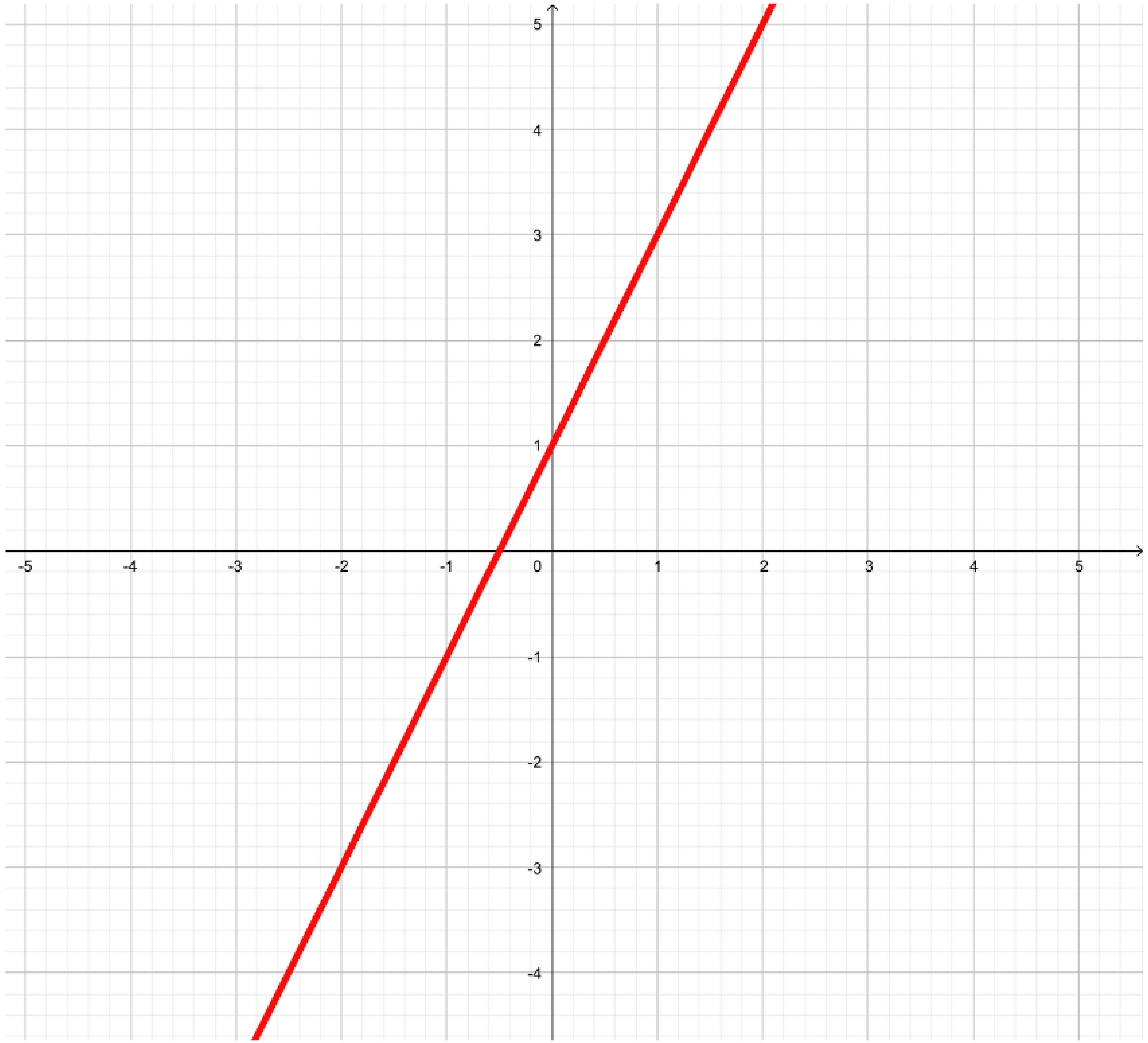
ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 3

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 3: equação com as duas letras, sem quadrados.

Exemplo 3.1. $2x - y + 1 = 0.$

Esta é a equação de uma reta.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 4: duas letras, apenas uma com quadrado.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 4: duas letras, apenas uma com quadrado.

Exemplo 4.1. $2x^2 - 4x - 40y - 78 = 0.$

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

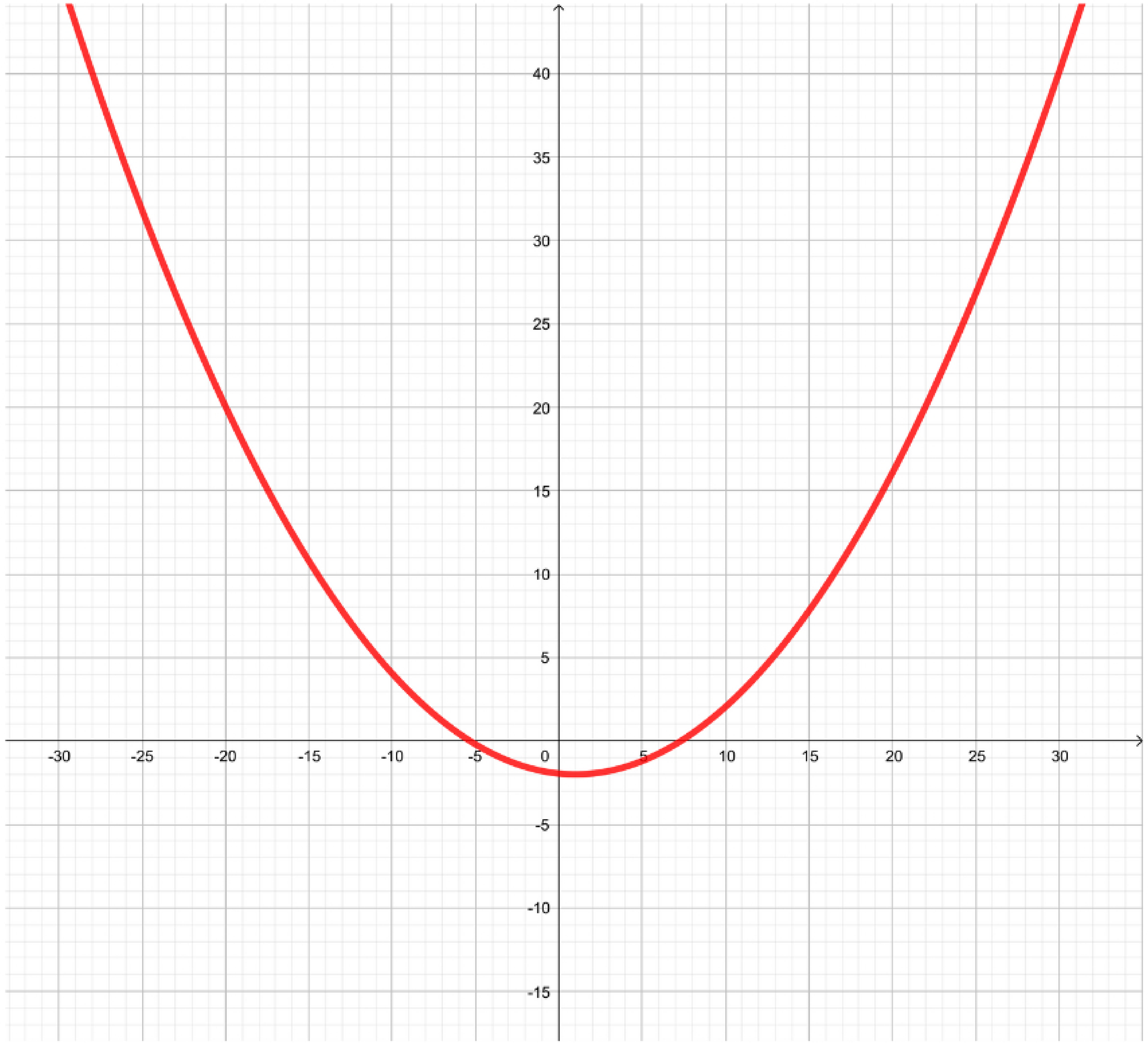
Caso 4: duas letras, apenas uma com quadrado.

Exemplo 4.1. $2x^2 - 4x - 40y - 78 = 0.$

Completando os quadrados e escrevendo no formato padrão, obtemos

$$2 \cdot 10(y+2) = (x-1)^2.$$

Logo, o gráfico é uma parábola.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Após o completamento dos quadrados, a equação pode ser reescrita como

$$M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P,$$

com $M \neq 0$ e $N \neq 0$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Após o completamento dos quadrados, a equação pode ser reescrita como

$$M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P,$$

com $M \neq 0$ e $N \neq 0$.

Este caso será subdividido em vários casos, conforme os sinais de M, N e P. Tenha paciência e tente não se perder nas subdivisões.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Após o completamento dos quadrados, a equação pode ser reescrita como

$$M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P,$$

com $M \neq 0$ e $N \neq 0$.

Este caso será subdividido em vários casos, conforme os sinais de M, N e P. Tenha paciência e tente não se perder nas subdivisões.

Como $M \neq 0$ e $N \neq 0$, basicamente as divisões envolverão M e N com sinais iguais ou sinais opostos.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Após o completamento dos quadrados, a equação pode ser reescrita como

$$M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P,$$

com $M \neq 0$ e $N \neq 0$.

Este caso será subdividido em vários casos, conforme os sinais de M, N e P. Tenha paciência e tente não se perder nas subdivisões.

Como $M \neq 0$ e $N \neq 0$, basicamente as divisões envolverão M e N com sinais iguais ou sinais opostos.

Para P, os casos serão: $P = 0$ ou $P \neq 0$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.1: M **e** N **com sinais opostos e** $P \neq 0$**.**

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.1: M **e** N **com sinais opostos e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.1.1. $4(x - 1)^2 - 9(y + 1)^2 = 36$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

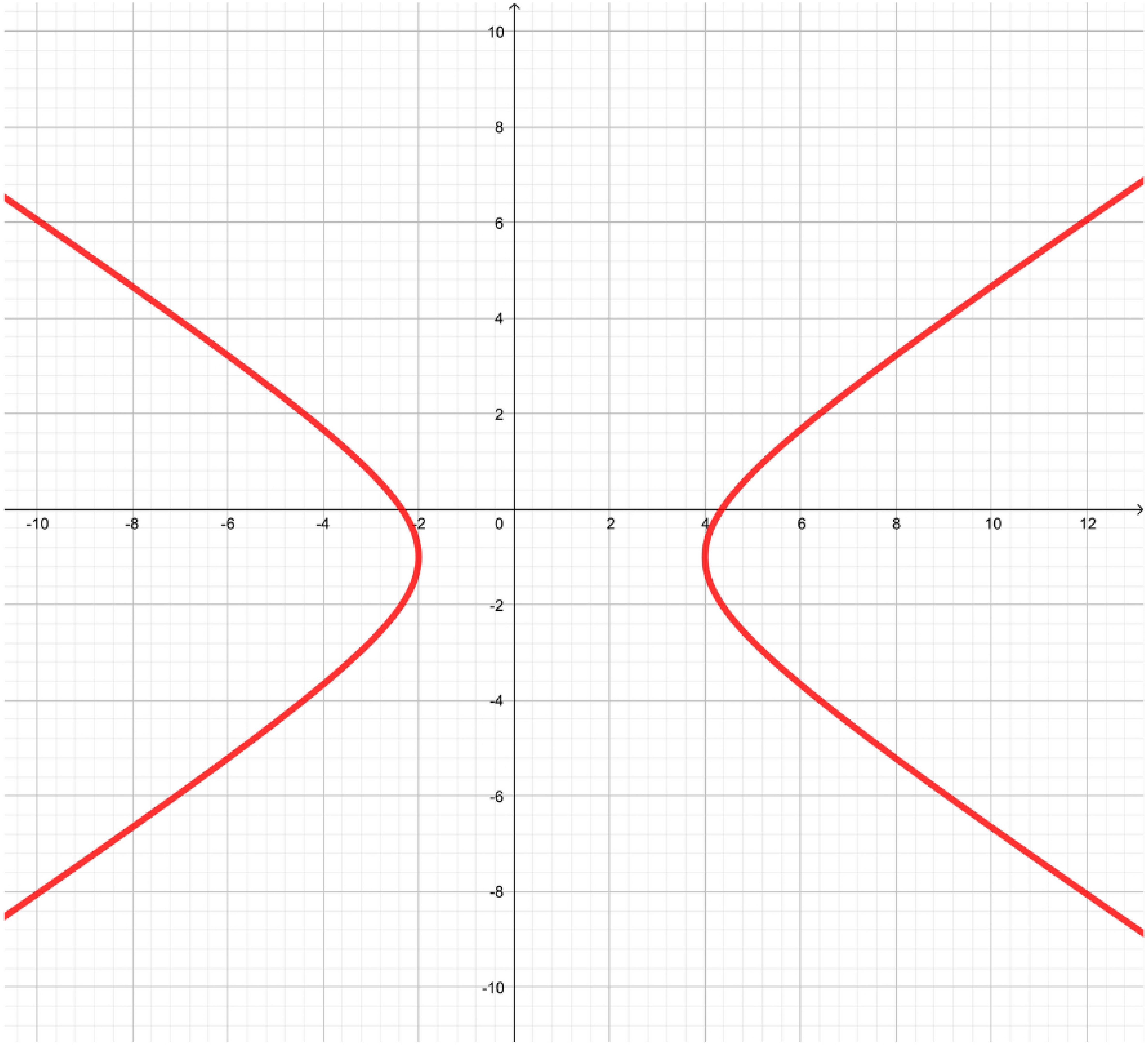
Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.1: M **e** N **com sinais opostos e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.1.1. $4(x-1)^2 - 9(y+1)^2 = 36.$

Dividindo por 36, chegamos à forma padrão da hipérbole:

$$\frac{(x-1)^2}{3^2} - \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1.$$



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.1

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.1: M **e** N **com sinais opostos e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.1.1. $4(x-1)^2 - 9(y+1)^2 = 36.$

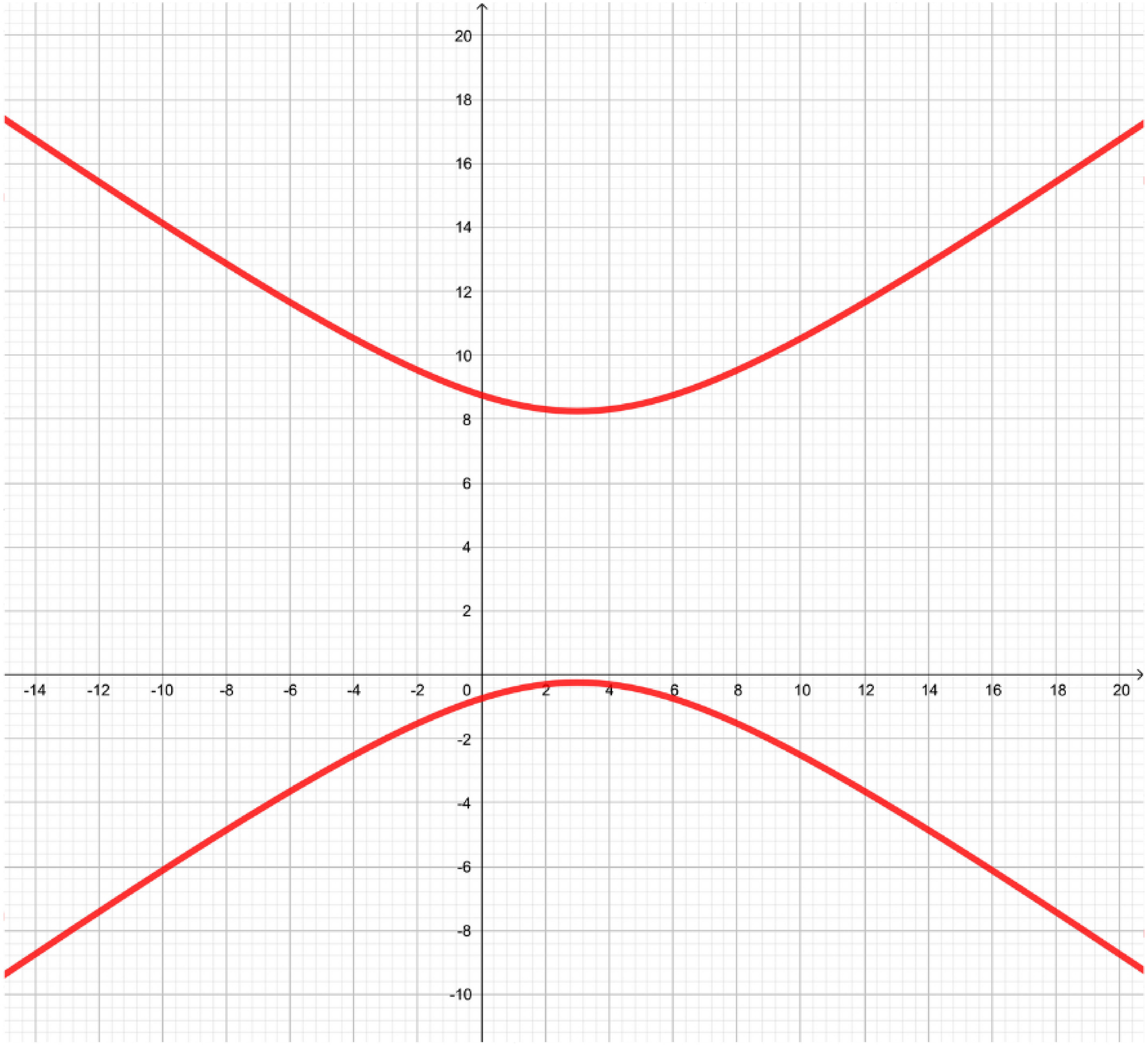
Dividindo por 36, chegamos à forma padrão da hipérbole:

$$\frac{(x-1)^2}{3^2} - \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1.$$

Exemplo 5.1.2. $(x-3)^2 - 2(y-4)^2 = -10.$

Dividindo por -10, também chegamos à forma padrão da hipérbole:

$$\frac{(y-4)^2}{(\sqrt{5})^2} - \frac{(x-3)^2}{(\sqrt{10})^2} = 1.$$



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.2: M **e** N **com sinais opostos e** $P = 0$**.**

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.2: M **e** N **com sinais opostos e** $P = 0$**.**

Exemplo 5.2.1. $4(x - 1)^2 - 9(y + 1)^2 = 0.$

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.2: M **e** N **com sinais opostos e** $P = 0$**.**

Exemplo 5.2.1. $4(x - 1)^2 - 9(y + 1)^2 = 0$.

Reescrevendo como $4(x - 1)^2 = 9(y + 1)^2$ e extraindo a raiz quadrada de ambos os lados, obtemos

$$2|x - 1| = 3|y + 1|.$$

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.2

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.2: M **e** N **com sinais opostos e** $P = 0$**.**

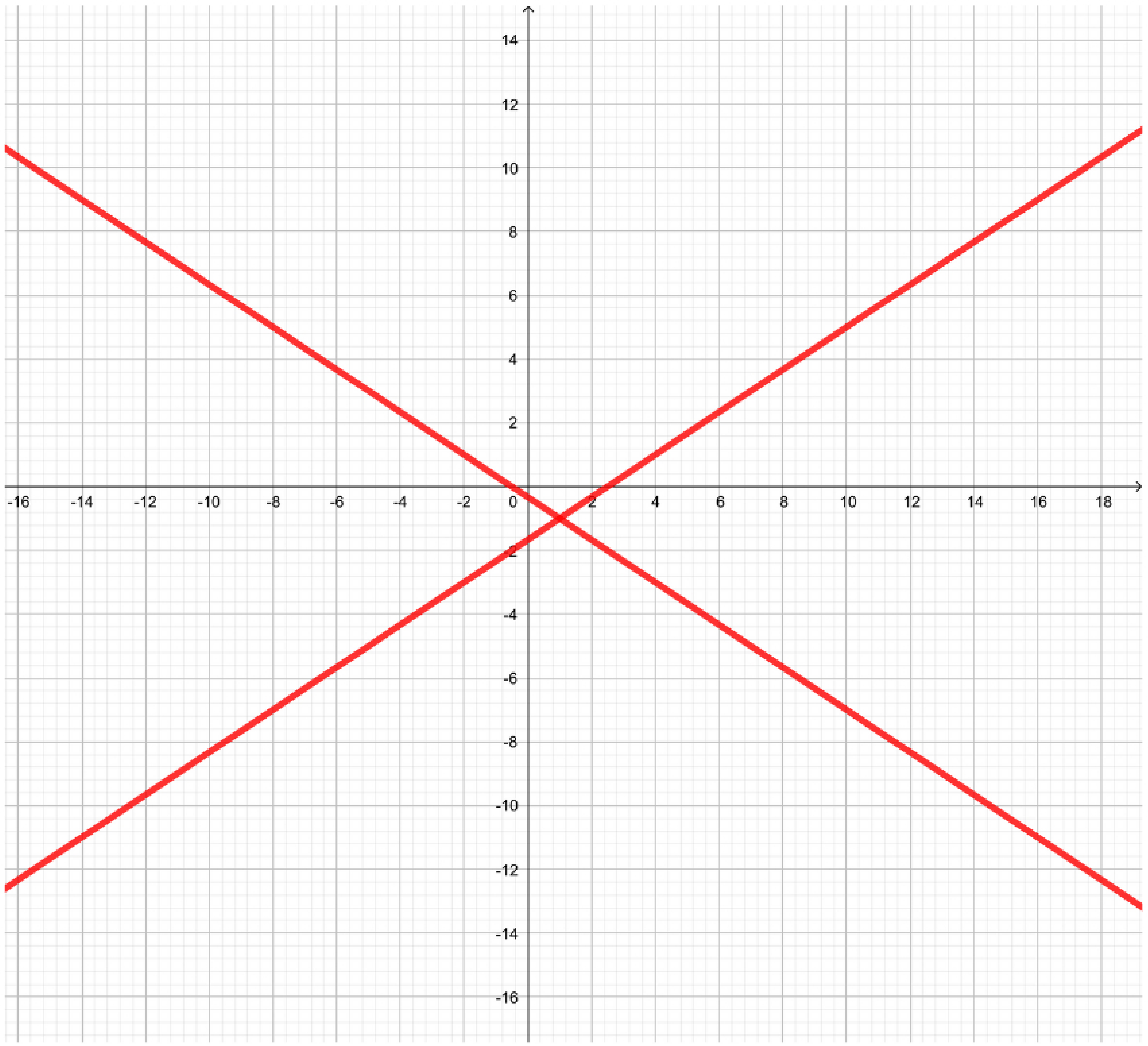
Exemplo 5.2.1. $4(x-1)^2 - 9(y+1)^2 = 0.$

Reescrevendo como $4(x-1)^2 = 9(y+1)^2$ e extraindo a raiz quadrada de ambos os lados, obtemos

$$2|x-1| = 3|y+1|.$$

O gráfico é composto pelas retas

$$2(x-1) = 3(y+1) \quad \text{e} \quad 2(x-1) = -3(y+1).$$



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.3

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.3: M **e** N **com sinais iguais e** $P = 0$**.**

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.3

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.3: M **e** N **com sinais iguais e** $P = 0$**.**

Exemplo 5.3.1. $4(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = 0.$

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.3

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

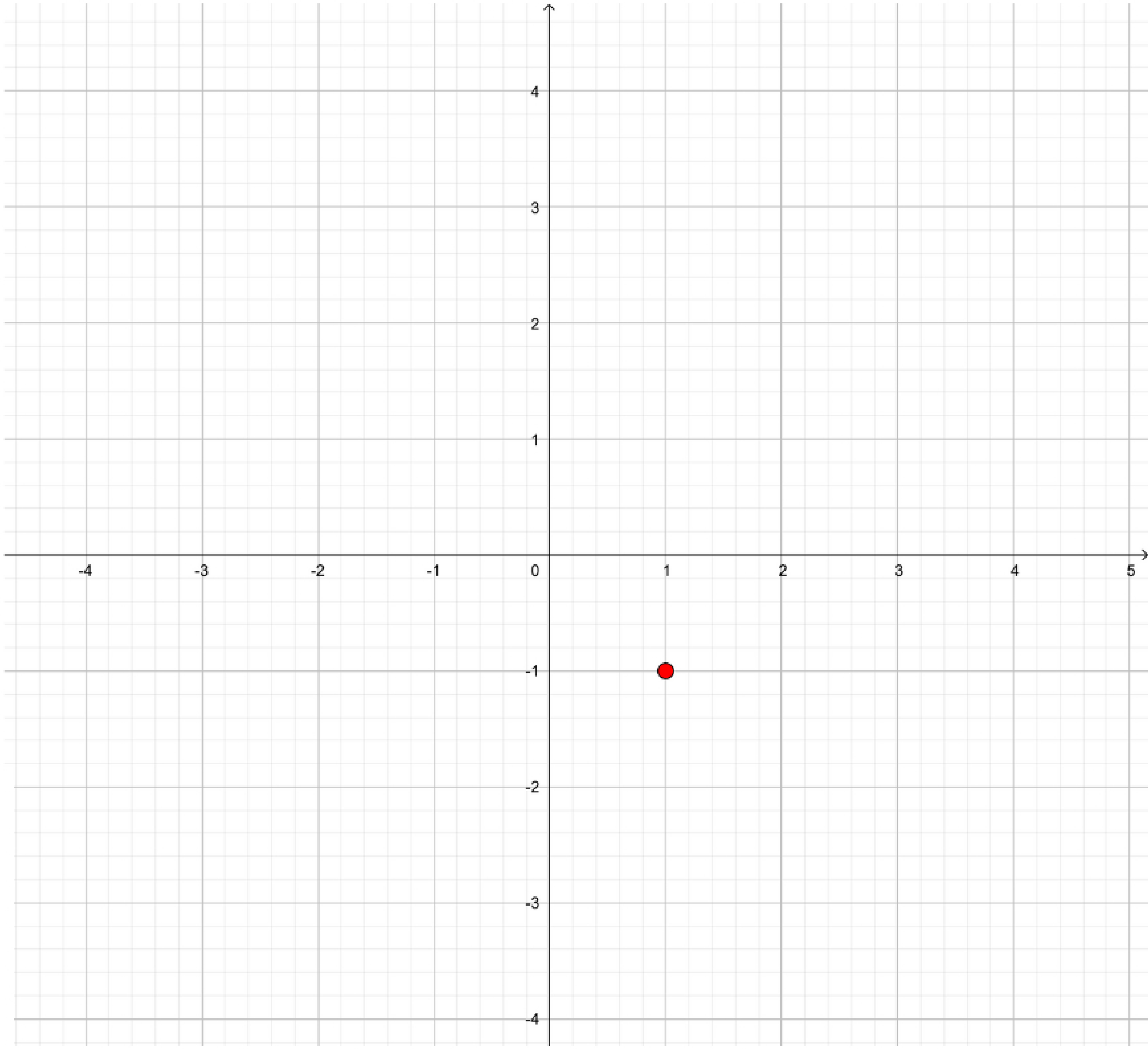
Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.3: M **e** N **com sinais iguais e** $P = 0$**.**

Exemplo 5.3.1. $4(x - 1)^2 + 9(y + 1)^2 = 0$.

Uma soma de números maiores ou iguais a 0 é igual a 0 somente quando ambos são iguais a 0. Portanto, $(1, -1)$ é o único par (x, y) que é solução.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.3

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

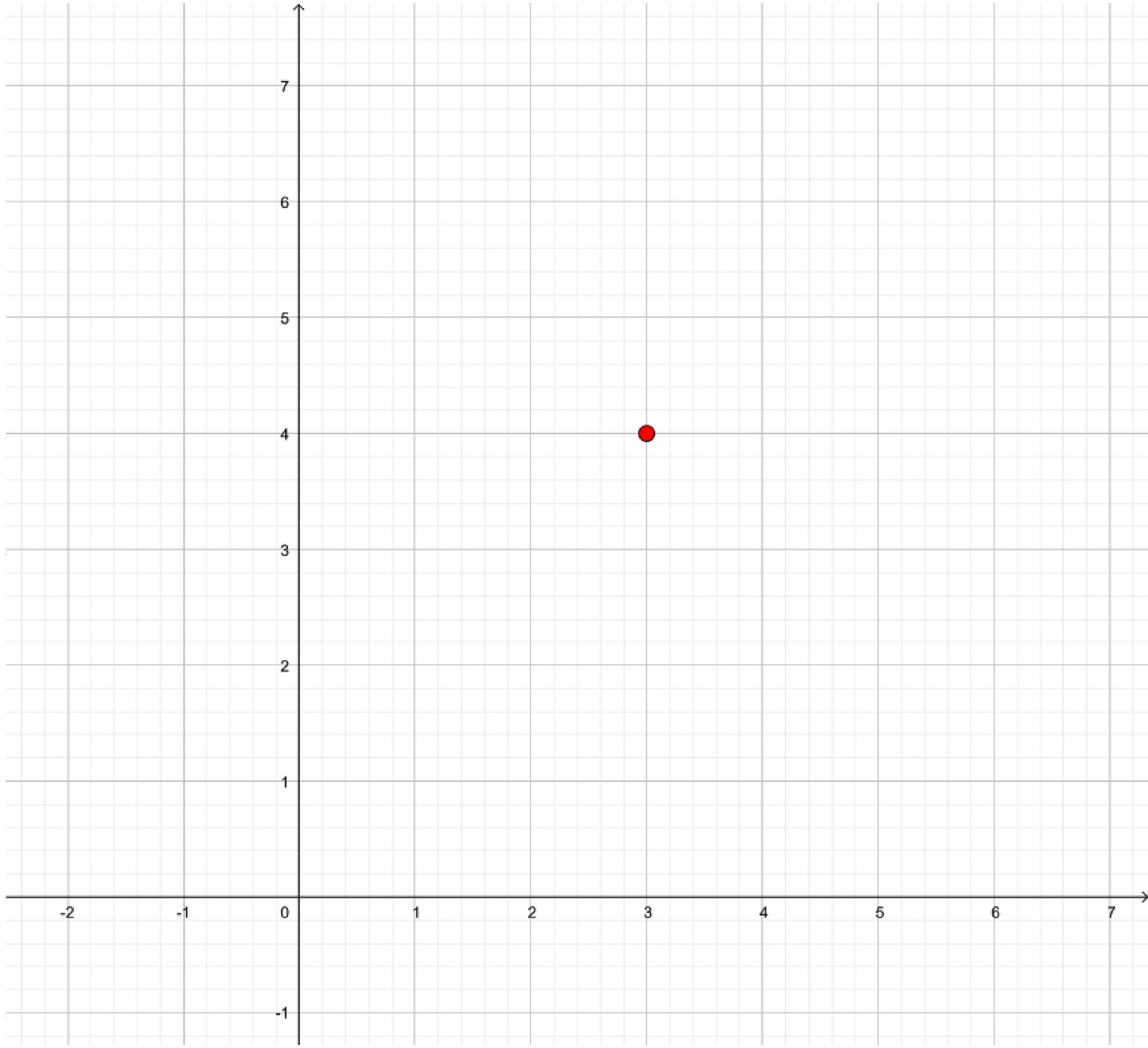
Caso 5.3: M **e** N **com sinais iguais e** $P = 0$**.**

Exemplo 5.3.1. $4(x - 1)^2 + 9(y + 1)^2 = 0.$

Uma soma de números maiores ou iguais a 0 é igual a 0 somente quando ambos são iguais a 0. Portanto, $(1, -1)$ é o único par (x, y) que é solução.

Exemplo 5.3.2. $-(x - 3)^2 - 2(y - 4)^2 = 0.$

Multiplicando por -1, recaímos no caso exemplo anterior, com $(x - 3)^2 + 2(y - 4)^2 = 0$. Assim, a solução é novamente um ponto, nesse caso $(3, 4)$.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.4.1. $4(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = 36.$

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

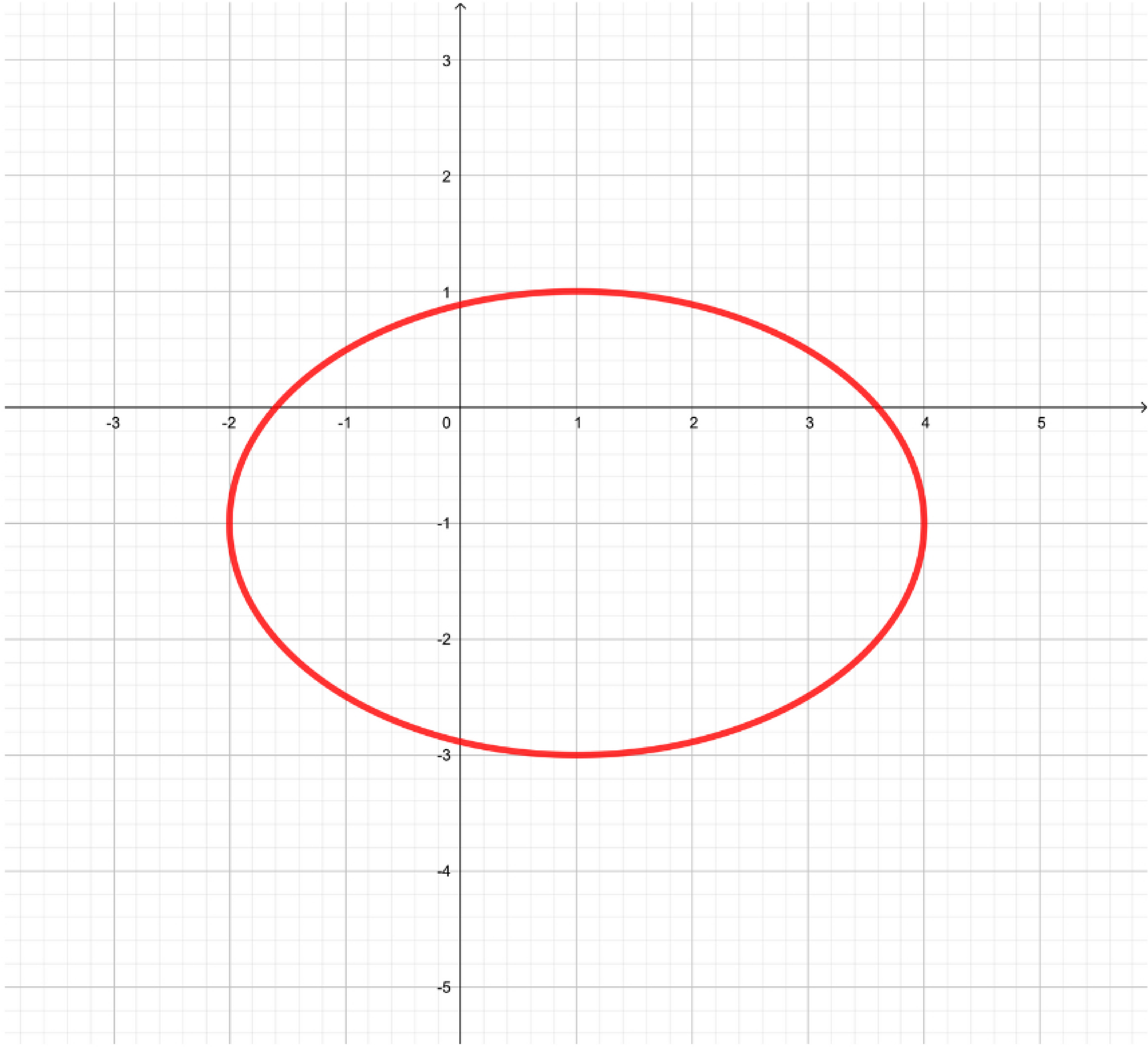
Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.4.1. $4(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = 36$.

Dividindo por 36, chegamos à forma padrão da elipse:

$$\frac{(x-1)^2}{3^2} + \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1.$$



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

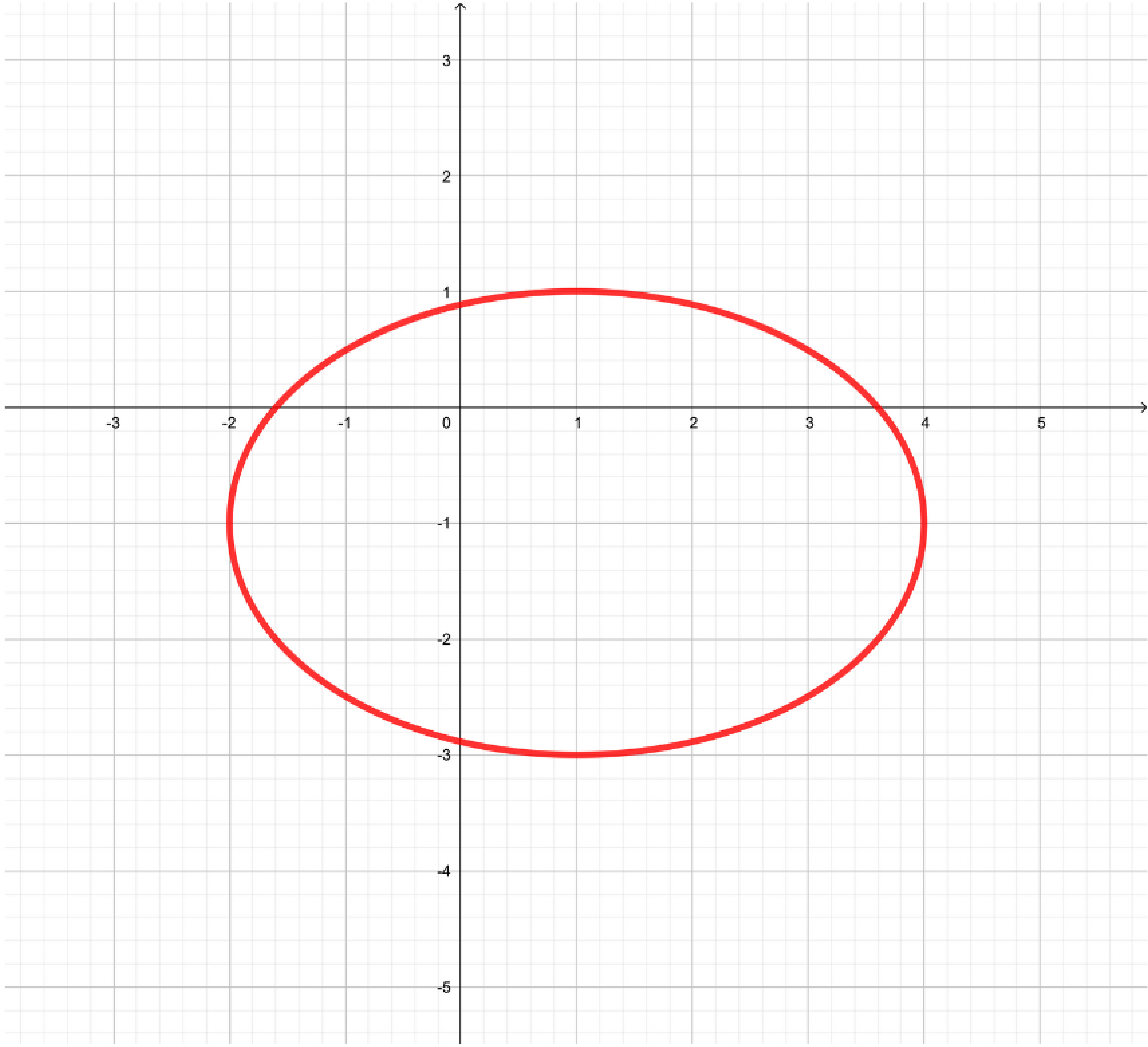
Exemplo 5.4.1. $4(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = 36.$

Dividindo por 36, chegamos à forma padrão da elipse:

$$\frac{(x-1)^2}{3^2} + \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1.$$

Exemplo 5.4.2. $-4(x-1)^2 - 9(y+1)^2 = -36.$

Multiplicando por -1, a mesma equação do exemplo anterior é obtida.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.4.3. $9(x - 1)^2 + 9(y + 1)^2 = 36$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

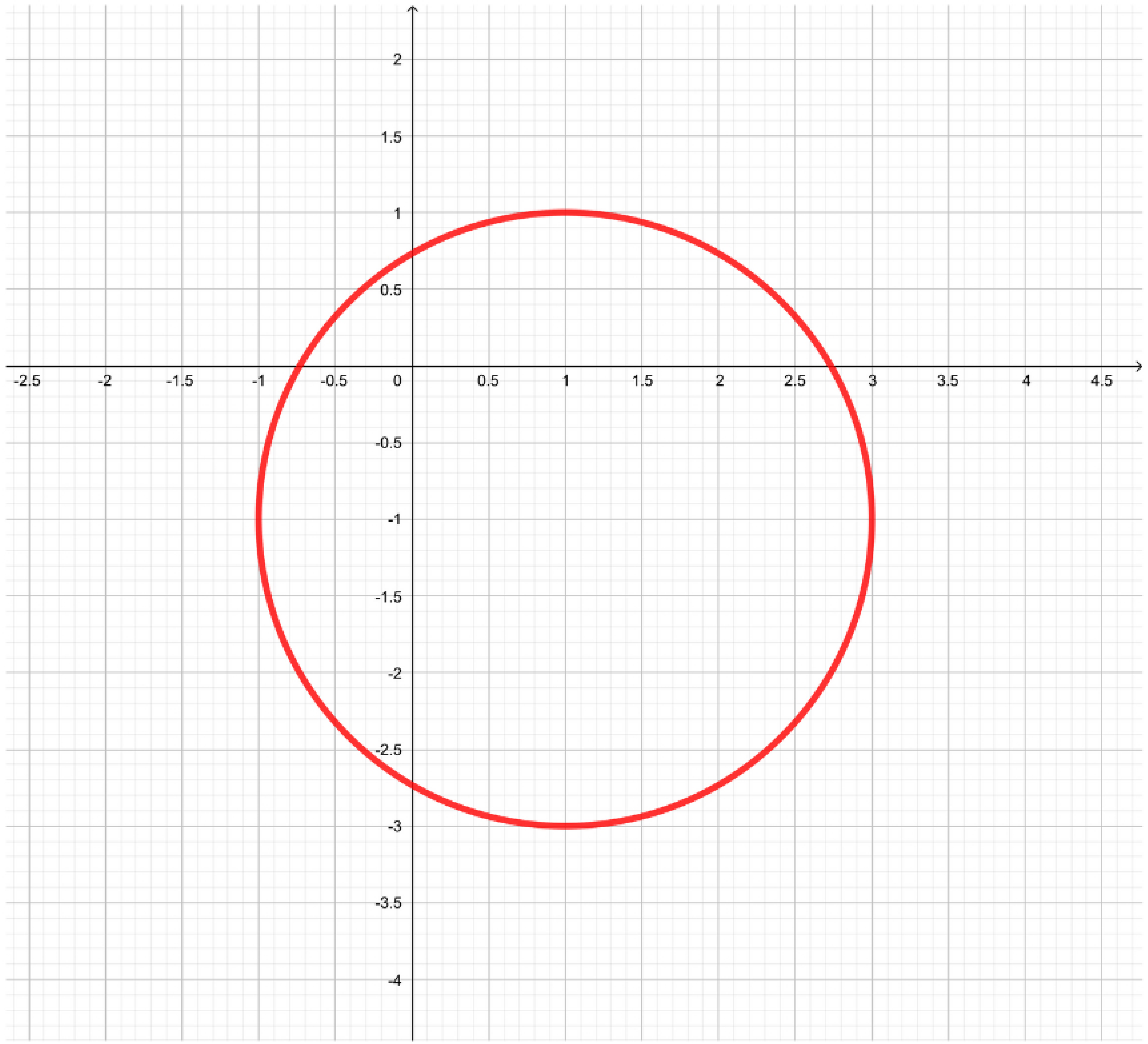
Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.4.3. $9(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = 36.$

Dividindo por 9, chegamos à forma padrão da circunferência:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2^2.$$



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

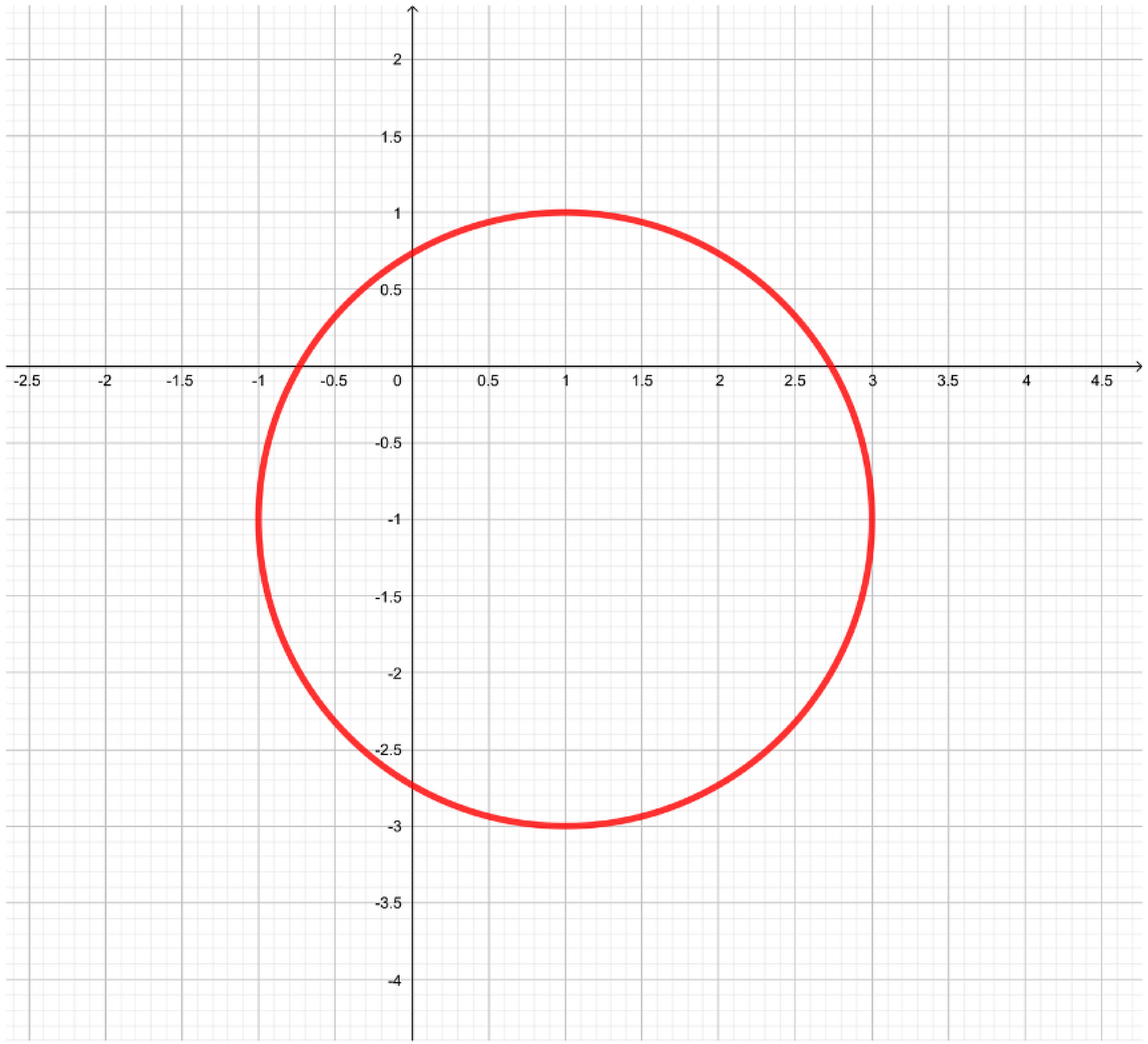
Exemplo 5.4.3. $9(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = 36.$

Dividindo por 9, chegamos à forma padrão da circunferência:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2^2.$$

Exemplo 5.4.4. $-9(x-1)^2 - 9(y+1)^2 = -36.$

Multiplicando por -1, a mesma equação do exemplo anterior é obtida.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P$.

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.4.5. $4(x - 1)^2 + 9(y + 1)^2 = -36$.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

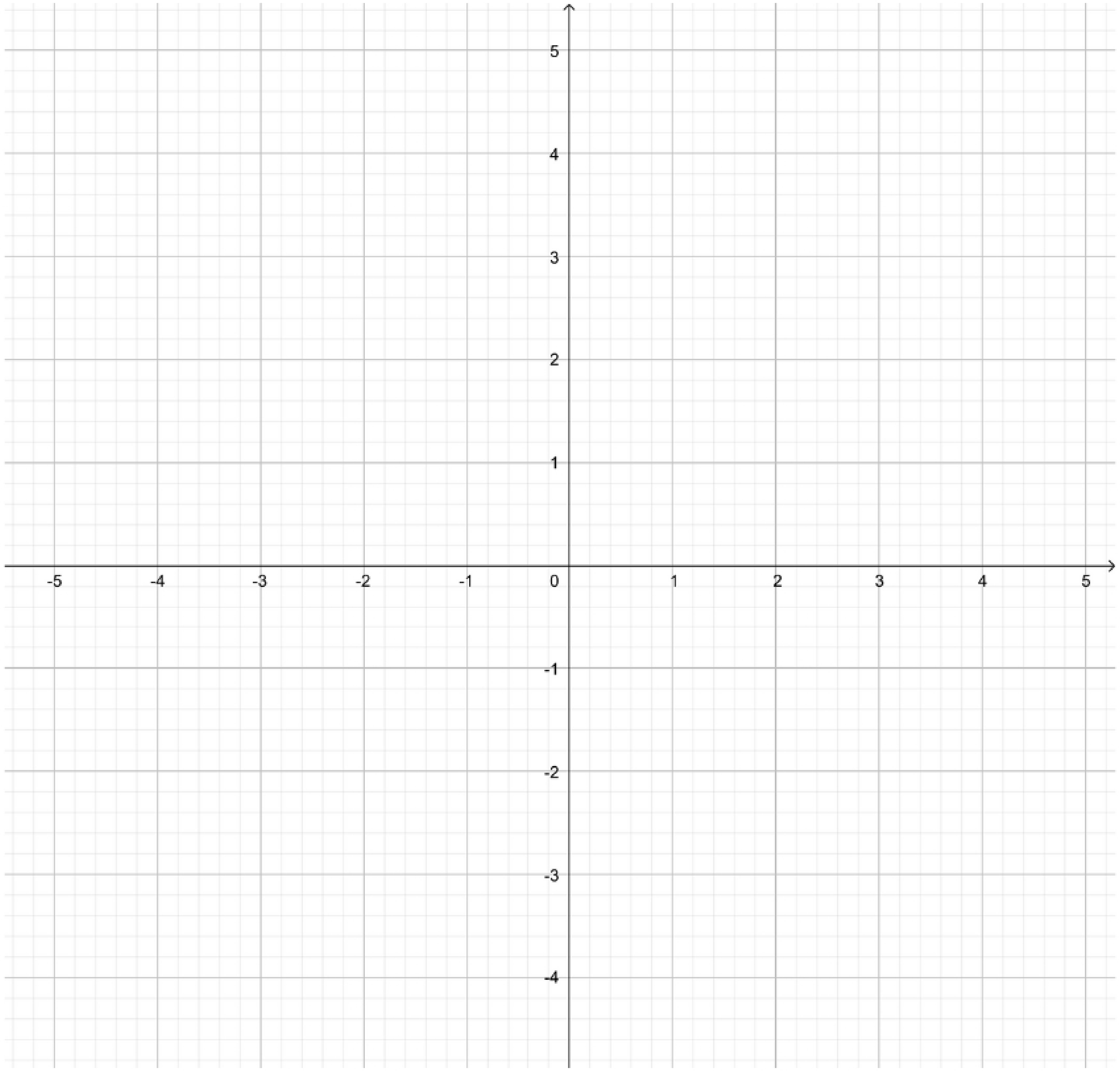
Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.4.5. $4(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = -36.$

Uma soma de números não negativos nunca pode ser negativa. Logo, o gráfico é o conjunto vazio.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 5.4

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 5: equação com duas letras e dois quadrados.

Equação reescrita: $M(x - x_0)^2 + N(y - y_0)^2 = P.$

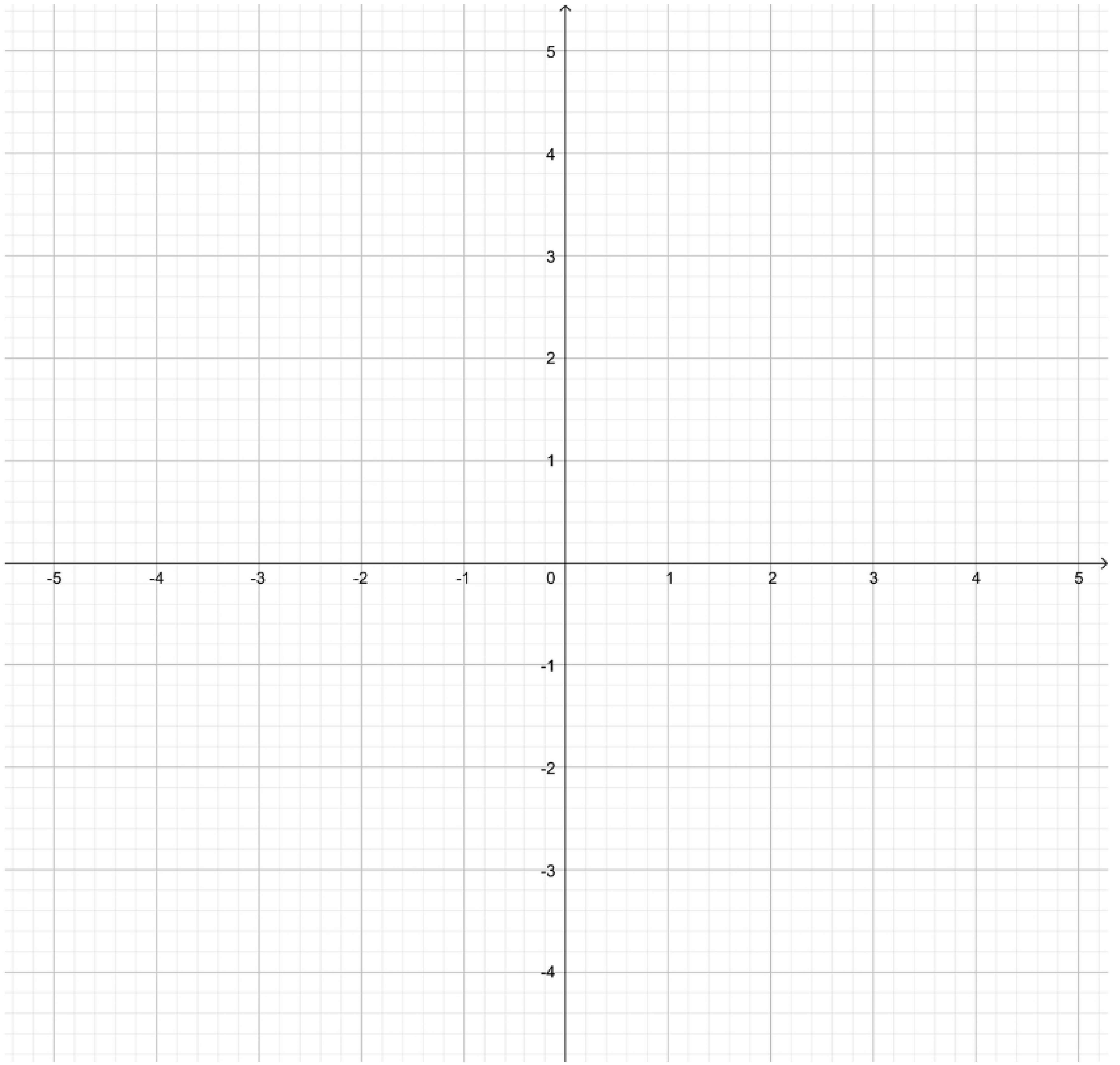
Caso 5.4: M **e** N **com sinais iguais e** $P \neq 0$**.**

Exemplo 5.4.5. $4(x-1)^2 + 9(y+1)^2 = -36.$

Uma soma de números não negativos nunca pode ser negativa. Logo, o gráfico é o conjunto vazio.

Exemplo 5.4.6. $-4(x-1)^2 - 9(y+1)^2 = 36.$

Multiplicando por -1, a mesma equação do exemplo anterior é obtida.



ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 6

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 6: $C \neq 0$**.**

Falamos inicialmente que não estudaríamos esse caso nessa aula.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 6

Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 6: $C \neq 0$**.**

Falamos inicialmente que não estudaríamos esse caso nessa aula.

Mas fica um teorema aqui: todo gráfico com $C \neq 0$ é similar a algum dos gráficos que produzimos nos casos anteriores, exceto por uma rotação.

ESTUDO DA EQUAÇÃO: CASO 6

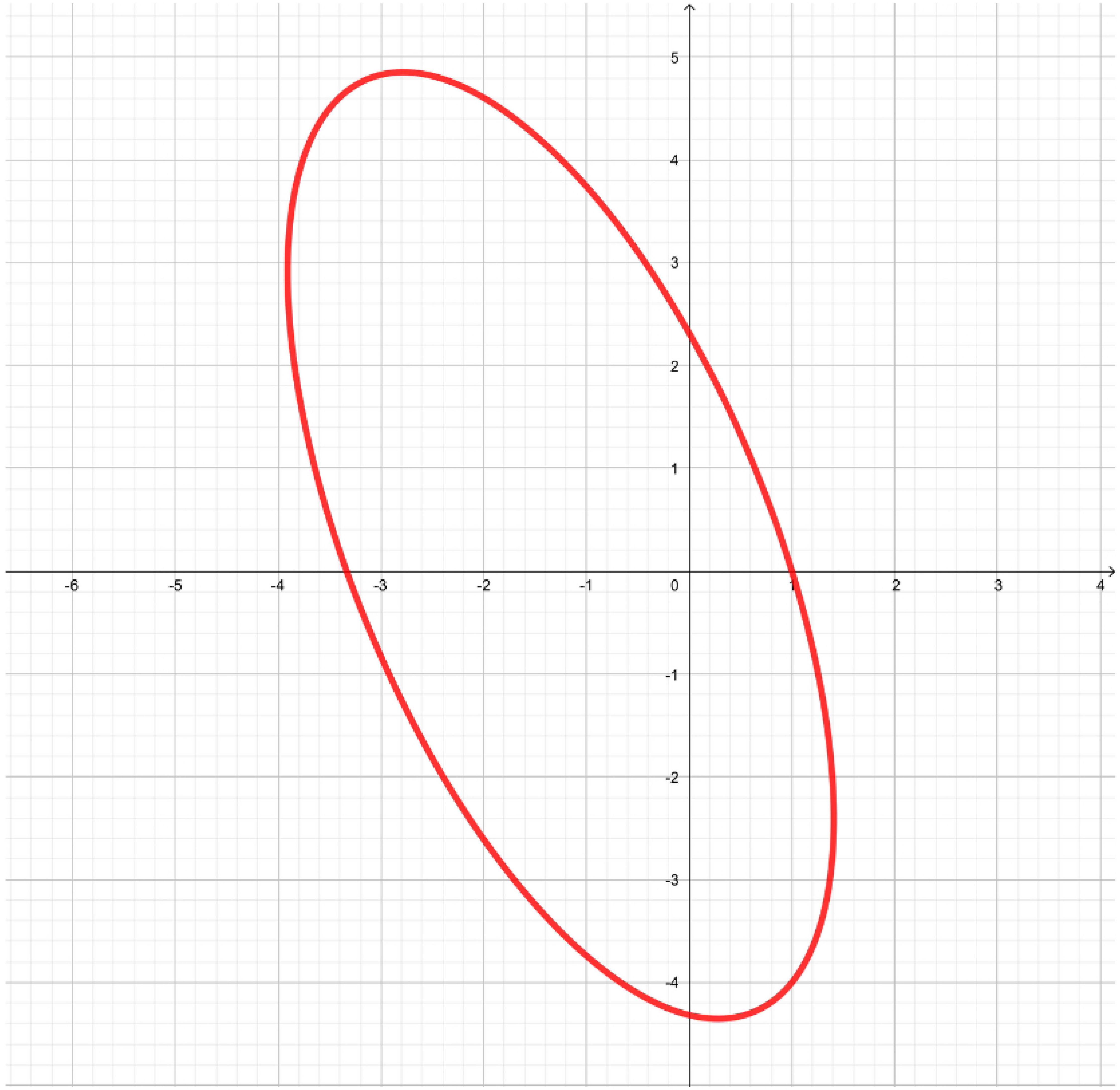
Equação: $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0.$

Caso 6: $C \neq 0$**.**

Falamos inicialmente que não estudaríamos esse caso nessa aula.

Mas fica um teorema aqui: todo gráfico com $C \neq 0$ é similar a algum dos gráficos que produzimos nos casos anteriores, exceto por uma rotação.

Exemplo 6.1. $3x^2 + y^2 + 2xy + 7x + 2y - 10 = 0.$



ORIGEM DO NOME CÔNICAS

ORIGEM DO NOME CÔNICAS

Vídeo

CÔNICAS E EXCENTRICIDADE

Quando aprendemos coordenadas polares, as equações de todas as cônicas podem ser descritas na forma

$$r = \frac{\alpha}{1 \pm e\cos\theta} \quad \text{ou} \quad r = \frac{\alpha}{1 \pm e\,\mathrm{sen}\,\theta},$$

em que e é a excentricidade.

CÔNICAS E EXCENTRICIDADE

Quando aprendemos coordenadas polares, as equações de todas as cônicas podem ser descritas na forma

$$r = \frac{\alpha}{1 \pm e\cos\theta} \quad \text{ou} \quad r = \frac{\alpha}{1 \pm e\,\mathrm{sen}\,\theta},$$

em que e é a excentricidade.

Para $e = 0$, o gráfico é uma circunferência.

CÔNICAS E EXCENTRICIDADE

Quando aprendemos coordenadas polares, as equações de todas as cônicas podem ser descritas na forma

$$r = \frac{\alpha}{1 \pm e\cos\theta} \quad \text{ou} \quad r = \frac{\alpha}{1 \pm e\,\mathrm{sen}\,\theta},$$

em que e é a excentricidade.

Para $e = 0$, o gráfico é uma circunferência.

Para $0 < e < 1$, o gráfico é uma elipse.

CÔNICAS E EXCENTRICIDADE

Quando aprendemos coordenadas polares, as equações de todas as cônicas podem ser descritas na forma

$$r = \frac{\alpha}{1 \pm e\cos\theta} \quad \text{ou} \quad r = \frac{\alpha}{1 \pm e\,\mathrm{sen}\,\theta},$$

em que e é a excentricidade.

Para $e = 0$, o gráfico é uma circunferência.

Para $0 < e < 1$, o gráfico é uma elipse.

Para $e = 1$, o gráfico é uma parábola.

CÔNICAS E EXCENTRICIDADE

Quando aprendemos coordenadas polares, as equações de todas as cônicas podem ser descritas na forma

$$r = \frac{\alpha}{1 \pm e\cos\theta} \quad \text{ou} \quad r = \frac{\alpha}{1 \pm e\,\mathrm{sen}\,\theta},$$

em que e é a excentricidade.

Para $e = 0$, o gráfico é uma circunferência.

Para $0 < e < 1$, o gráfico é uma elipse.

Para $e = 1$, o gráfico é uma parábola.

Para $e > 1$, o gráfico é uma hipérbole.

CÔNICAS COM NÚMEROS COMPLEXOS

Quando estudamos equações em x e y pensando que ambos são números complexos, elipses e hipérboles são indistinguíveis.

MATEMÁTICA NÃO MUITO COMUM

Existe uma outra forma de tratar geometria chamada de *Geometria Projetiva*.

MATEMÁTICA NÃO MUITO COMUM

Existe uma outra forma de tratar geometria chamada de *Geometria Projetiva*.

Nessa geometria, além dos pontos que conhecemos em $\mathbb{R}^2$, há outros pontos chamados de pontos no infinito, um para cada direção de vetor em $\mathbb{R}^2$.

MATEMÁTICA NÃO MUITO COMUM

Existe uma outra forma de tratar geometria chamada de *Geometria Projetiva*.

Nessa geometria, além dos pontos que conhecemos em $\mathbb{R}^2$, há outros pontos chamados de pontos no infinito, um para cada direção de vetor em $\mathbb{R}^2$.

Nessa geometria, elipses, parábolas e hipérboles são todas indistinguíveis.

MATEMÁTICA NÃO MUITO COMUM

Existe uma outra forma de tratar geometria chamada de *Geometria Projetiva*.

Nessa geometria, além dos pontos que conhecemos em $\mathbb{R}^2$, há outros pontos chamados de pontos no infinito, um para cada direção de vetor em $\mathbb{R}^2$.

Nessa geometria, elipses, parábolas e hipérboles são todas indistinguíveis.

Por exemplo, uma parábola é uma elipse que se "fecha" em um ponto no infinito.

MATEMÁTICA NÃO MUITO COMUM

Existe uma outra forma de tratar geometria chamada de *Geometria Projetiva*.

Nessa geometria, além dos pontos que conhecemos em $\mathbb{R}^2$, há outros pontos chamados de pontos no infinito, um para cada direção de vetor em $\mathbb{R}^2$.

Nessa geometria, elipses, parábolas e hipérboles são todas indistinguíveis.

Por exemplo, uma parábola é uma elipse que se "fecha" em um ponto no infinito.

Os ramos de uma hipérbole se unem em pontos no infinito formando também uma elipse.

APLICANDO O CONTEÚDO EM CÁLCULO

Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{2x - x^2} + 2$.

APLICANDO O CONTEÚDO EM CÁLCULO

Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{2x - x^2} + 2$.

Passo 1: identificar restrições para a imagem.

APLICANDO O CONTEÚDO EM CÁLCULO

Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{2x - x^2} + 2$.

Passo 1: identificar restrições para a imagem.

Como o resultado de uma raiz é sempre maior ou igual a 0, então $f(x) \geq 2$.

APLICANDO O CONTEÚDO EM CÁLCULO

Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{2x - x^2} + 2$.

Passo 1: identificar restrições para a imagem.

Como o resultado de uma raiz é sempre maior ou igual a 0, então $f(x) \geq 2$.

Passo 2: escrever a equação em x e y associada.

$y = \sqrt{2x - x^2} + 2 \quad \Rightarrow \quad y - 2 = \sqrt{2x - x^2} \quad \Rightarrow$
$(y - 2)^2 = 2x - x^2$.

APLICANDO O CONTEÚDO EM CÁLCULO

Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{2x - x^2} + 2$.

Passo 1: identificar restrições para a imagem.

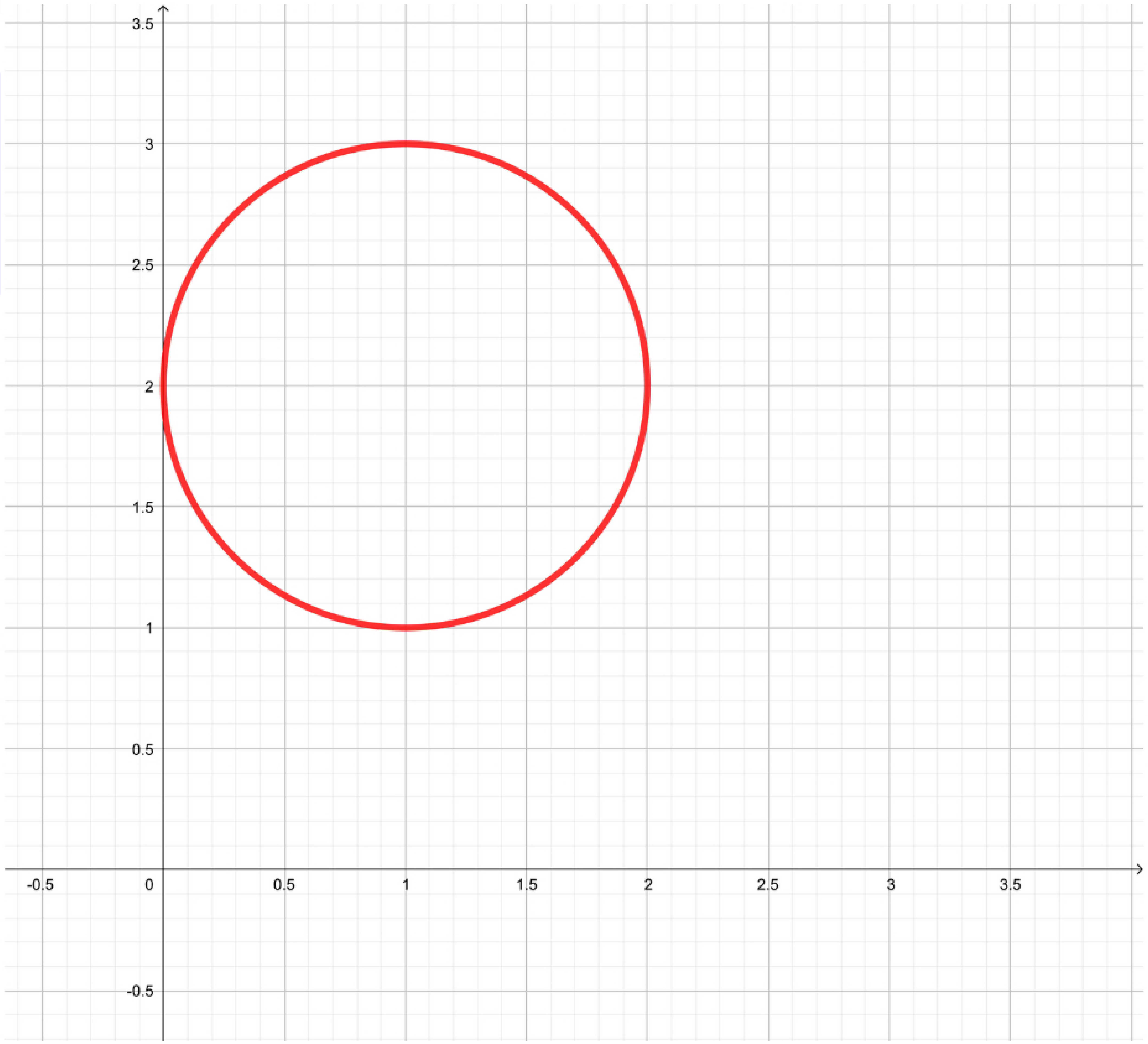
Como o resultado de uma raiz é sempre maior ou igual a 0, então $f(x) \geq 2$.

Passo 2: escrever a equação em x e y associada.

$y = \sqrt{2x - x^2} + 2 \quad \Rightarrow \quad y - 2 = \sqrt{2x - x^2} \quad \Rightarrow$
$(y-2)^2 = 2x - x^2.$

Completando o quadrado em x e escrevendo na forma padrão, ficamos com $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.

O gráfico da equação é uma circunferência com centro $C = (1, 2)$ e raio $R = 1$.



APLICANDO O CONTEÚDO EM CÁLCULO

Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{2x - x^2} + 2$.

Passo 1: identificar restrições para a imagem.

Como o resultado de uma raiz é sempre maior ou igual a 0, então $f(x) \geq 2$.

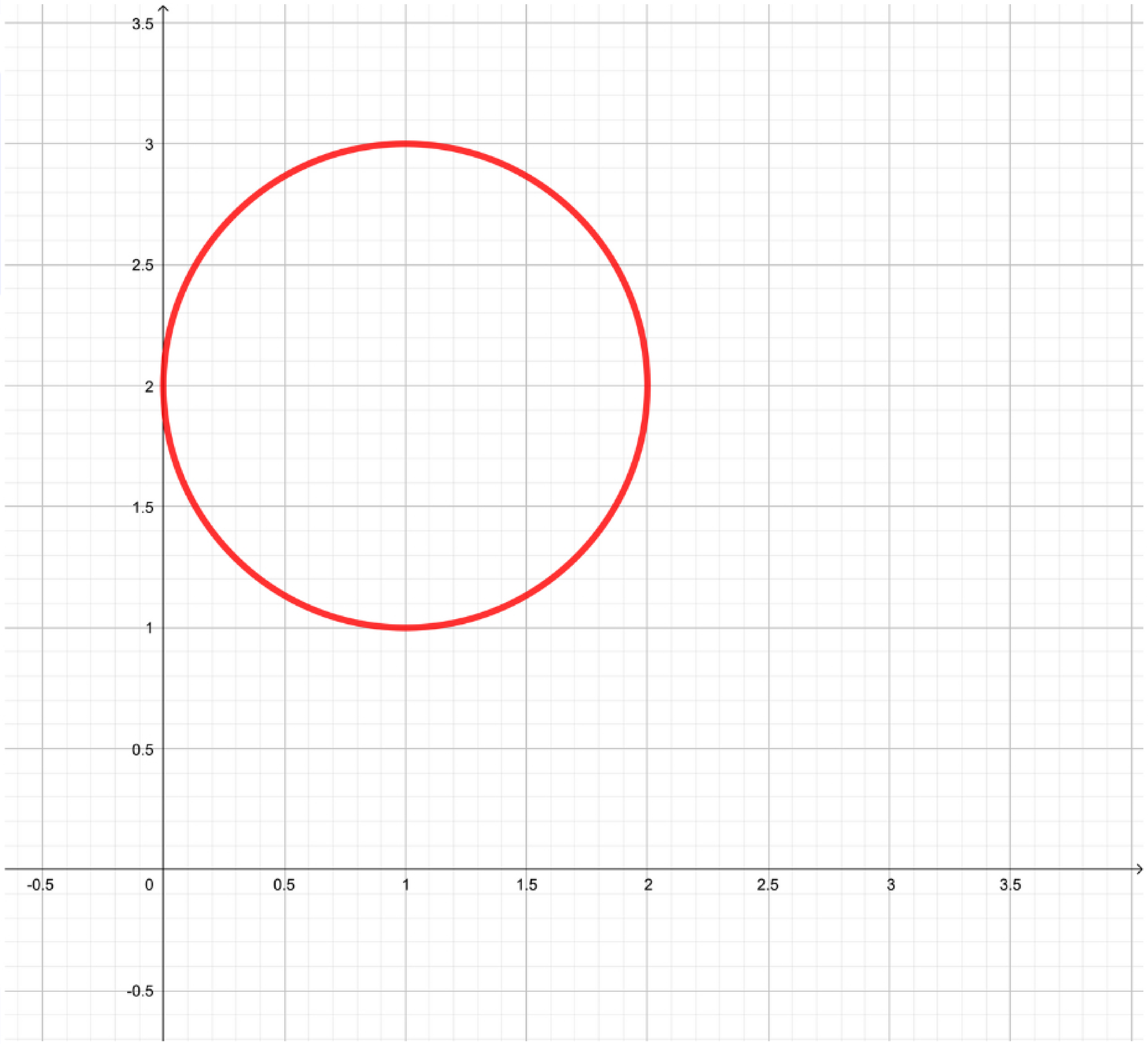
Passo 2: escrever a equação em x e y associada.

$y = \sqrt{2x - x^2} + 2 \quad \Rightarrow \quad y - 2 = \sqrt{2x - x^2} \quad \Rightarrow$
$(y-2)^2 = 2x - x^2$.

Completando o quadrado em x e escrevendo na forma padrão, ficamos com $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.

O gráfico da equação é uma circunferência com centro $C = (1, 2)$ e raio $R = 1$.

O gráfico de f é a parte do gráfico da equação com as restrições do passo 1.



APLICANDO O CONTEÚDO EM CÁLCULO

Faça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{2x - x^2} + 2$.

Passo 1: identificar restrições para a imagem.

Como o resultado de uma raiz é sempre maior ou igual a 0, então $f(x) \geq 2$.

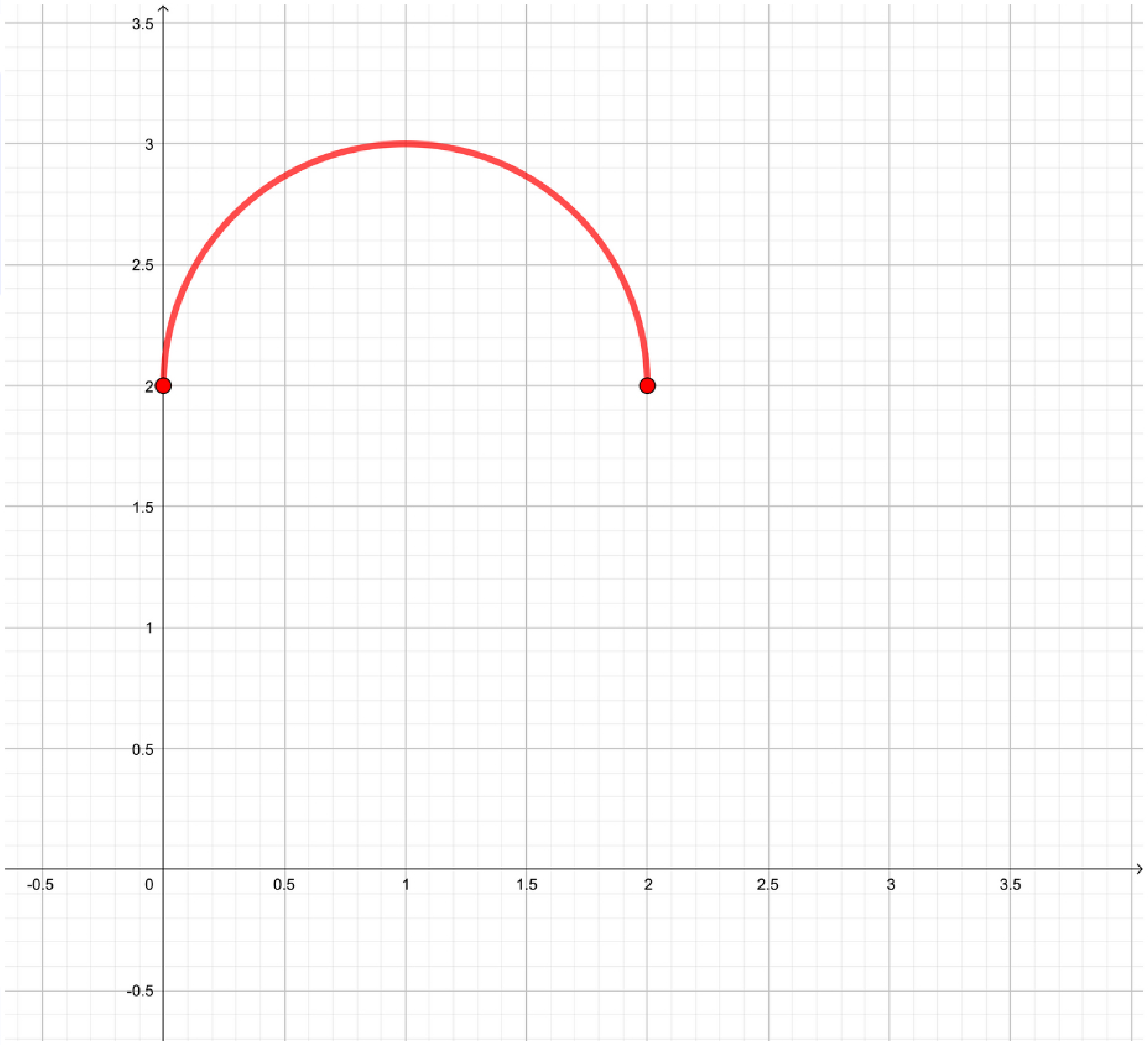
Passo 2: escrever a equação em x e y associada.

$y = \sqrt{2x - x^2} + 2 \quad \Rightarrow \quad y - 2 = \sqrt{2x - x^2} \quad \Rightarrow$
$(y-2)^2 = 2x - x^2$.

Completando o quadrado em x e escrevendo na forma padrão, ficamos com $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.

O gráfico da equação é uma circunferência com centro $C = (1, 2)$ e raio $R = 1$.

O gráfico de f é a parte do gráfico da equação com as restrições do passo 1.



Fim!