25. $\lim_{x\to-4} \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{x}}{4+x}$

26. $\lim_{t\to0} \left(\dfrac{1}{t} - \dfrac{1}{t^2+t}\right)$

27. $\lim_{x\to9} \dfrac{x^2-81}{\sqrt{x}-3}$

28. $\lim_{h\to0} \dfrac{(3+h)^{-1}-3^{-1}}{h}$

29. $\lim_{t\to0} \left(\dfrac{1}{t\sqrt{1+t}} - \dfrac{1}{t}\right)$

30. $\lim_{x\to-4} \dfrac{\sqrt{x^2+9}-5}{x+4}$

31. (a) Estime o valor de

$$\lim_{x\to0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$$

fazendo o gráfico da função $f(x) = x/(\sqrt{1+3x}-1)$.

(b) Faça uma tabela de valores de $f(x)$ para x próximo de 0 e conjecture qual será o valor do limite.

(c) Use as Propriedades dos Limites para mostrar que sua conjectura está correta.

32. (a) Use o gráfico de

$$f(x) = \frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}}{x}$$

para estimar o valor de $\lim_{x\to0} f(x)$ com duas casas decimais.

(b) Utilize uma tabela de valores de $f(x)$ para estimar o limite com quatro casas decimais.

(c) Use as Propriedades dos Limites para encontrar o valor exato do limite.

33. Use o Teorema do Confronto para mostrar que $\lim_{x\to0}(x^2 \cos 20\pi x) = 0$. Ilustre, fazendo os gráficos, na mesma tela, das funções $f(x) = -x^2$, $g(x) = x^2 \cos 20\pi x$ e $h(x) = x^2$.

34. Empregue o Teorema do Confronto para mostrar que

$$\lim_{x\to0} \sqrt{x^3+x^2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{x} = 0$$

Ilustre, fazendo os gráficos na mesma tela, de f, g e h (como no Teorema do Confronto).

35. Se $4x - 9 \leq f(x) \leq x^2 - 4x + 7$ para $x \geq 0$, encontre $\lim_{x\to4} f(x)$.

36. Se $2x \leq g(x) \leq x^4 - x^2 + 2$ para todo x, encontre $\lim_{x\to1} g(x)$.

37. Demonstre que $\lim_{x\to0} x^4 \cos \dfrac{2}{x} = 0$.

38. Demonstre que $\lim_{x\to0^+} \sqrt{x}\, e^{\text{sen}(\pi/x)} = 0$.

39–44 Encontre, quando existir, o limite. Caso não exista, explique por quê.

39. $\lim_{x\to3} (2x + |x-3|)$

40. $\lim_{x\to-6} \dfrac{2x+12}{|x+6|}$

41. $\lim_{x\to0{,}5^-} \dfrac{2x-1}{|2x^3-x^2|}$

42. $\lim_{x\to-2} \dfrac{2-|x|}{2+x}$

43. $\lim_{x\to0^-} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{|x|}\right)$

44. $\lim_{x\to0^+} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{|x|}\right)$

45. A *função sinal*, denotada por sgn, é definida por

$$\text{sgn}\, x = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico dessa função.

(b) Encontre ou explique por que não existe cada um dos limites a seguir.

(i) $\lim_{x\to0^+} \text{sgn}\, x$ (ii) $\lim_{x\to0^-} \text{sgn}\, x$

(iii) $\lim_{x\to0} \text{sgn}\, x$ (iv) $\lim_{x\to0} |\text{sgn}\, x|$

46. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{se } x \leq 2 \\ x - 1 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

(a) Encontre $\lim_{x\to2^-} f(x)$ e $\lim_{x\to2^+} f(x)$.

(b) Existe $\lim_{x\to2} f(x)$?

(c) Esboce o gráfico de f.

47. Seja $F(x) = \dfrac{x^2-1}{|x-1|}$

(a) Encontre

(i) $\lim_{x\to1^+} F(x)$ (ii) $\lim_{x\to1^-} F(x)$

(b) Existe $\lim_{x\to1} F(x)$?

(c) Esboce o gráfico de F.

48. Seja

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{se } x < 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \\ 2 - x^2 & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ x - 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

(a) Calcule, se existirem, os limites.

(i) $\lim_{x\to1^-} g(x)$ (ii) $\lim_{x\to1} g(x)$ (iii) $g(1)$

(iv) $\lim_{x\to2^-} g(x)$ (v) $\lim_{x\to2^+} g(x)$ (vi) $\lim_{x\to2} g(x)$

(b) Esboce o gráfico de g.

49. (a) Se o símbolo $[\![\ ]\!]$ denota a função maior inteiro do Exemplo 10, calcule

(i) $\lim_{x\to-2^+} [\![x]\!]$ (ii) $\lim_{x\to-2} [\![x]\!]$ (iii) $\lim_{x\to-2{,}4} [\![x]\!]$

(b) Se n for um inteiro, calcule

(i) $\lim_{x\to n^-} [\![x]\!]$ (ii) $\lim_{x\to n^+} [\![x]\!]$

(c) Para quais valores de a o $\lim_{x\to a} [\![x]\!]$ existe

50. Seja $f(x) = [\![\cos x]\!]$, $-\pi \leq x \leq \pi$.

(a) Esboce o gráfico de f.

(b) Calcule cada limite, se existir

(i) $\lim_{x\to0} f(x)$ (ii) $\lim_{x\to(\pi/2)^-} f(x)$

(iii) $\lim_{x\to(\pi/2)^+} f(x)$ (iv) $\lim_{x\to\pi/2} f(x)$

(c) Para quais valores de a existe $\lim_{x\to a} f(x)$?

51. Se $f(x) = [\![x]\!] + [\![-x]\!]$, mostre que existe $\lim_{x\to2} f(x)$, mas que não é igual a $f(2)$.