Lista 3 – Cálculo 2

1) Determine os pontos de acumulação dos conjuntos:

a) $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\, 2<x^2+y^2+z^2\leq 9\}$; Resp. $\text{Ac(S)}=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\, 2\leq x^2+y^2+z^2\leq 9\}$

b) $S=\{(x,x)\in\mathbb{R}^2\}$; Resp. Ac(S) = S

c) $S=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;\, x\in\mathbb{N} \text{ e } y\in\mathbb{Z}\}$. Resp. Ac(S) = $\varnothing$

2) Mostre que os limites abaixo não existem.

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$; b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3y}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x-y}{2x+y}$; d) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2-4y^2}{x^2+y^2}$;

3) Verifique se os limites abaixo existem, quando $(x,y)\to P$.

a) $f(x,y)=\dfrac{2x}{x+y}$, $P=(0,0)$; b) $f(x,y)=\dfrac{-x^2y}{2x^2+2y^2}$, $P=(0,0)$;

c) $f(x,y)=\dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2}$, $P=(0,0)$; d) $f(x,y)=\dfrac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$, $P=(0,0)$.

Resp. a) e d) não existem; b) e c) são zero

4) Calcule os limites.

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0^+,0^+)} \sqrt{\dfrac{xy^2+y^3-xy^3}{x^2+y^2}}$; b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)} (1+x)^{\frac{1+xy}{x}}$;

c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\sqrt{2y+5}-\sqrt{5}}{xy+3y}$; d) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} [(xy^2-x)sen\dfrac{1}{y-1}-(yx^2-y)\cos\dfrac{1}{x-1}]$.

Resp. a) e d) são zero; b) e, c) $\dfrac{1}{3\sqrt{5}}$

5) Verifique se as funções abaixo são contínuas no ponto P.

a) $f(x,y)=\begin{cases} xsen\dfrac{1}{y}, & y\neq 0 \\ 0, & y=0 \end{cases}$, $P=(0,0)$; b) $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2-yx}{x^2-y^2} & x\neq\pm y \\ \dfrac{1}{4}(x+y), & x=\pm y \end{cases}$, $P=(1,1)$

Resp. Ambas são contínuas

6) Calcule $a\in\mathbb{R}$, para que $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{\sqrt{y^2+1}-1}, & (x,y)\neq(0,0) \\ a-1, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ seja contínua na origem.

Resp. a=1