



3.3. Vetores do ponto de vista algébrico

Professores:

Alda Dayana Mattos Mortari

Christian Wagner

Giuliano Boava (autor e voz)

Felipe Augusto Tasca

Leandro Batista Morgado

María Rosario Astudillo Rojas

Mykola Khrypchenko

PRELIMINARES

Conjuntos finitos

Exemplos.

$$\{1, 2, 3, 7\}$$

$$\{-1, 0, 3, 8, 10\}$$

PRELIMINARES

Conjuntos finitos

Exemplos.

$$\{1, 2, 3, 7\}$$

$$\{-1, 0, 3, 8, 10\}$$

Conjuntos infinitos listáveis

Exemplos.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

PRELIMINARES

Conjuntos finitos

Exemplos.

$$\{1, 2, 3, 7\}$$

$$\{-1, 0, 3, 8, 10\}$$

Conjuntos infinitos listáveis

Exemplos.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

Conjuntos infinitos não listáveis

Exemplos.

$$[2, 5[$$

$$\mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$$

PRELIMINARES

Conjuntos finitos

Exemplos.

$$\{1, 2, 3, 7\}$$

$$\{-1, 0, 3, 8, 10\}$$

Conjuntos infinitos listáveis

Exemplos.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

Conjuntos infinitos não listáveis

Exemplos.

$$[2, 5[$$

$$\mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$$

: Pesquise por **argumento diagonal de Cantor** para saber mais. :

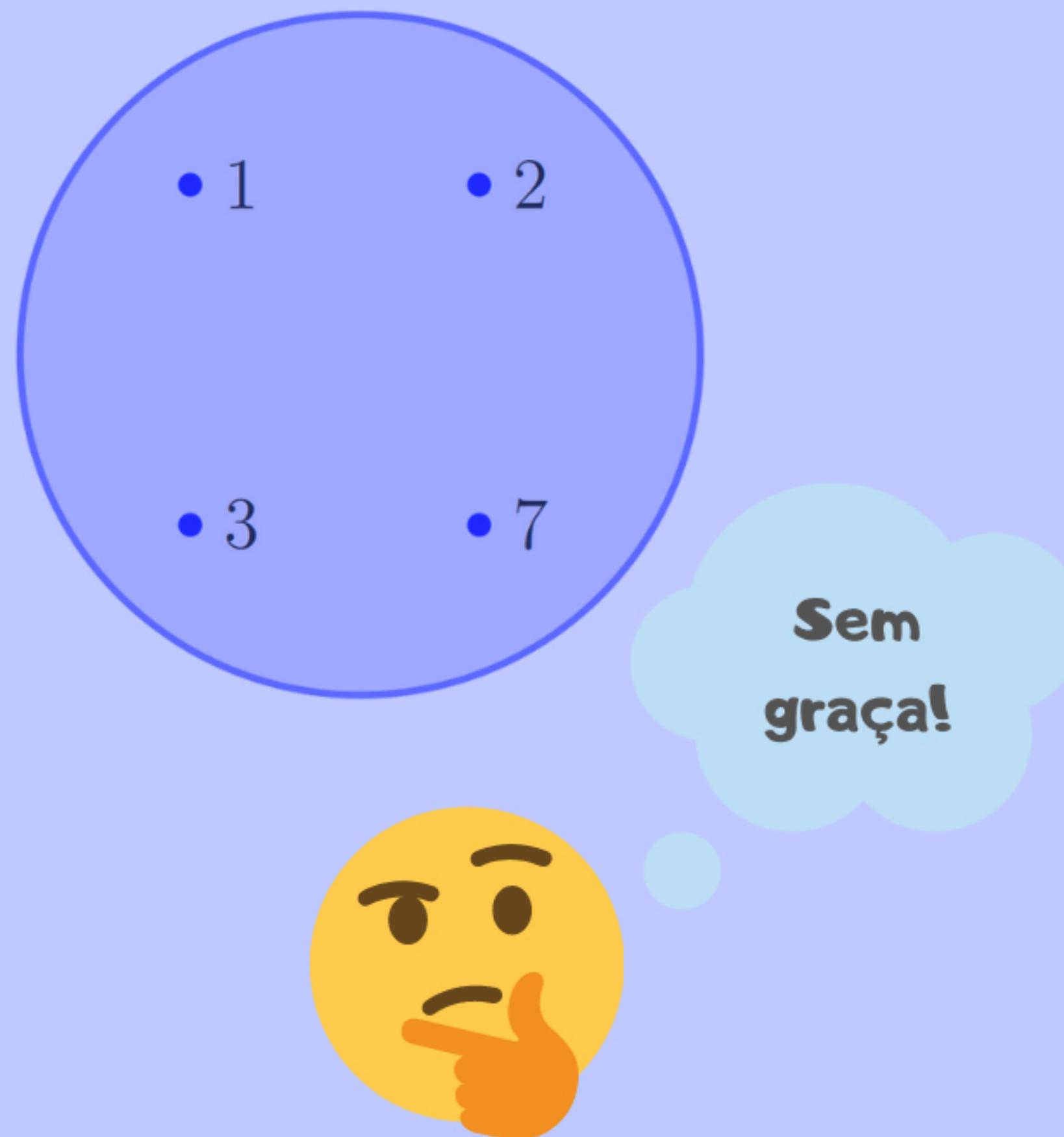
PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

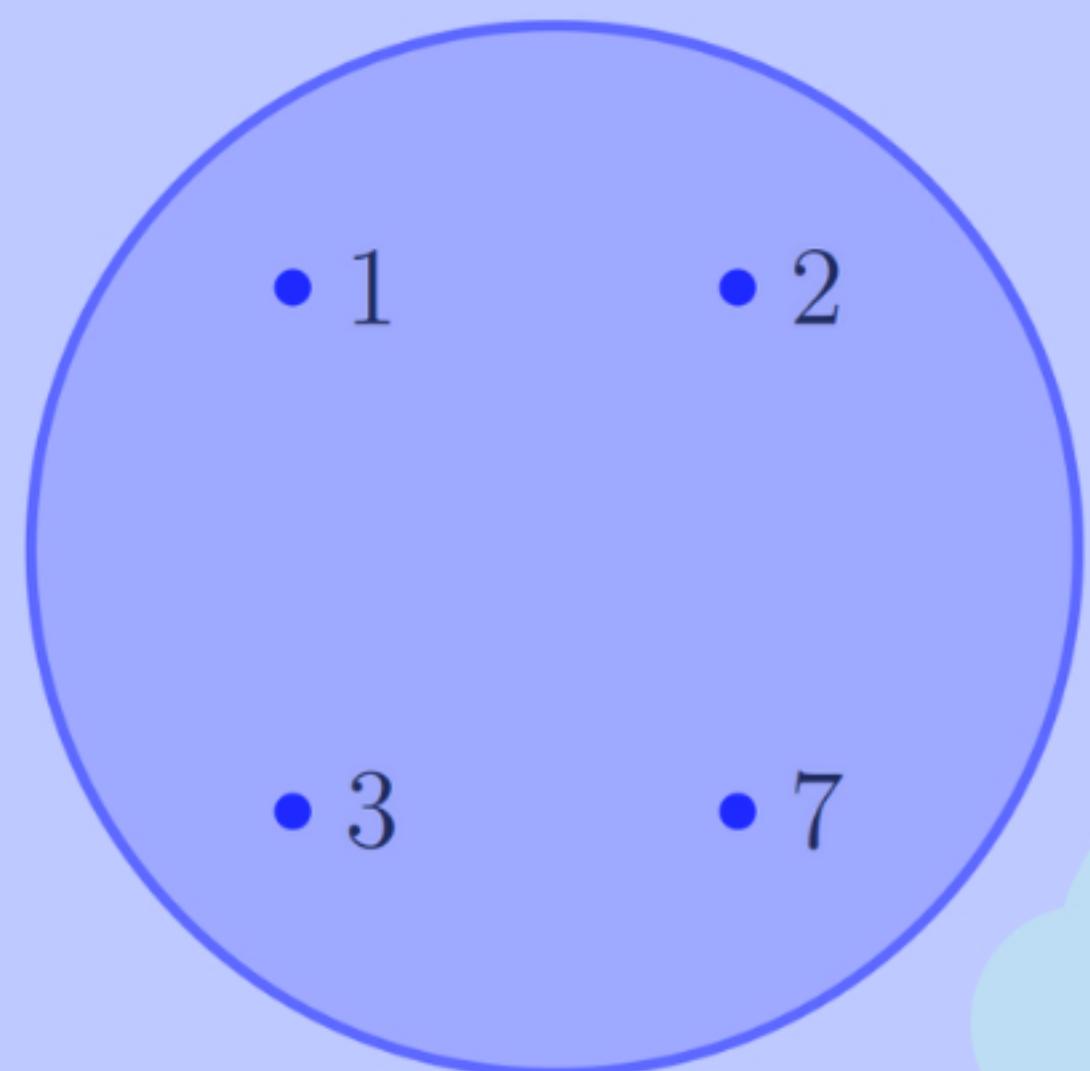
Exemplo. $\{1, 2, 3, 7\}$



PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. $\{1, 2, 3, 7\}$



Sem
graça!

Exemplo. \mathbb{R}

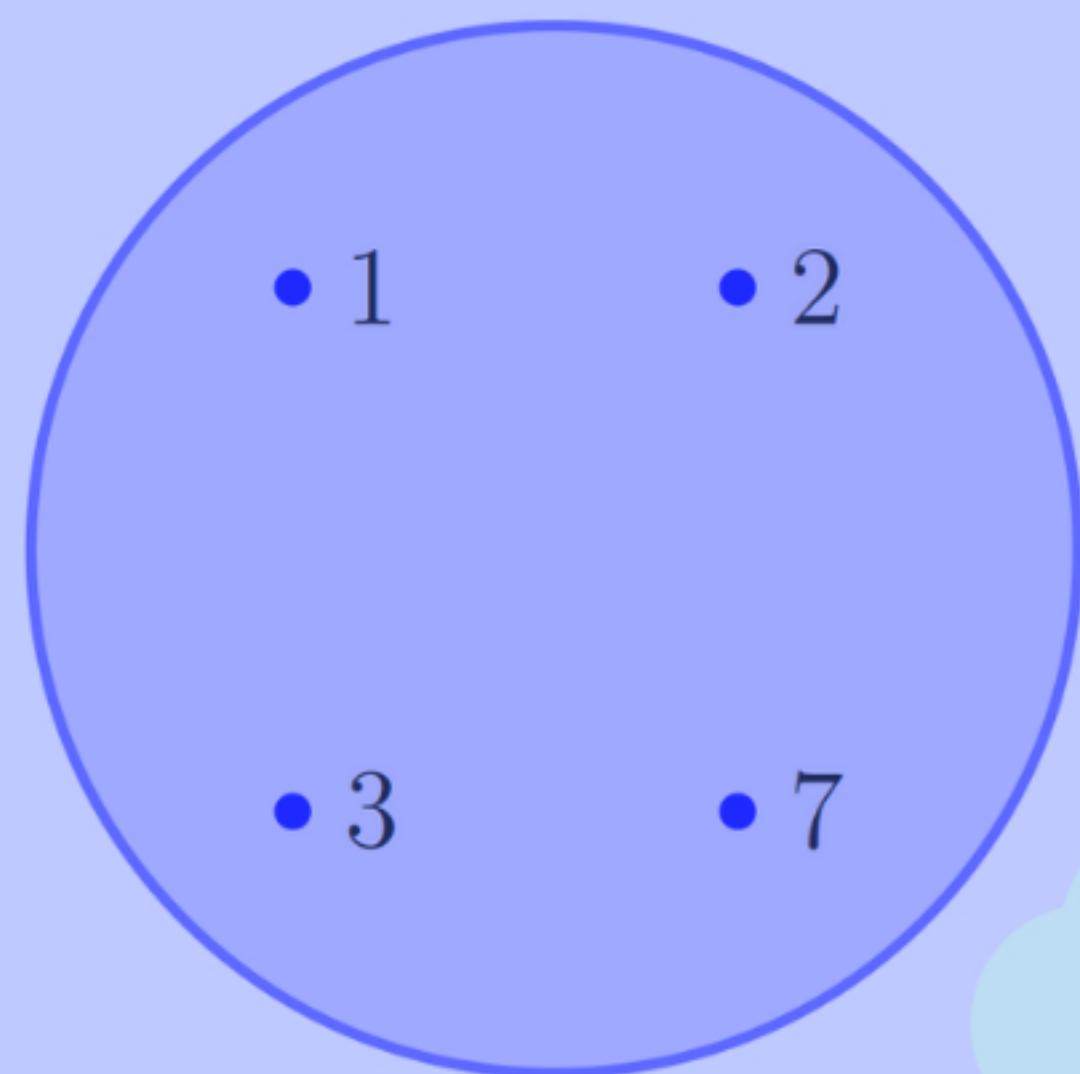


Cada número real pode ser visto como um ponto da reta e vice-versa.

PRELIMINARES

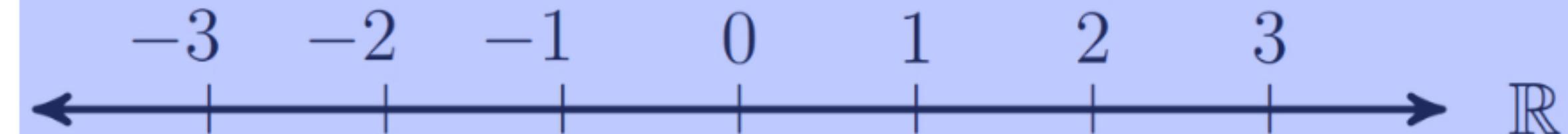
Conjuntos na forma visual

Exemplo. $\{1, 2, 3, 7\}$



Sem
graça!

Exemplo. \mathbb{R}



Cada número real pode ser visto como um ponto da reta e vice-versa.



Melhorou um
pouco, mas
não muito.

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. $[2, 5[$

PRELIMINARES

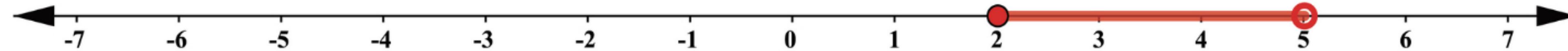
Conjuntos na forma visual

Exemplo. $[2, 5[$

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. $[2, 5[$



PRELIMINARES

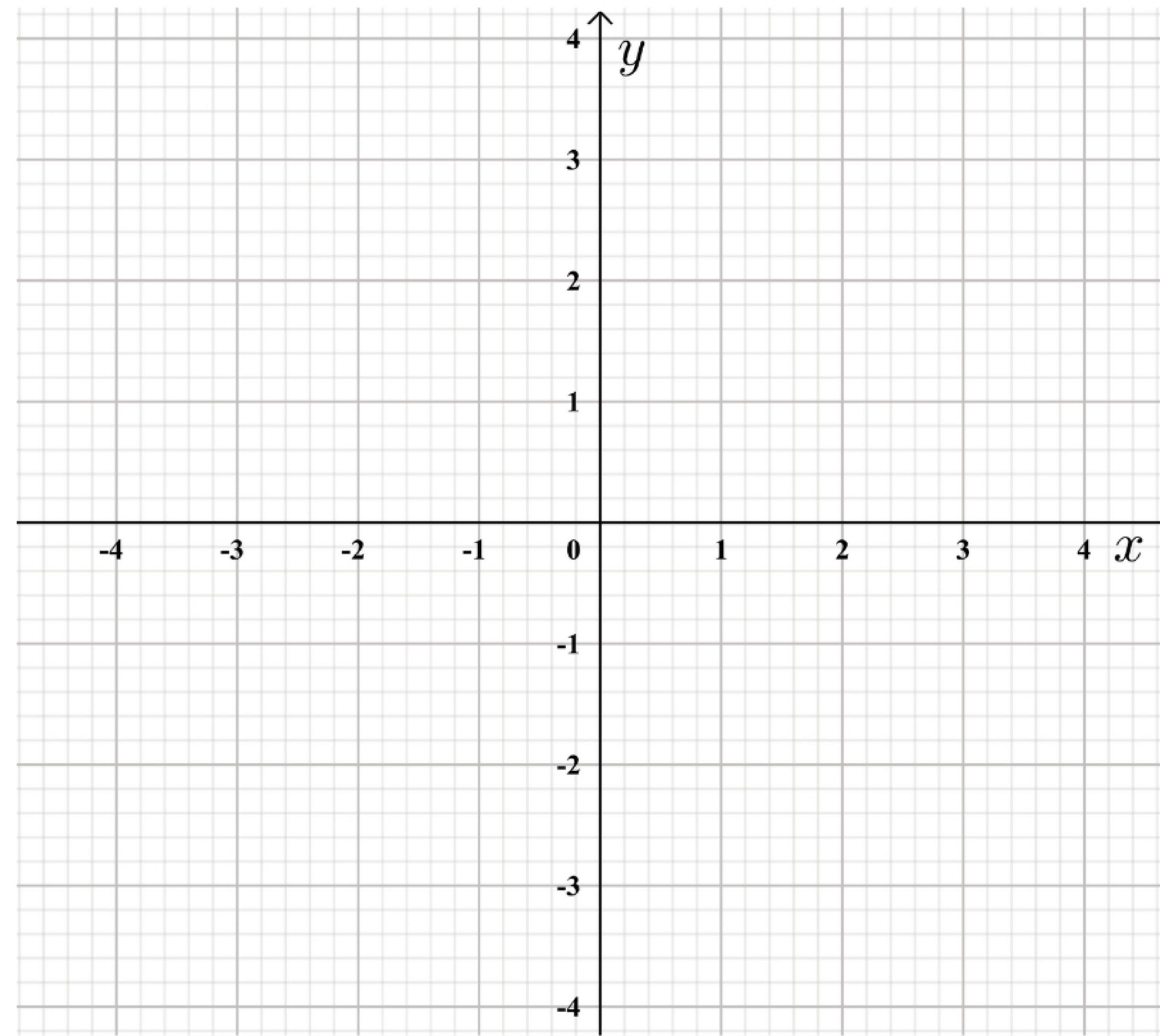
Conjuntos na forma visual

Exemplo. \mathbb{R}^2

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. \mathbb{R}^2



PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. \mathbb{R}^2

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. Gráfico de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2$ é o conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$.

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

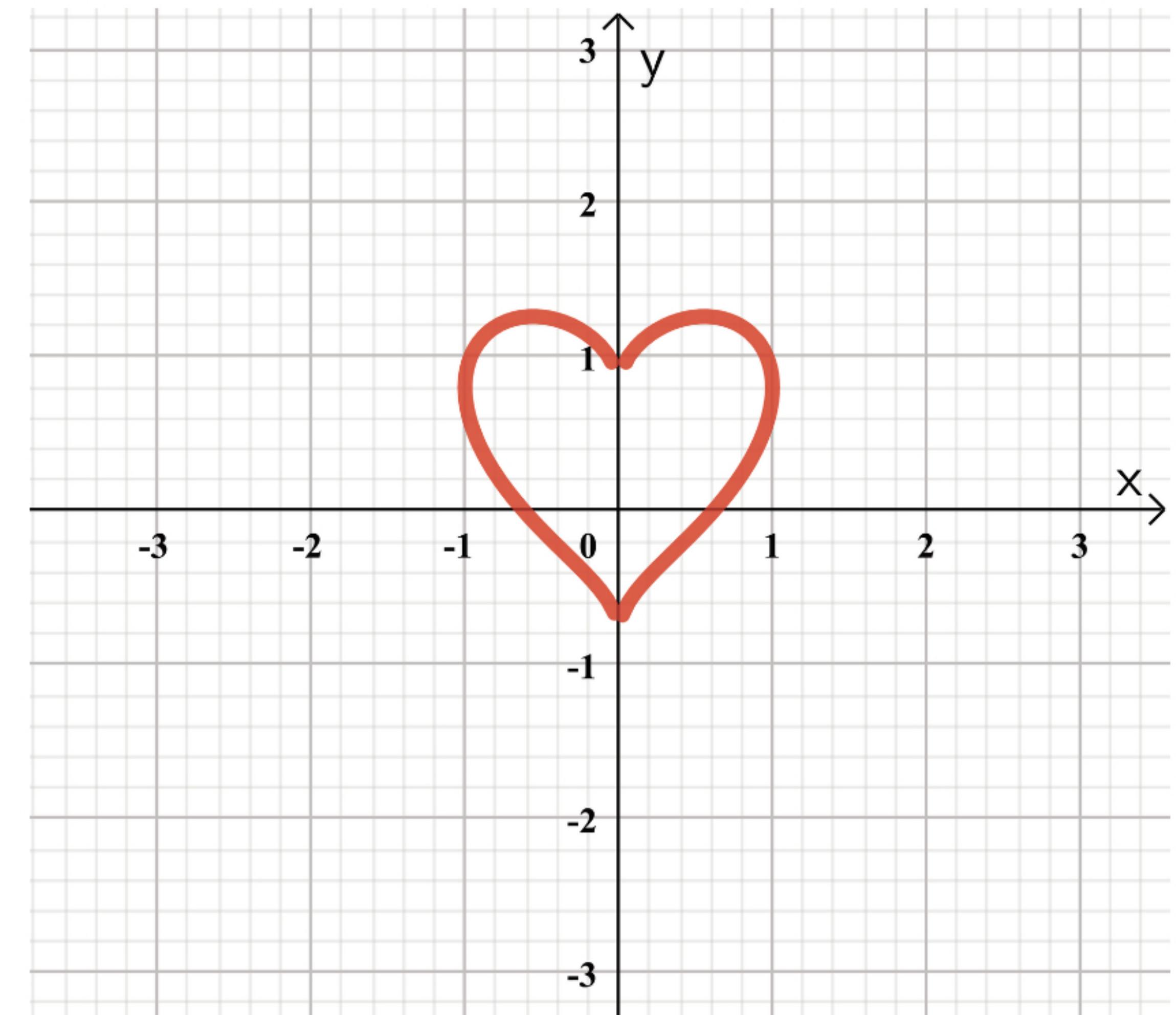
Exemplo. Gráfico de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2$ é o conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$.

PRELIMINARES

Conjuntos na forma visual

Exemplo. Gráfico da equação

$$x^2 + \left(\frac{5y}{4} - \sqrt{|x|} \right)^2 = 1.$$



PRELIMINARES

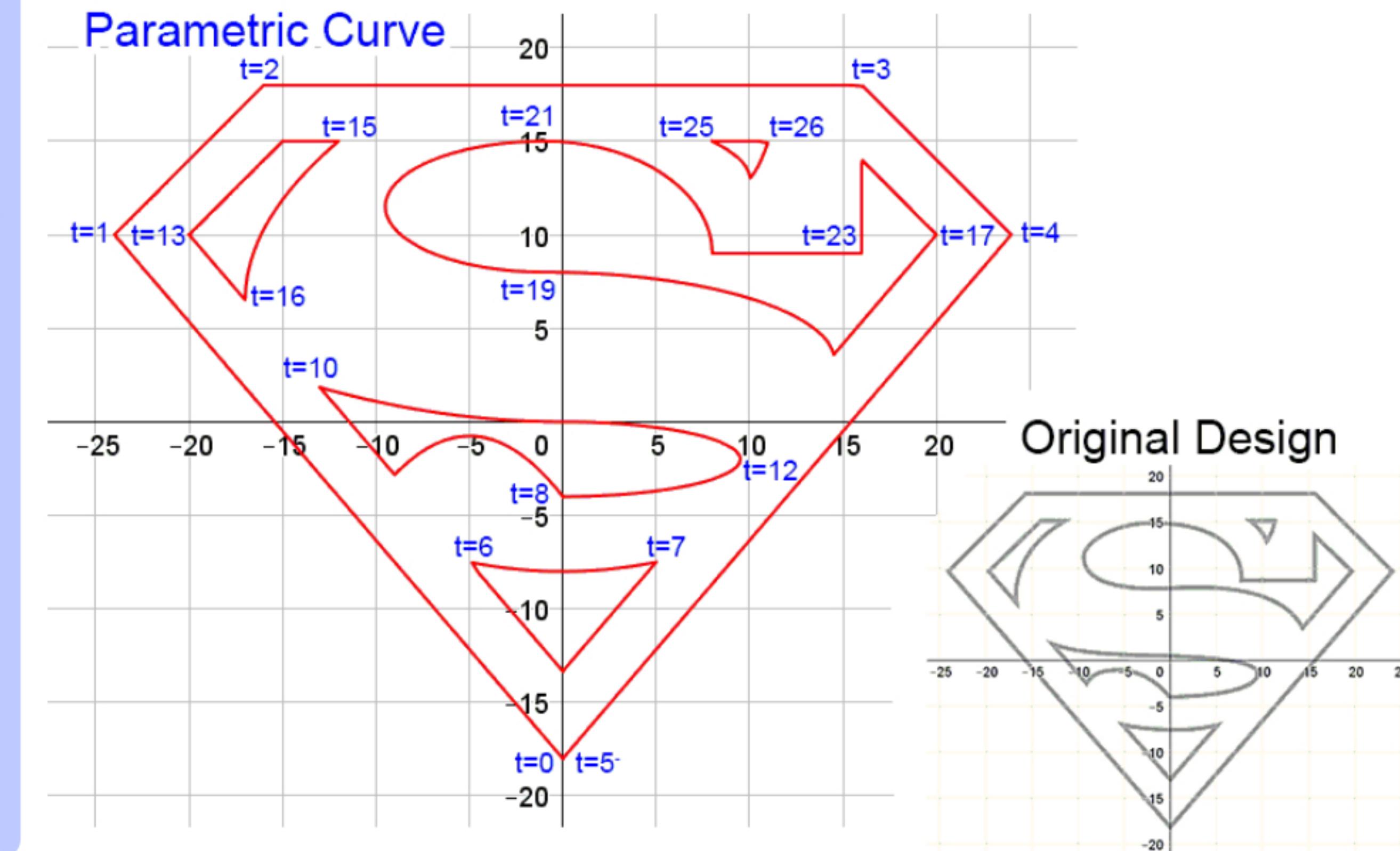
Conjuntos na forma visual

Exemplo. Gráfico da equação

$$x(t) = -12|t| + 16|t-1| + 12|t-2| - 12|t-3| - 16|t-4| + \frac{19}{2}|t-5| + \frac{15}{2}|t-6| - \frac{15}{2}|t-7| - 2|t-8| + \frac{5}{2}|t-9| + \frac{17}{2}|t-10| - \frac{13}{2}|t-11| + \frac{5}{2}|t-13| - |t-14| - \frac{3}{2}|t-15| - \frac{3}{2}|t-16| - \frac{5}{4}|t-17| + \frac{11}{4}|t-18| + 4|t-22| - 4|t-23| + 2|t-24| - \frac{1}{2}|t-25| - 2|t-26| + \frac{1}{2}|t-27| + \frac{5}{4}(|t-15| - |t-16| - 1)^2 - \frac{1}{2}(|t-27| - |t-28| + 1)^2 + \frac{19}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}(|t-11| - |t-13|)\right) + 14\cos\left(\frac{\pi}{4}(|t-18| - |t-19| + 1)\right) - \frac{3}{4}(|t-18| - |t-19|) - \frac{17}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}(|t-19| - |t-21|)\right) + 9\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-21| - |t-22| + 1)\right) - 10\frac{|t-13|}{t-13} + 20\frac{|t-17|}{t-17} - 6\frac{|t-25|}{t-25} - 9$$

$$y(t) = 14|t| - 10|t-1| - 4|t-2| - 4|t-3| - 10|t-4| + \frac{203}{12}|t-5| - \frac{35}{12}|t-6| - \frac{35}{12}|t-7| + \frac{35}{12}|t-8| + \frac{7}{3}|t-9| - \frac{7}{3}|t-10| + \frac{5}{2}|t-13| - \frac{5}{2}|t-14| - \frac{17}{4}|t-15| + 6|t-16| - \frac{119}{24}|t-17| + \frac{77}{24}|t-18| + \frac{5}{2}|t-23| - \frac{9}{2}|t-24| + 2|t-25| + |t-27| - |t-28| + \frac{1}{2}(|t-6| - |t-7|)^2 - \frac{21}{8}(|t-8| - |t-9| - \frac{1}{9})^2 + \frac{11}{24}(|t-10| - |t-11| - 1)^2 + \frac{1}{4}(|t-26| - |t-27| - 2)^2 - 2\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-11| - |t-13|)\right) + \frac{53}{12}\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-18| - |t-19| + 1)\right) + \frac{7}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-19| - |t-21|)\right) - 6\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-21| - |t-22| - 1)\right) + \frac{7}{3}\frac{|t-5|}{t-5} + \frac{14}{3}\frac{|t-8|}{t-8} + 7\frac{|t-13|}{t-13} + \frac{5}{2}\frac{|t-25|}{t-25} - \frac{1451}{216}$$

$$0 \leq t \leq 28$$



PRELIMINARES

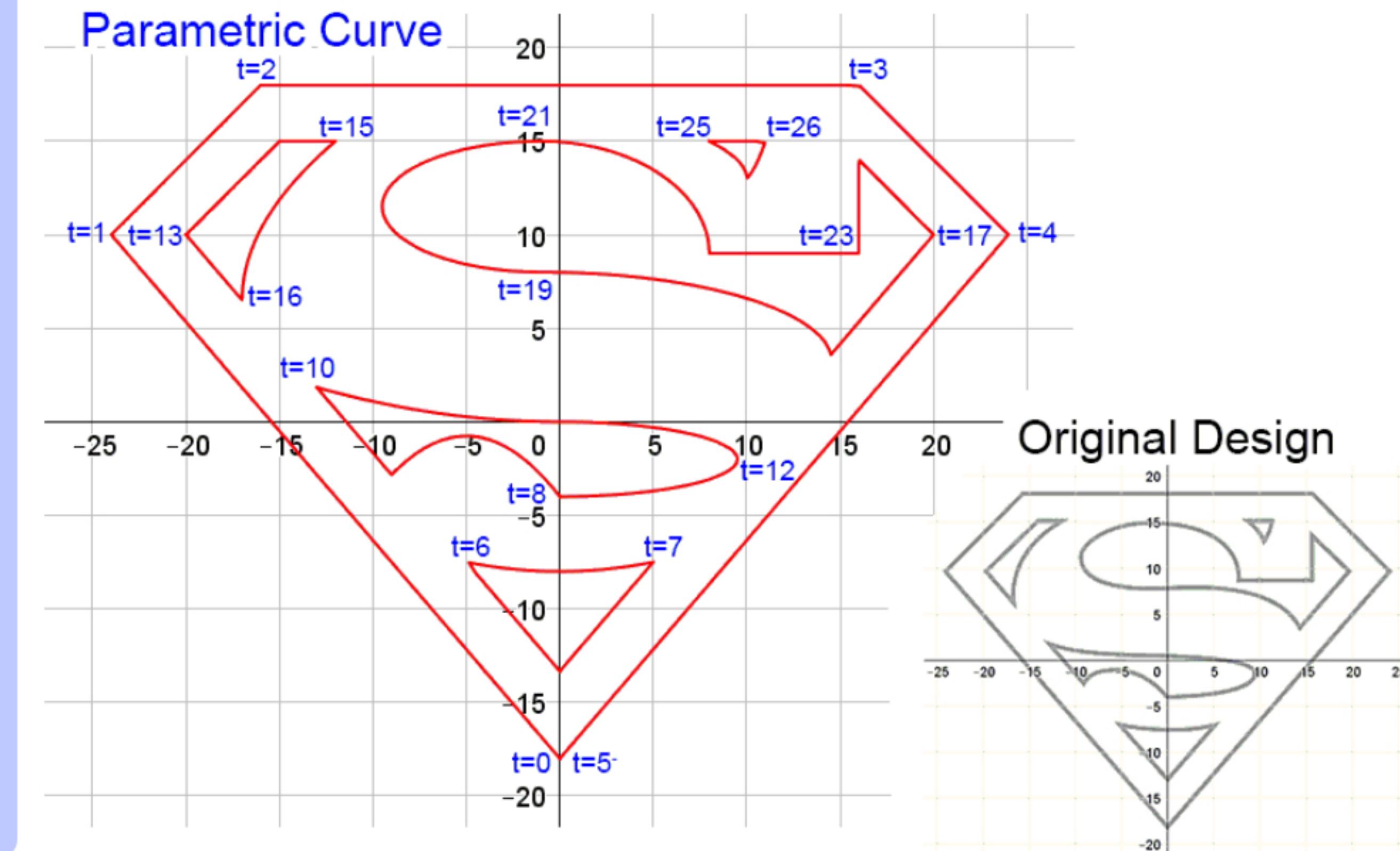
Conjuntos na forma visual

Exemplo. Gráfico da equação

$$x(t) = -12|t| + 16|t-1| + 12|t-2| - 12|t-3| - 16|t-4| + \frac{19}{2}|t-5| + \frac{15}{2}|t-6| - \frac{15}{2}|t-7| - 2|t-8| + \frac{5}{2}|t-9| + \frac{17}{2}|t-10| - \frac{13}{2}|t-11| + \frac{5}{2}|t-13| - |t-14| - \frac{3}{2}|t-15| - \frac{3}{2}|t-16| - \frac{5}{4}|t-17| + \frac{11}{4}|t-18| + 4|t-22| - 4|t-23| + 2|t-24| - \frac{1}{2}|t-25| - 2|t-26| + \frac{1}{2}|t-27| + \frac{5}{4}(|t-15| - |t-16| - 1)^2 - \frac{1}{2}(|t-27| - |t-28| + 1)^2 + \frac{19}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}(|t-11| - |t-13|)\right) + 14\cos\left(\frac{\pi}{4}(|t-18| - |t-19| + 1)\right) - \frac{3}{4}(|t-18| - |t-19|) - \frac{17}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}(|t-19| - |t-21|)\right) + 9\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-21| - |t-22| + 1)\right) - 10\frac{|t-13|}{t-13} + 20\frac{|t-17|}{t-17} - 6\frac{|t-25|}{t-25} - 9$$

$$y(t) = 14|t| - 10|t-1| - 4|t-2| - 4|t-3| - 10|t-4| + \frac{203}{12}|t-5| - \frac{35}{12}|t-6| - \frac{35}{12}|t-7| + \frac{35}{12}|t-8| + \frac{7}{3}|t-9| - \frac{7}{3}|t-10| + \frac{5}{2}|t-13| - \frac{5}{2}|t-14| - \frac{17}{4}|t-15| + 6|t-16| - \frac{119}{24}|t-17| + \frac{77}{24}|t-18| + \frac{5}{2}|t-23| - \frac{9}{2}|t-24| + 2|t-25| + |t-27| - |t-28| + \frac{1}{2}(|t-6| - |t-7|)^2 - \frac{21}{8}(|t-8| - |t-9| - \frac{1}{9})^2 + \frac{11}{24}(|t-10| - |t-11| - 1)^2 + \frac{1}{4}(|t-26| - |t-27| - 2)^2 - 2\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-11| - |t-13|)\right) + \frac{53}{12}\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-18| - |t-19| + 1)\right) + \frac{7}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-19| - |t-21|)\right) - 6\sin\left(\frac{\pi}{4}(|t-21| - |t-22| - 1)\right) + \frac{7}{3}\frac{|t-5|}{t-5} + \frac{14}{3}\frac{|t-8|}{t-8} + 7\frac{|t-13|}{t-13} + \frac{5}{2}\frac{|t-25|}{t-25} - \frac{1451}{216}$$

$$0 \leq t \leq 28$$



Exercício. Verifique as contas acima!



O CONJUNTO \mathbb{R}^3

O CONJUNTO \mathbb{R}^3

$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ é conjunto de todas as triplas de números reais (a, b, c) .

O CONJUNTO \mathbb{R}^3

$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ é conjunto de todas as triplas de números reais (a, b, c) .

$$(1, 2, 3) \neq (1, 3, 2) \neq (2, 1, 3) \neq (2, 3, 1) \neq (3, 2, 1) \neq (3, 1, 2)$$

O CONJUNTO \mathbb{R}^3

$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ é conjunto de todas as triplas de números reais (a, b, c) .

$$(1, 2, 3) \neq (1, 3, 2) \neq (2, 1, 3) \neq (2, 3, 1) \neq (3, 2, 1) \neq (3, 1, 2)$$

Precisaremos de três eixos para visualizar geometricamente. Além dos eixos horizontal e vertical, há um terceiro perpendicular à tela.

O CONJUNTO \mathbb{R}^3

O CONJUNTO \mathbb{R}^3

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Nomenclatura dos eixos

Eixo x ou eixo das abscissas.

Eixo y ou eixo das ordenadas.

Eixo z ou eixo das cotas.

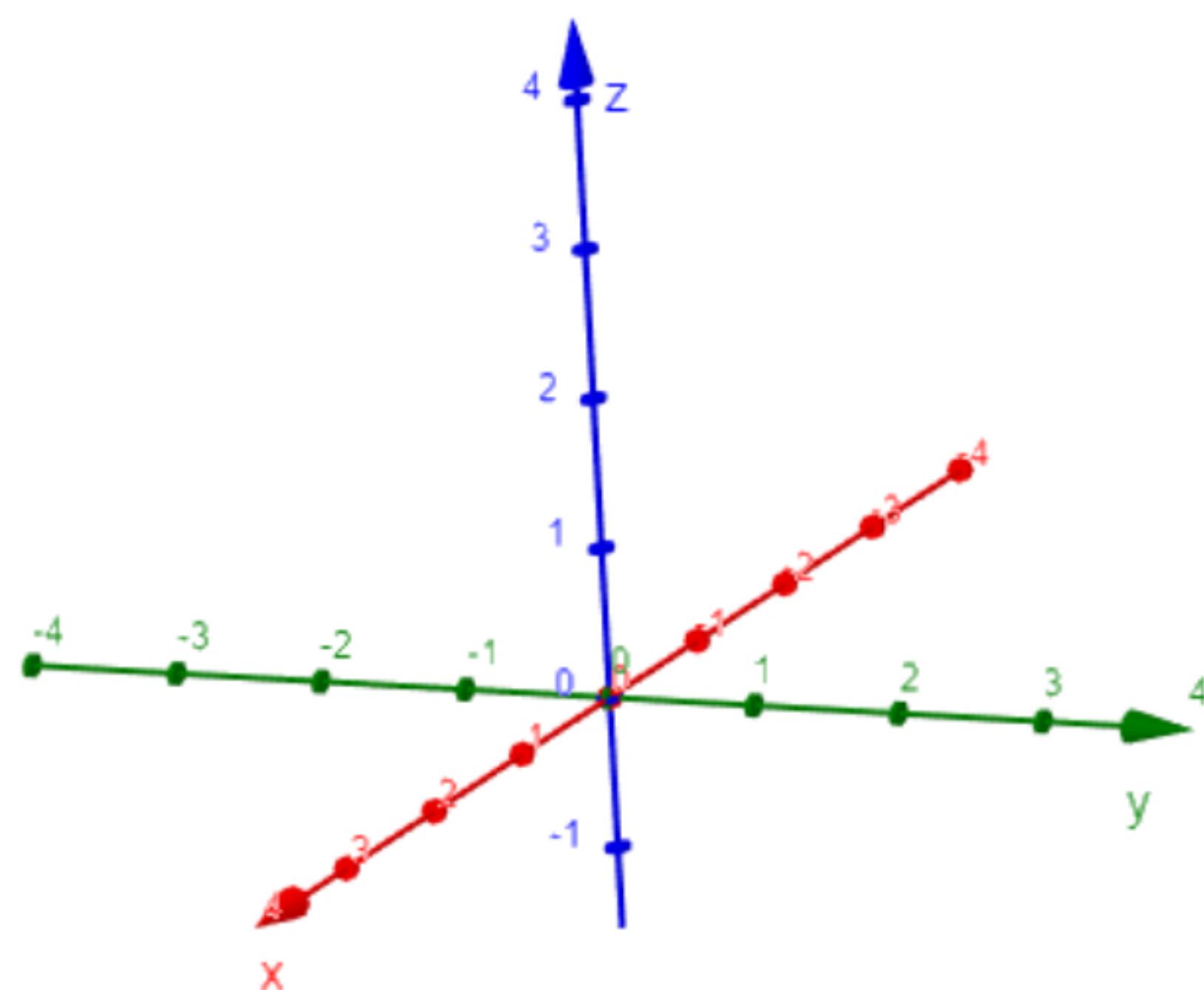
ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Posição dos eixos

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Posição dos eixos

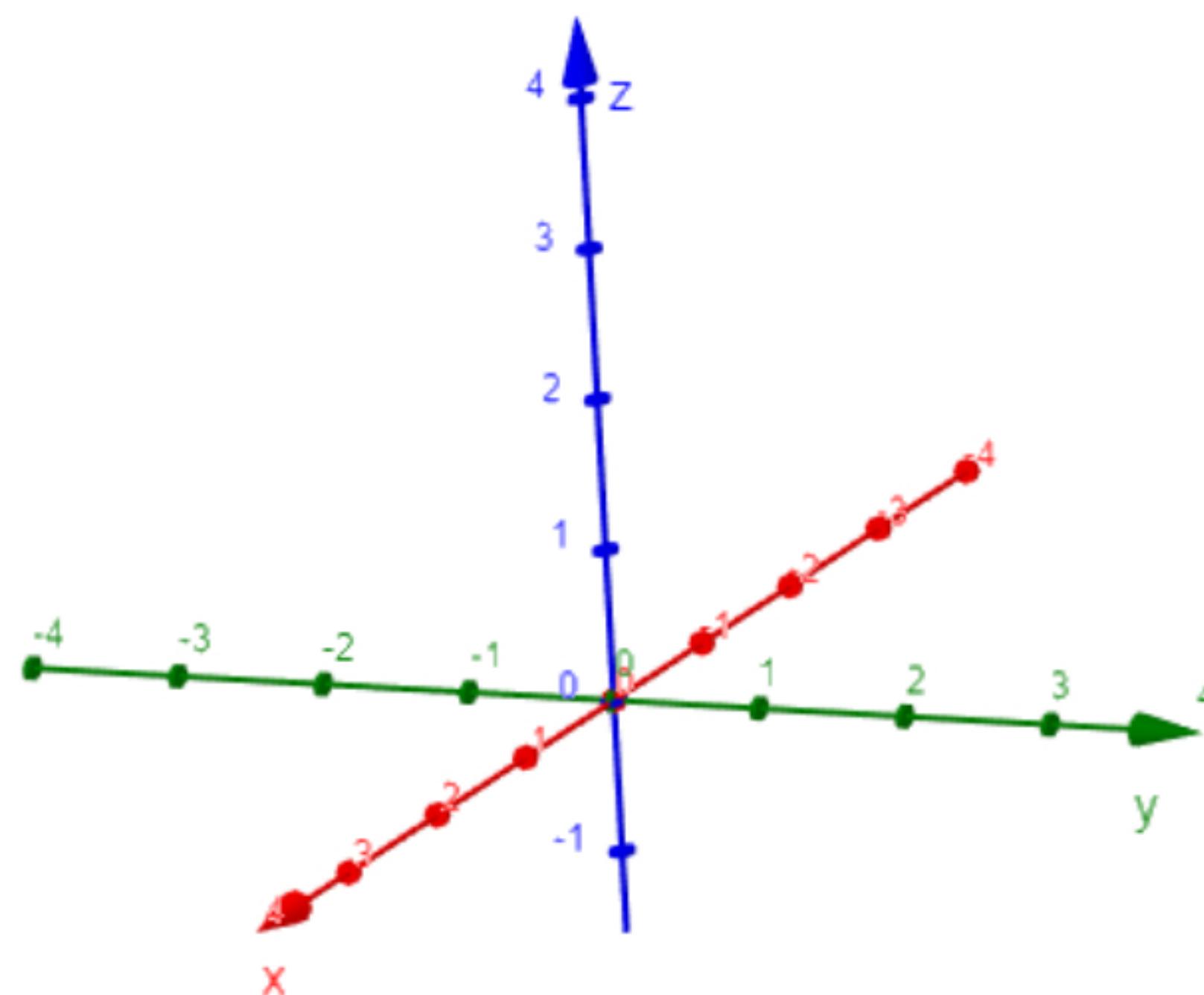
Convenção usual.



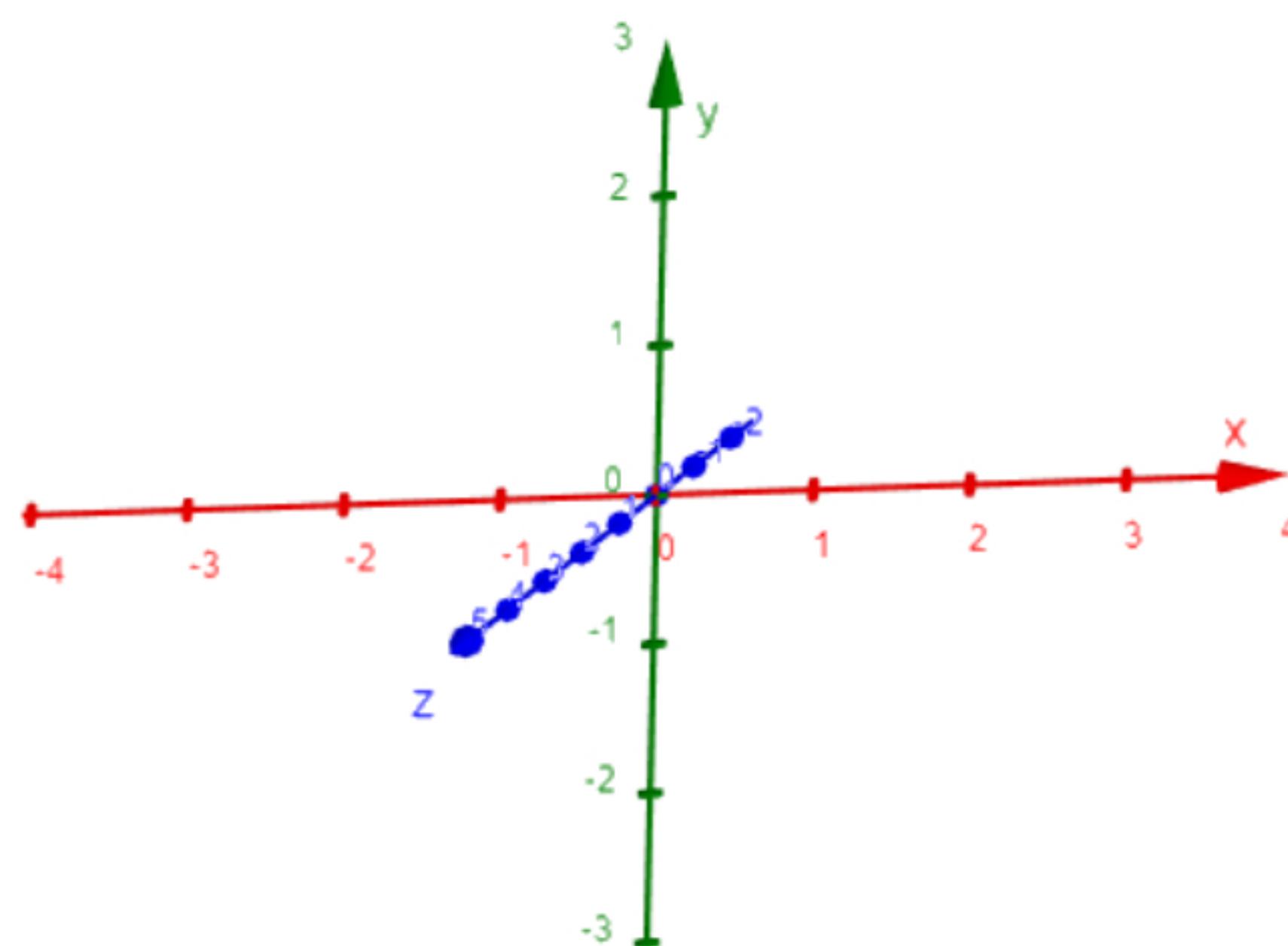
ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Posição dos eixos

Convenção usual.



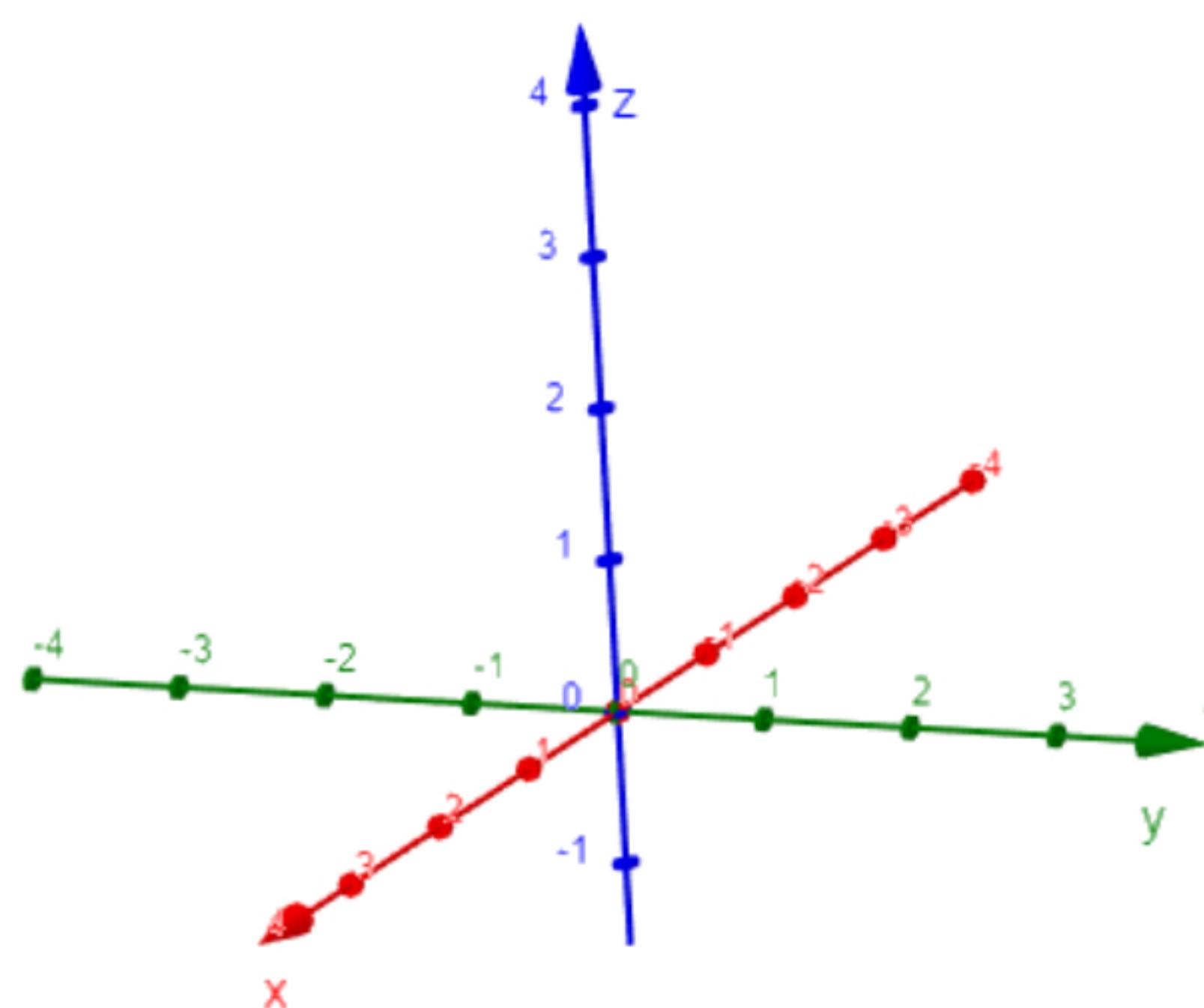
Convenção pouco usual.



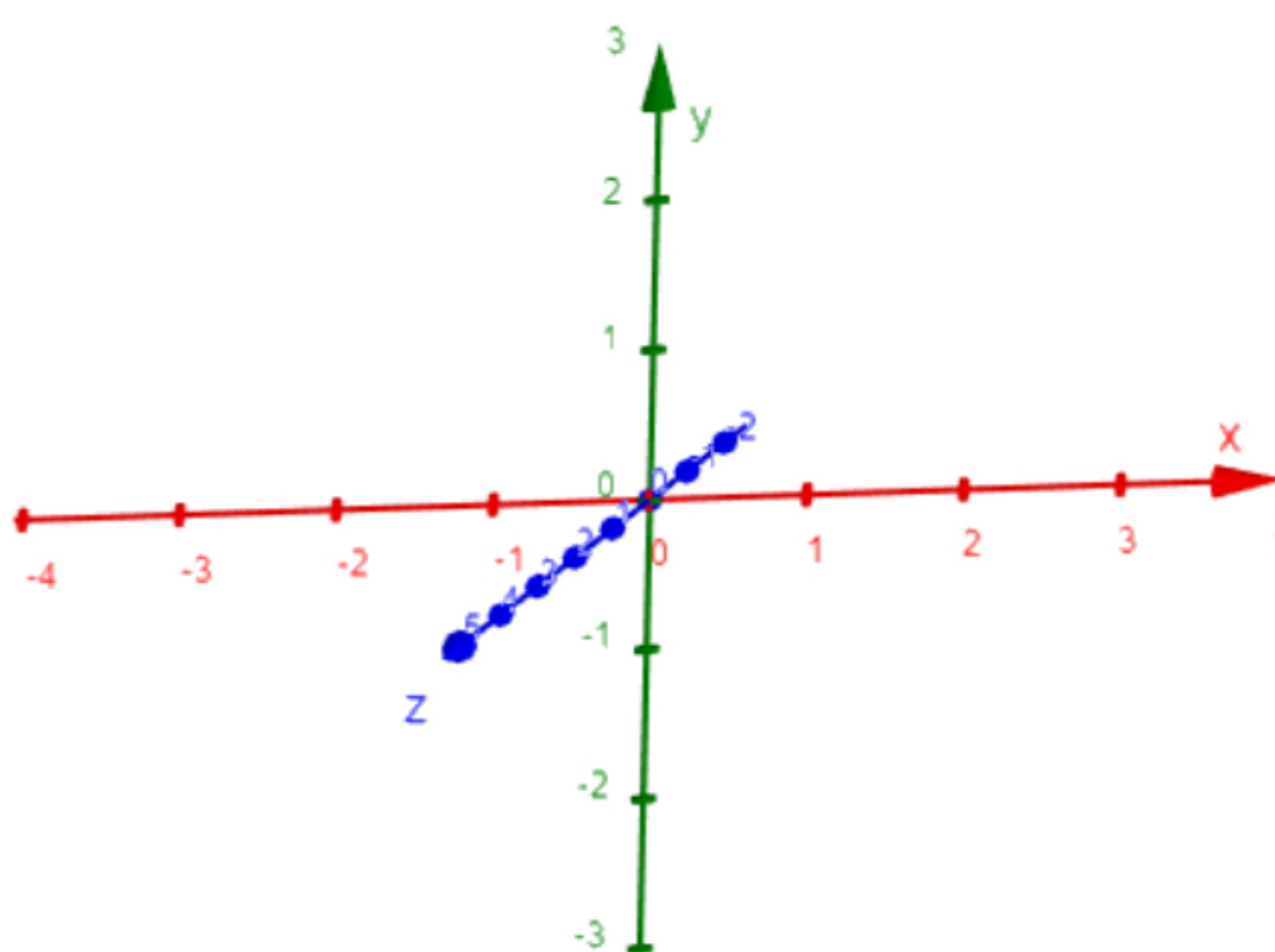
ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Posição dos eixos

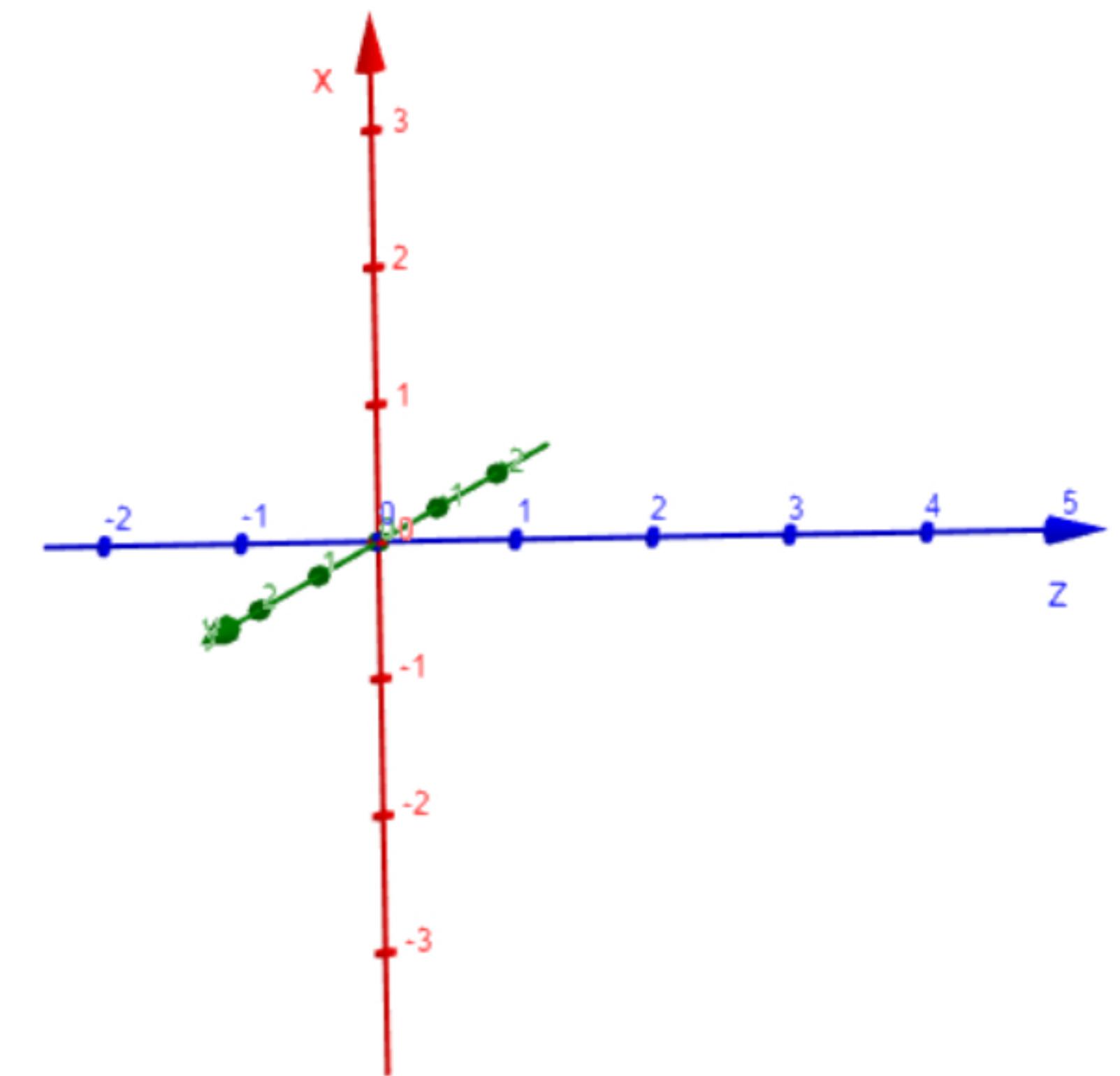
Convenção usual.



Convenção pouco usual.



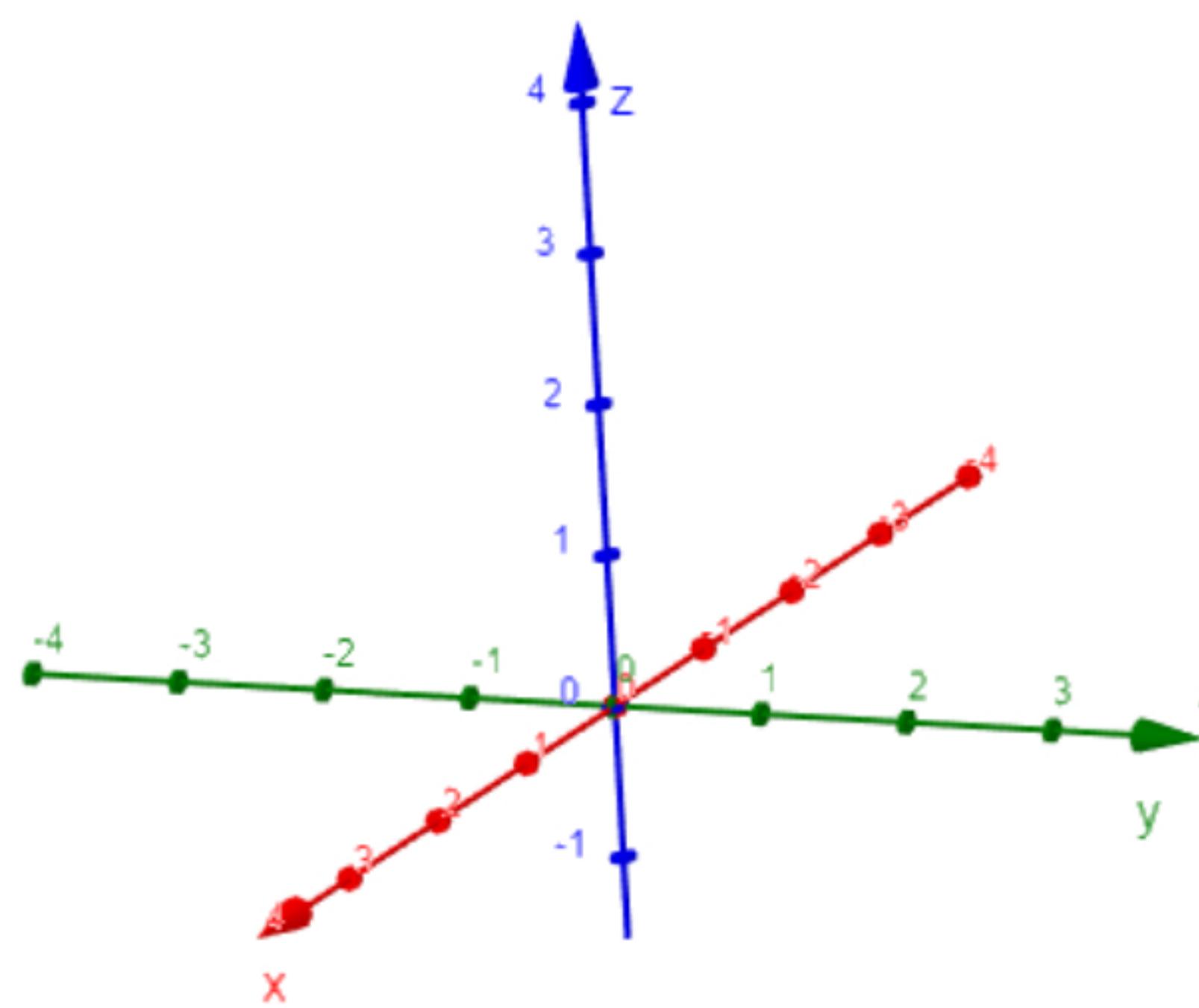
Convenção nada usual.



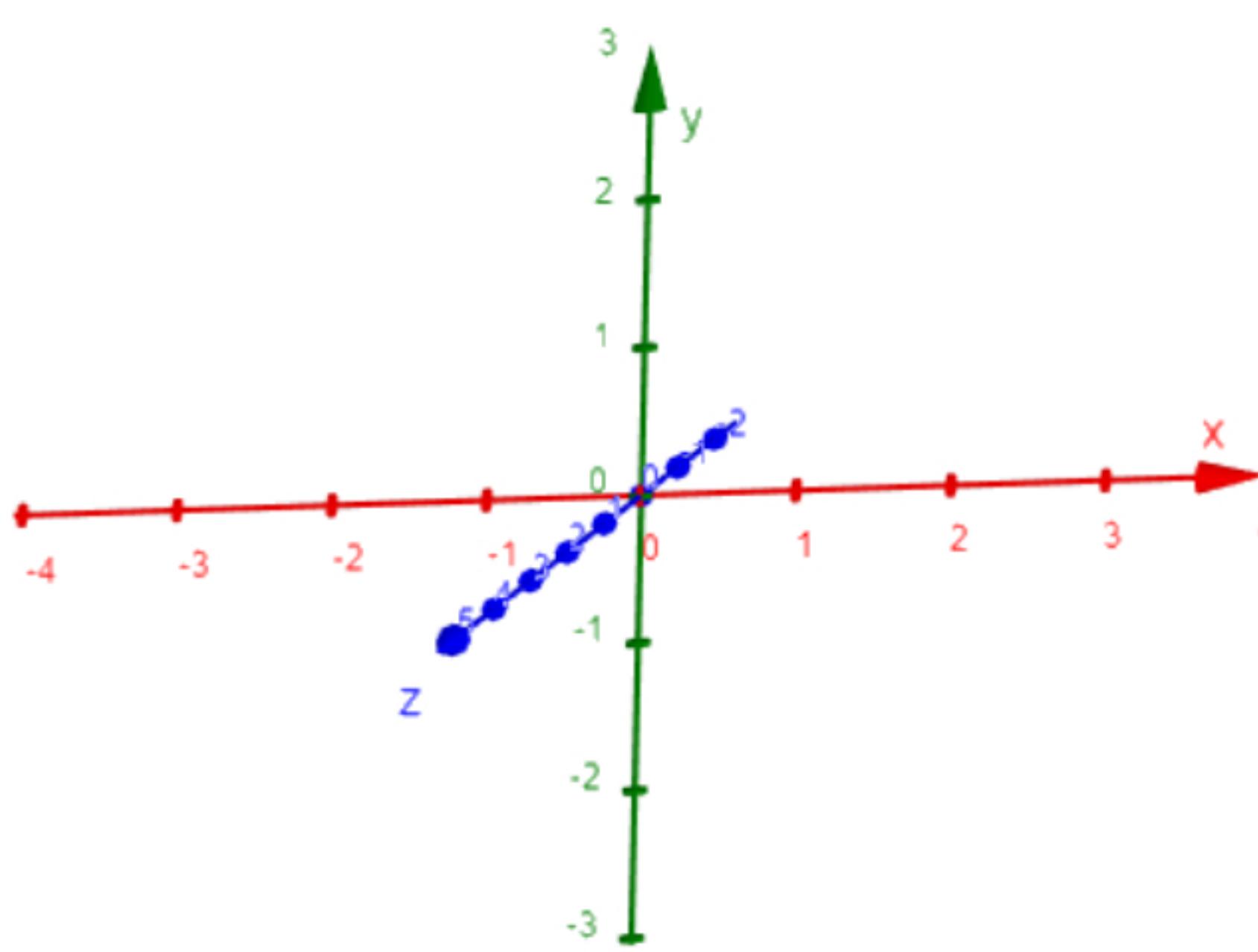
ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Posição dos eixos

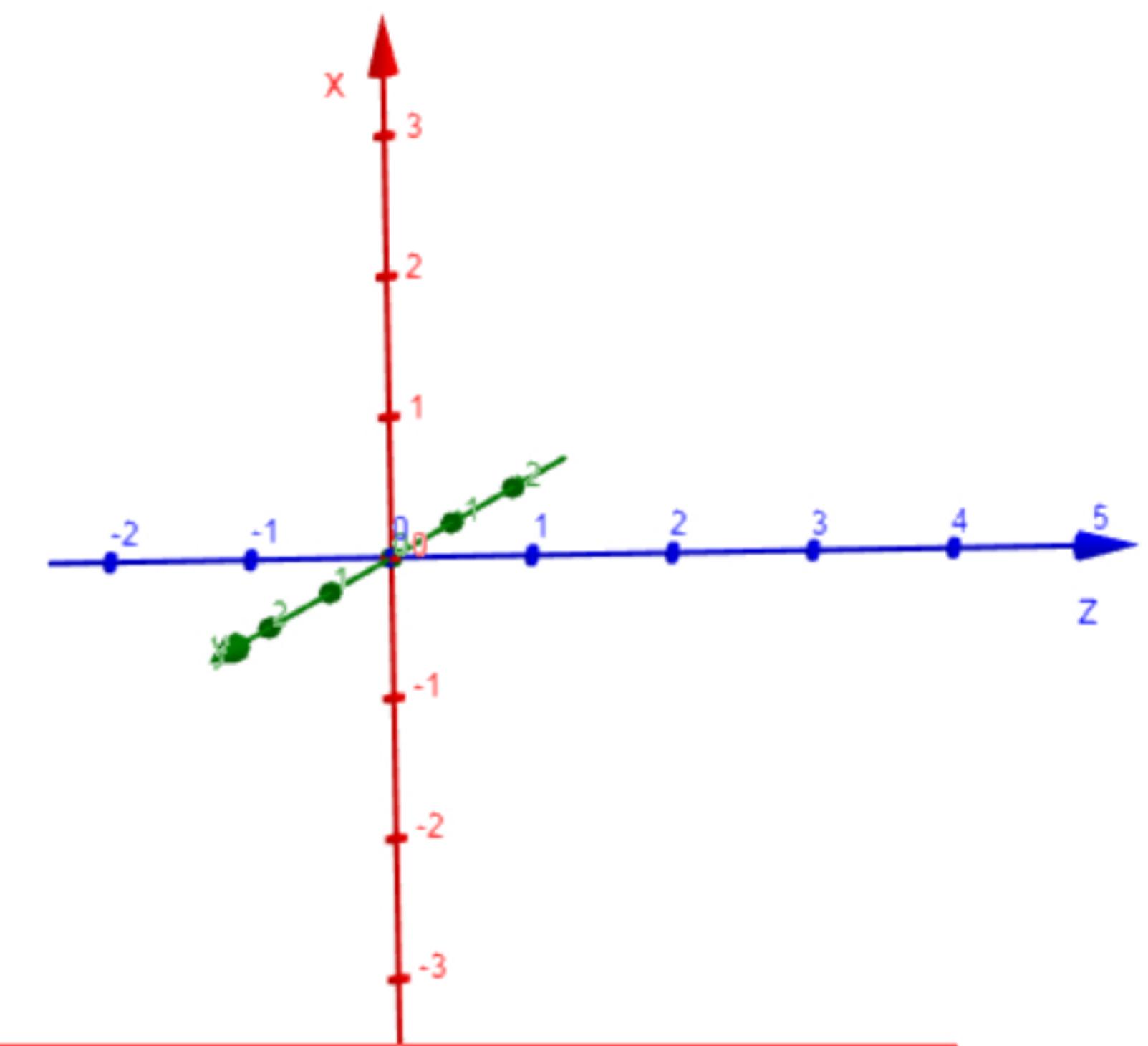
Convenção usual.



Convenção pouco usual.



Convenção nada usual.



Escolhas diferentes dessas normalmente estão incorretas!

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

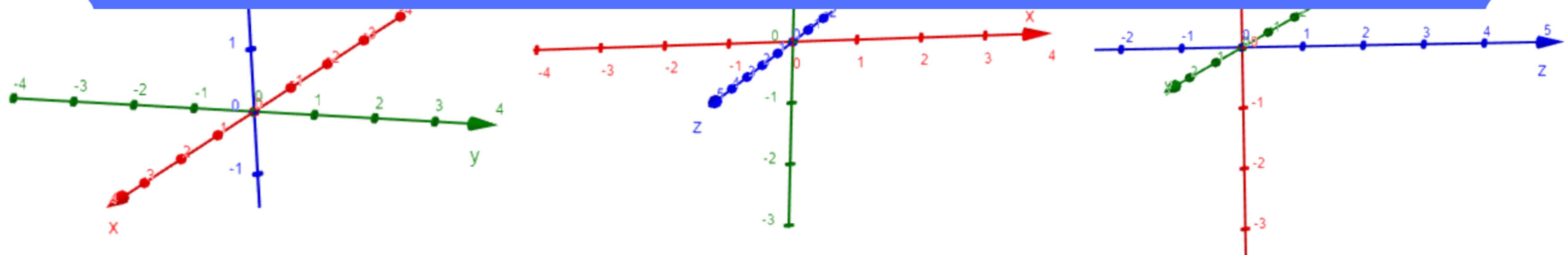
Posição dos eixos

Convenção usual.

Convenção pouco usual.

Convenção nada usual.

A utilização de diferentes perspectivas pode ajudar a deixar a figura mais comprehensível.



Escolhas diferentes dessas normalmente estão incorretas!

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Figuras ilegíveis dependendo da perspectiva

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Figuras ilegíveis dependendo da perspectiva

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Pontos sem marcações não têm posição definida.

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

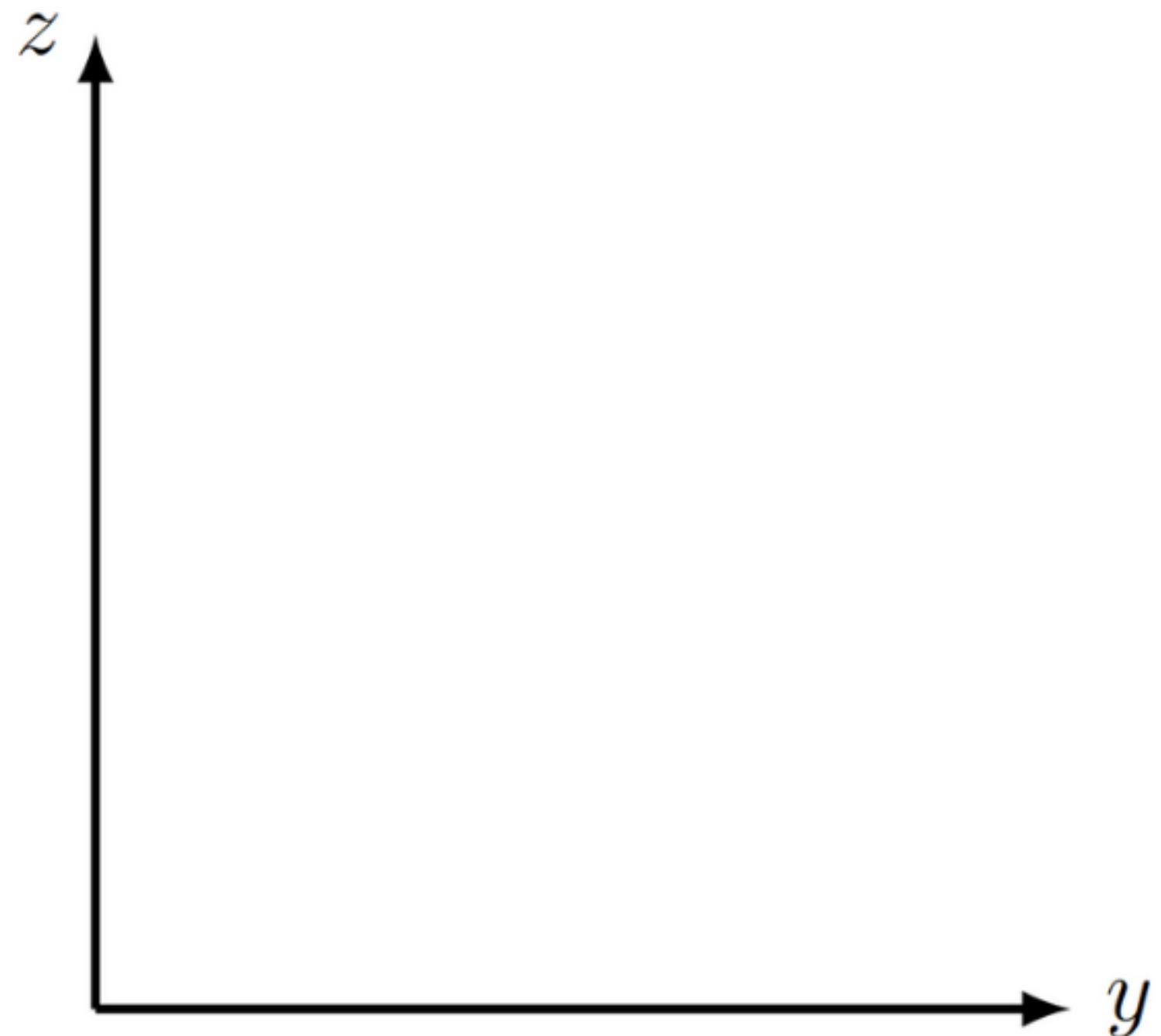
Objetos atrás de algo ficam pontilhados.

ALGUMAS INFORMAÇÕES ÚTEIS

Objetos atrás de algo ficam pontilhados.

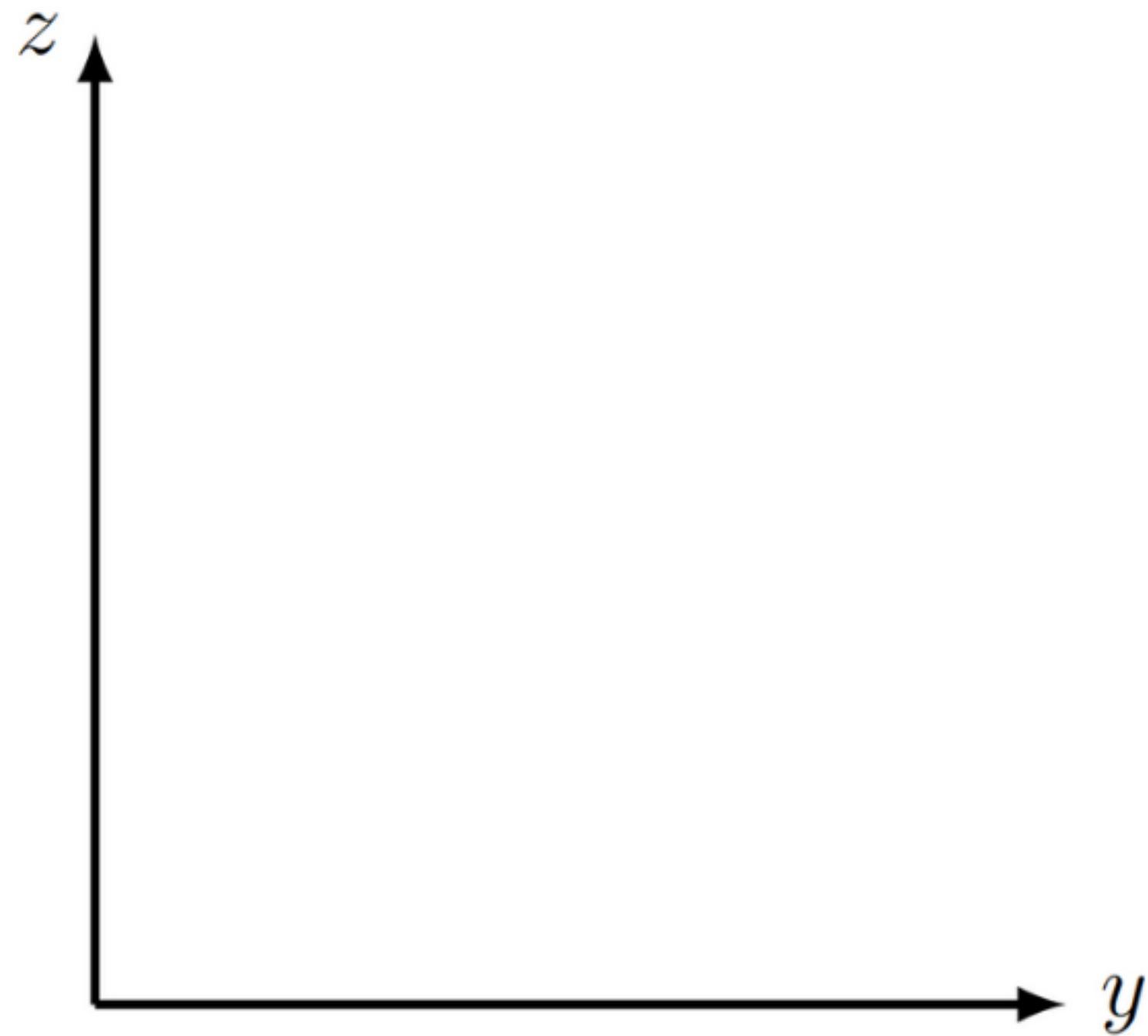
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Eixos horizontal e vertical

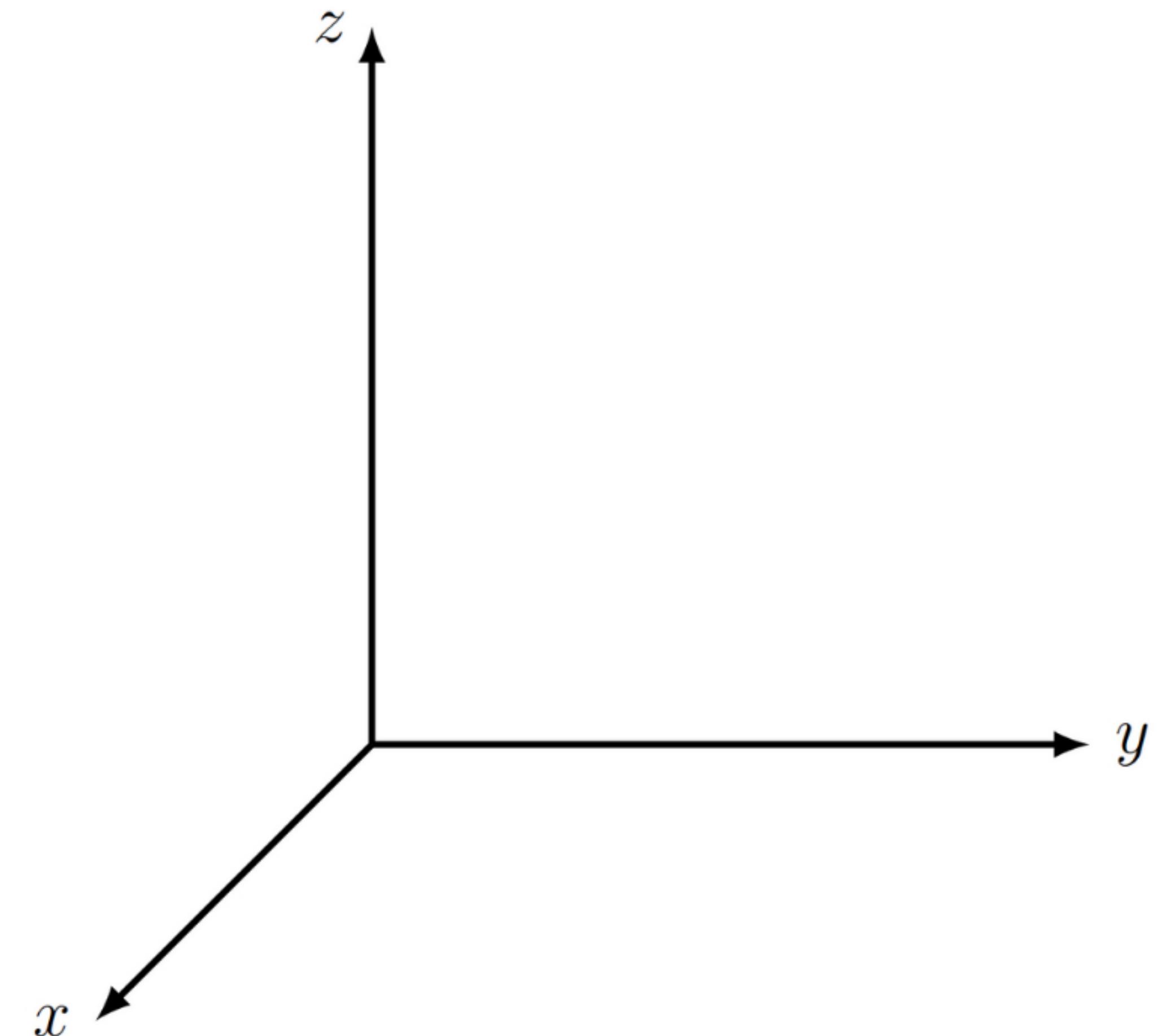


COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Eixos horizontal e vertical

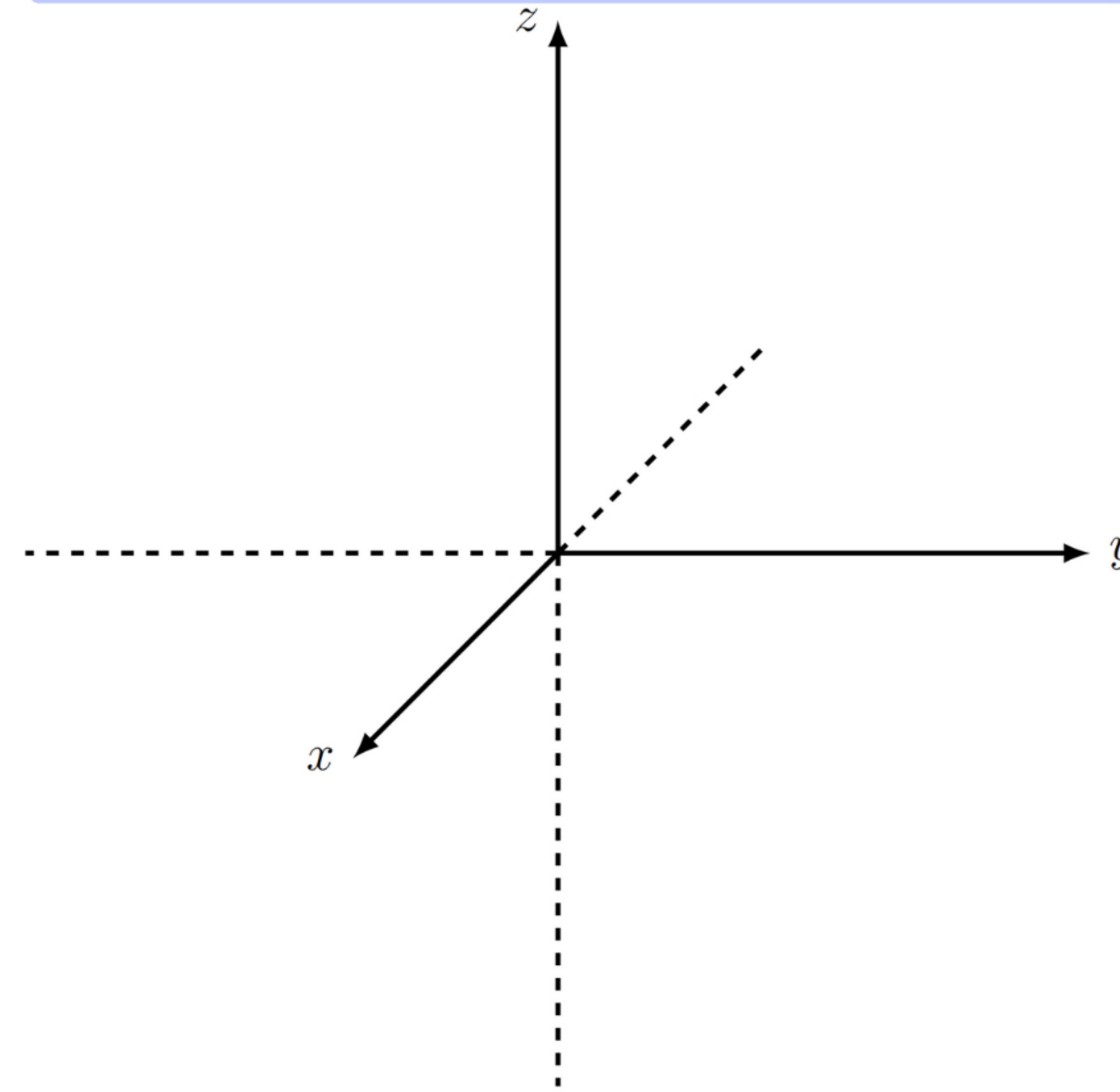


Eixo "saindo" da tela



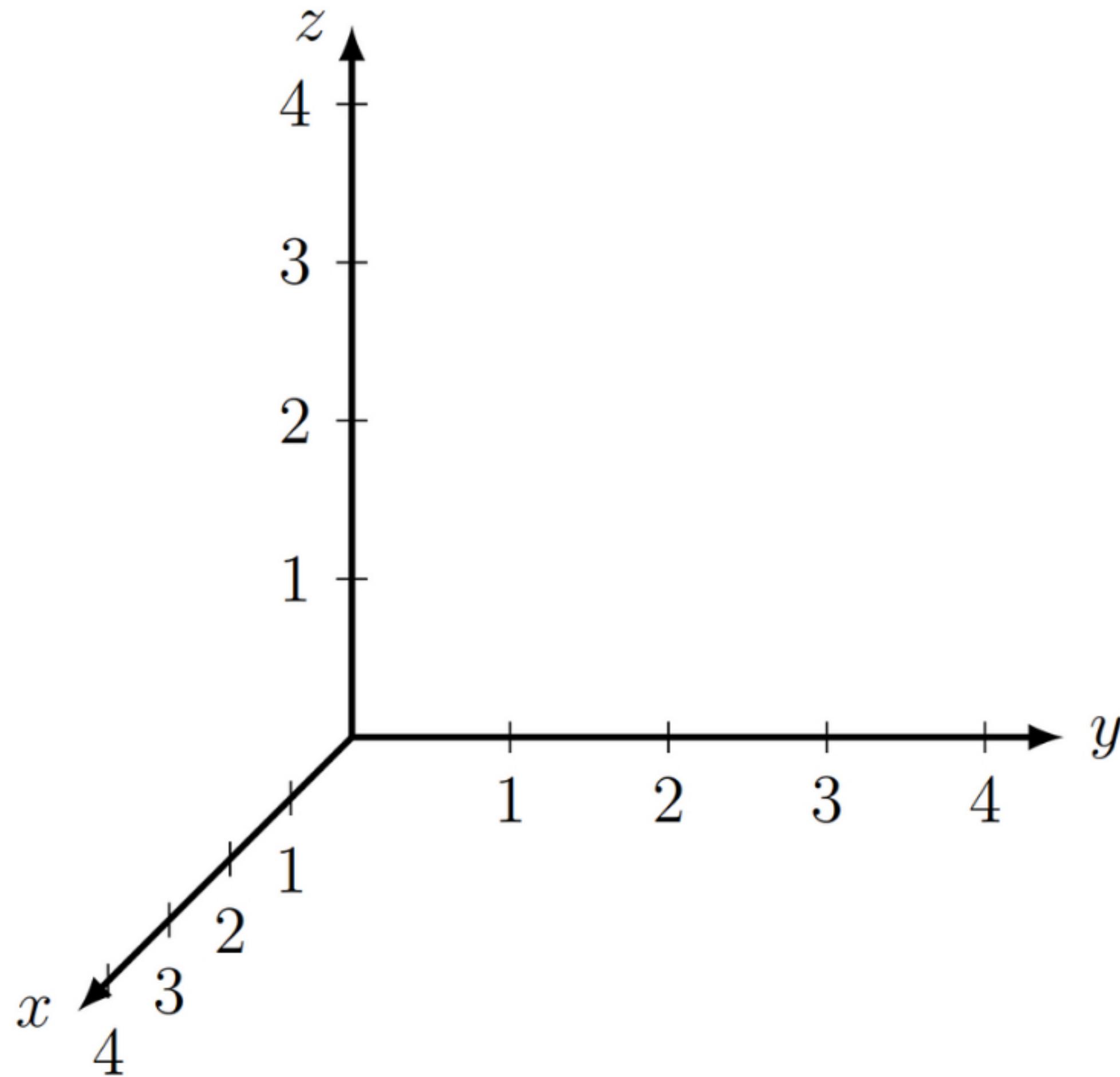
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Parte negativa quando necessária

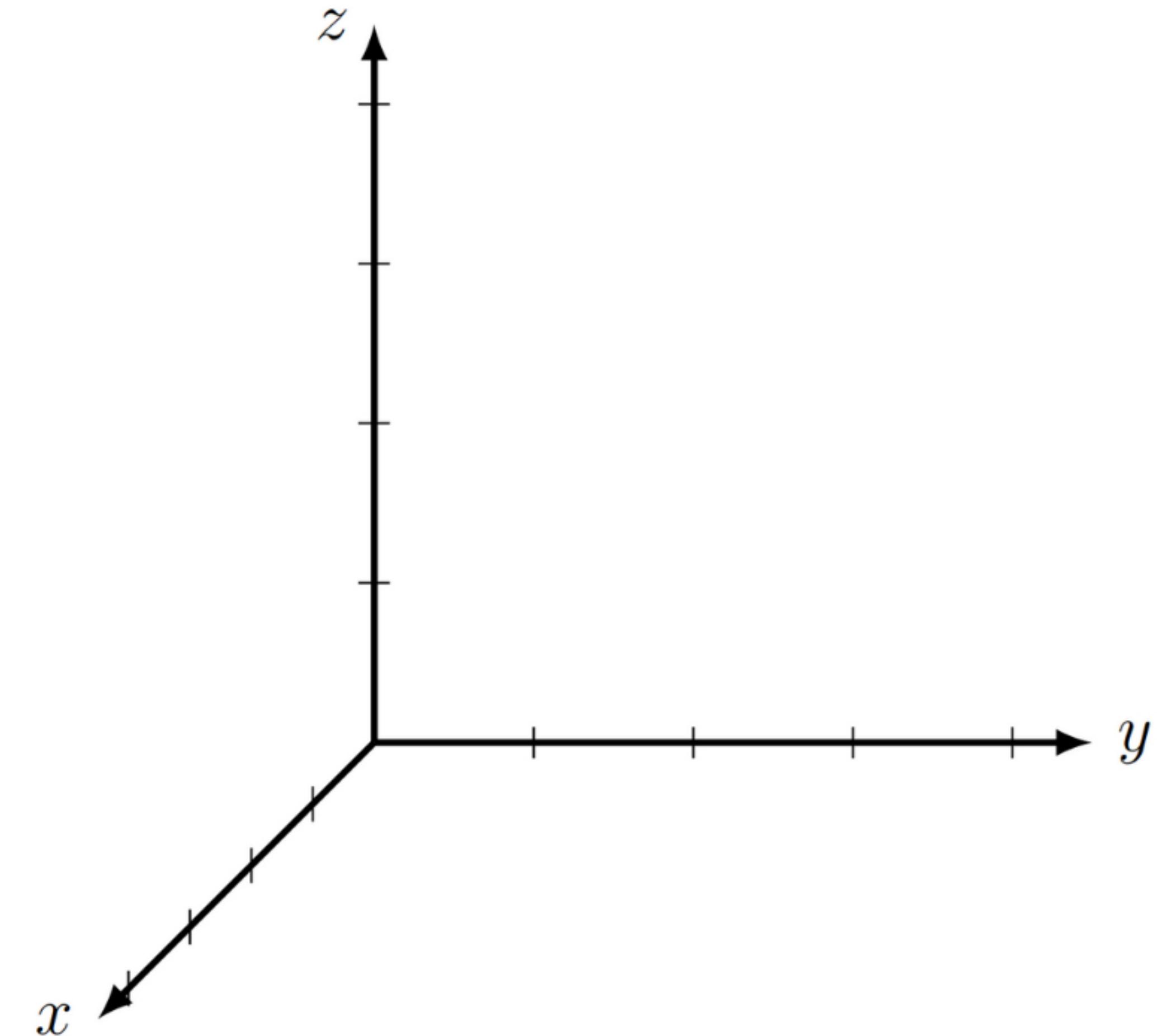


COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Colocação de escala

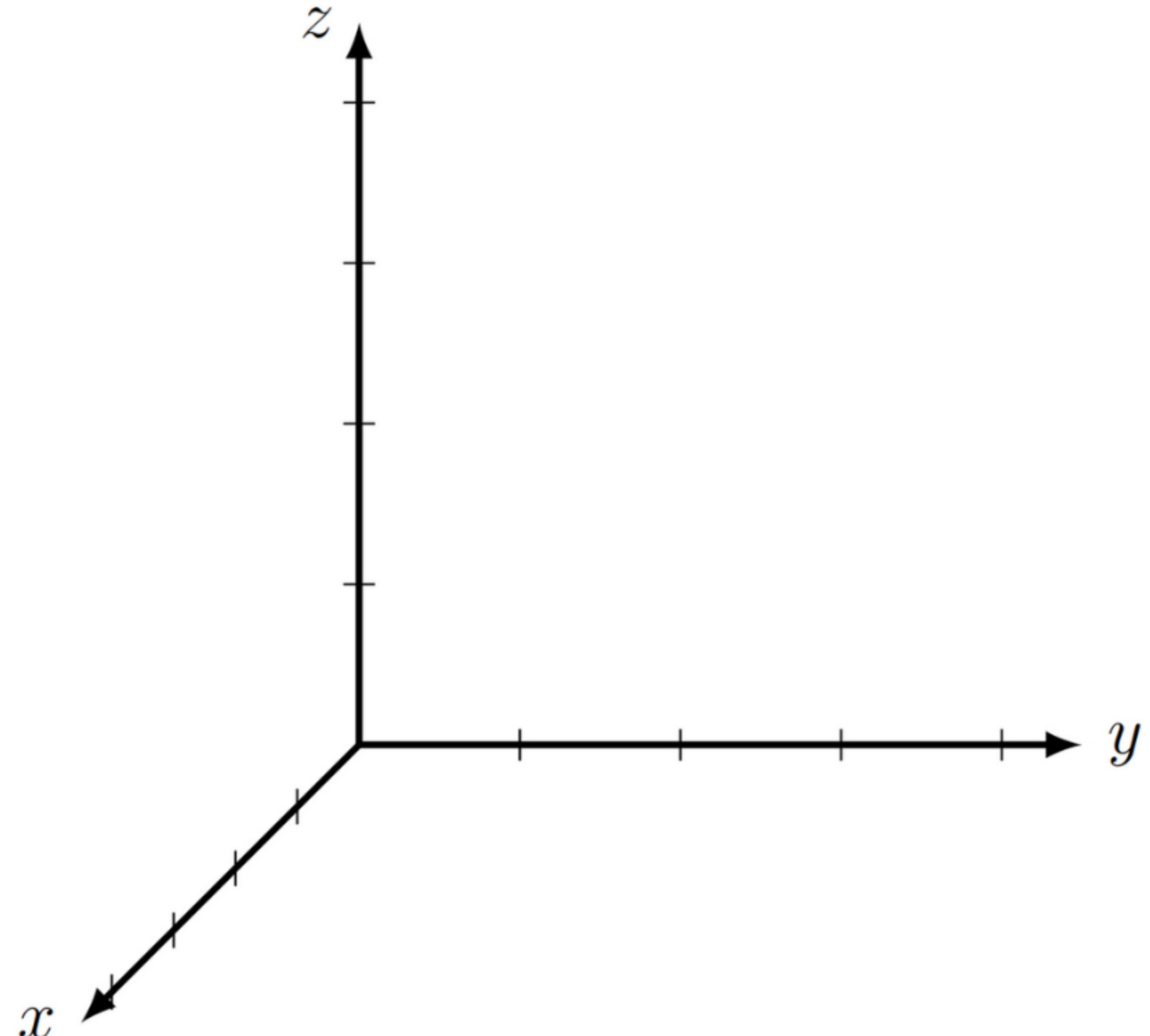


Omitindo números para
"despoluir" o gráfico



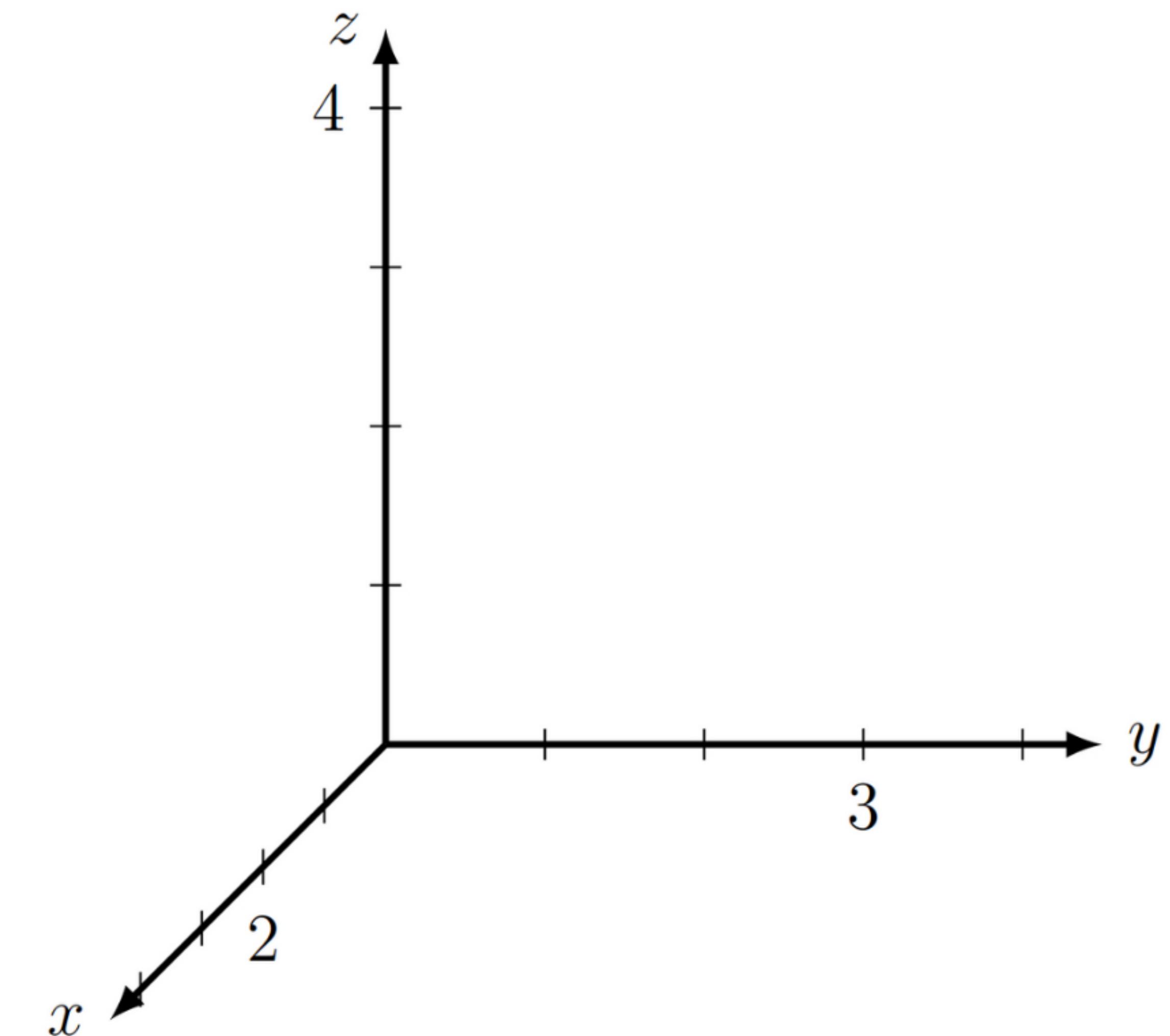
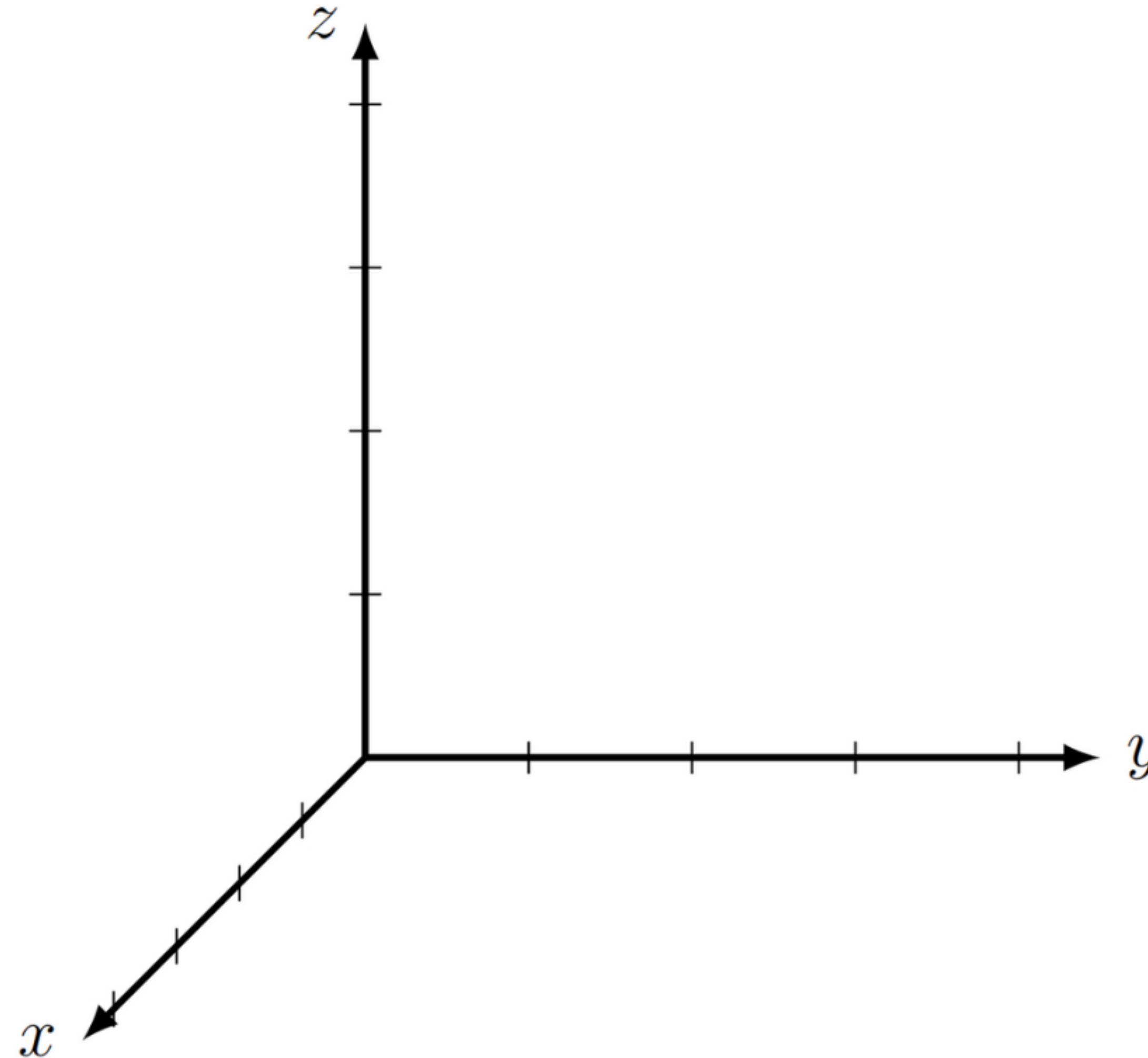
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



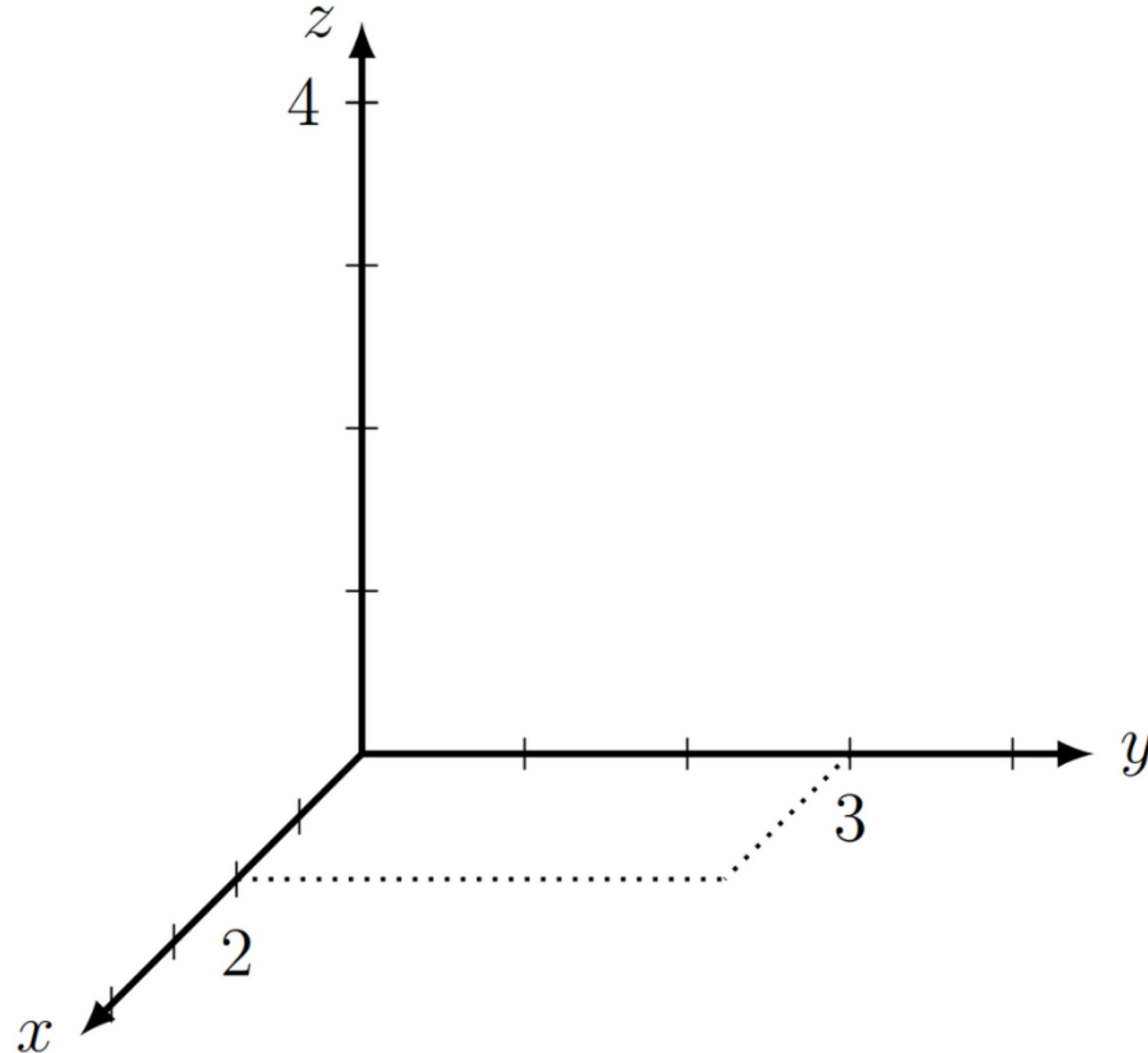
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



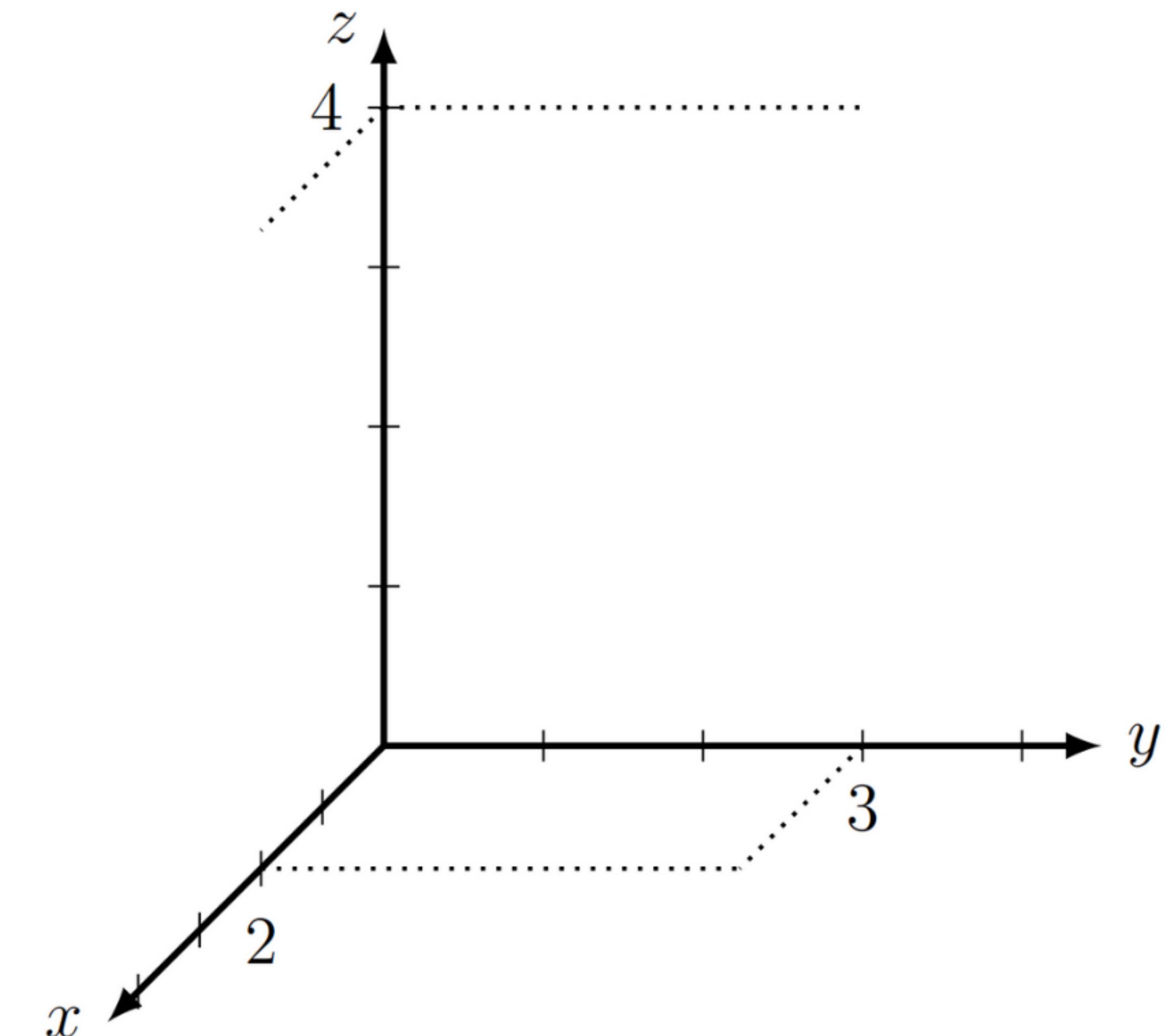
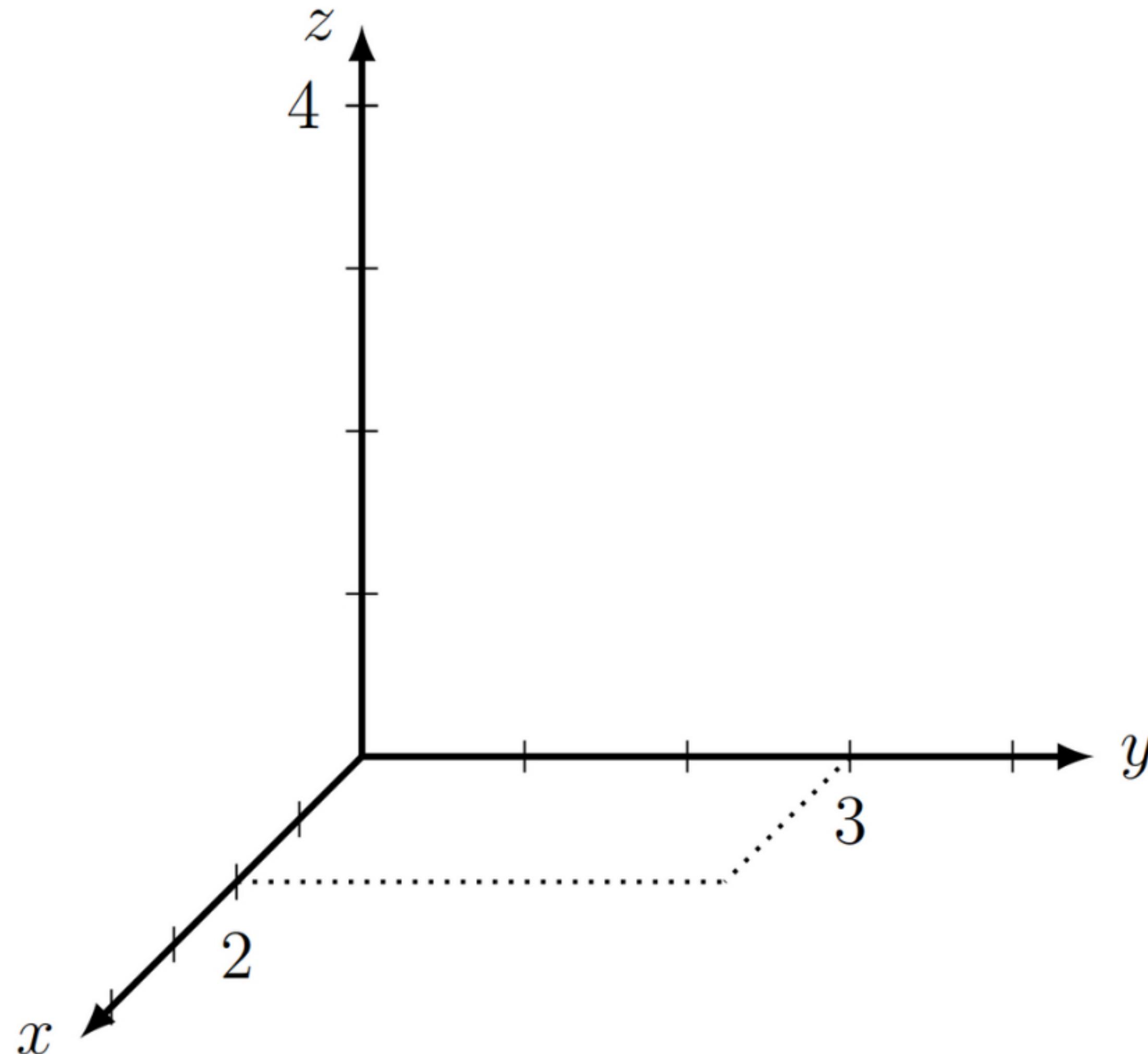
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



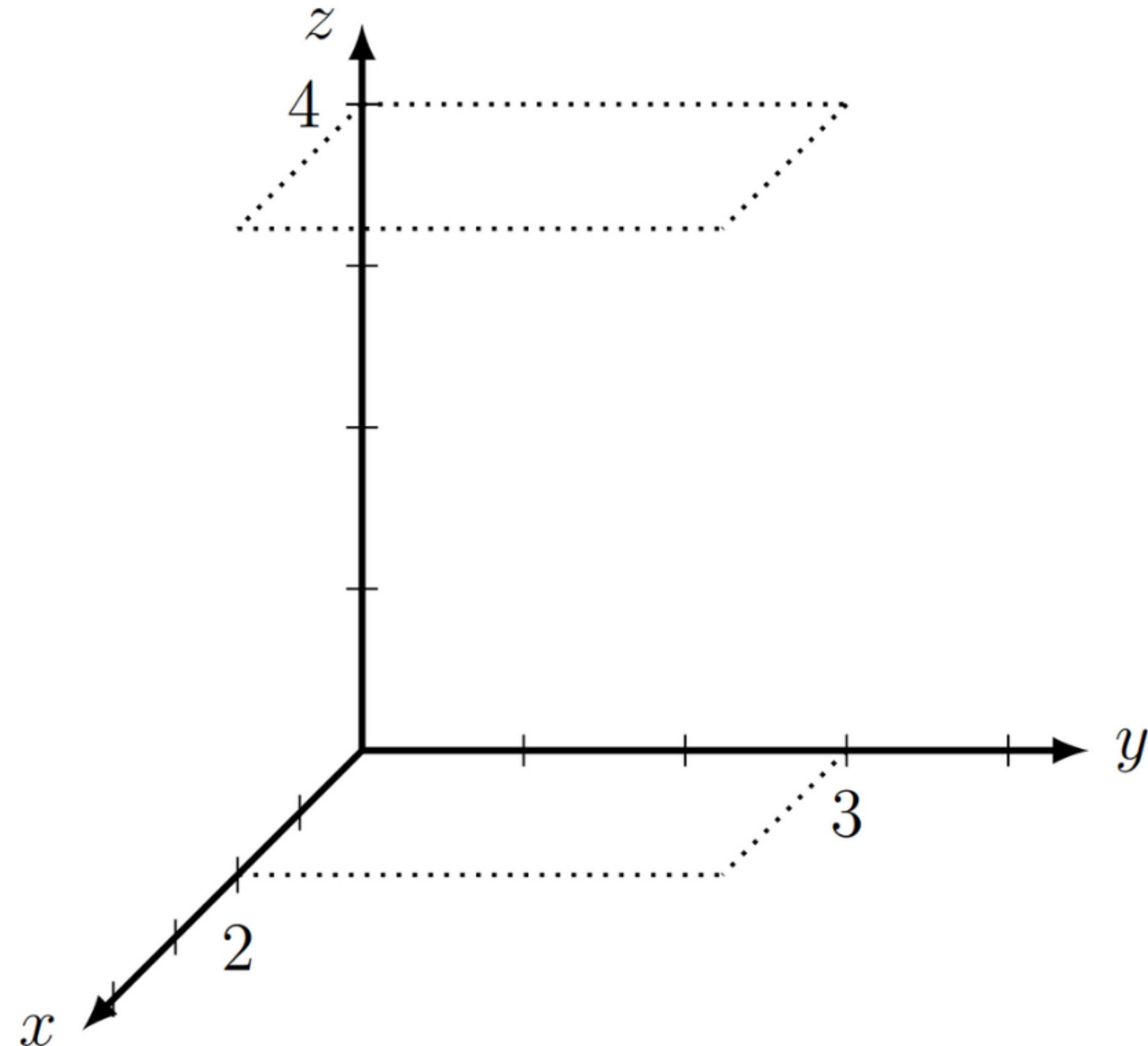
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



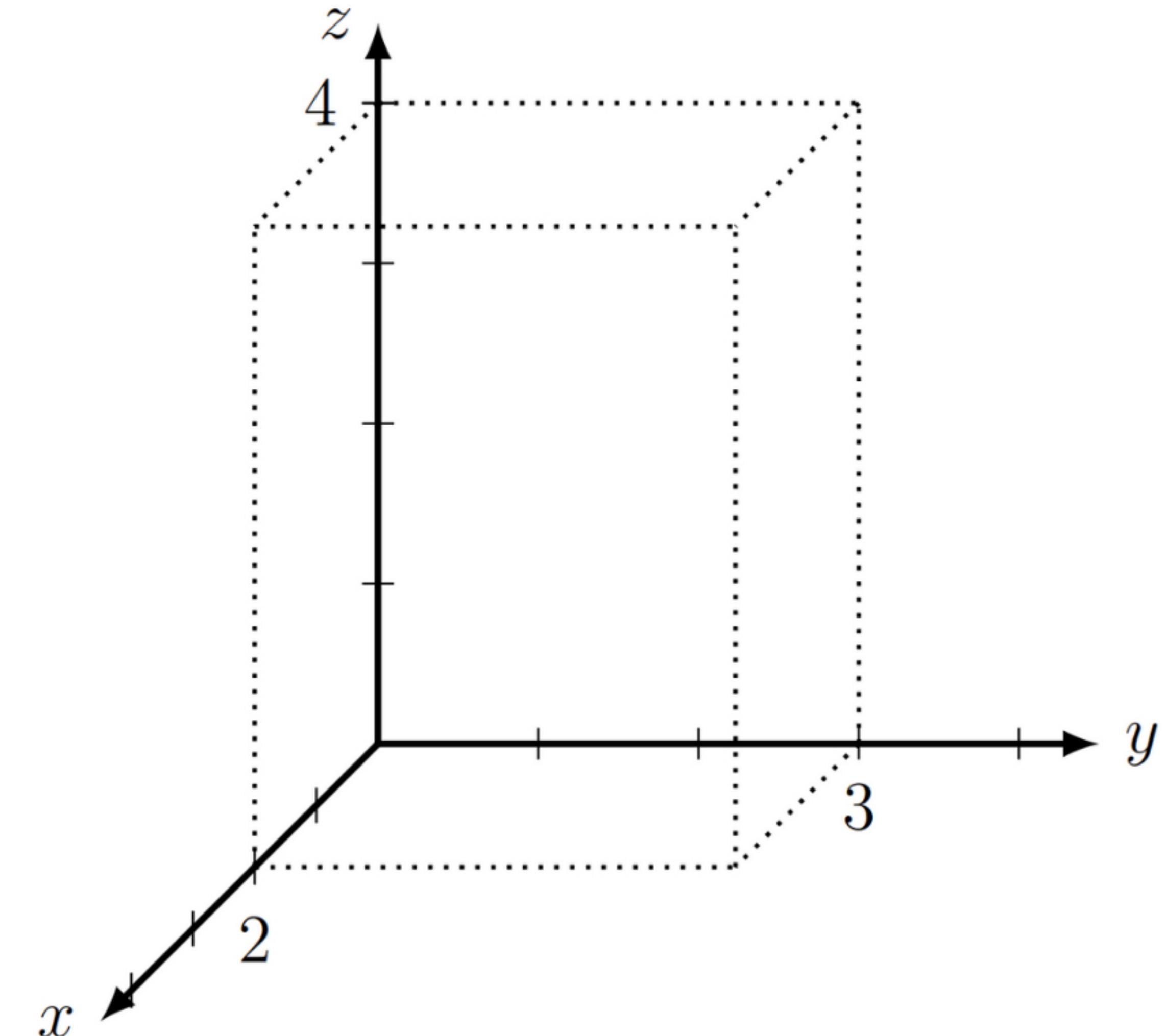
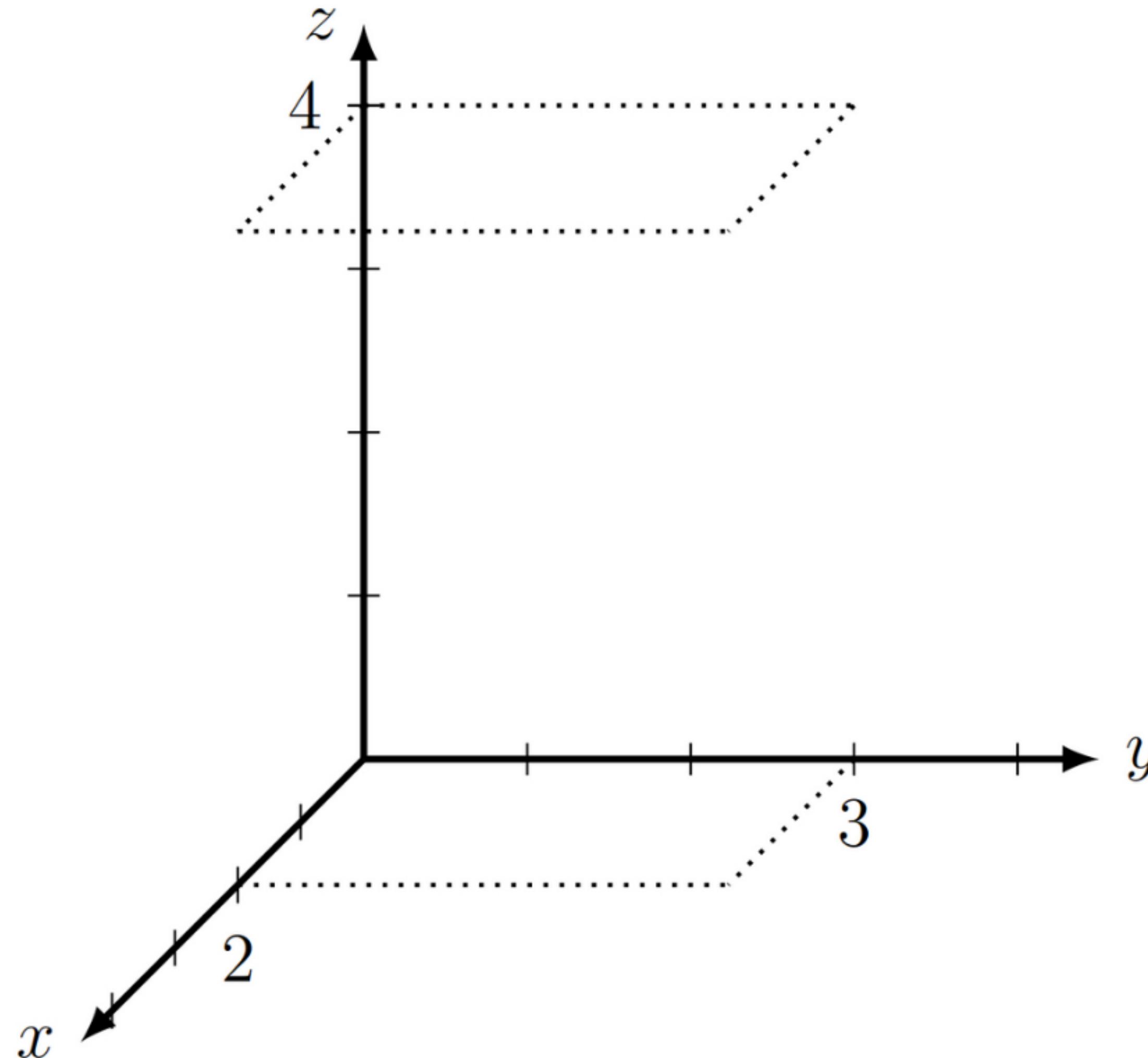
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



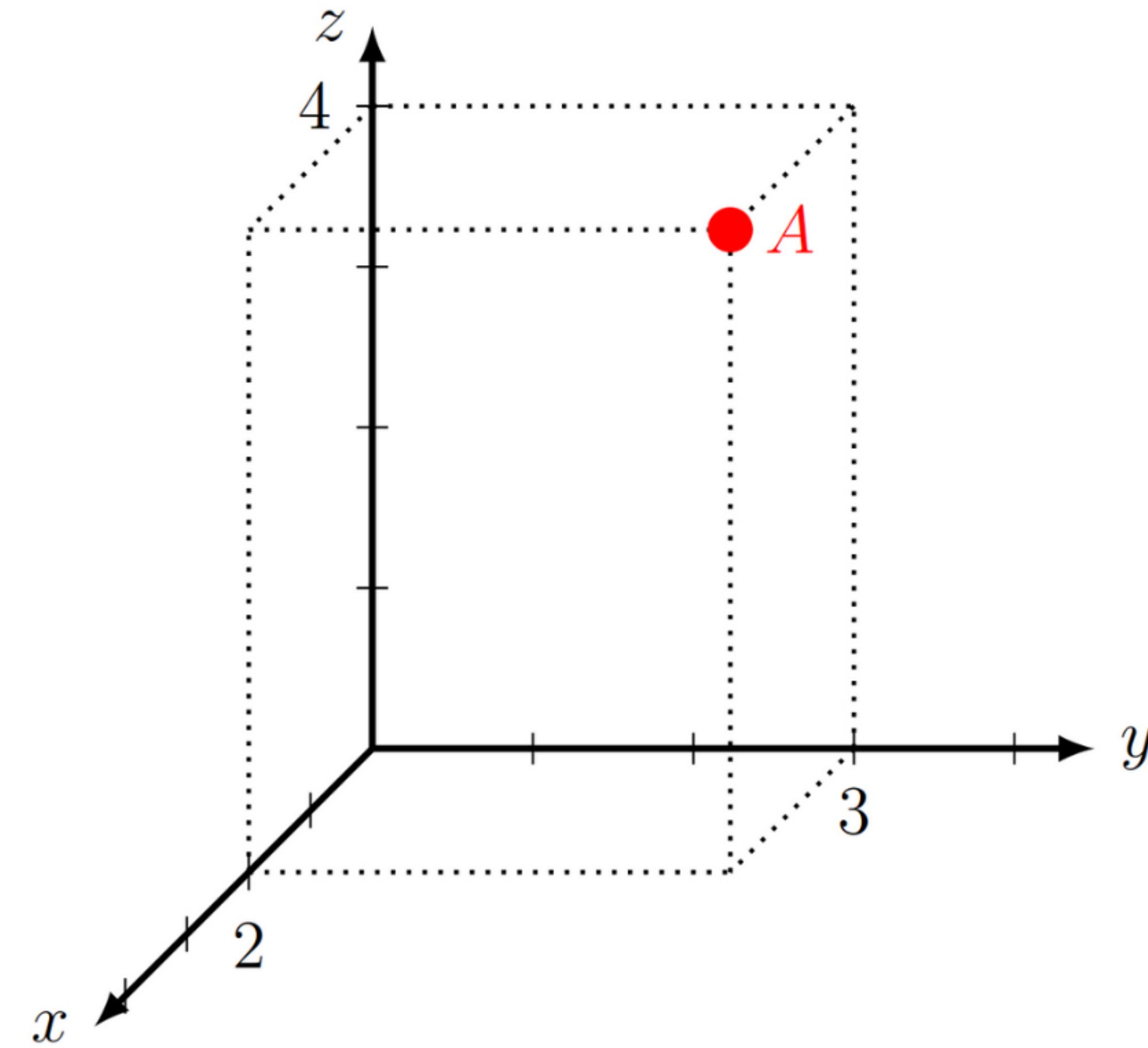
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



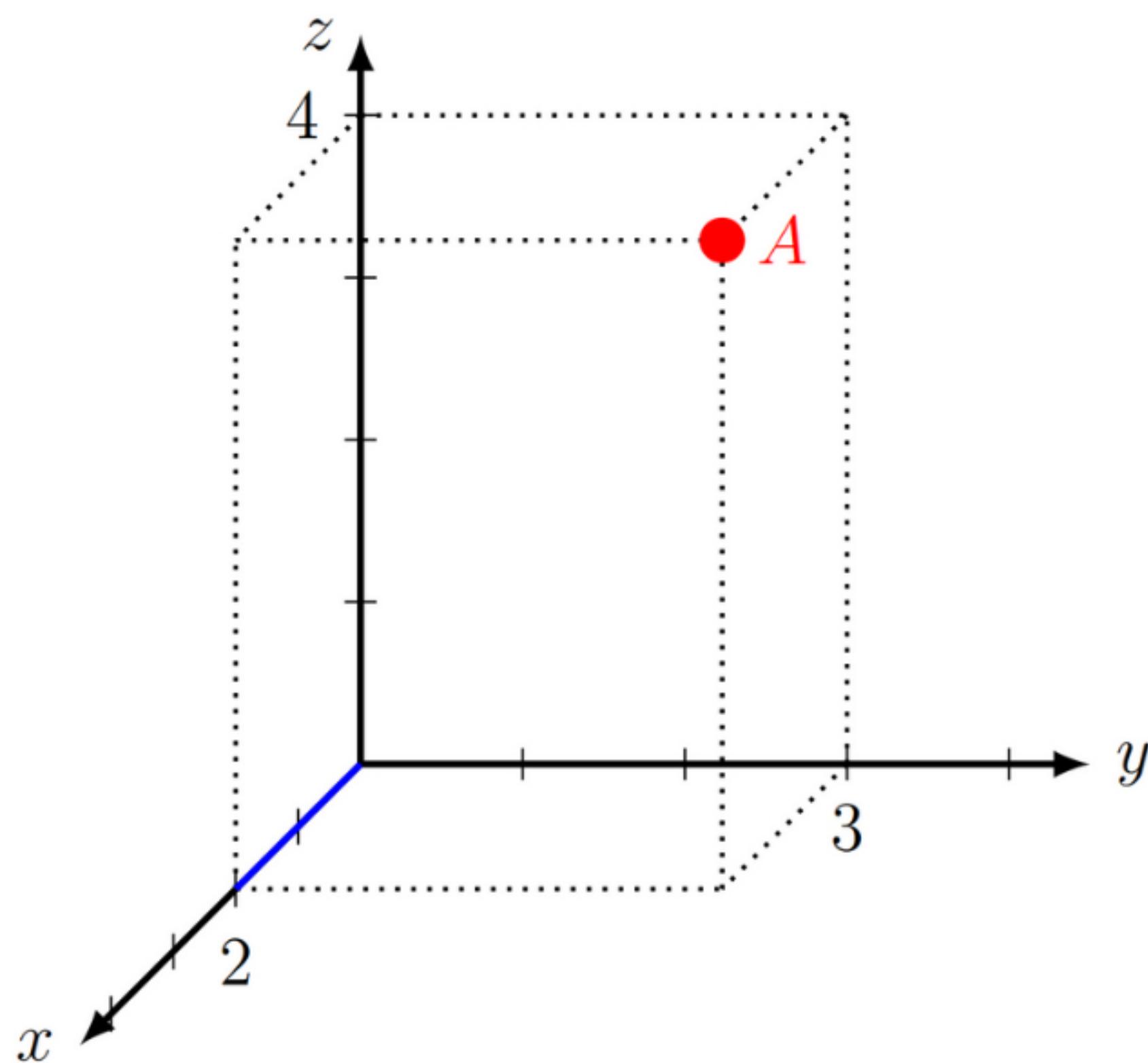
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



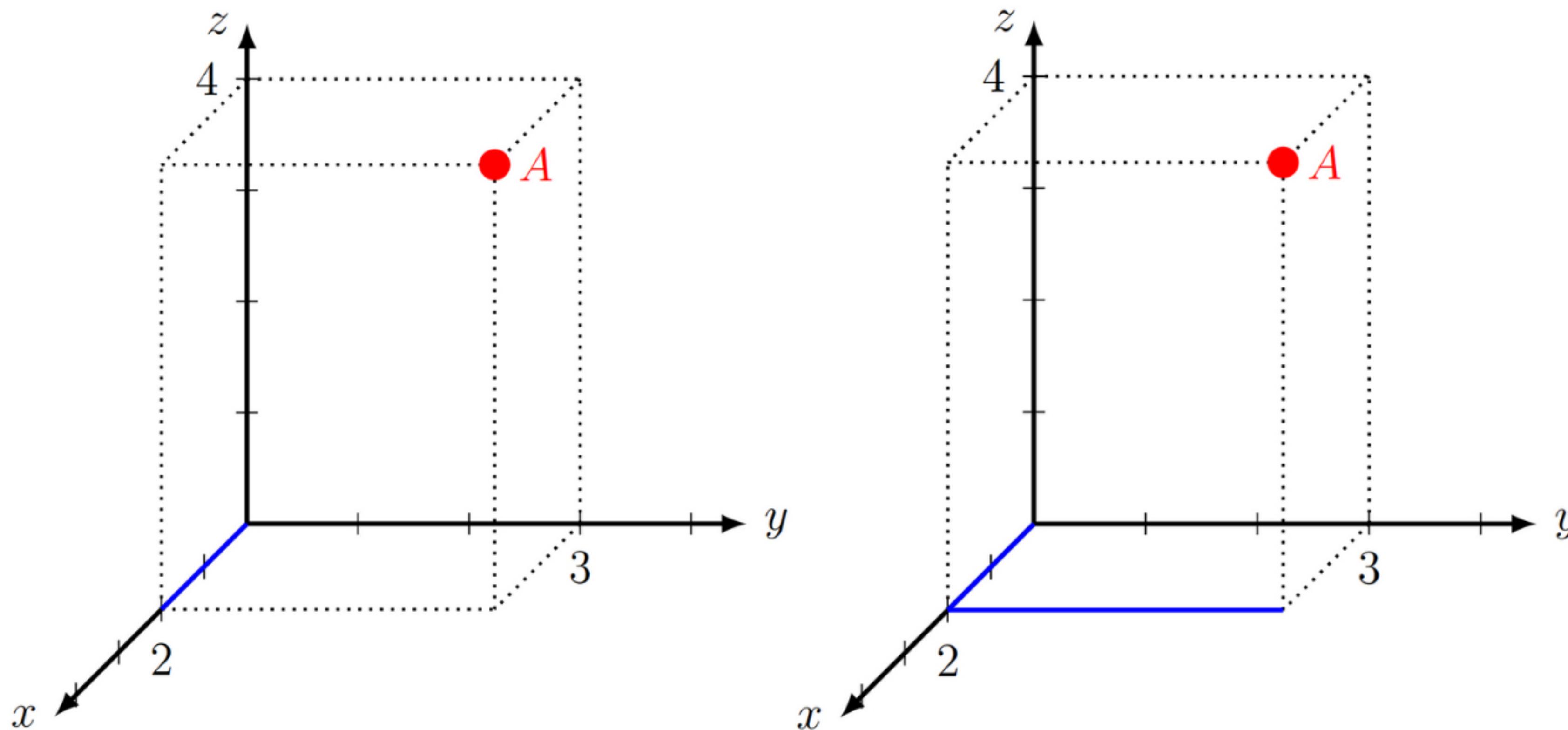
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



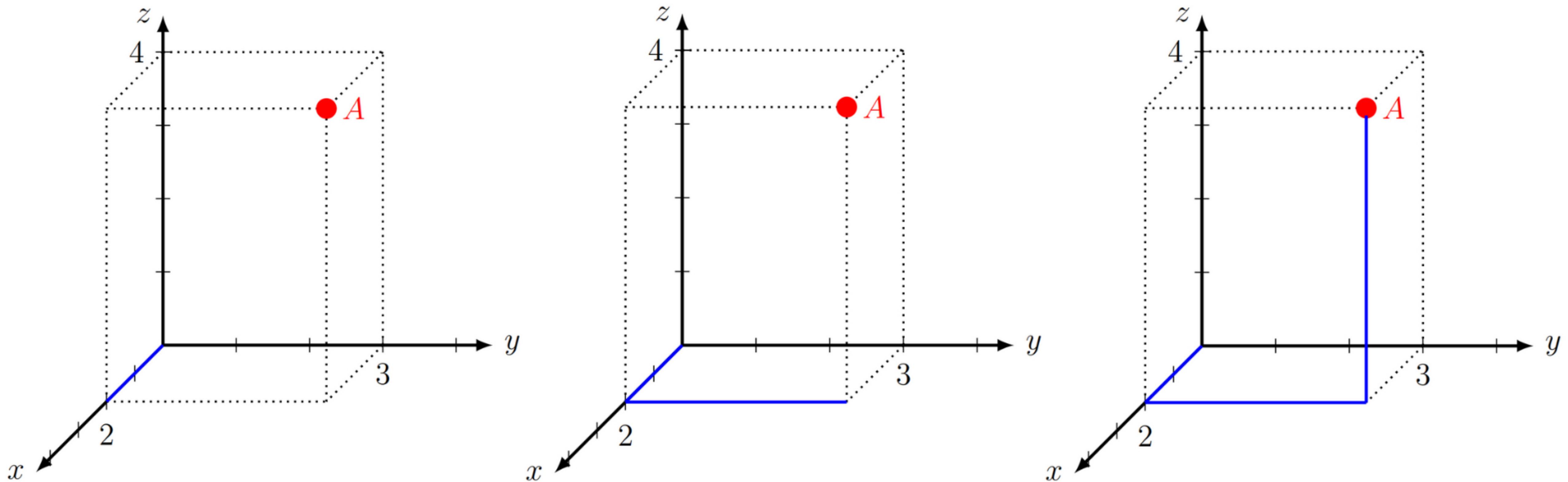
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



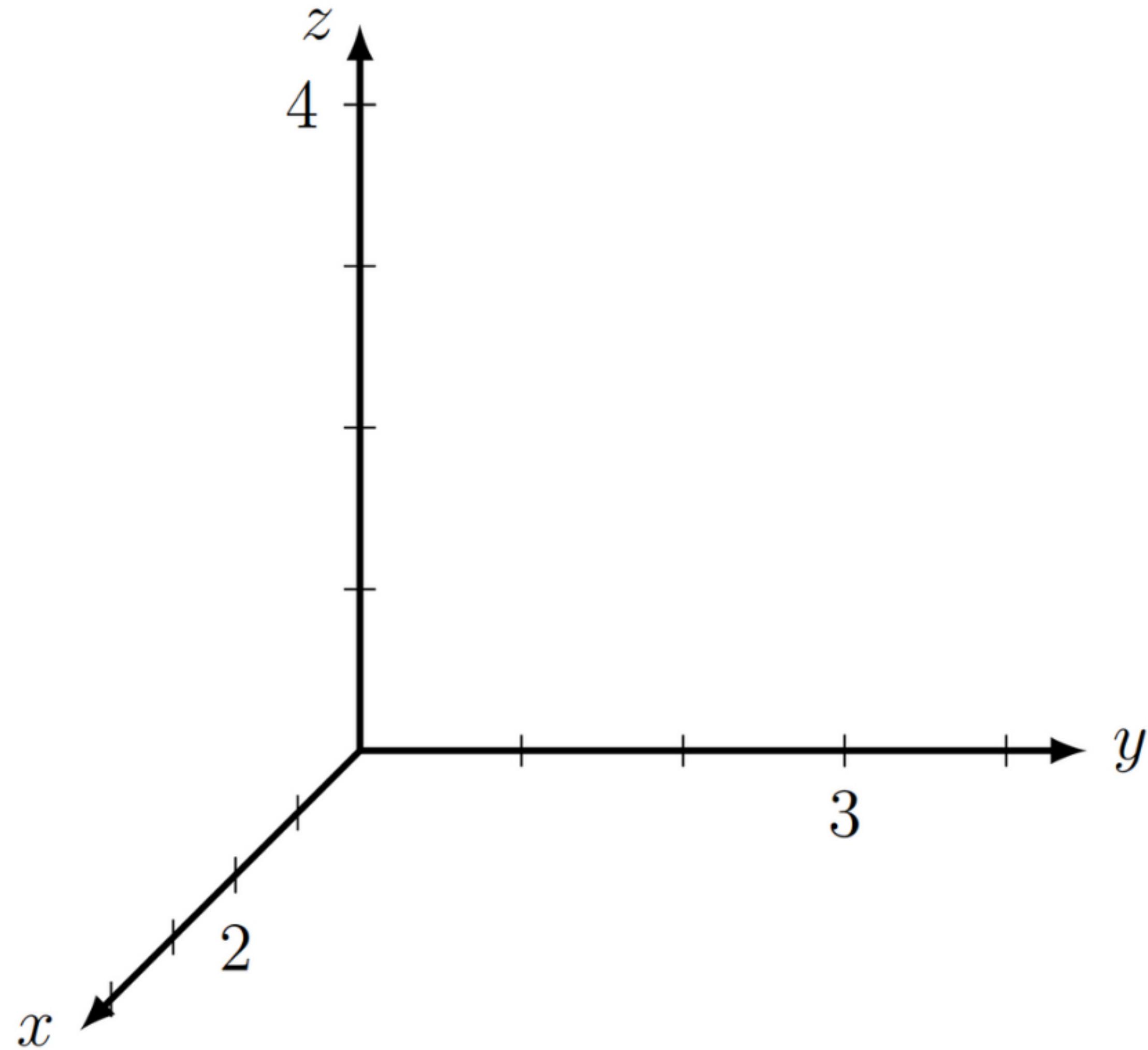
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$.



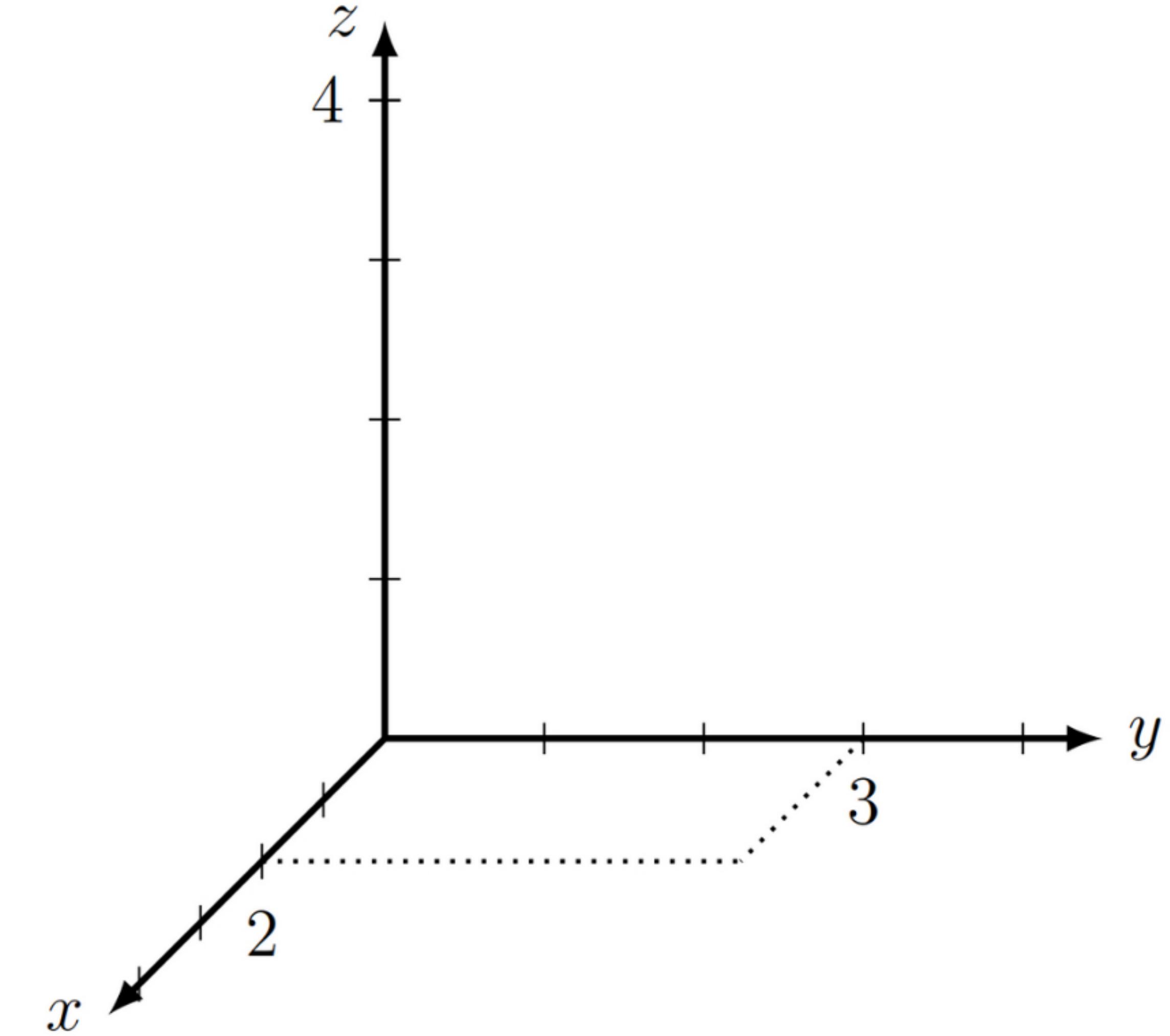
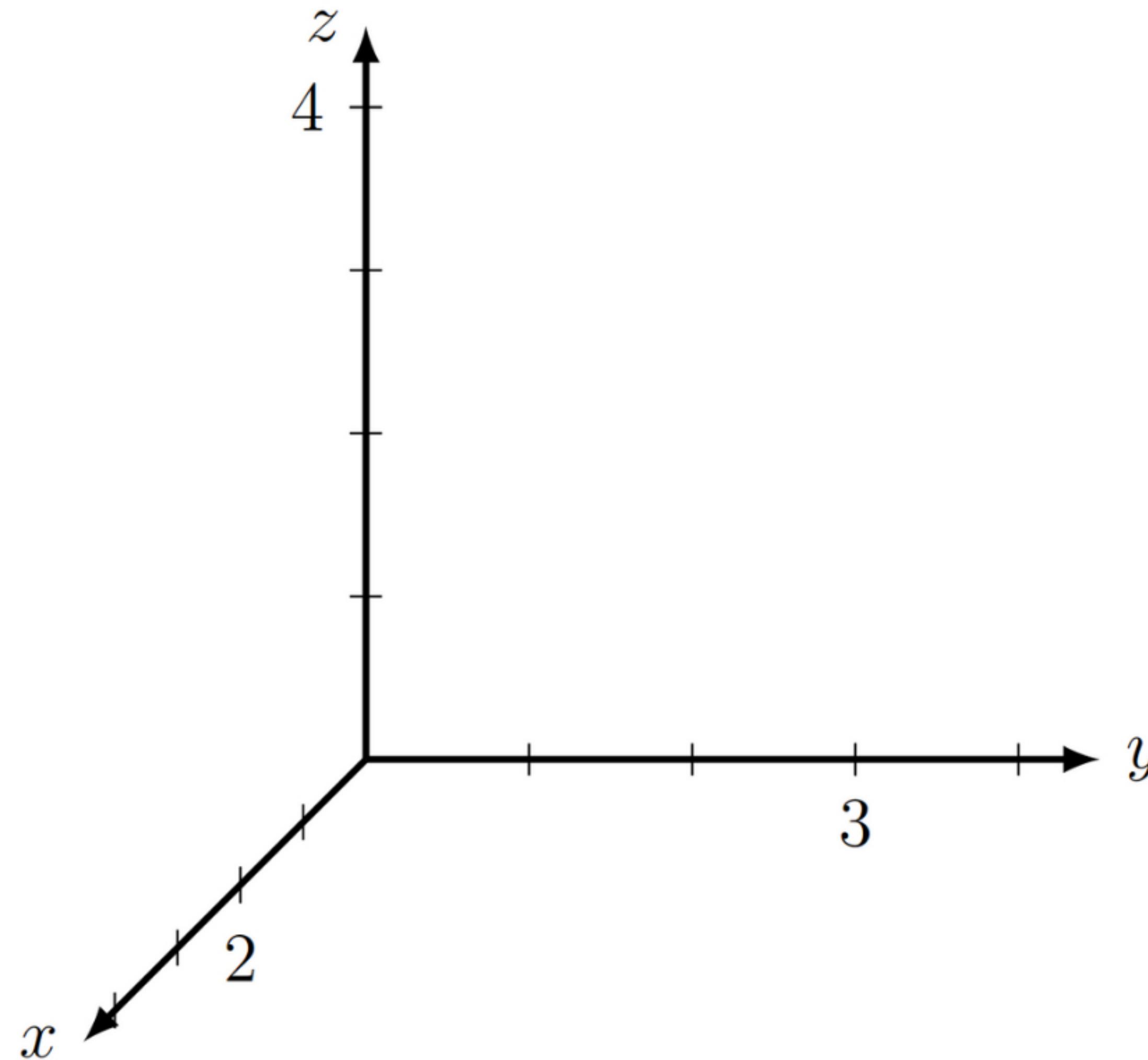
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$ (outra forma).



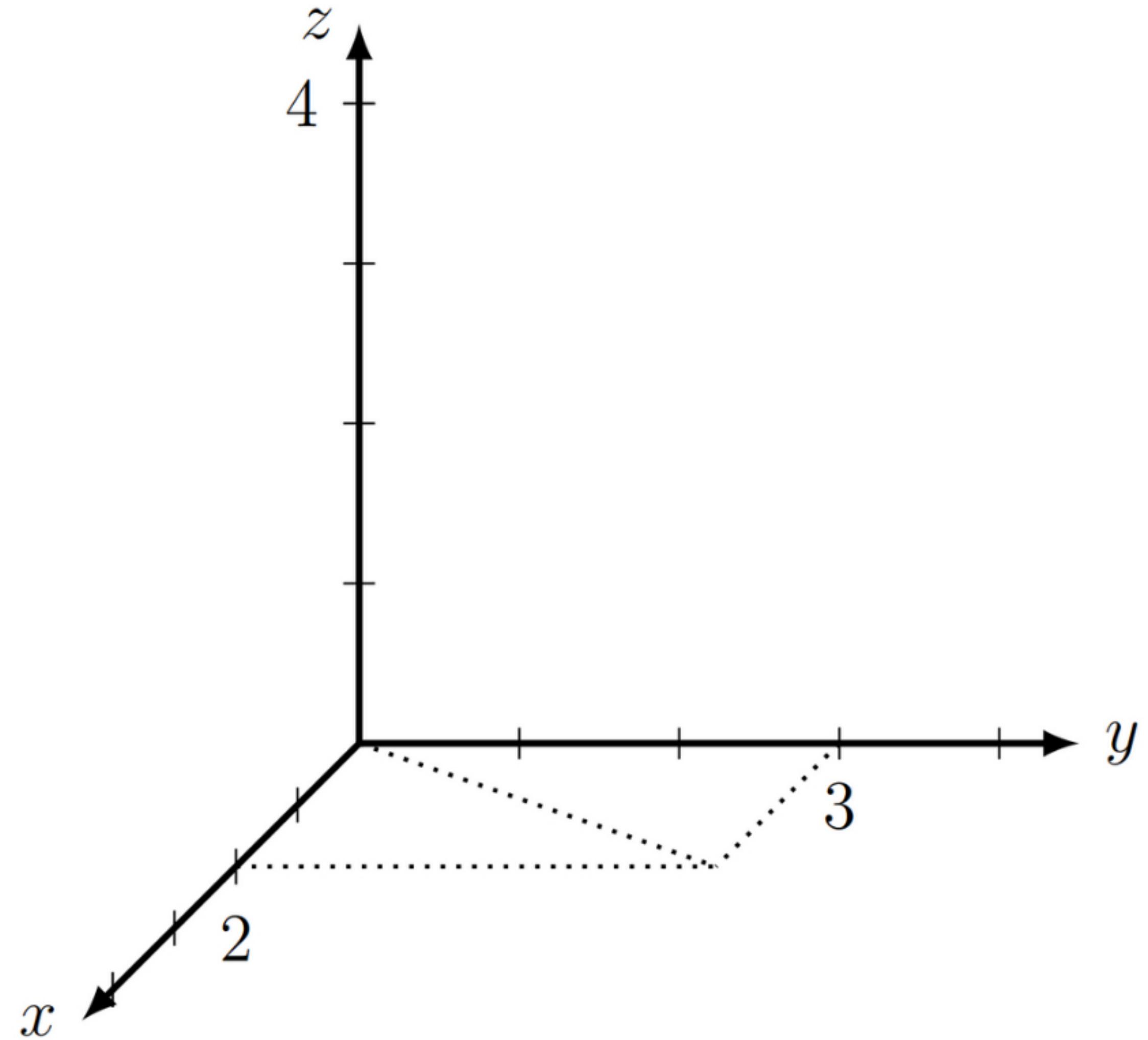
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$ (outra forma).



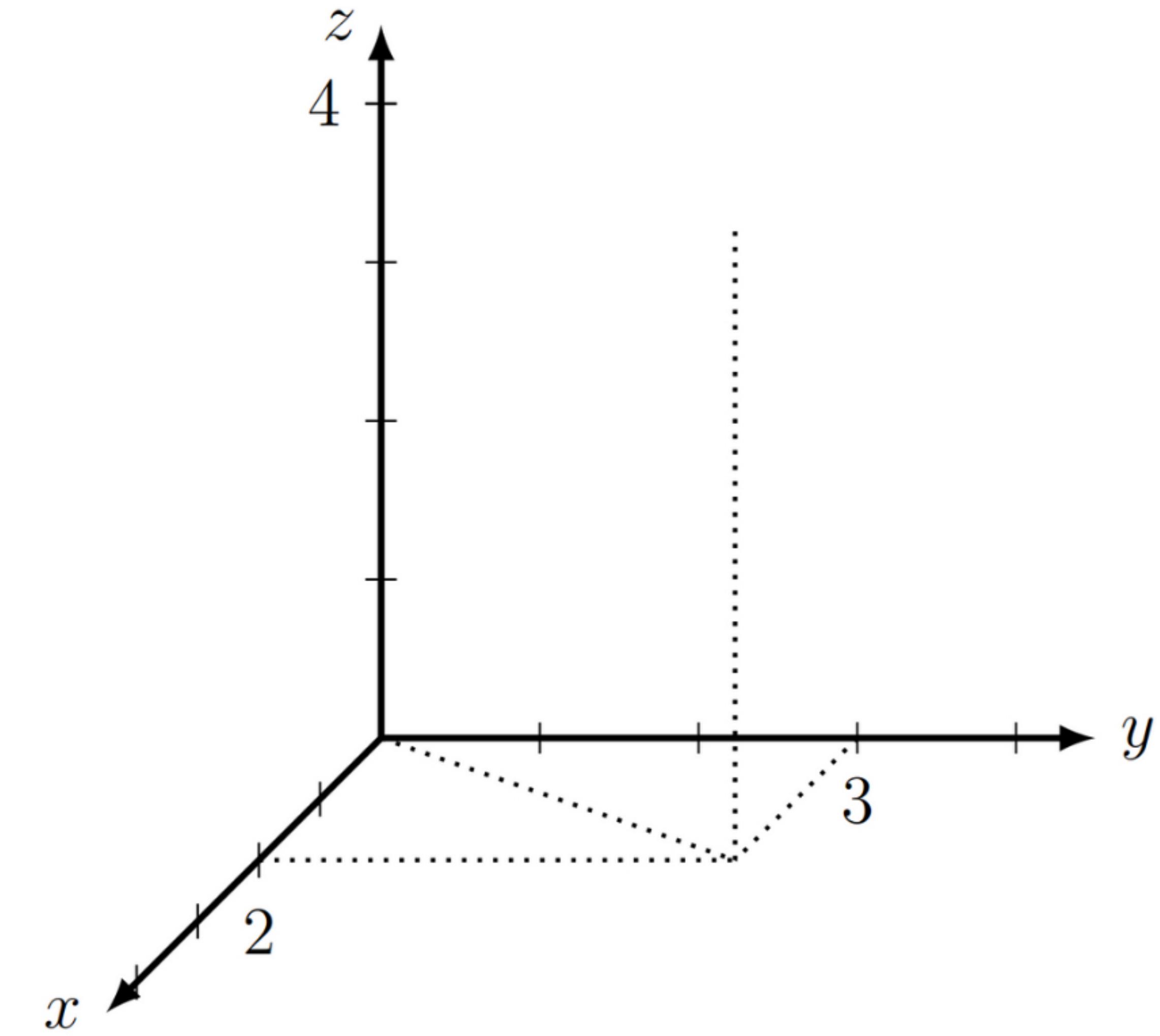
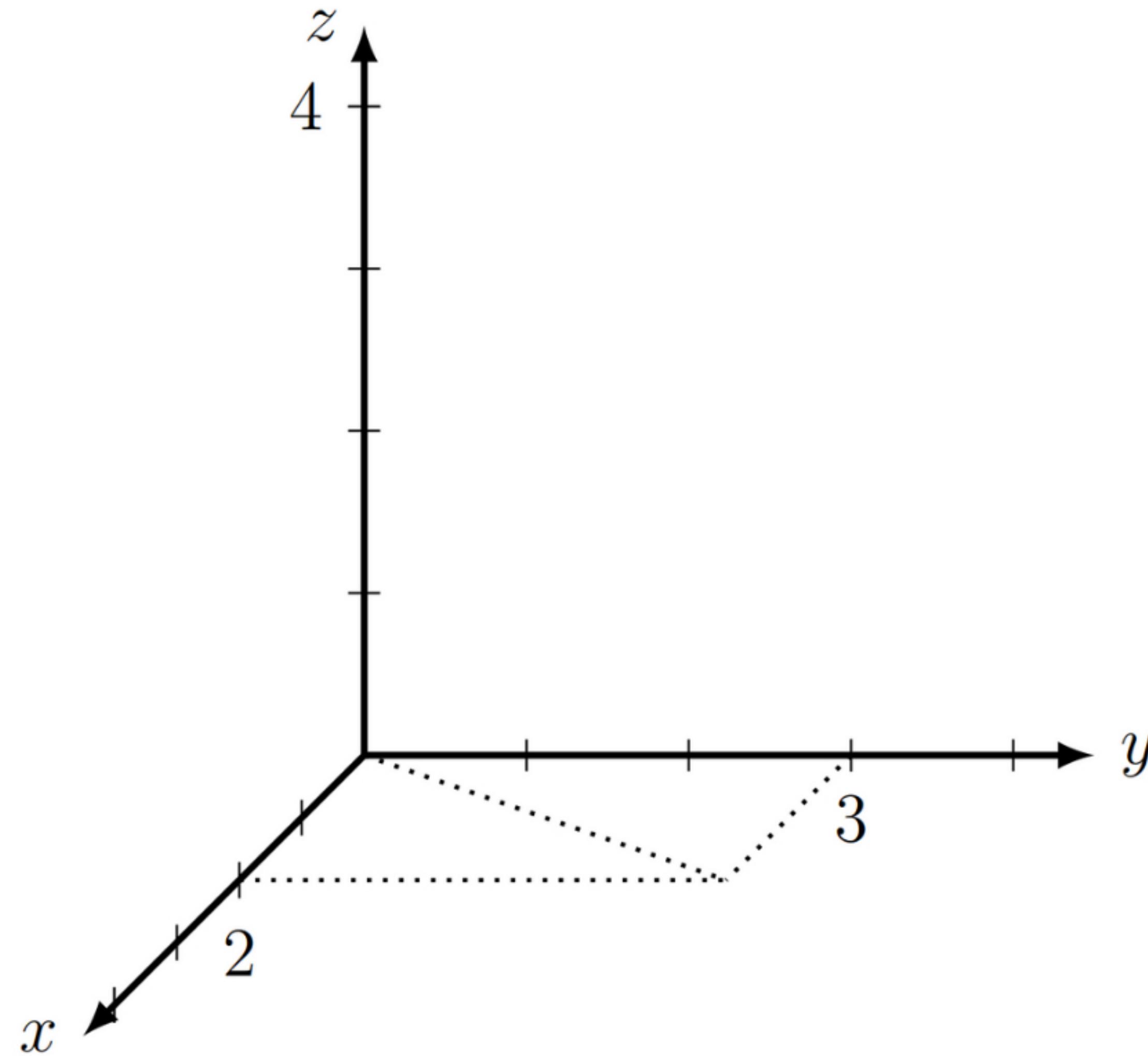
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$ (outra forma).



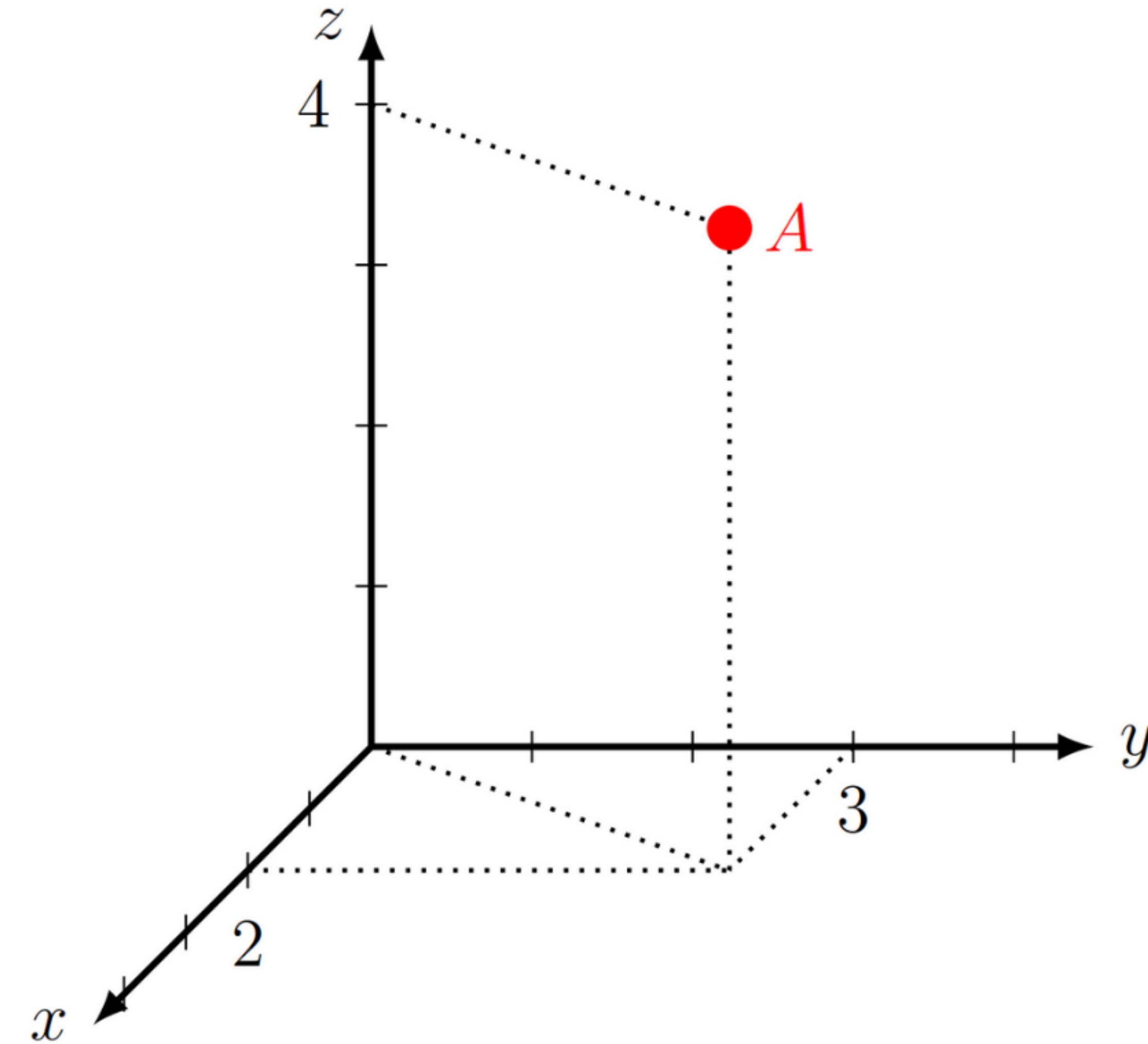
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$ (outra forma).



COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (2, 3, 4)$ (outra forma).



COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe os pontos

$$A = (0, 0, 0)$$

$$B = (4, 0, 0)$$

$$C = (0, 1, 0)$$

$$D = (0, 0, 3)$$

$$E = (4, 1, 0)$$

$$F = (4, 0, 3)$$

$$G = (0, 1, 3)$$

$$H = (4, 1, 3)$$

COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe os pontos

$$A = (0, 0, 0)$$

$$B = (4, 0, 0)$$

$$C = (0, 1, 0)$$

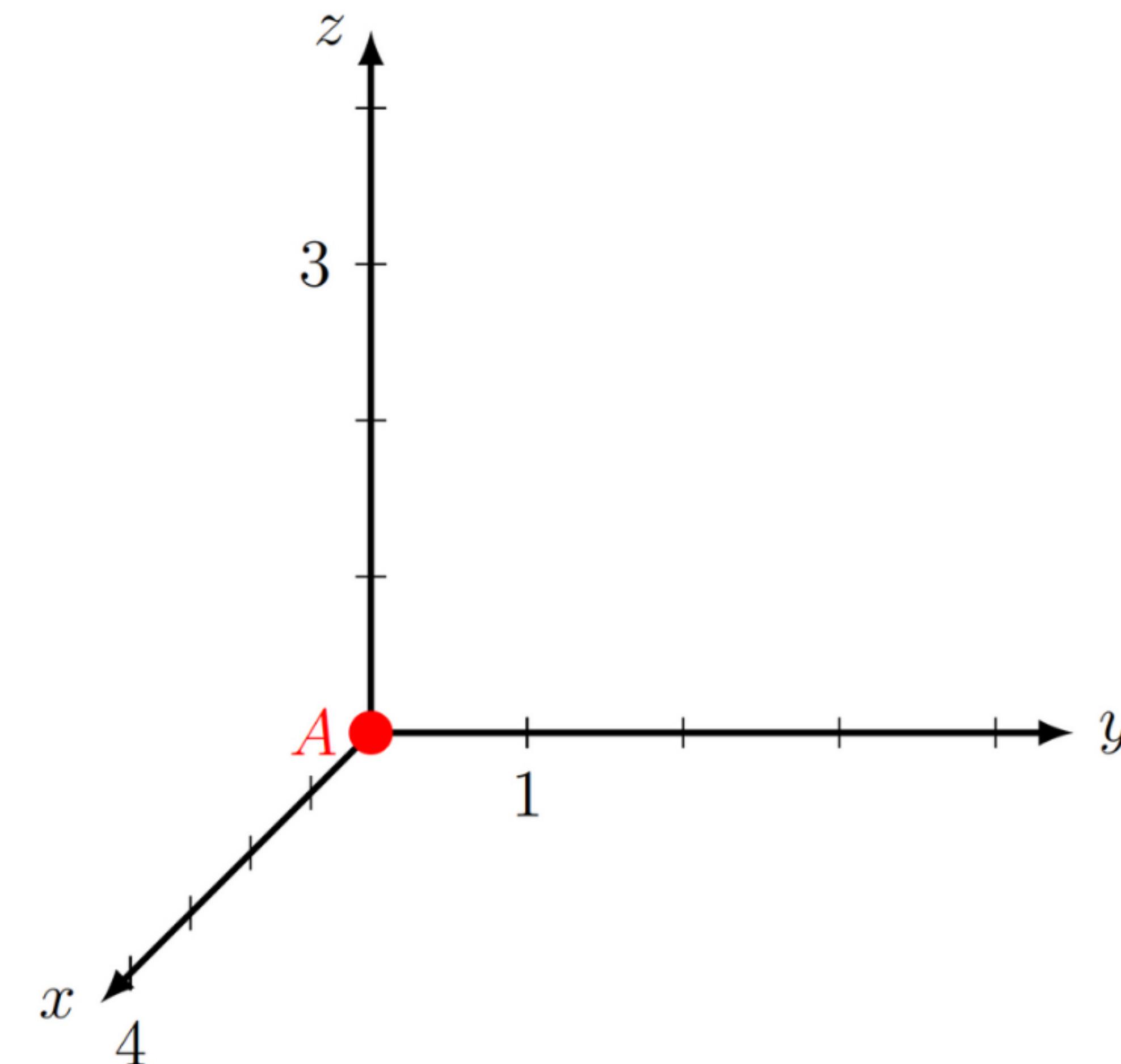
$$D = (0, 0, 3)$$

$$E = (4, 1, 0)$$

$$F = (4, 0, 3)$$

$$G = (0, 1, 3)$$

$$H = (4, 1, 3)$$



COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe os pontos

$$A = (0, 0, 0)$$

$$B = (4, 0, 0)$$

$$C = (0, 1, 0)$$

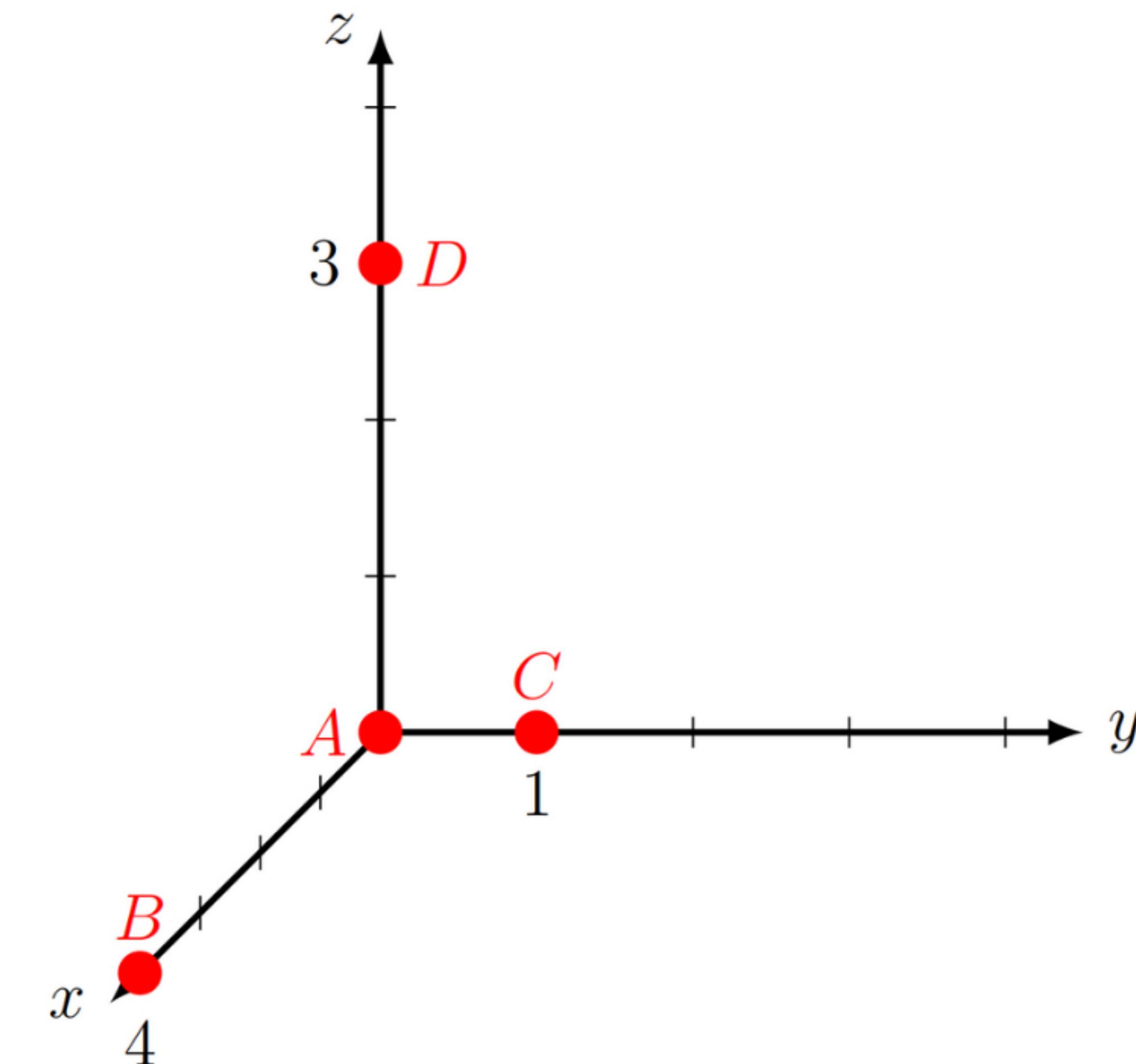
$$D = (0, 0, 3)$$

$$E = (4, 1, 0)$$

$$F = (4, 0, 3)$$

$$G = (0, 1, 3)$$

$$H = (4, 1, 3)$$



COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe os pontos

$$A = (0, 0, 0)$$

$$B = (4, 0, 0)$$

$$C = (0, 1, 0)$$

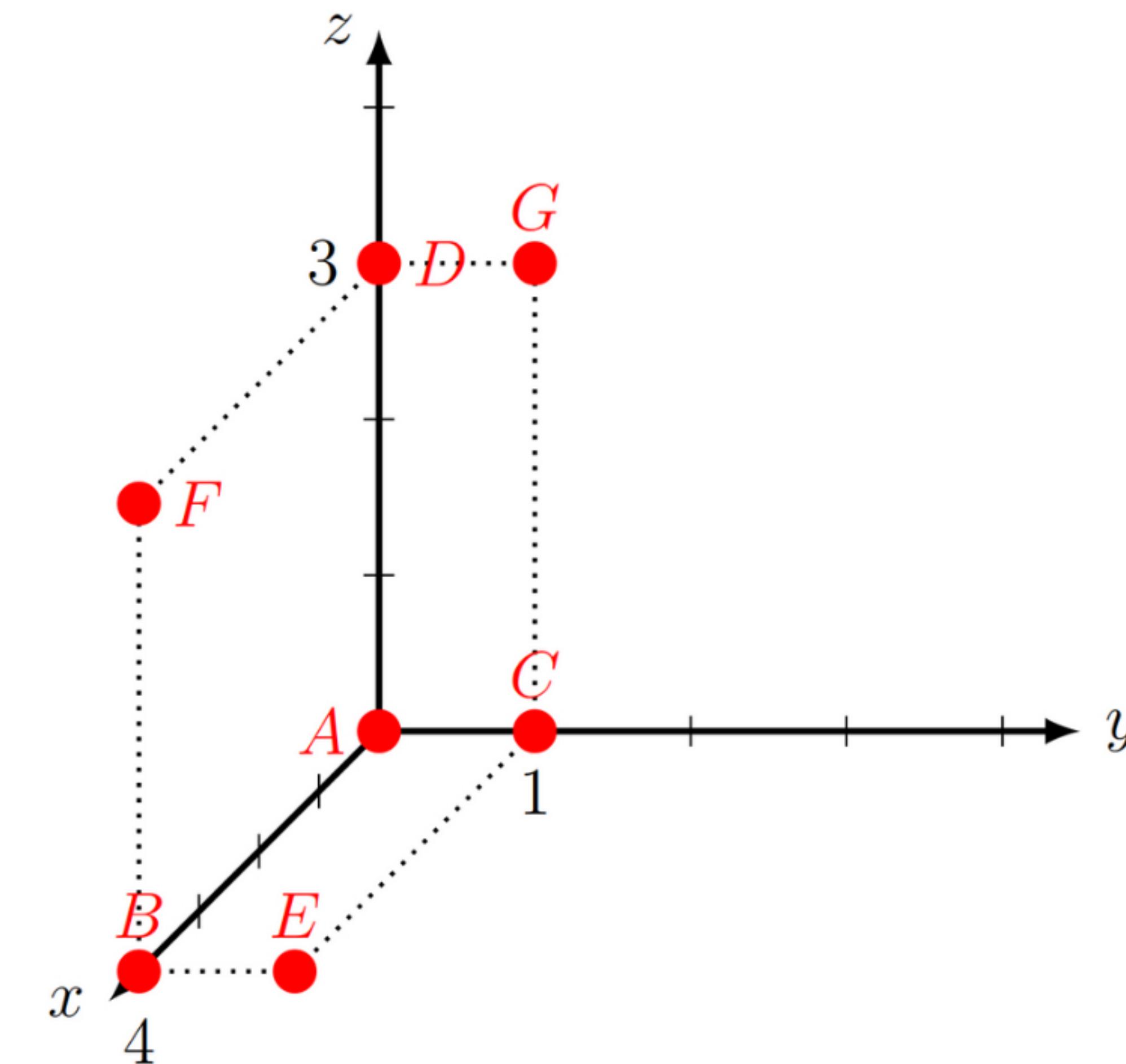
$$D = (0, 0, 3)$$

$$E = (4, 1, 0)$$

$$F = (4, 0, 3)$$

$$G = (0, 1, 3)$$

$$H = (4, 1, 3)$$



COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe os pontos

$$A = (0, 0, 0)$$

$$B = (4, 0, 0)$$

$$C = (0, 1, 0)$$

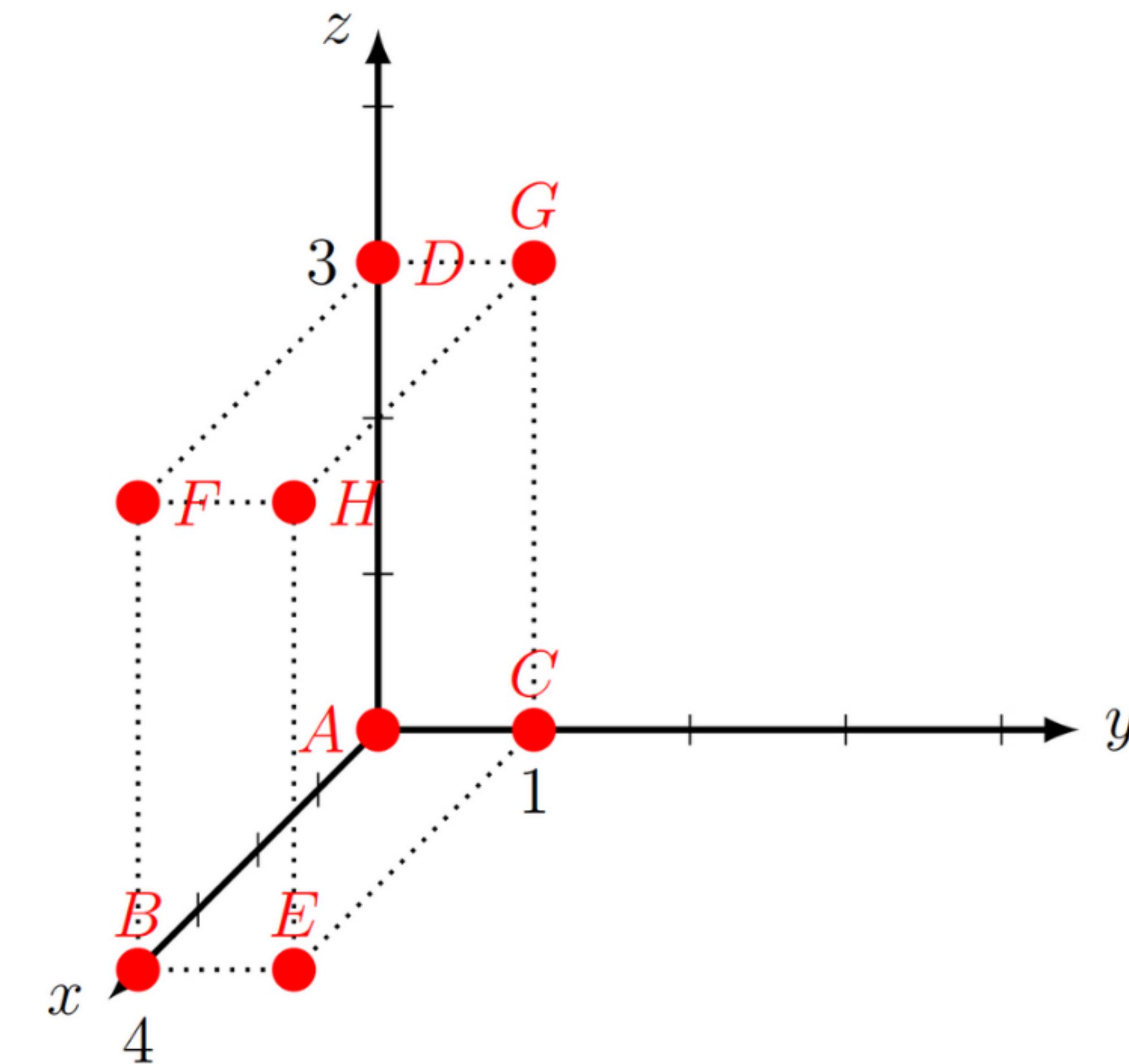
$$D = (0, 0, 3)$$

$$E = (4, 1, 0)$$

$$F = (4, 0, 3)$$

$$G = (0, 1, 3)$$

$$H = (4, 1, 3)$$

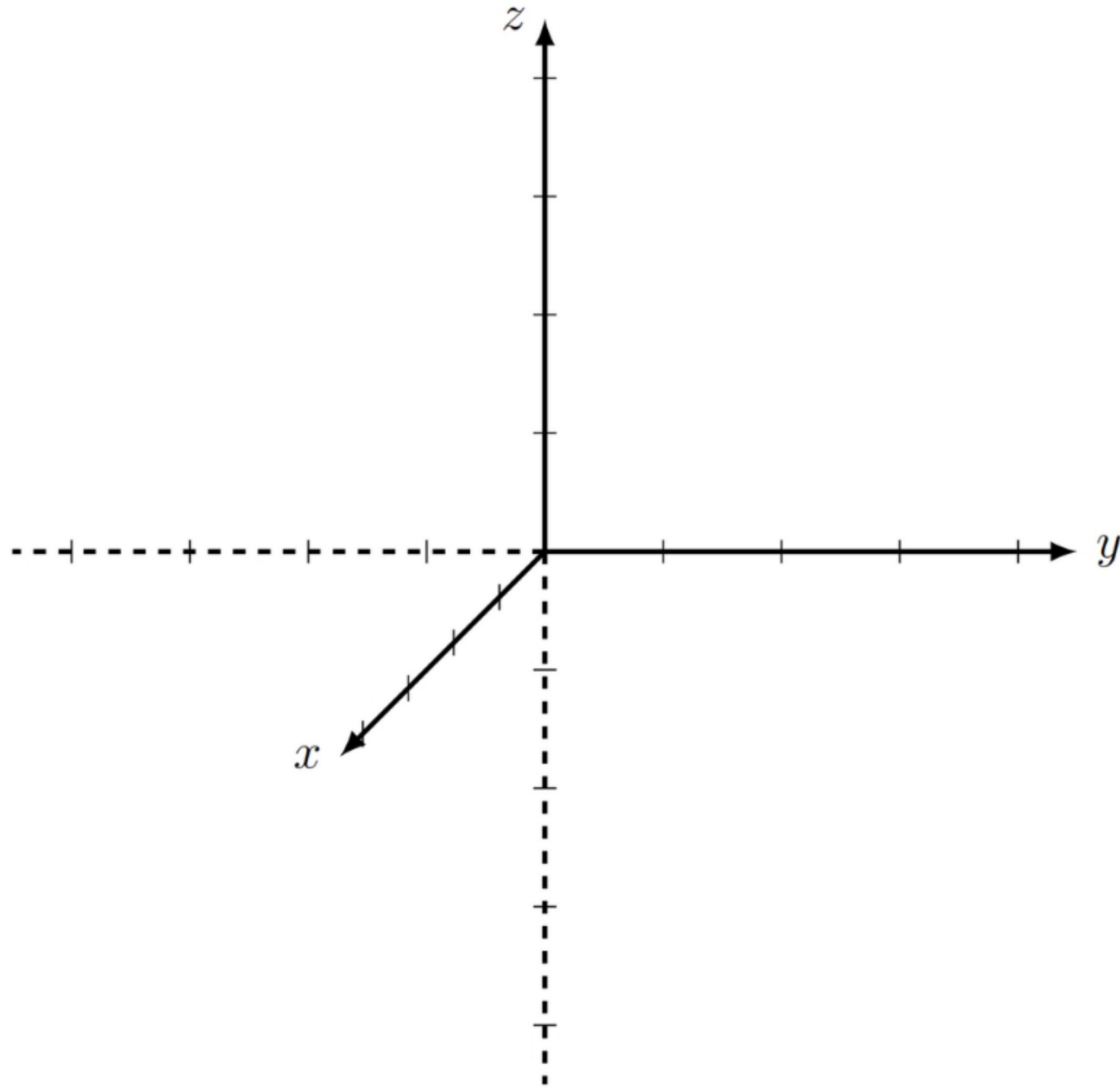


COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (3, -3, -2)$.

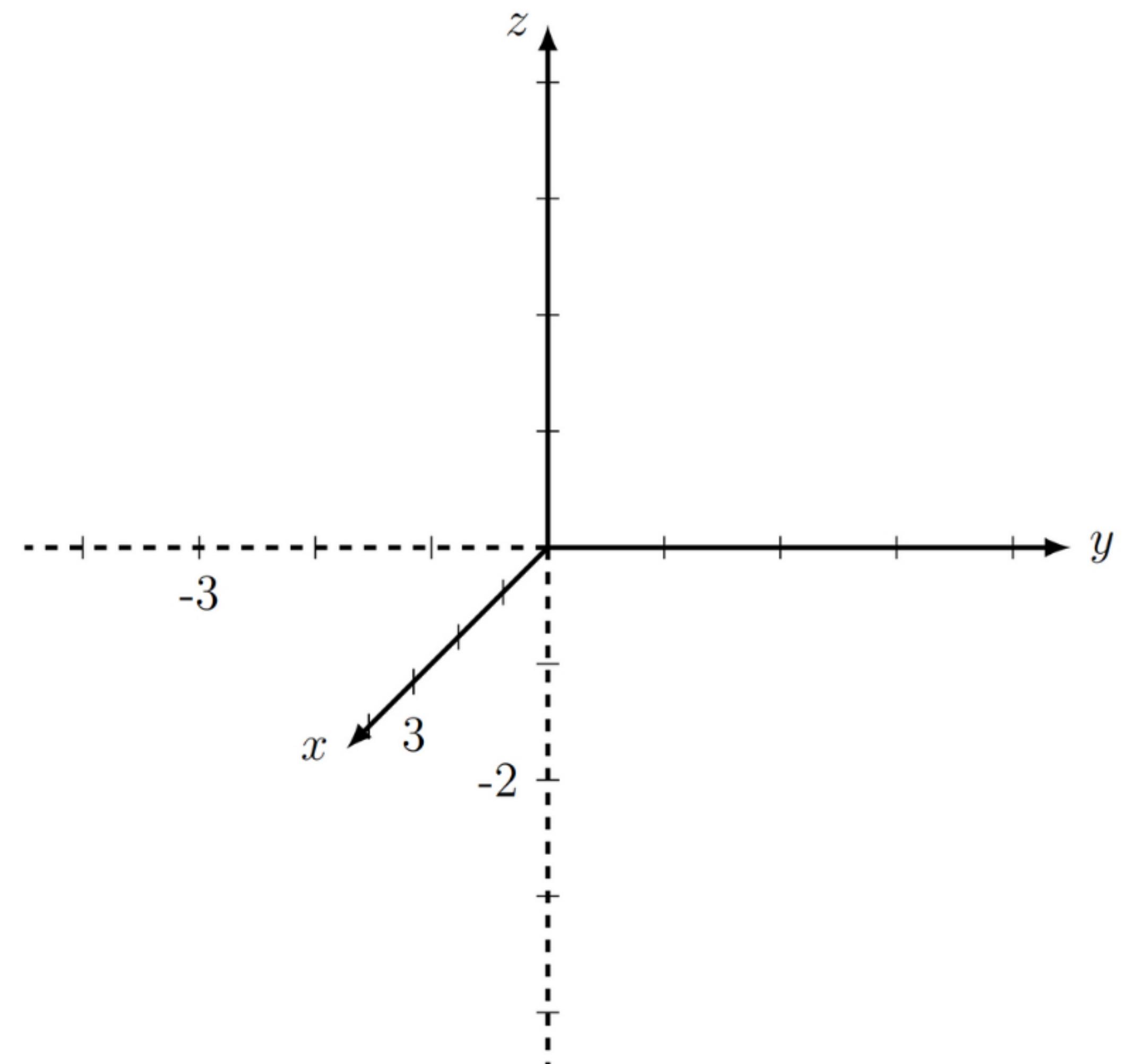
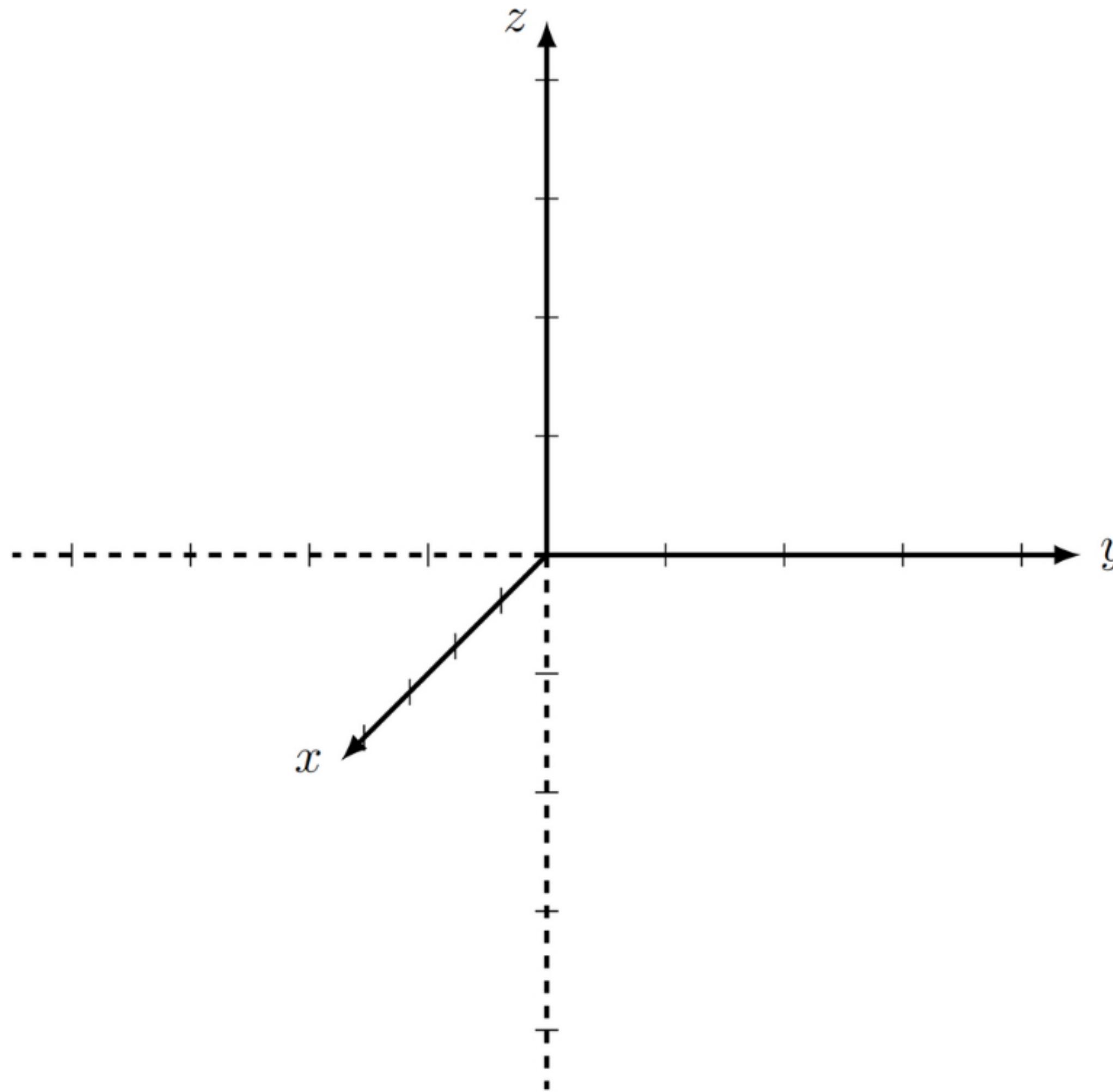
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (3, -3, -2)$.



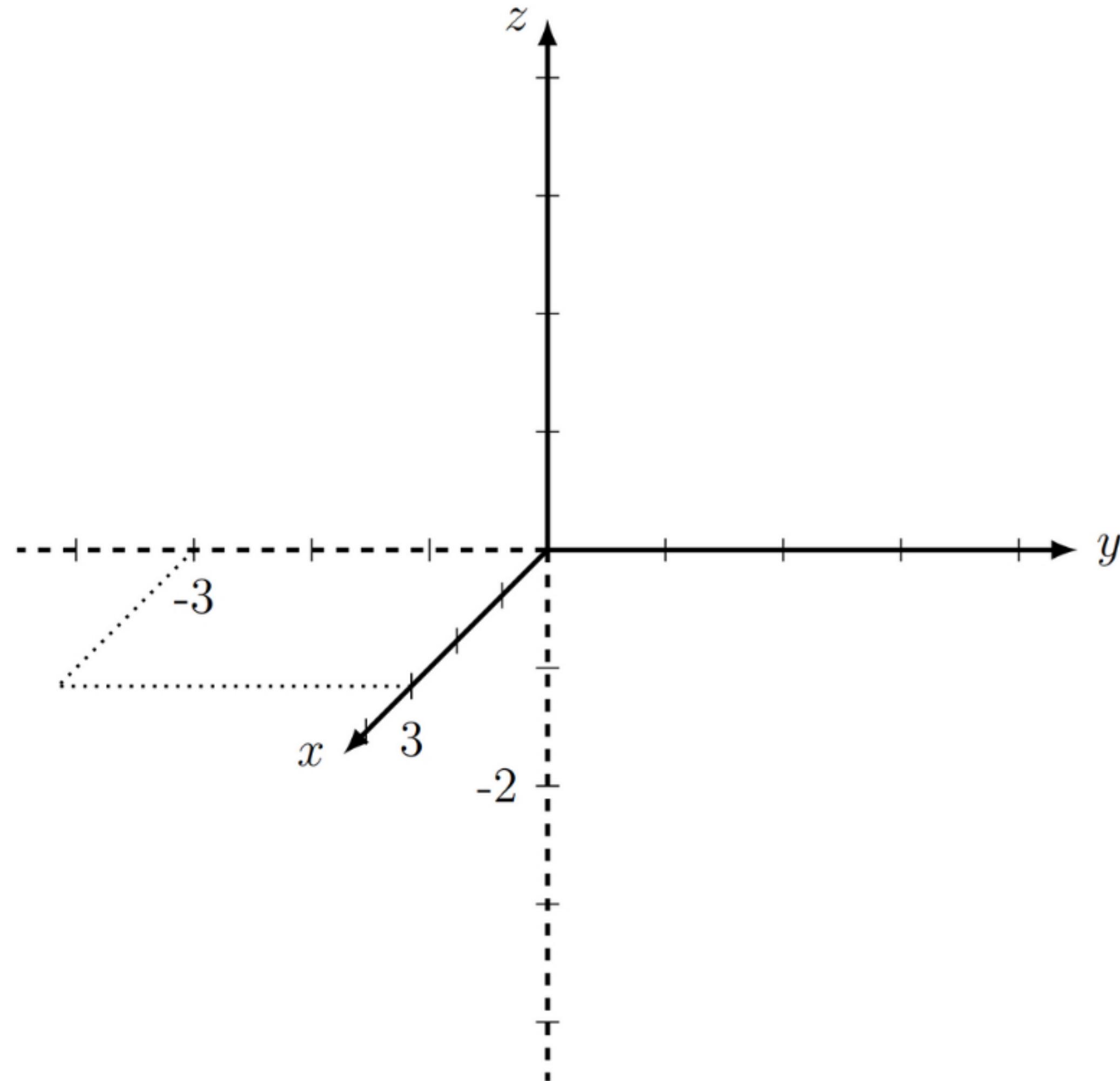
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (3, -3, -2)$.



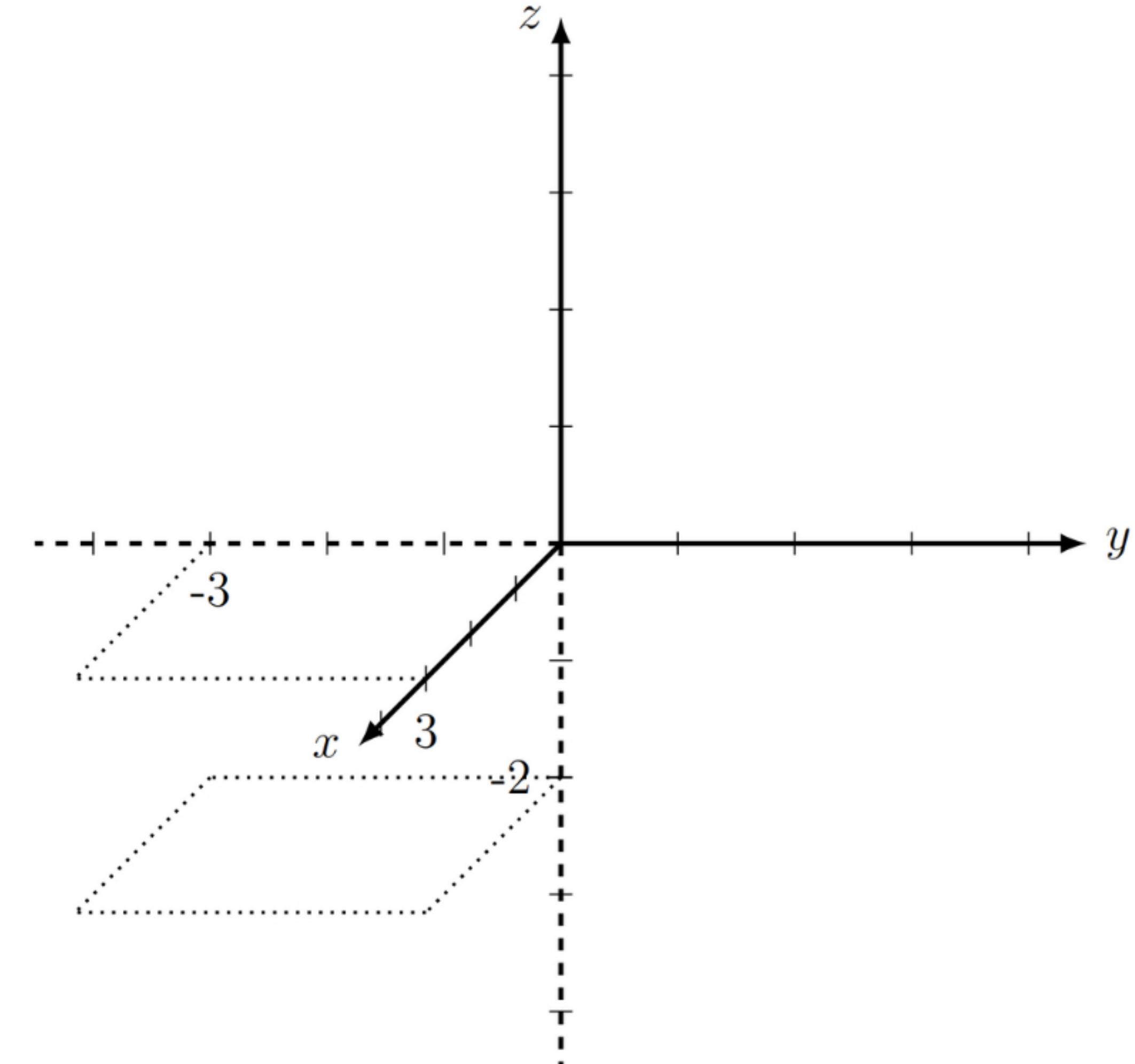
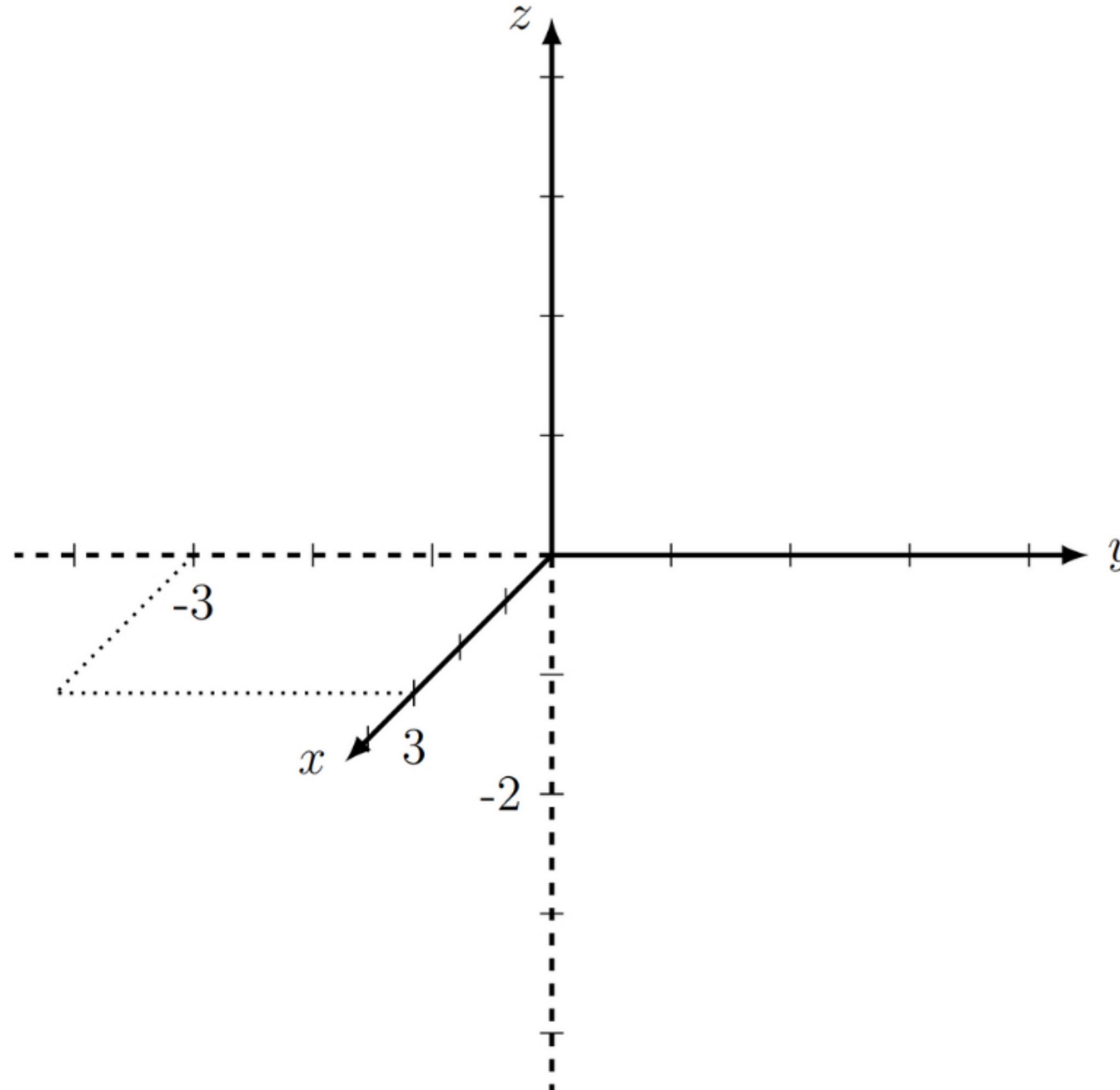
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (3, -3, -2)$.



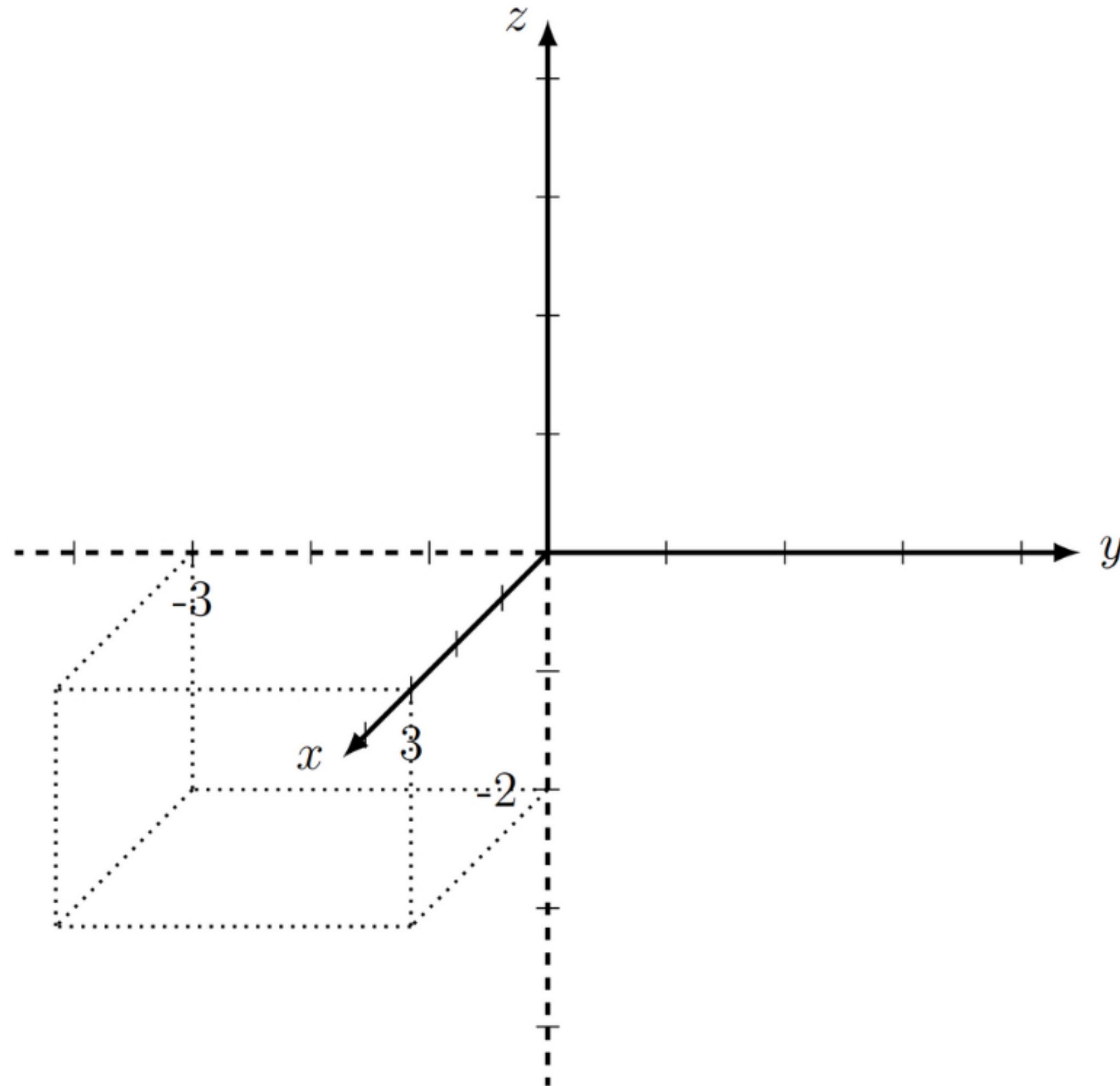
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (3, -3, -2)$.



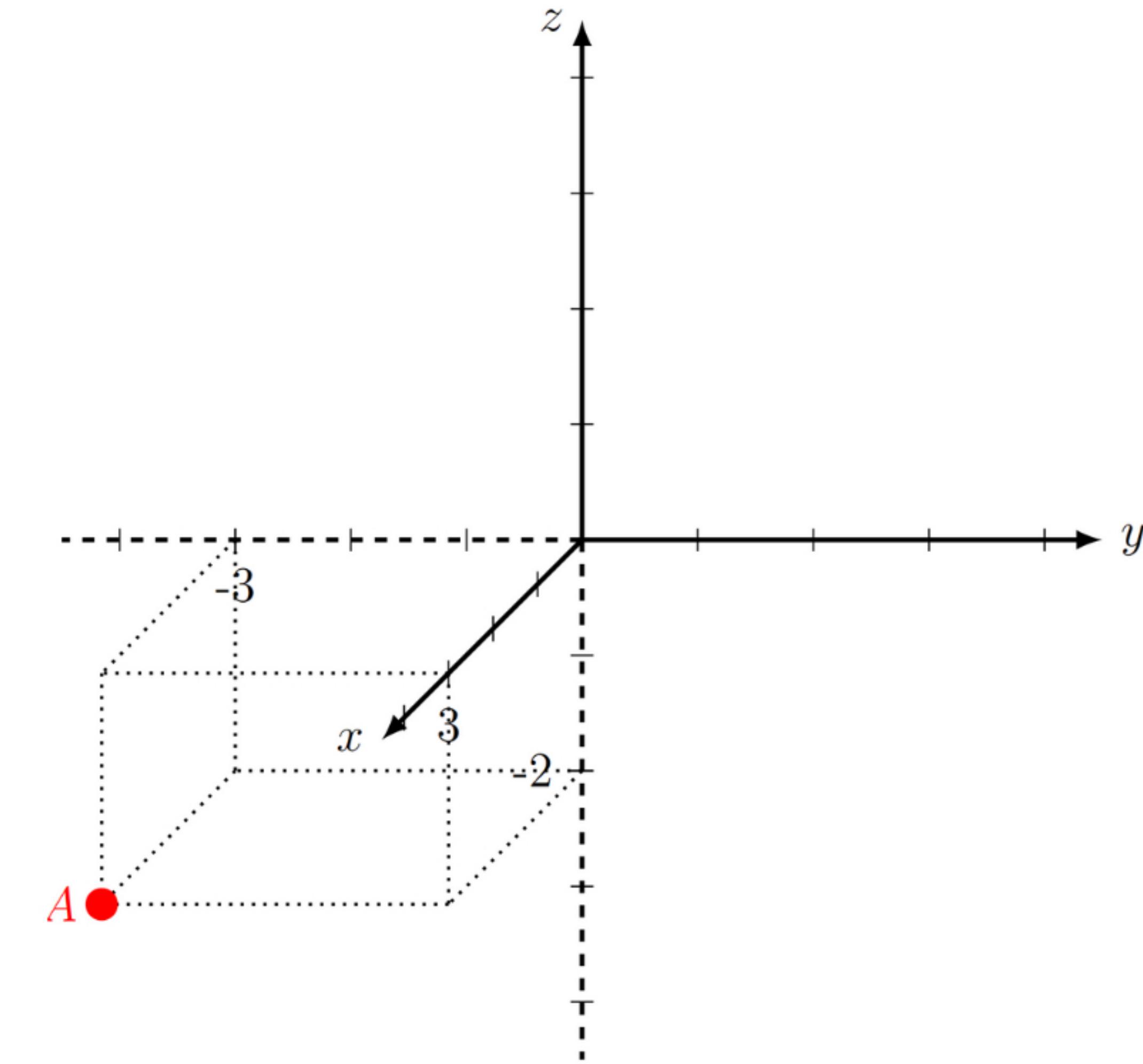
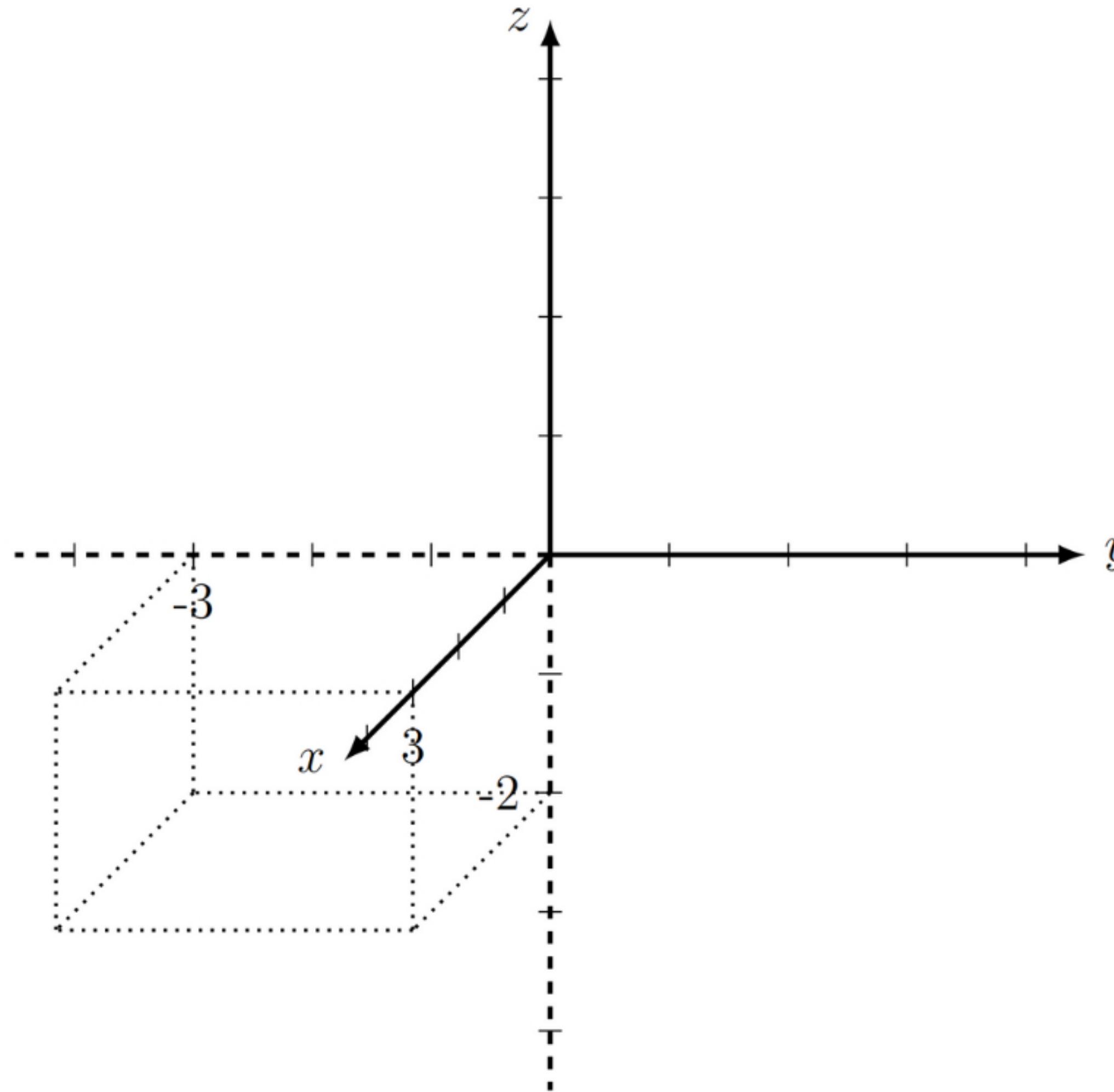
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (3, -3, -2)$.



COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exemplo. Desenhe o ponto $A = (3, -3, -2)$.

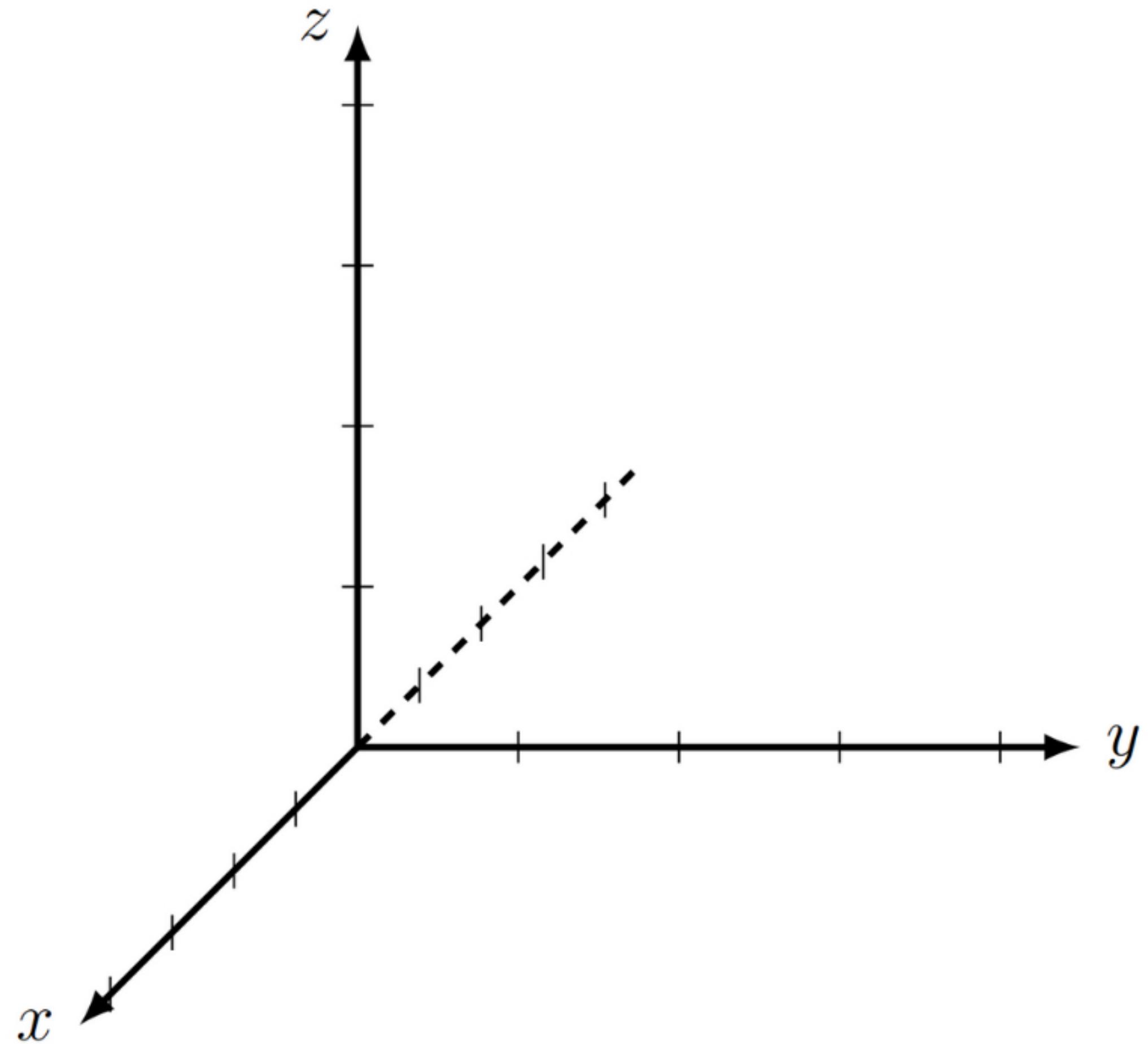


COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe o ponto $A = (-2, 1, 4)$.

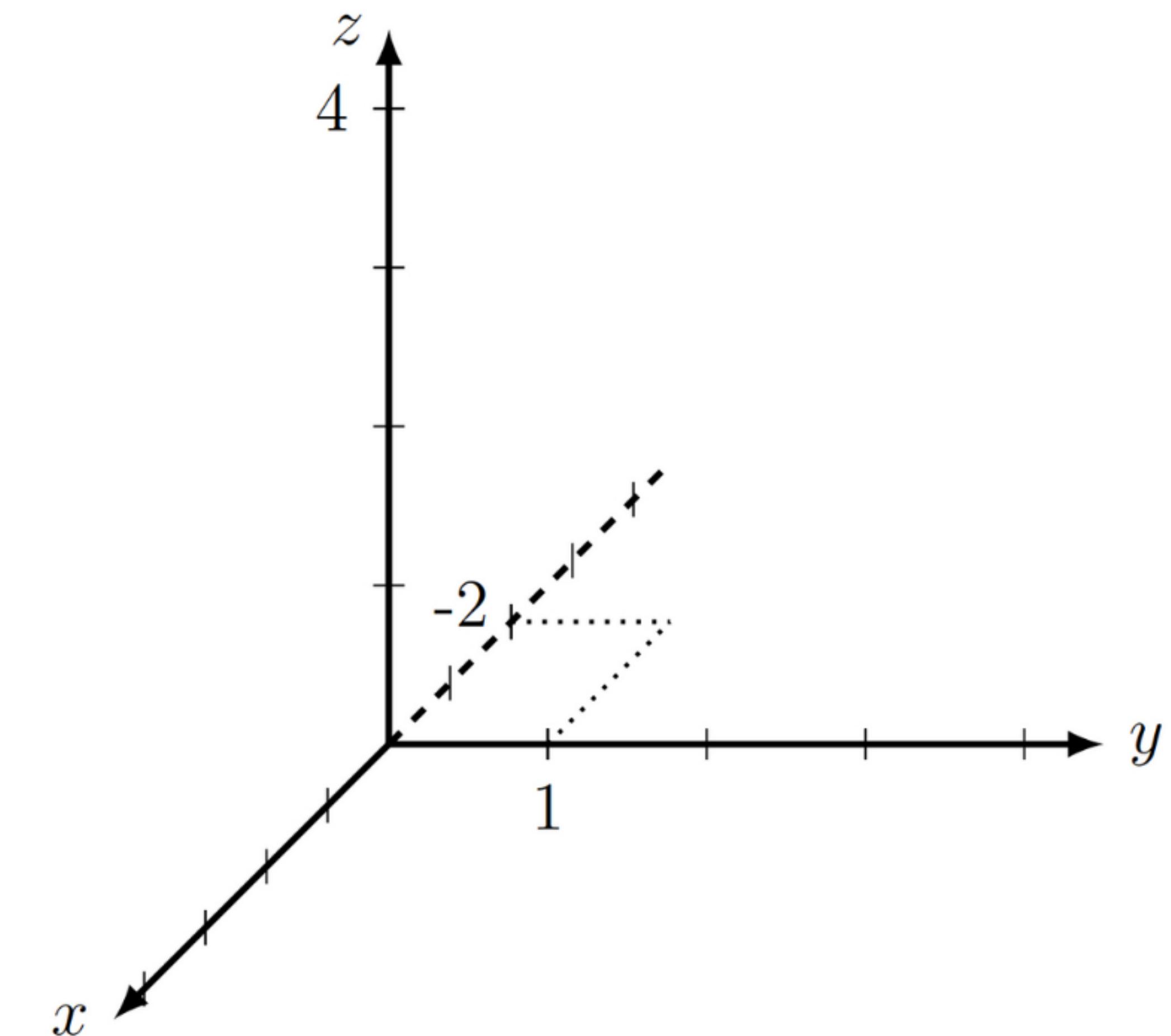
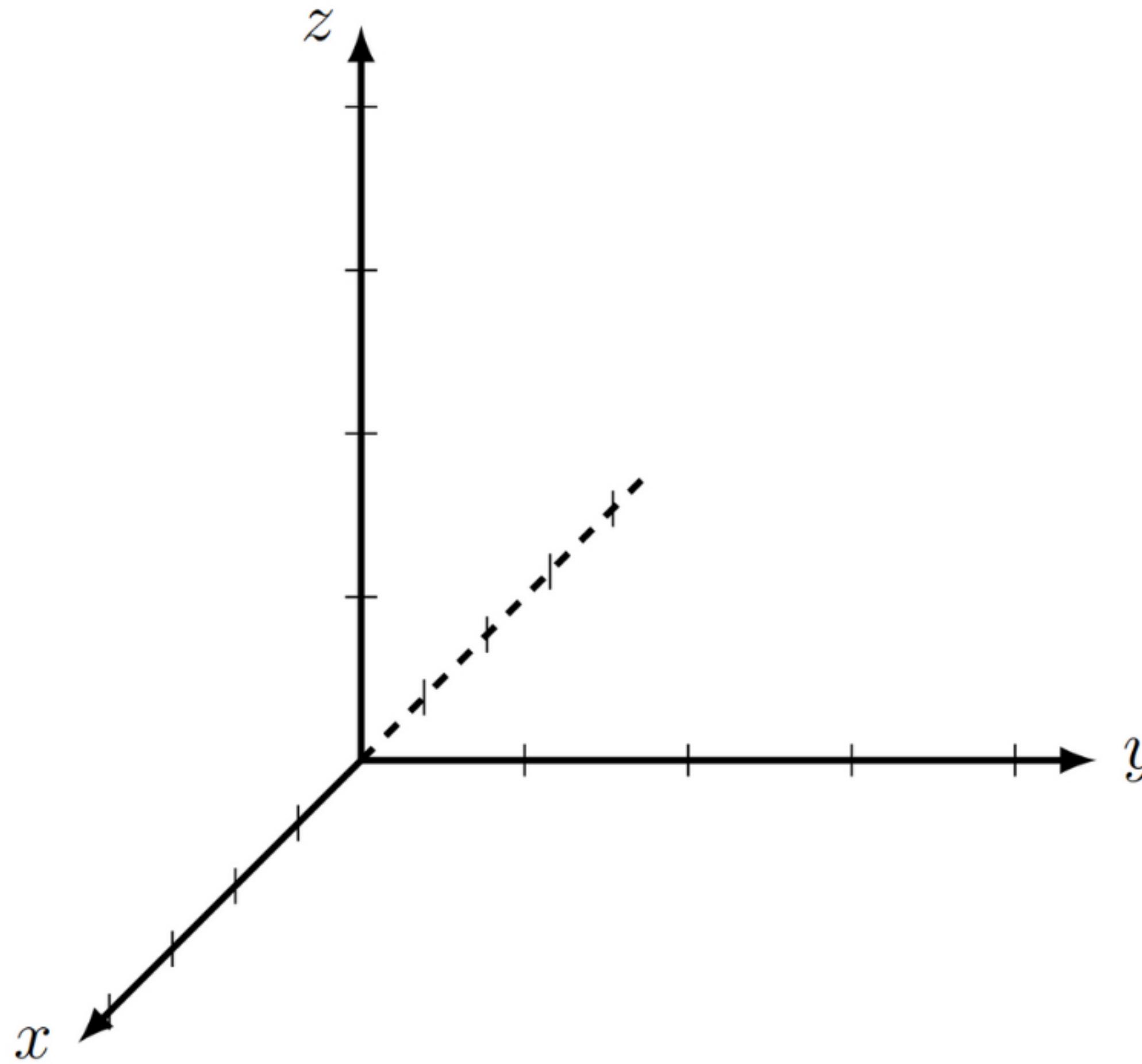
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe o ponto $A = (-2, 1, 4)$.



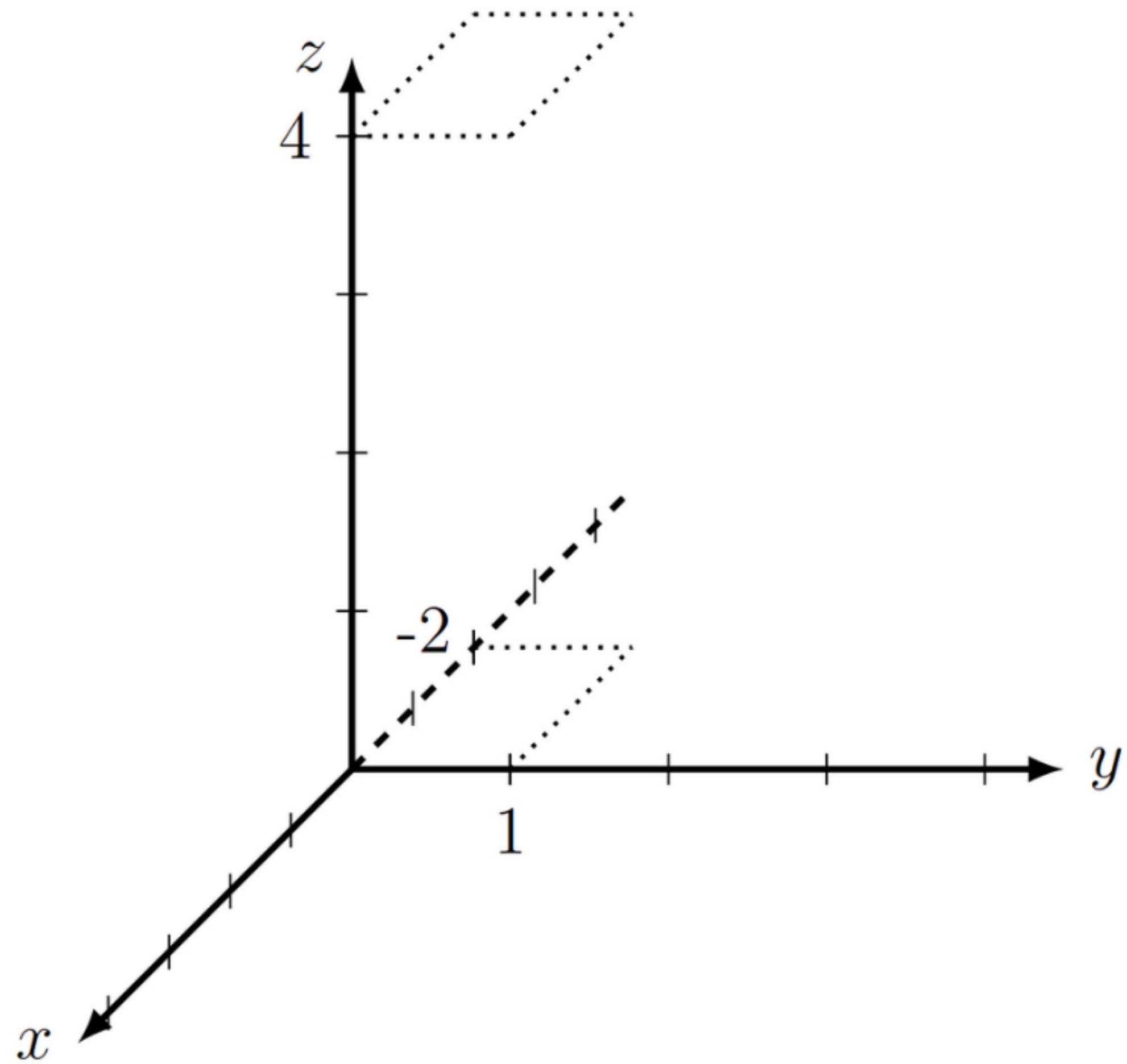
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe o ponto $A = (-2, 1, 4)$.



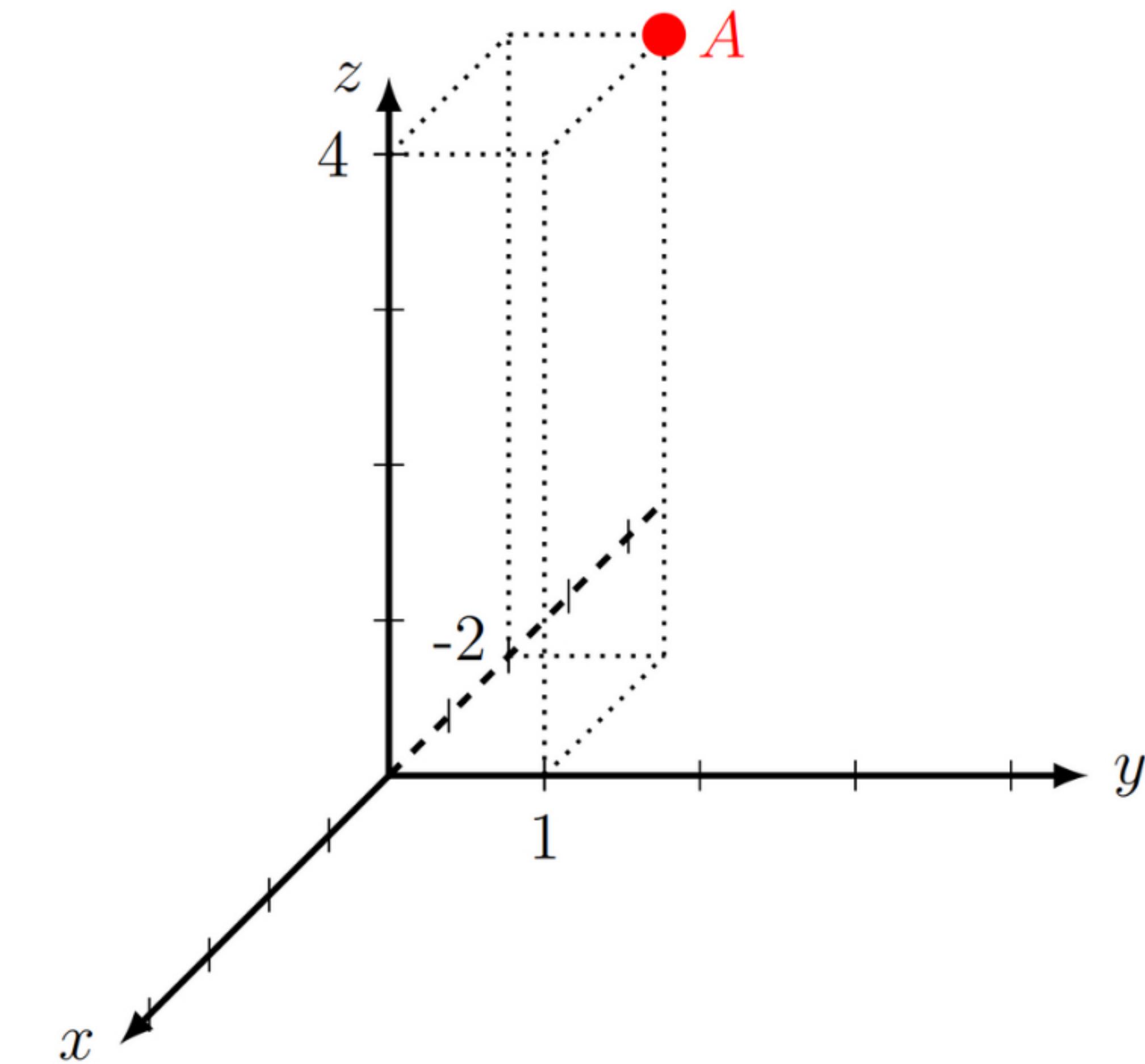
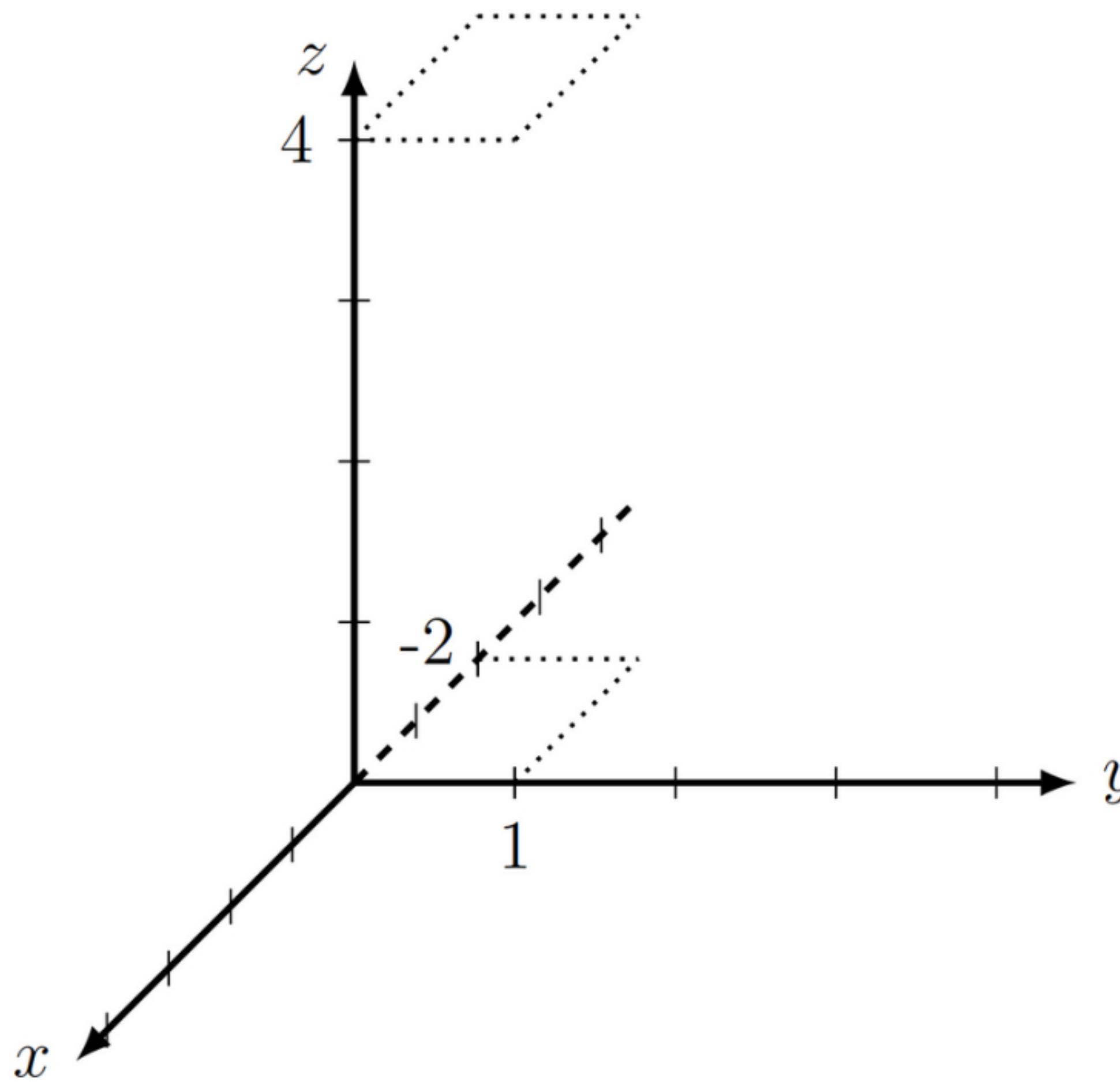
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe o ponto $A = (-2, 1, 4)$.



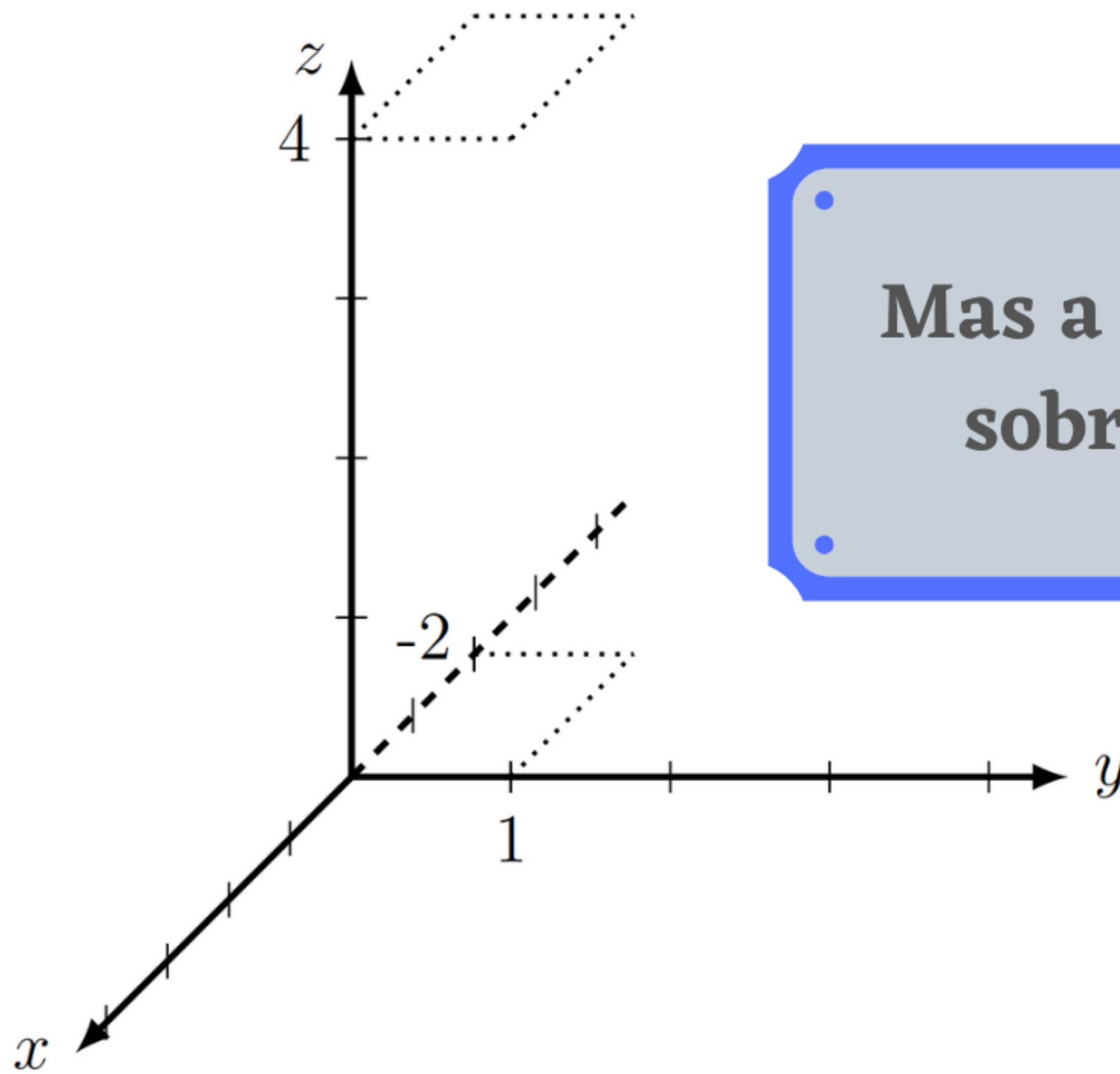
COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe o ponto $A = (-2, 1, 4)$.

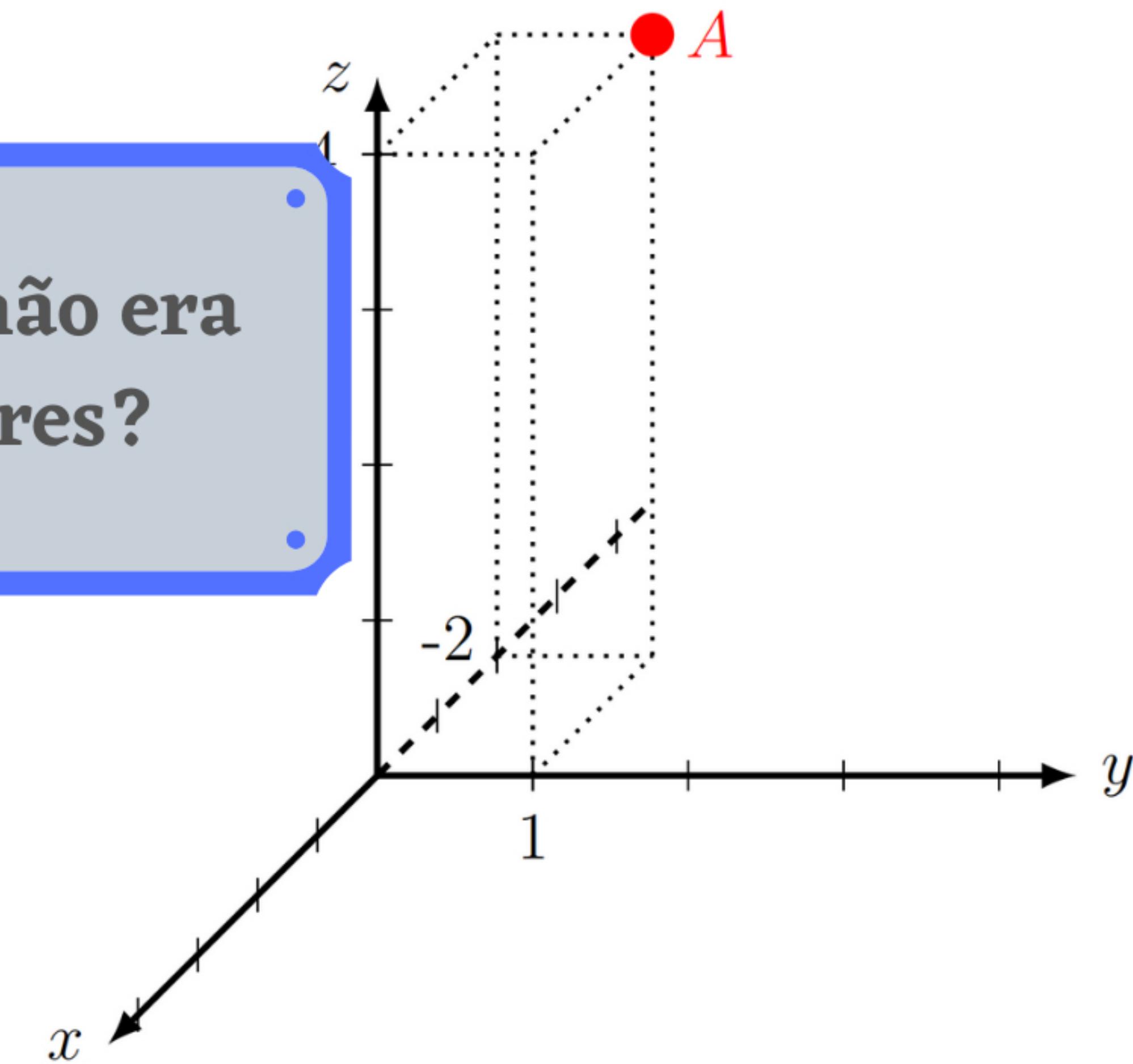


COMO FAZER ESSAS FIGURAS MANUALMENTE?

Exercício. Desenhe o ponto $A = (-2, 1, 4)$.



Mas a aula não era
sobre vetores?



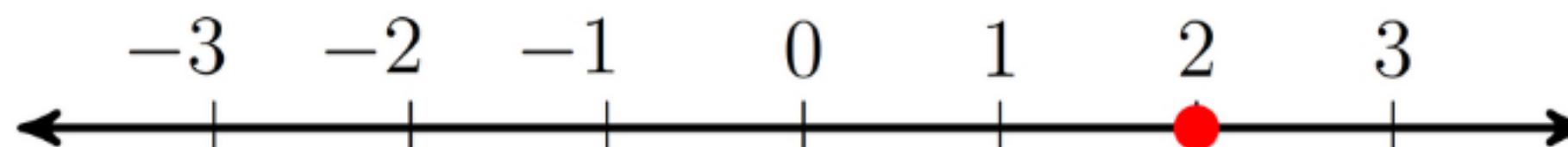
INTERPRETAÇÃO VETORIAL DE \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 E \mathbb{R}^3 .

INTERPRETAÇÃO VETORIAL DE \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 E \mathbb{R}^3 .

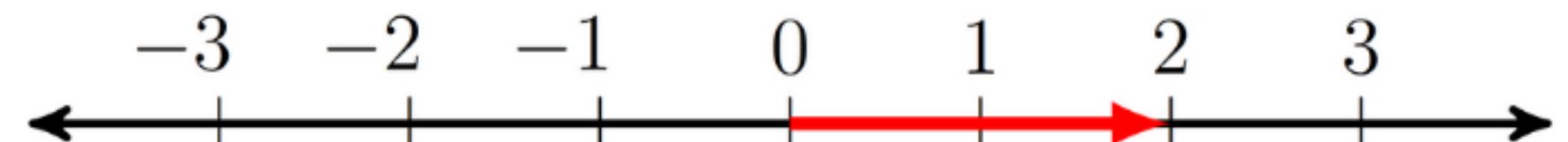
Visão algébrica

$$2 \in \mathbb{R}$$

Visão geométrica



Visão vetorial

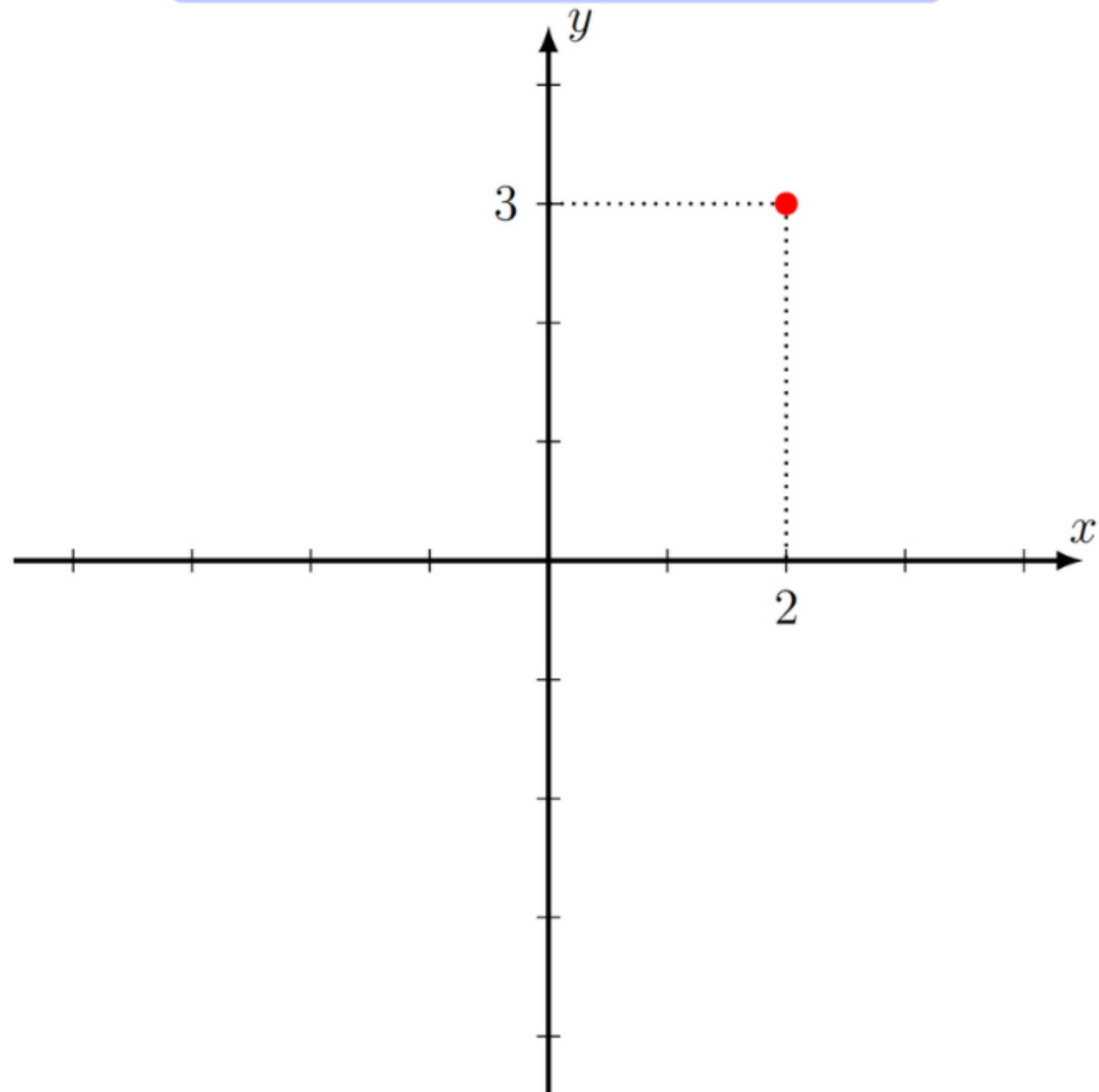


INTERPRETAÇÃO VETORIAL DE \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 E \mathbb{R}^3 .

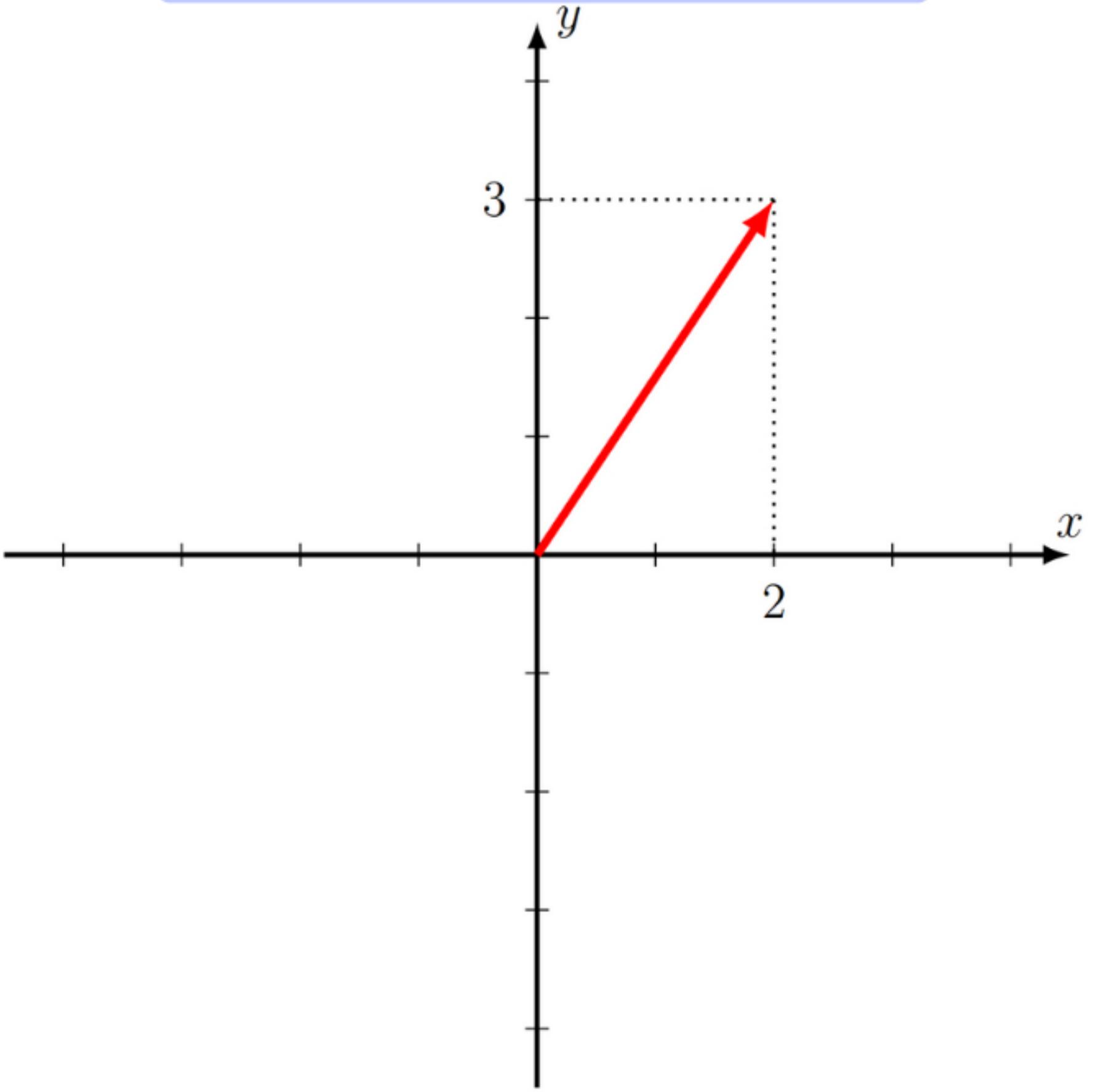
Visão algébrica

$$(2, 3) \in \mathbb{R}^2$$

Visão geométrica



Visão vetorial

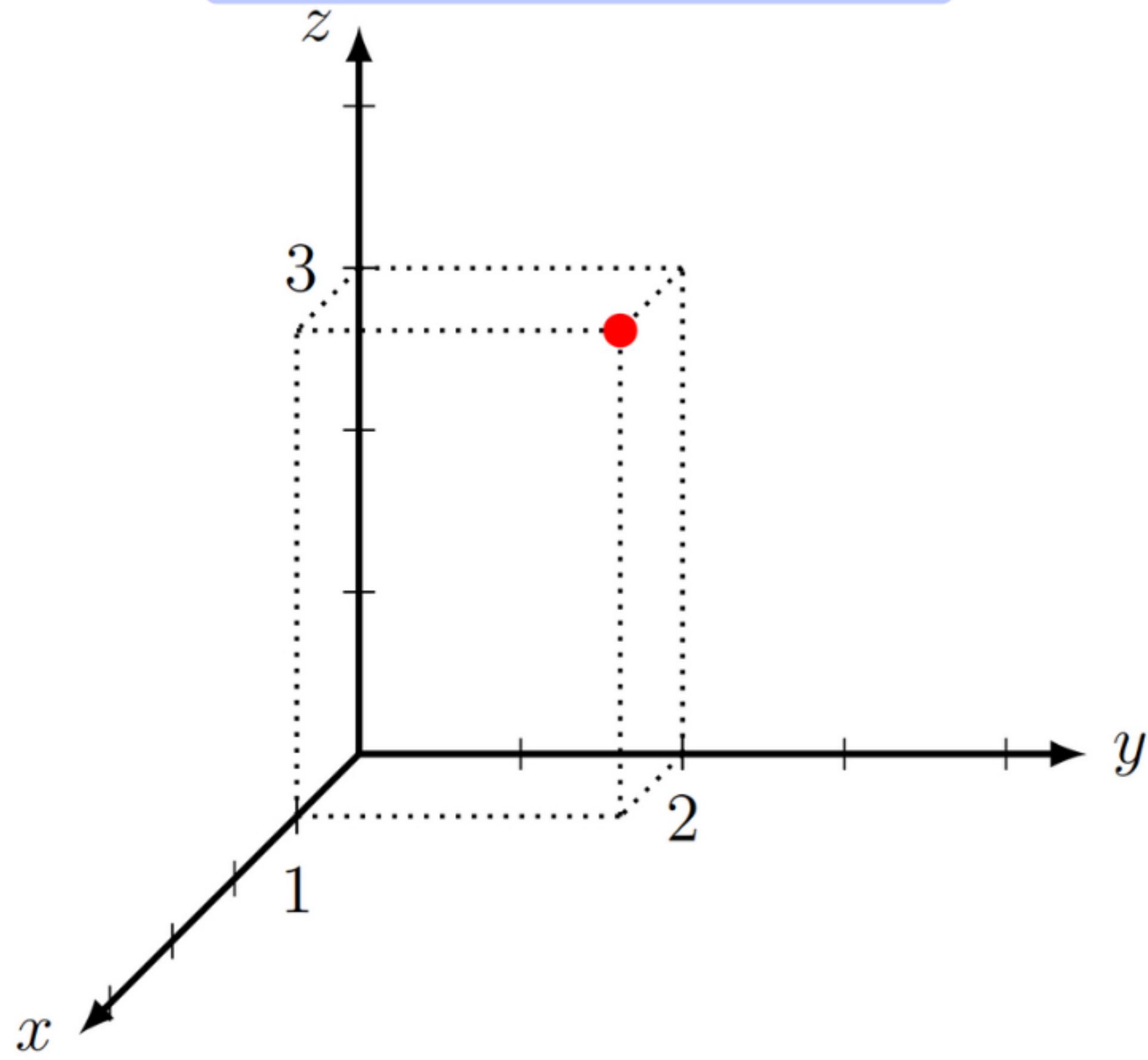


INTERPRETAÇÃO VETORIAL DE \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 E \mathbb{R}^3 .

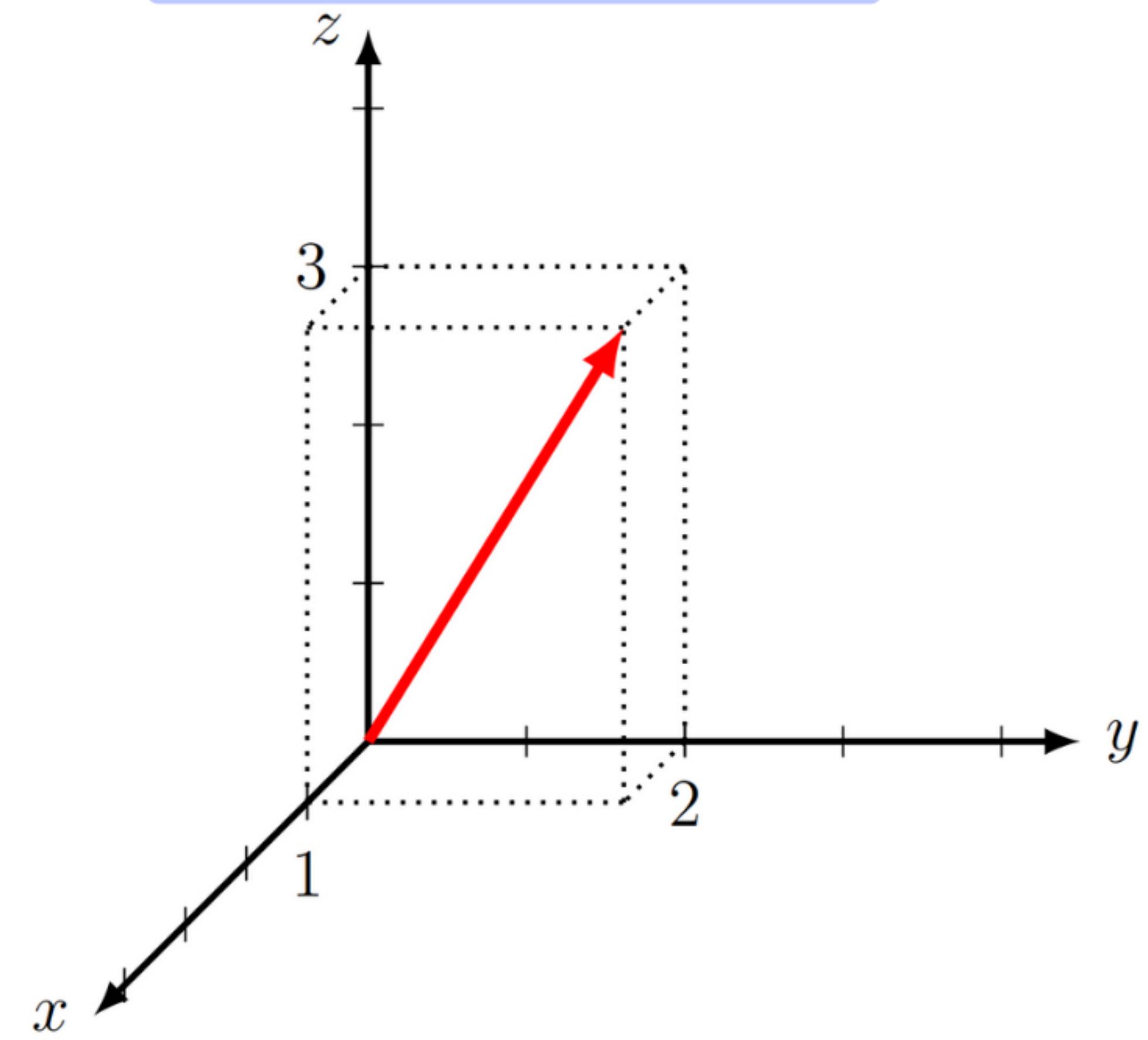
Visão algébrica

$$(1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$$

Visão geométrica



Visão vetorial

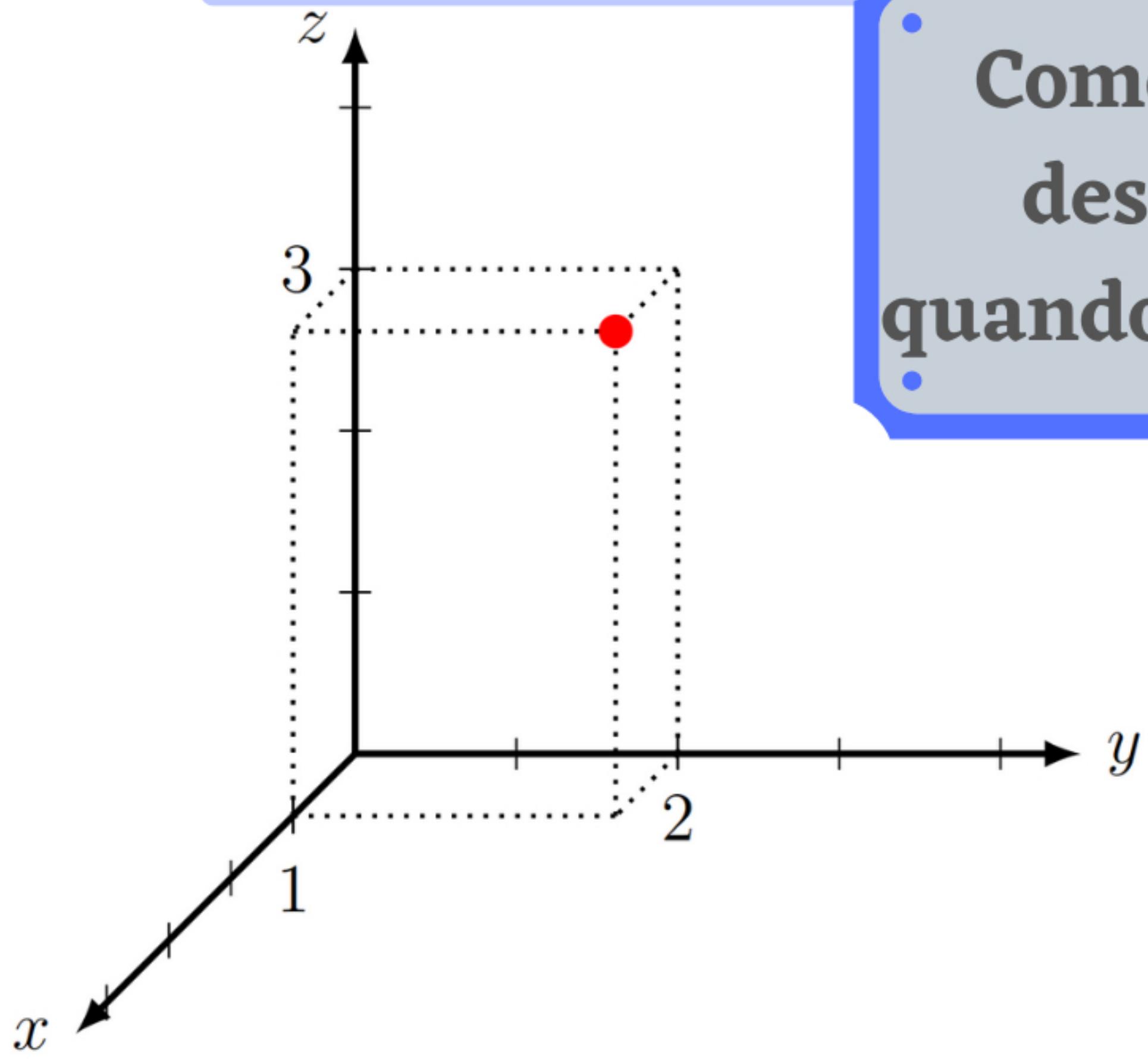


INTERPRETAÇÃO VETORIAL DE \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 E \mathbb{R}^3 .

Visão algébrica

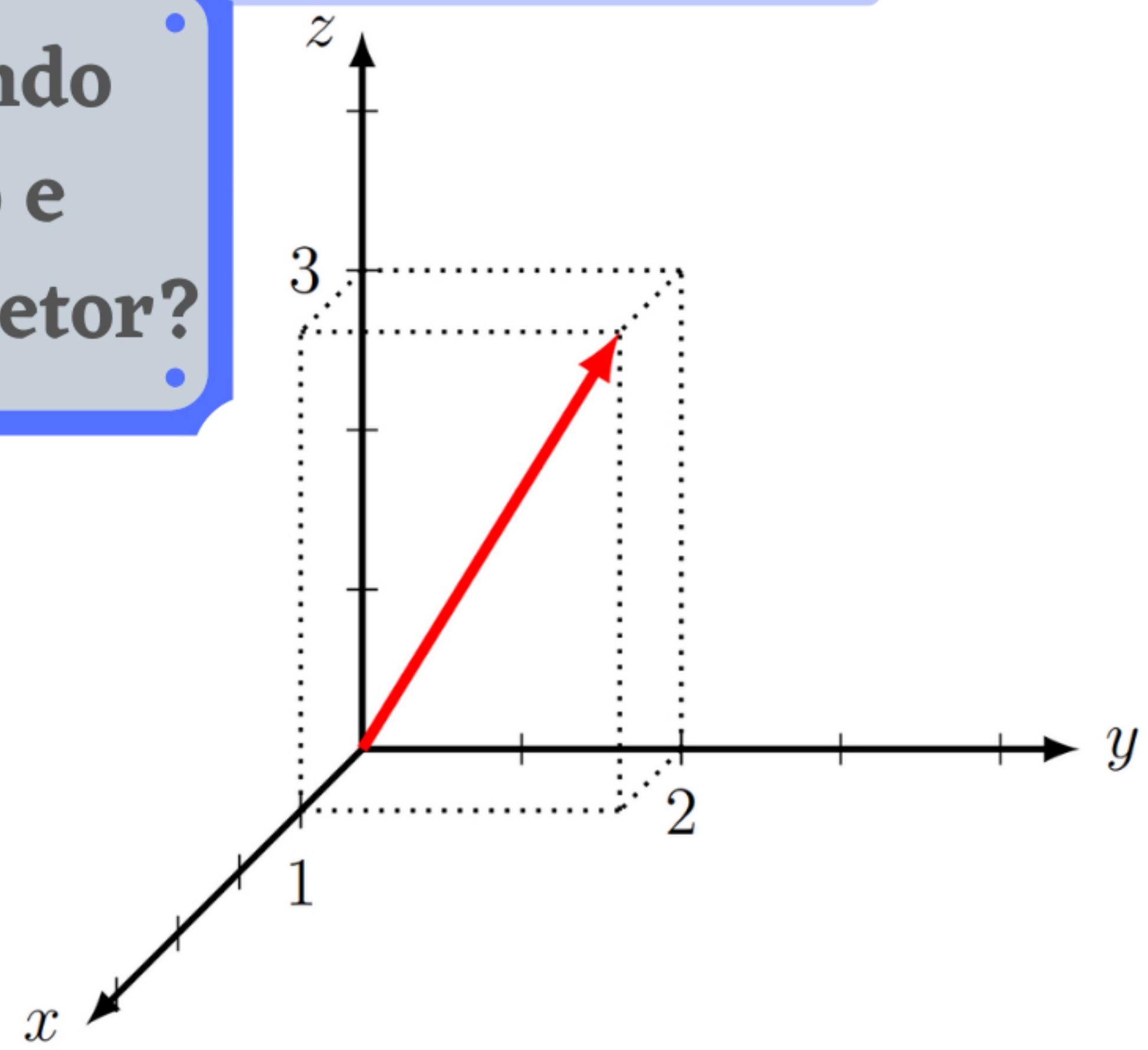
$$(1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$$

Visão geométrica



Visão vetorial

• Como saber quando desenhar ponto e quando desenhar vetor?
•



EXERCÍCIOS

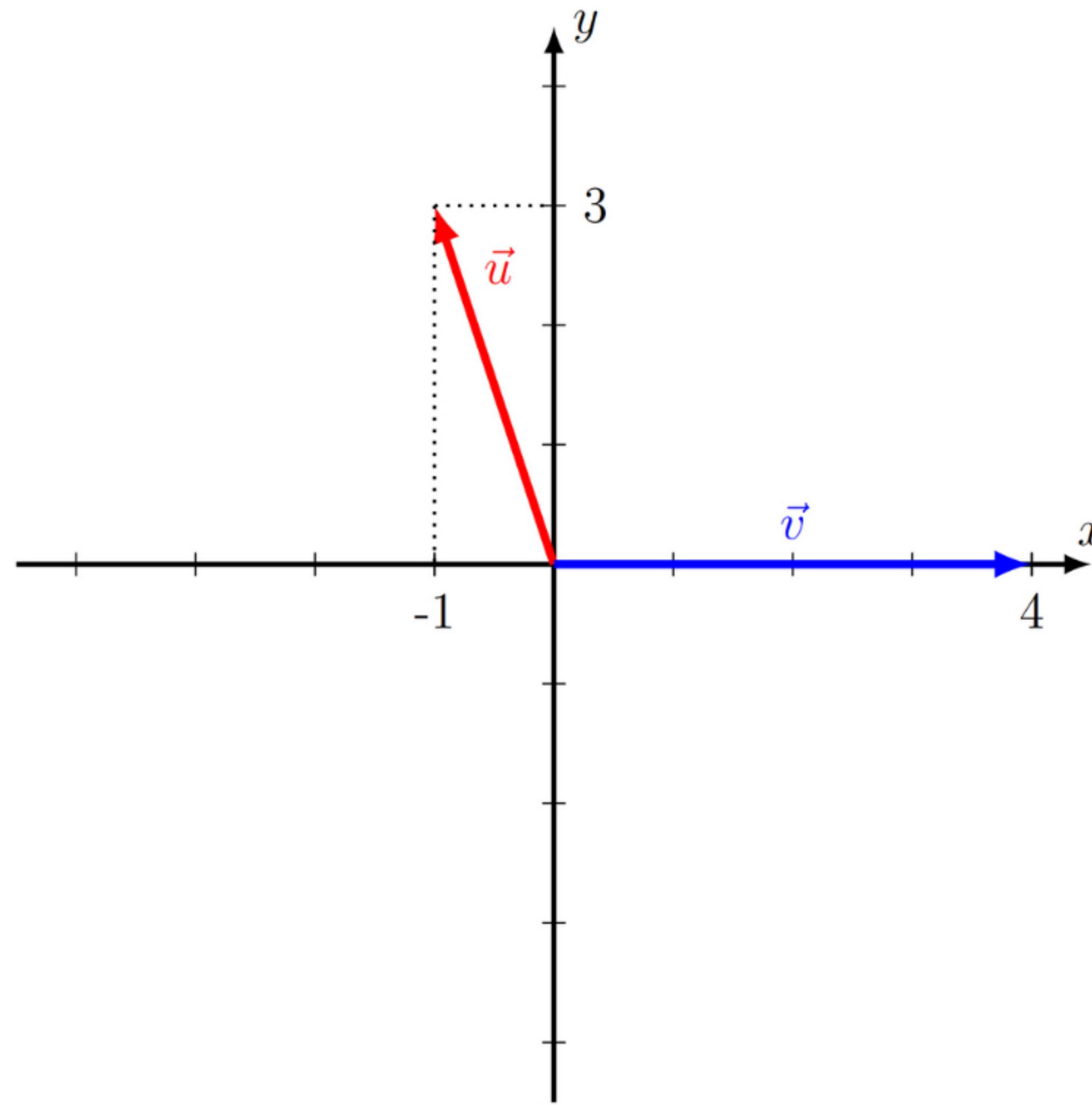
Desenhe os vetores abaixo.

- (a)** $\vec{u} = (-1, 3)$ e $\vec{v} = (4, 0)$.
- (b)** $\vec{w} = (3, 4, 3)$.

EXERCÍCIOS

Desenhe os vetores abaixo.

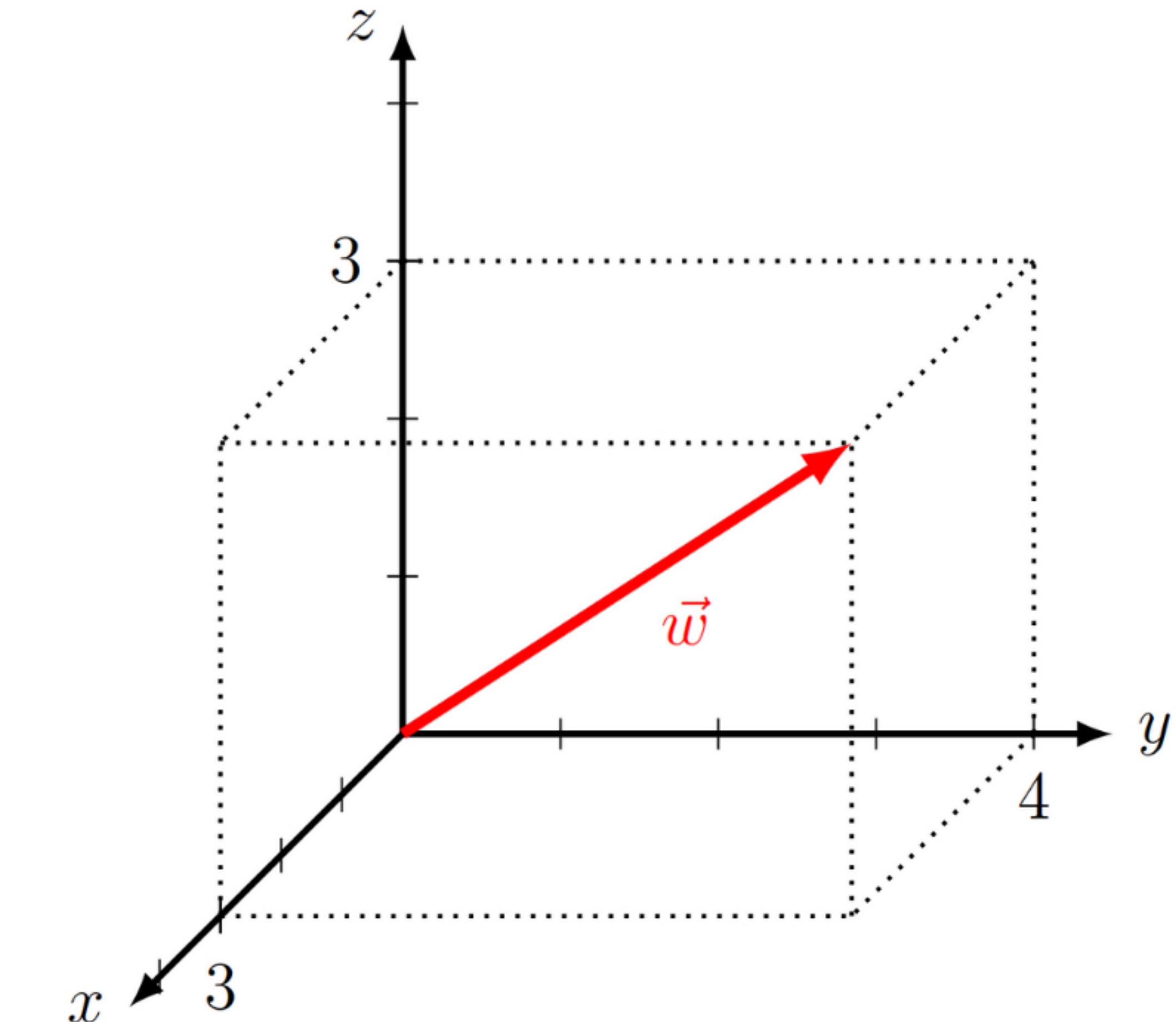
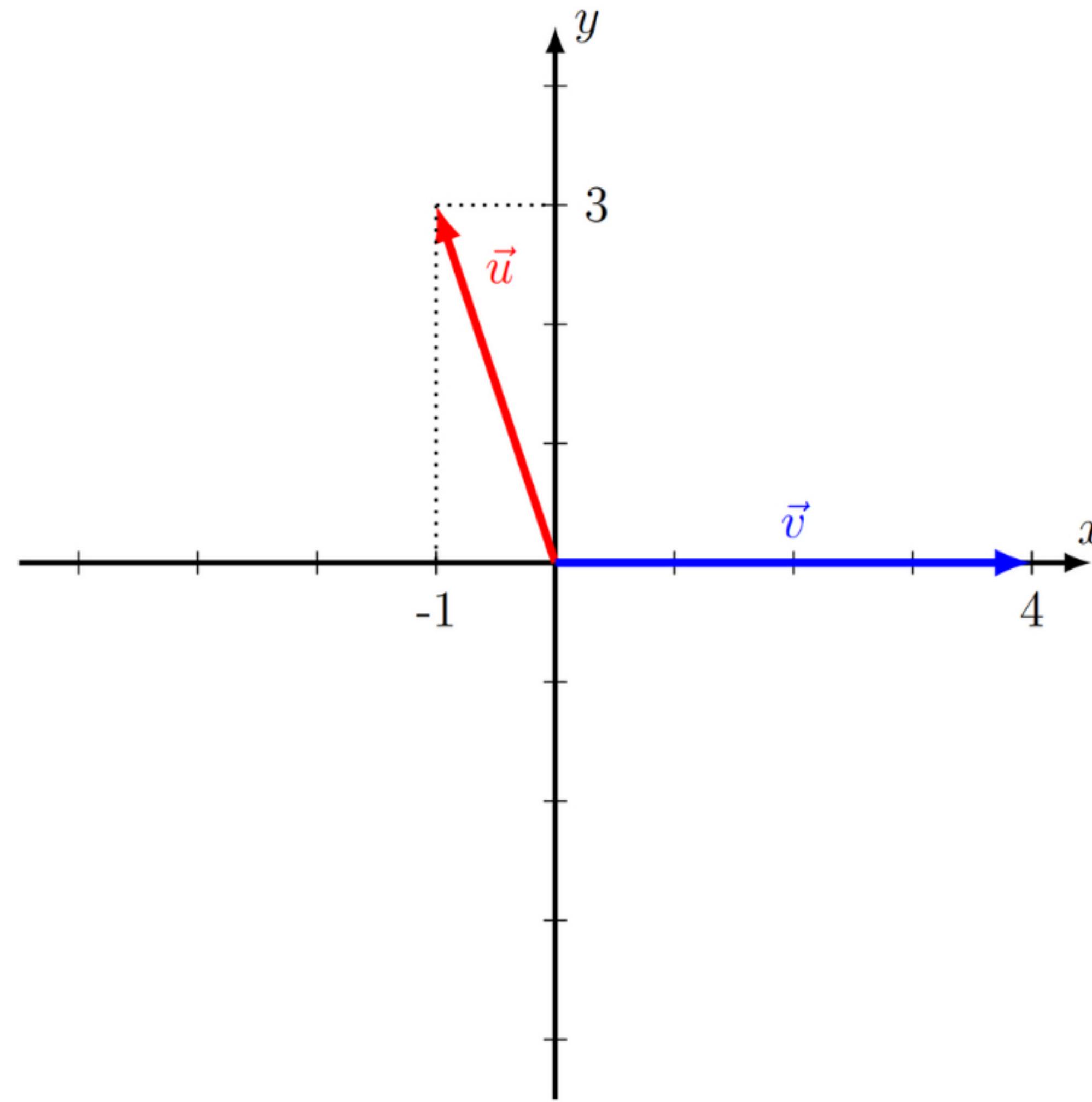
- (a) $\vec{u} = (-1, 3)$ e $\vec{v} = (4, 0)$.
- (b) $\vec{w} = (3, 4, 3)$.



EXERCÍCIOS

Desenhe os vetores abaixo.

- (a) $\vec{u} = (-1, 3)$ e $\vec{v} = (4, 0)$.
(b) $\vec{w} = (3, 4, 3)$.



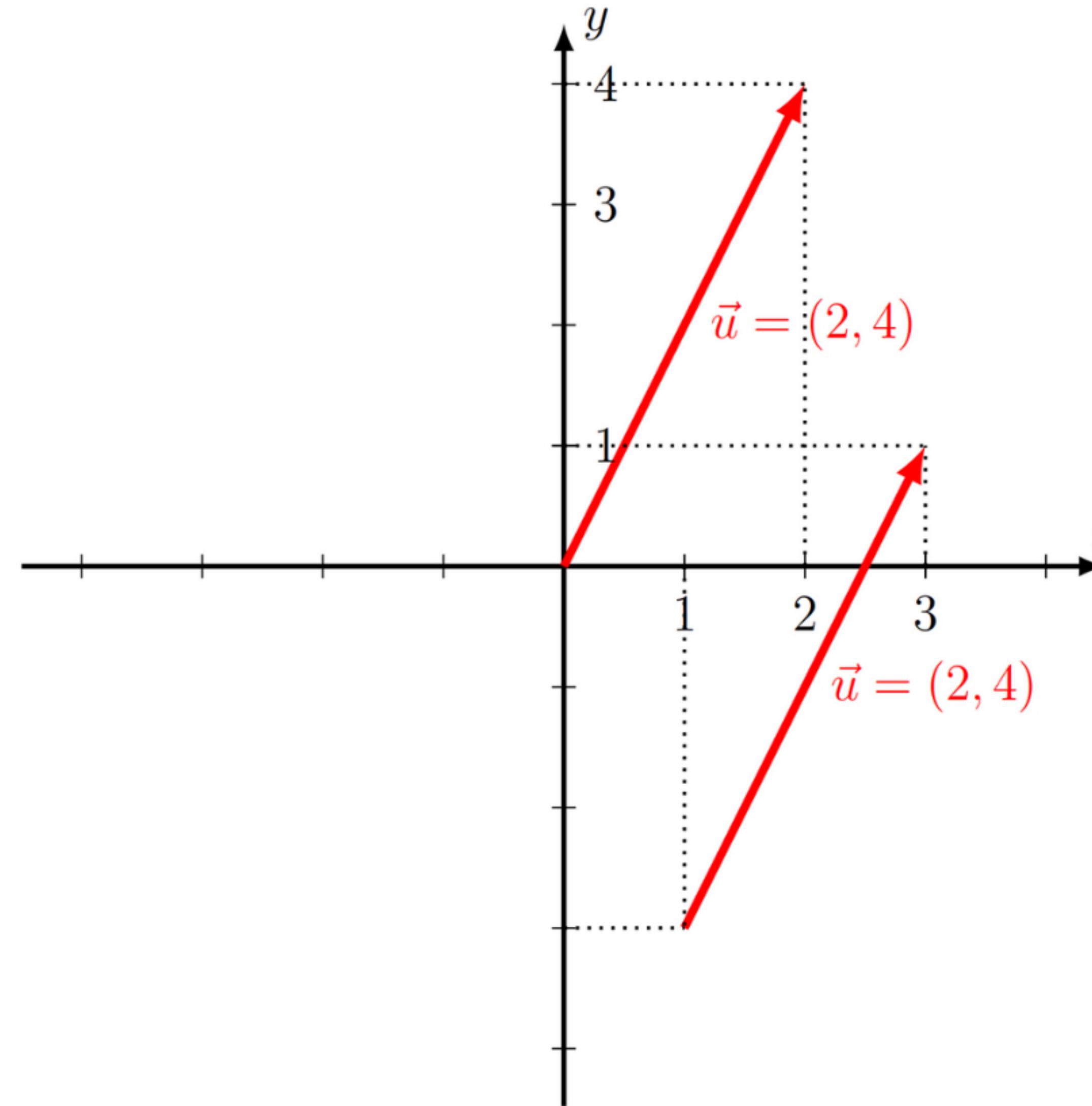
OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

Vetores não possuem origem definida.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

Vetores não possuem origem definida.



OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

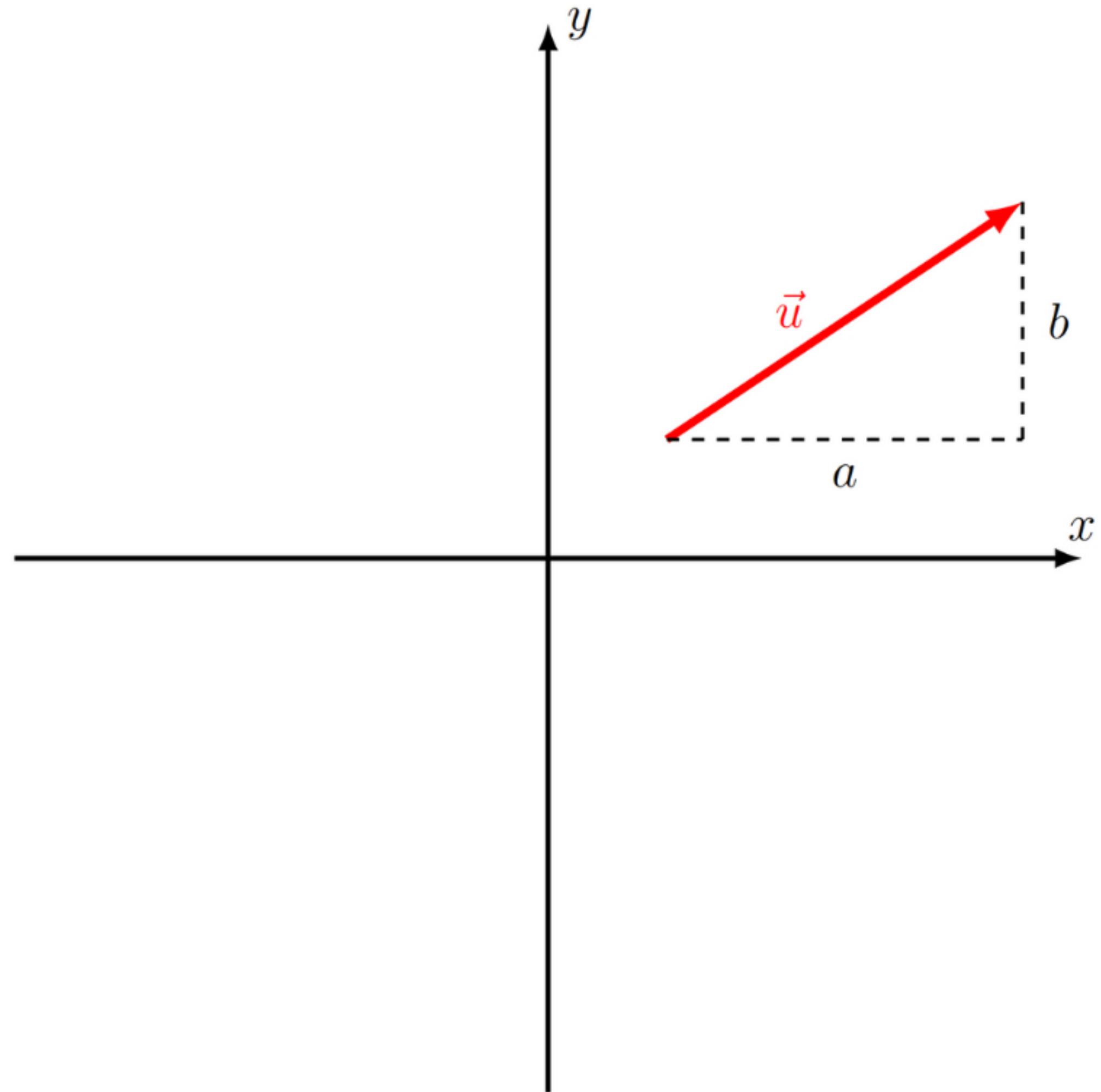
Se $\vec{u} = (a, b)$, $\vec{v} = (c, d)$ e $\vec{u} = \vec{v}$, então $a = c$ e $b = d$.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

Se $\vec{u} = (a, b)$, $\vec{v} = (c, d)$ e $\vec{u} = \vec{v}$, então $a = c$ e $b = d$.

Se $\vec{u} = (a, b, c)$, $\vec{v} = (d, e, f)$ e $\vec{u} = \vec{v}$, então $a = d$, $b = e$ e $c = f$.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES



$$\vec{u} = (a, b)$$

RESUMO ATÉ AGORA

RESUMO ATÉ AGORA

Em \mathbb{R}^2 , todo vetor \vec{u} possui única representação algébrica $\vec{u} = (a, b)$.

RESUMO ATÉ AGORA

Em \mathbb{R}^2 , todo vetor \vec{u} possui única representação algébrica $\vec{u} = (a, b)$.

Todo par (a, b) possui representação vetorial.

RESUMO ATÉ AGORA

Em \mathbb{R}^2 , todo vetor \vec{u} possui única representação algébrica $\vec{u} = (a, b)$.

Todo par (a, b) possui representação vetorial.

Em \mathbb{R}^3 , todo vetor \vec{u} possui única representação algébrica $\vec{u} = (a, b, c)$.

RESUMO ATÉ AGORA

Em \mathbb{R}^2 , todo vetor \vec{u} possui única representação algébrica $\vec{u} = (a, b)$.

Todo par (a, b) possui representação vetorial.

Em \mathbb{R}^3 , todo vetor \vec{u} possui única representação algébrica $\vec{u} = (a, b, c)$.

Toda tripla (a, b, c) possui representação vetorial.

PERGUNTAS E REPOSTAS

PERGUNTAS E REPOSTAS

Pergunta. Como saber se devo desenhar ponto ou vetor?

PERGUNTAS E REPOSTAS

Pergunta. Como saber se devo desenhar ponto ou vetor?

O contexto normalmente deixará claro.

PERGUNTAS E REPOSTAS

Pergunta. Como saber se devo desenhar ponto ou vetor?

O contexto normalmente deixará claro.

Notações também ajudam a diferenciar.

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vetores.

A, B, C pontos.

PERGUNTAS E REPOSTAS

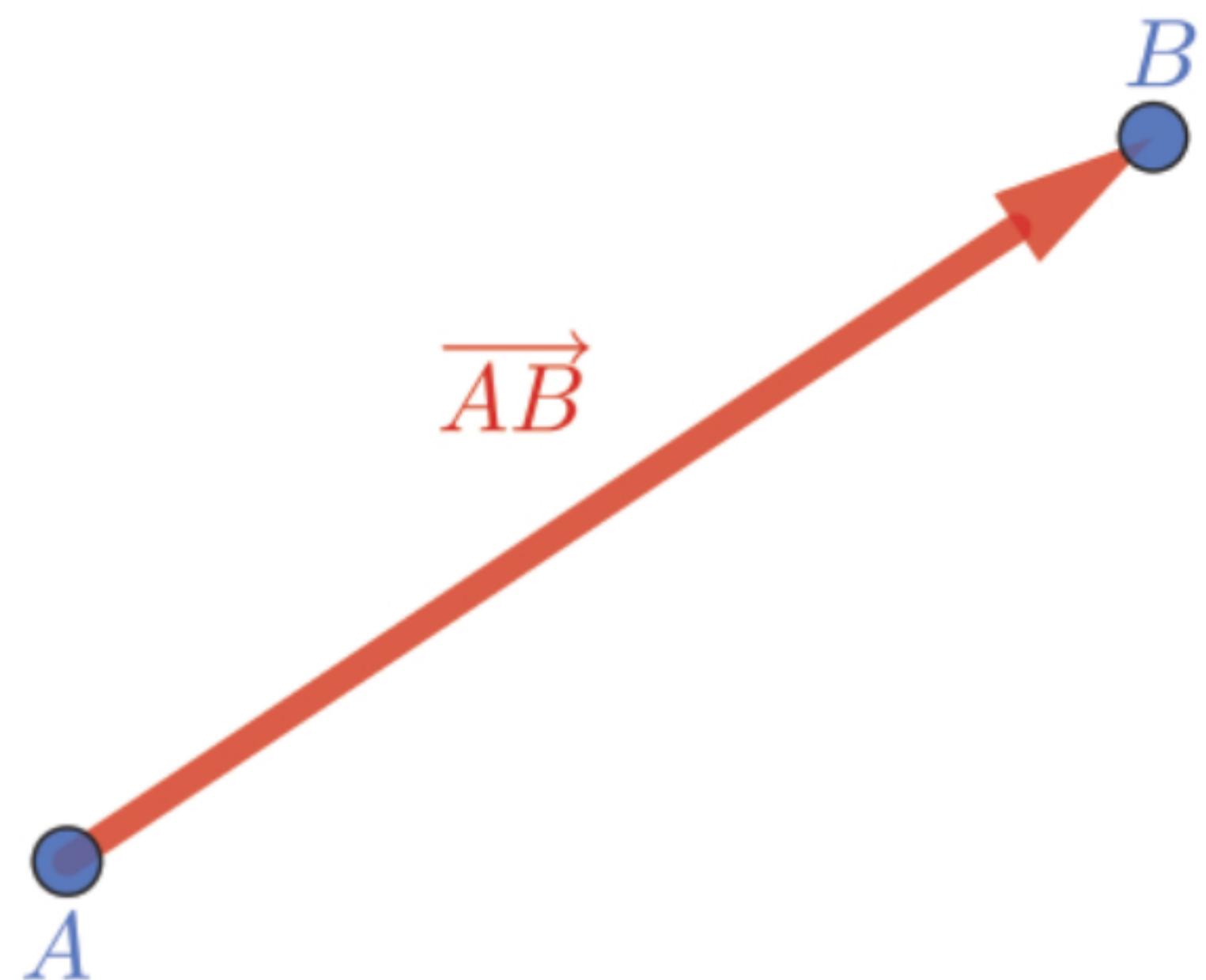
Pergunta. As coordenadas de um vetor representam a sua extremidade?

PERGUNTAS E REPOSTAS

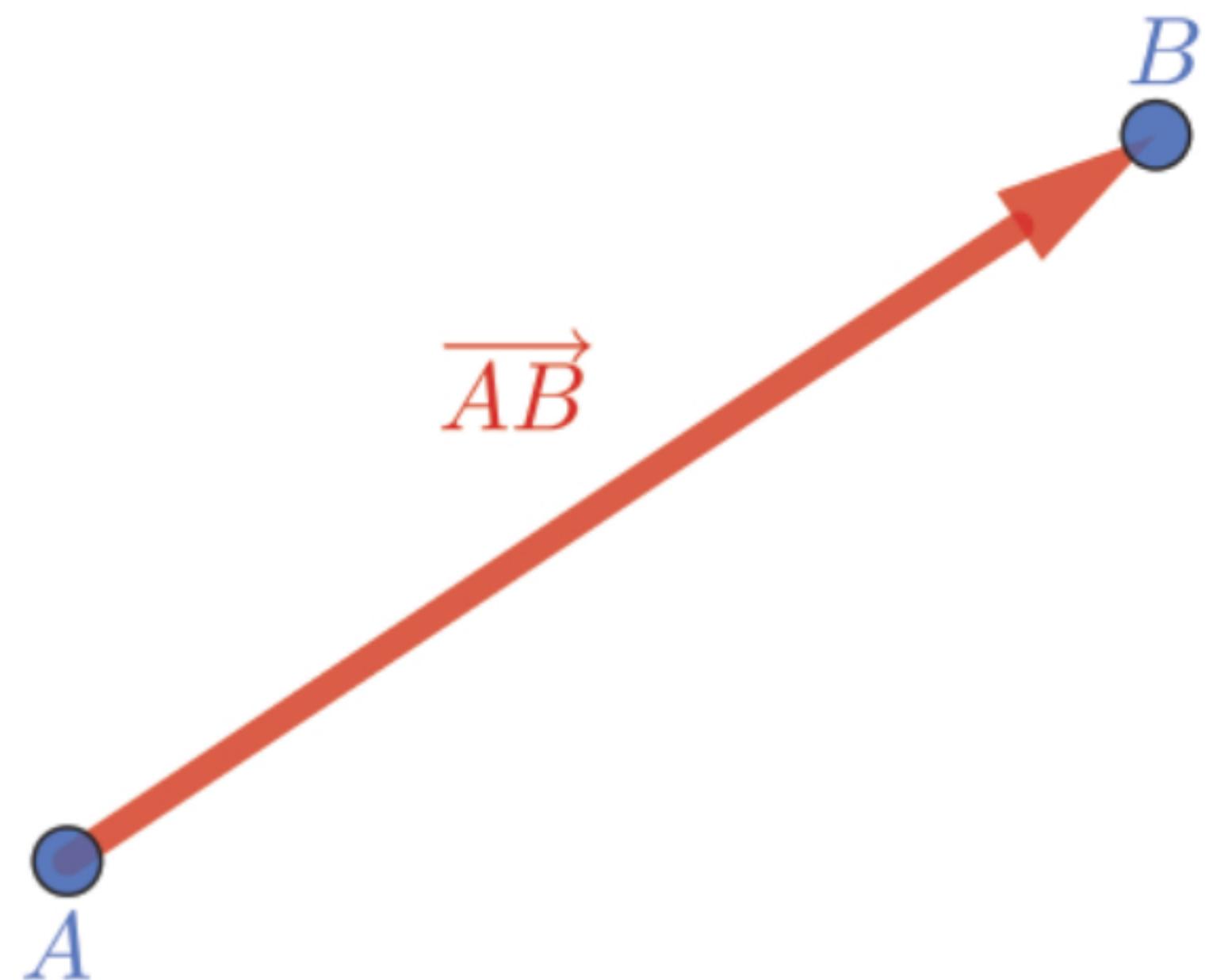
Pergunta. As coordenadas de um vetor representam a sua extremidade?

Como vetores não têm origem definida, a resposta é não. A extremidade tem as mesmas coordenadas do vetor apenas quando a origem do vetor é a origem do sistema de coordenadas.

VETOR DETERMINADO POR DOIS PONTOS

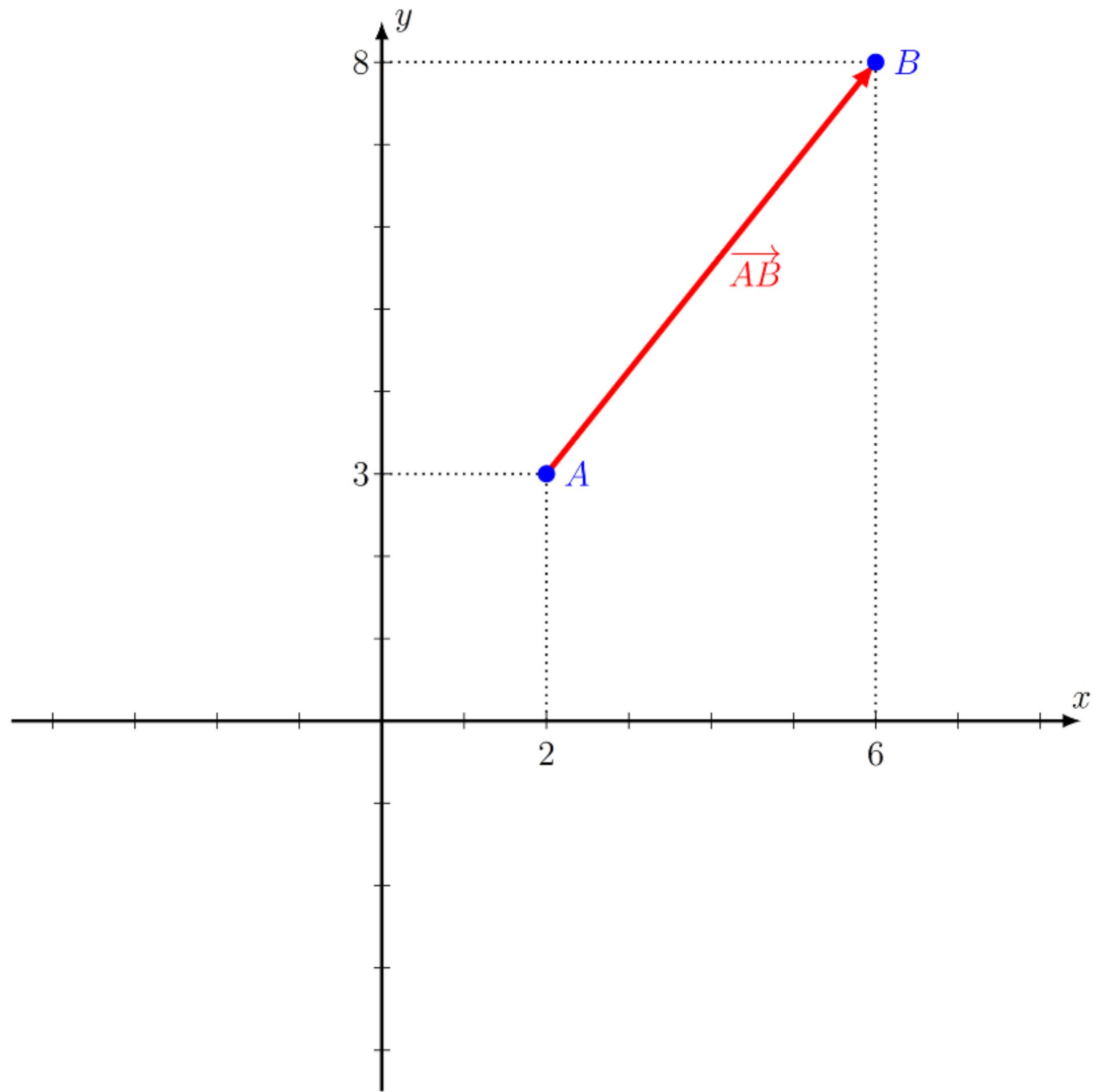


VETOR DETERMINADO POR DOIS PONTOS



Qual é a relação entre as
coordenadas de A , B e \overrightarrow{AB} ?

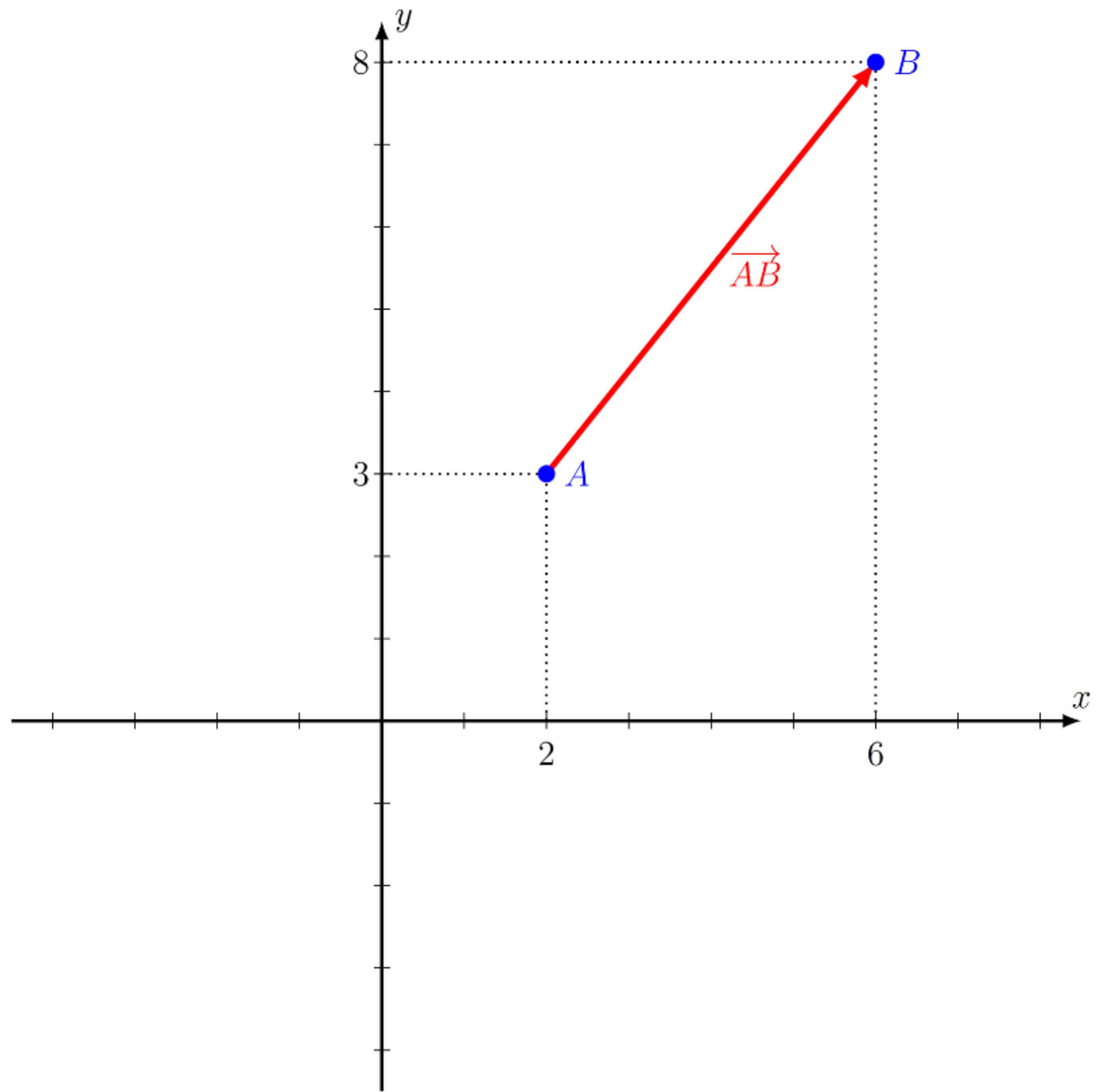
VETOR DETERMINADO POR DOIS PONTOS



$$A = (2, 3)$$

$$B = (6, 8)$$

VETOR DETERMINADO POR DOIS PONTOS

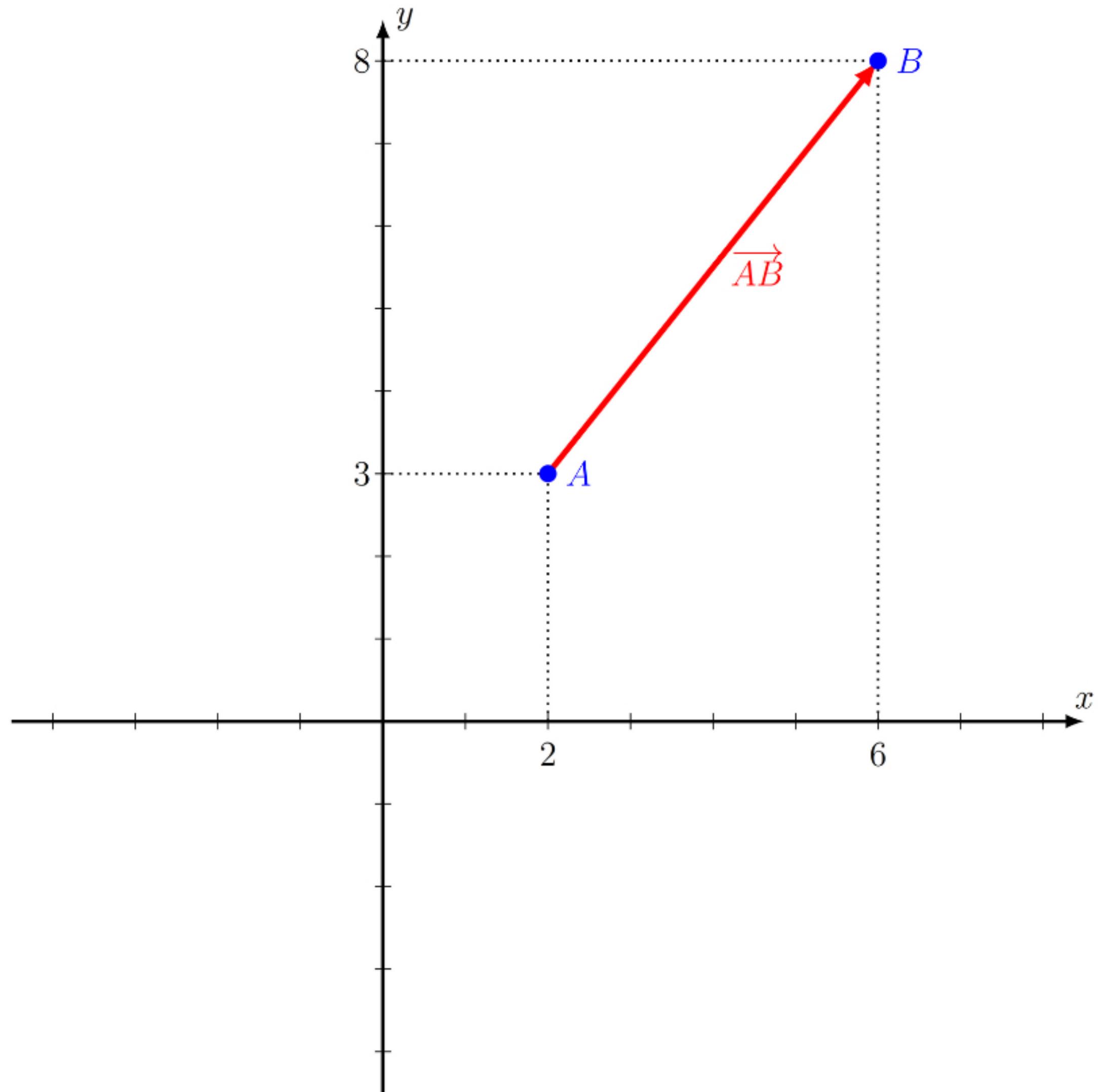


$$A = (2, 3)$$

$$B = (6, 8)$$

$$\vec{AB} = (4, 5)$$

VETOR DETERMINADO POR DOIS PONTOS



$$A = (2, 3)$$

$$B = (6, 8)$$

$$\vec{AB} = (4, 5)$$

$$\vec{AB} = B - A$$

O sinal de menos significa diminuir entrada a entrada.

EXEMPLOS

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 3, 4) - (0, -1, 6) = (-1, 4, -2)$$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 3, 4) - (0, -1, 6) = (-1, 4, -2)$$

(c) $\overrightarrow{AB} = (-3, 0, 1)$, $A = (2, -2, -1)$ $\Rightarrow B = ?$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 3, 4) - (0, -1, 6) = (-1, 4, -2)$$

(c) $\overrightarrow{AB} = (-3, 0, 1)$, $A = (2, -2, -1)$ $\Rightarrow B = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow B = \overrightarrow{AB} + A = (-3, 0, 1) + (2, -2, -1) = (-1, -2, 0)$$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 3, 4) - (0, -1, 6) = (-1, 4, -2)$$

(c) $\overrightarrow{AB} = (-3, 0, 1)$, $A = (2, -2, -1)$ $\Rightarrow B = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow B = \overrightarrow{AB} + A = (-3, 0, 1) + (2, -2, -1) = (-1, -2, 0)$$

(d) $\overrightarrow{AB} = (2, -4, 1)$, $B = (0, -1, -1)$ $\Rightarrow A = ?$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 3, 4) - (0, -1, 6) = (-1, 4, -2)$$

(c) $\overrightarrow{AB} = (-3, 0, 1)$, $A = (2, -2, -1)$ $\Rightarrow B = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow B = \overrightarrow{AB} + A = (-3, 0, 1) + (2, -2, -1) = (-1, -2, 0)$$

(d) $\overrightarrow{AB} = (2, -4, 1)$, $B = (0, -1, -1)$ $\Rightarrow A = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow A = B - \overrightarrow{AB} = (0, -1, -1) - (2, -4, 1) = (-2, 3, -2)$$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 3, 4) - (0, -1, 6) = (-1, 4, -2)$$

(c) $\overrightarrow{AB} = (-3, 0, 1)$, $A = (2, -2, -1)$ $\Rightarrow B = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow B = \overrightarrow{AB} + A = (-3, 0, 1) + (2, -2, -1) = (-1, -2, 0)$$

(d) $\overrightarrow{AB} = (2, -4, 1)$, $B = (0, -1, -1)$ $\Rightarrow A = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow A = B - \overrightarrow{AB} = (0, -1, -1) - (2, -4, 1) = (-2, 3, -2)$$

(e) $A = (1, 2, 3)$, $B = (-1, 2, 1)$, $C = (-4, 3, -2)$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow D = ?$

EXEMPLOS

(a) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, -1, 6) - (-1, 3, 4) = (1, -4, 2)$$

(b) $A = (-1, 3, 4)$, $B = (0, -1, 6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{BA} = ?$

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 3, 4) - (0, -1, 6) = (-1, 4, -2)$$

(c) $\overrightarrow{AB} = (-3, 0, 1)$, $A = (2, -2, -1)$ $\Rightarrow B = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow B = \overrightarrow{AB} + A = (-3, 0, 1) + (2, -2, -1) = (-1, -2, 0)$$

(d) $\overrightarrow{AB} = (2, -4, 1)$, $B = (0, -1, -1)$ $\Rightarrow A = ?$

$$\overrightarrow{AB} = B - A \Rightarrow A = B - \overrightarrow{AB} = (0, -1, -1) - (2, -4, 1) = (-2, 3, -2)$$

(e) $A = (1, 2, 3)$, $B = (-1, 2, 1)$, $C = (-4, 3, -2)$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow D = ?$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow B - A = D - C \Rightarrow D = C + B - A = (-4, 3, -2) + (-1, 2, 1) - (1, 2, 3) = (-6, 3, -4)$$

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

Problema geométrico: pontos, retas, planos, distâncias, etc..

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

Problema geométrico: pontos, retas, planos, distâncias, etc..

Tradução
para vetores

Problema vetorial: vetores, módulo, direção, sentido, etc..

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

Problema geométrico: pontos, retas, planos, distâncias, etc..

Tradução para vetores

Problema vetorial: vetores, módulo, direção, sentido, etc..

Resolução do problema vetorial

Solução do problema vetorial.

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

Problema geométrico: pontos, retas, planos, distâncias, etc..

Tradução para vetores

Problema vetorial: vetores, módulo, direção, sentido, etc..

Resolução do problema vetorial

Solução do problema vetorial.

Tradução para geometria

Solução do problema geométrico.

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



EXERCÍCIO

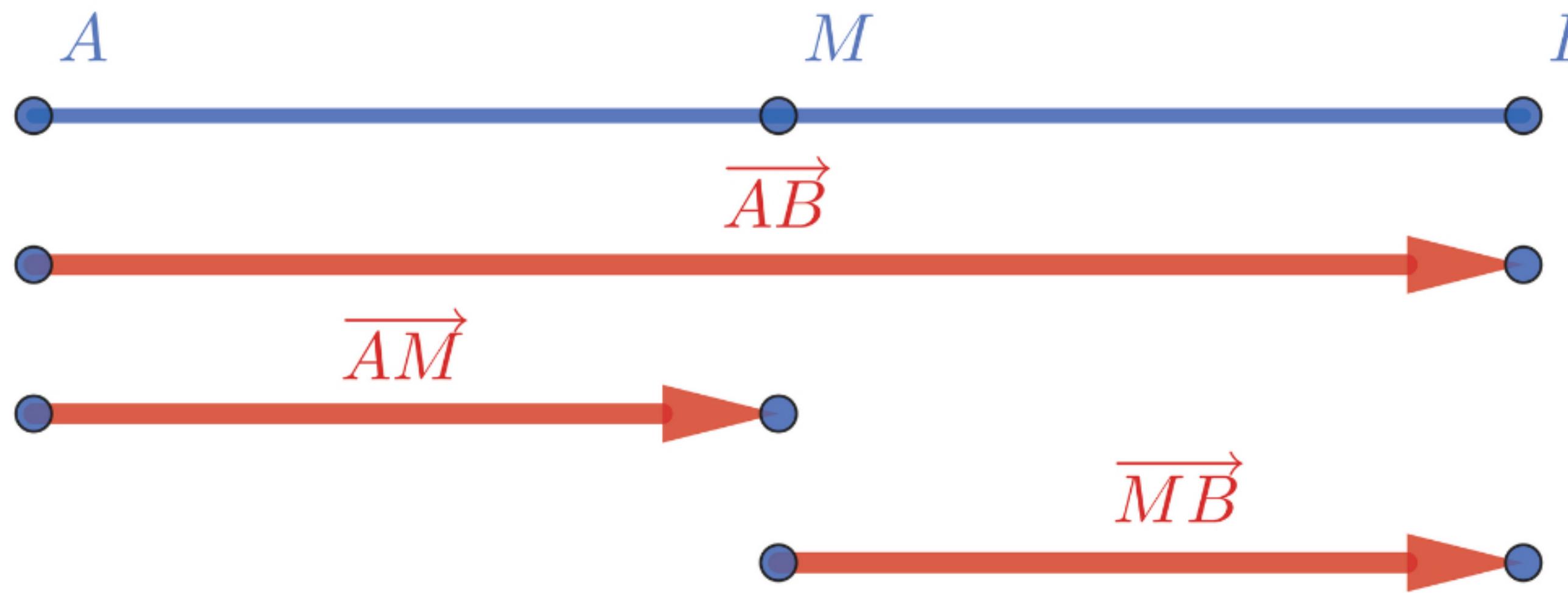
Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



Quais vetores podem ser construídos com esses pontos?

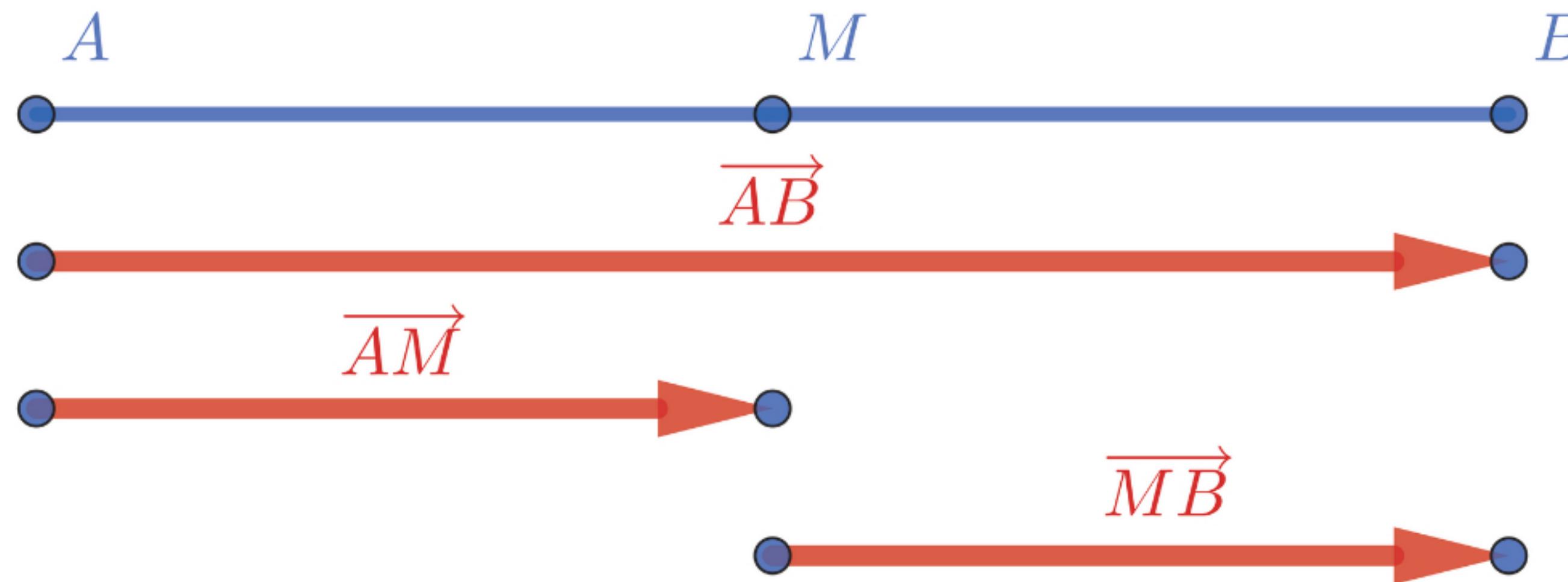
EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



EXERCÍCIO

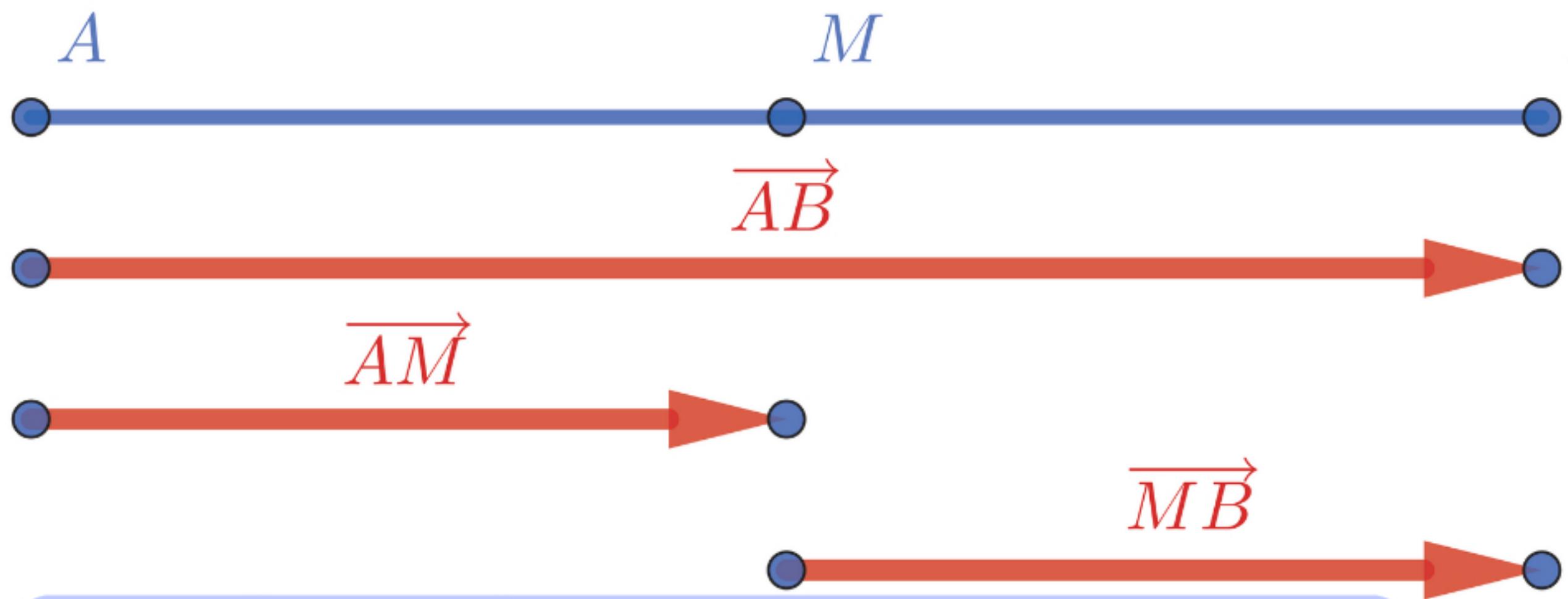
Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



Podemos encontrar alguma relação entre os vetores?

EXERCÍCIO

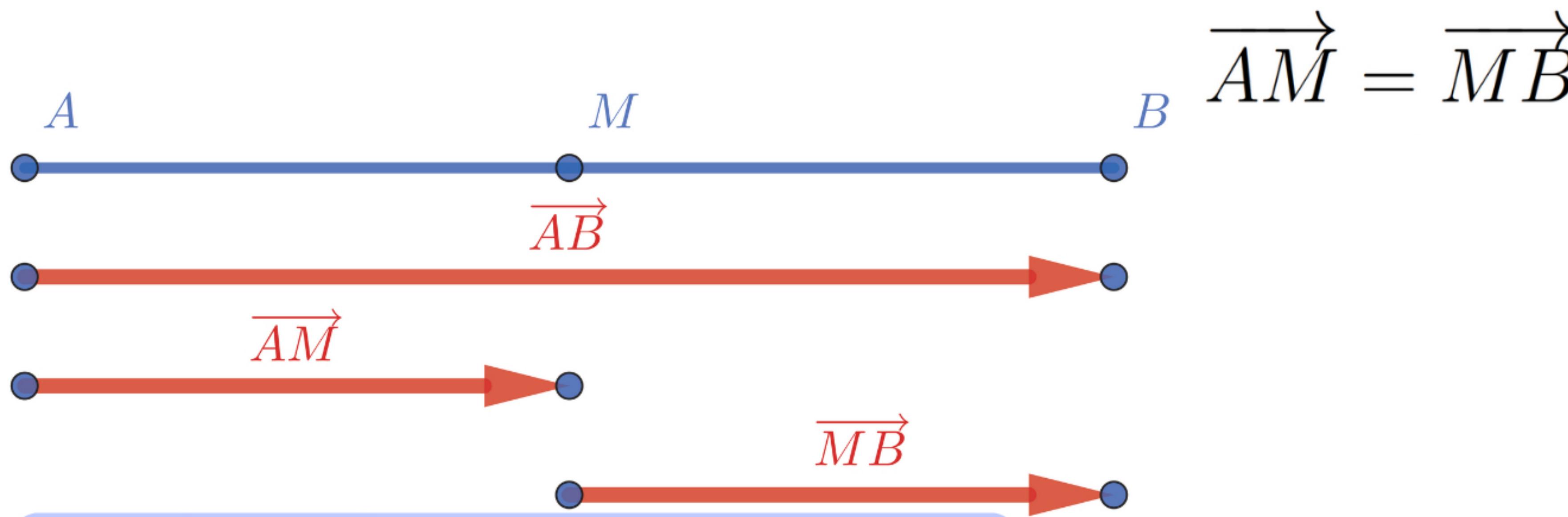
Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



\overrightarrow{AM} e \overrightarrow{MB} possuem módulo,
direção e sentido iguais!!

EXERCÍCIO

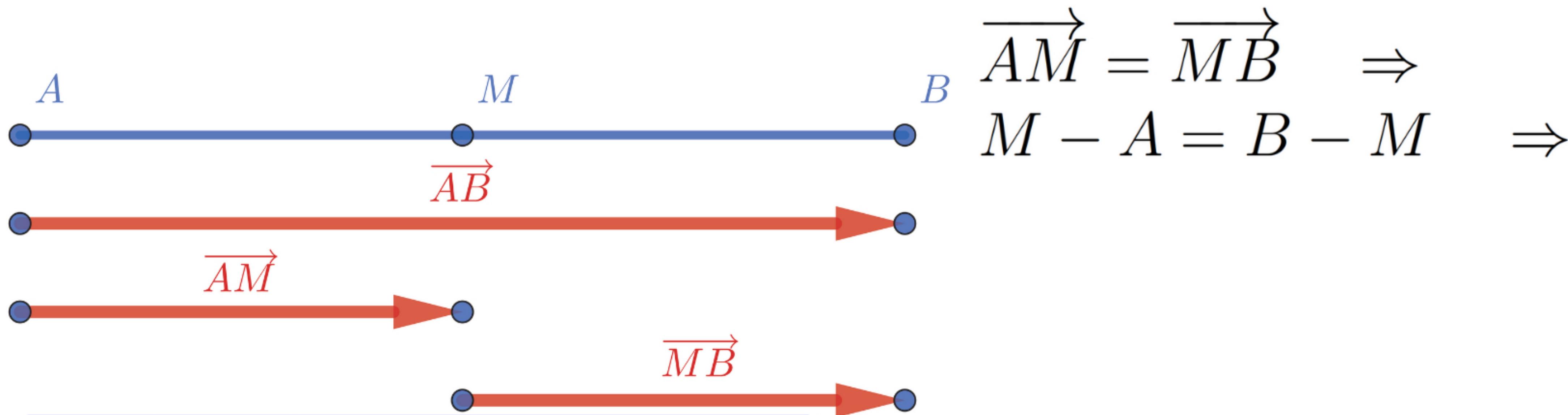
Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



\overrightarrow{AM} e \overrightarrow{MB} possuem módulo,
direção e sentido iguais!!

EXERCÍCIO

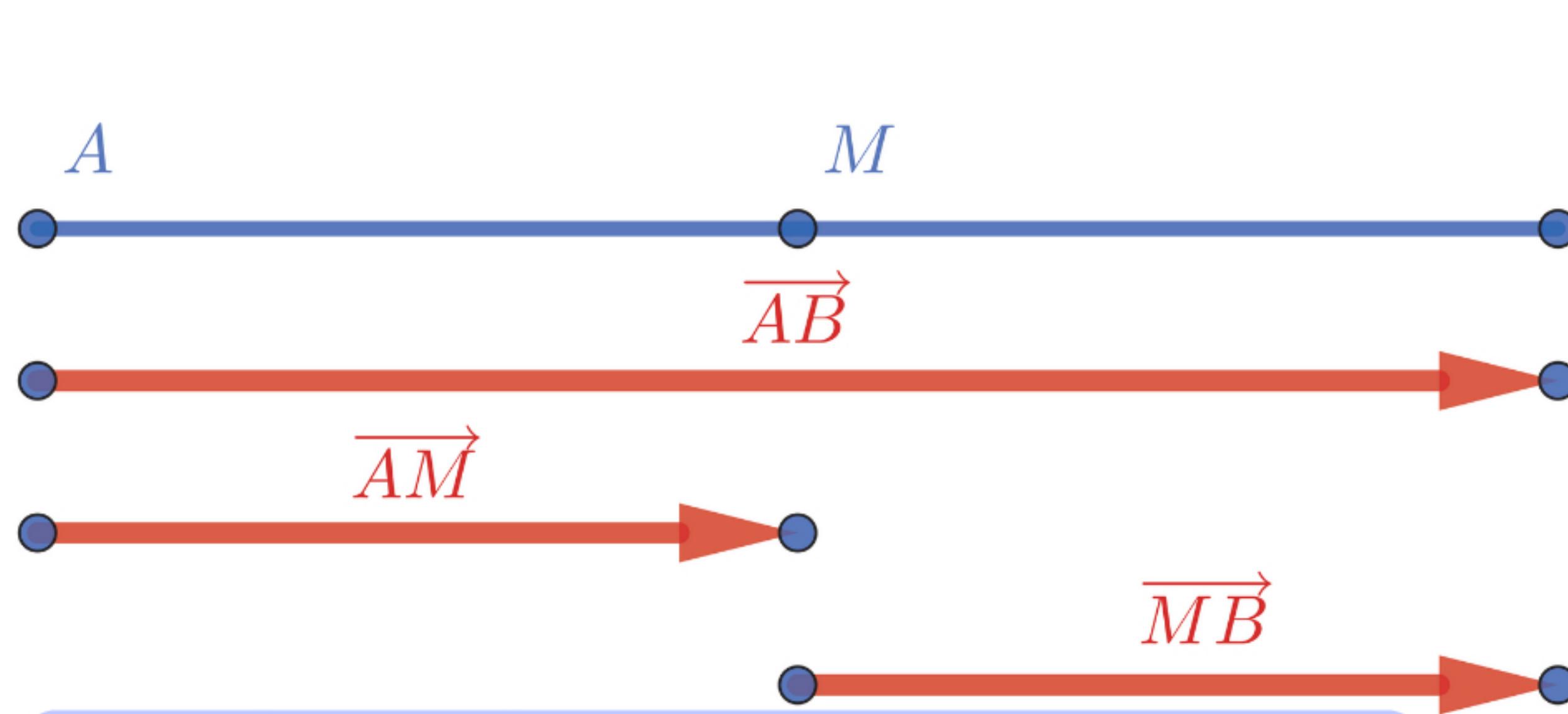
Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



\overrightarrow{AM} e \overrightarrow{MB} possuem módulo,
direção e sentido iguais!!

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

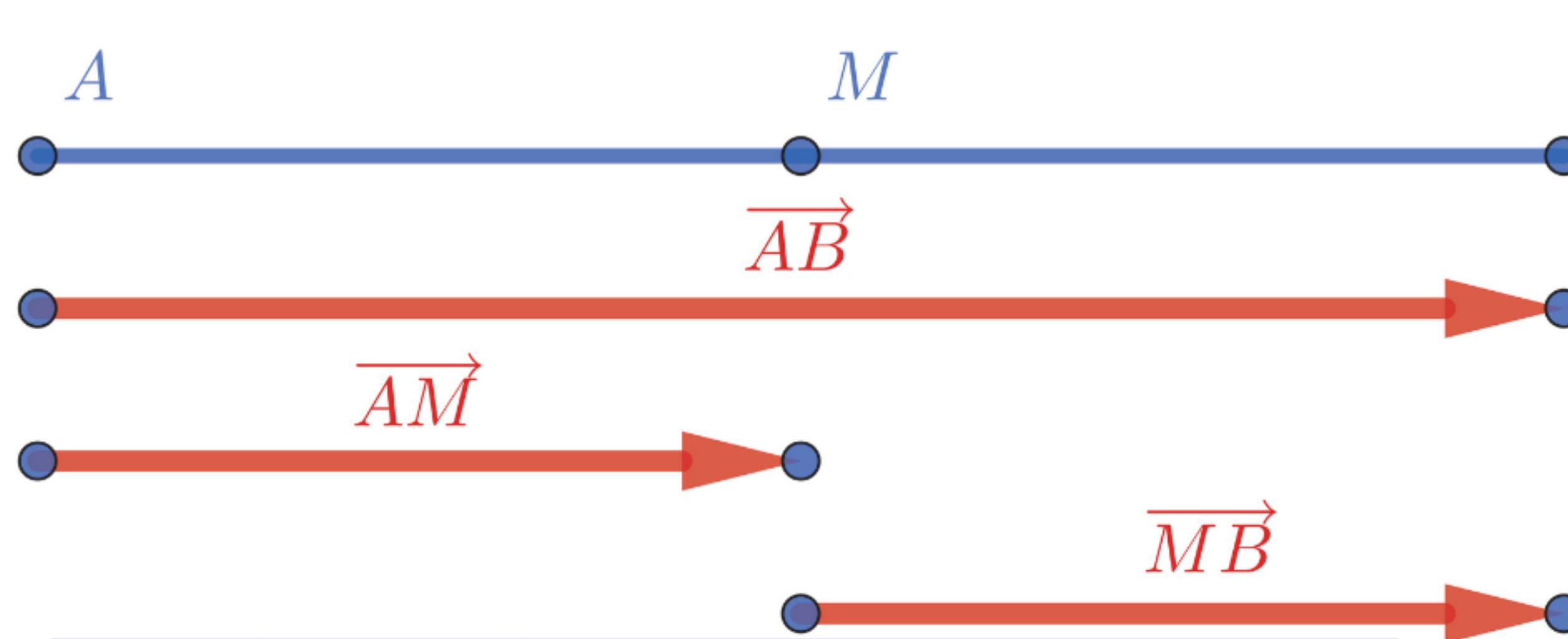


$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{MB} \Rightarrow \\ M - A &= B - M \Rightarrow \\ 2M &= B + A \Rightarrow\end{aligned}$$

\overrightarrow{AM} e \overrightarrow{MB} possuem módulo,
direção e sentido iguais!!

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

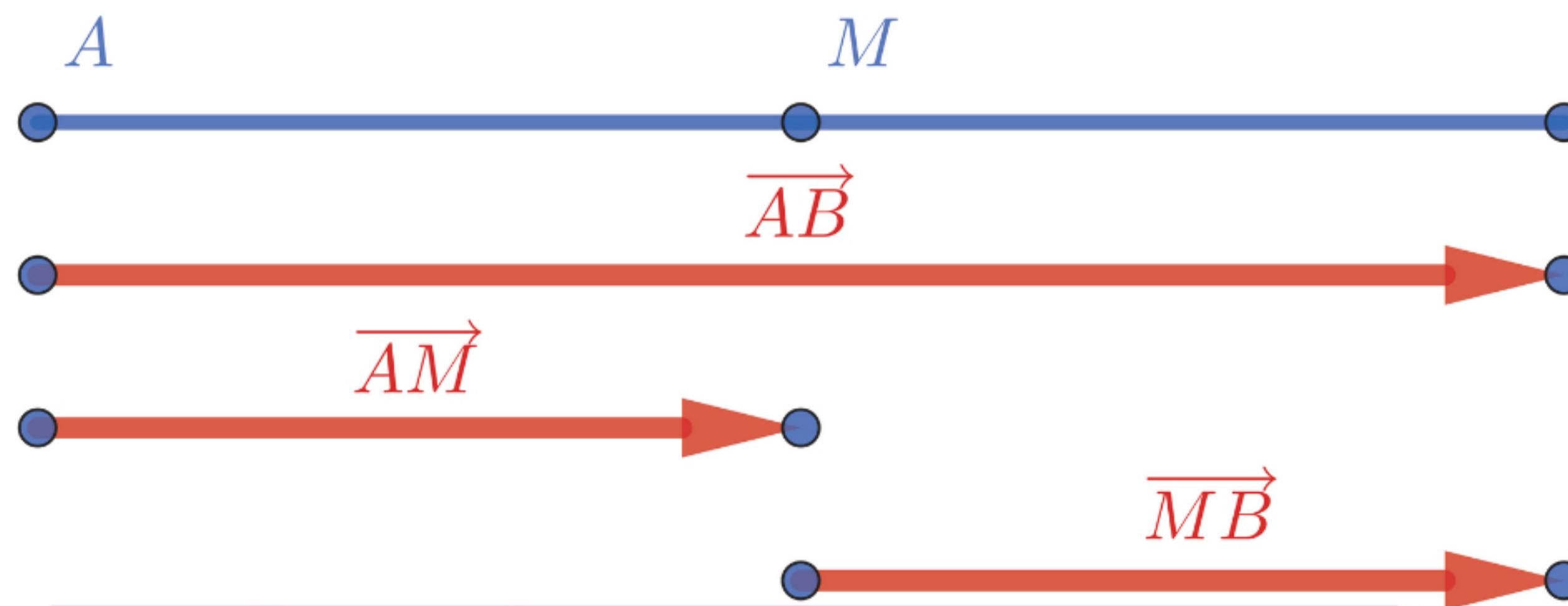


$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{MB} \Rightarrow \\ M - A &= B - M \Rightarrow \\ 2M &= B + A \Rightarrow \\ 2M &= (3, 5, -2) + (7, 0, 4) \Rightarrow \\ 2M &= (10, 5, 2) \Rightarrow\end{aligned}$$

\vec{AM} e \vec{MB} possuem módulo, direção e sentido iguais!!

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.

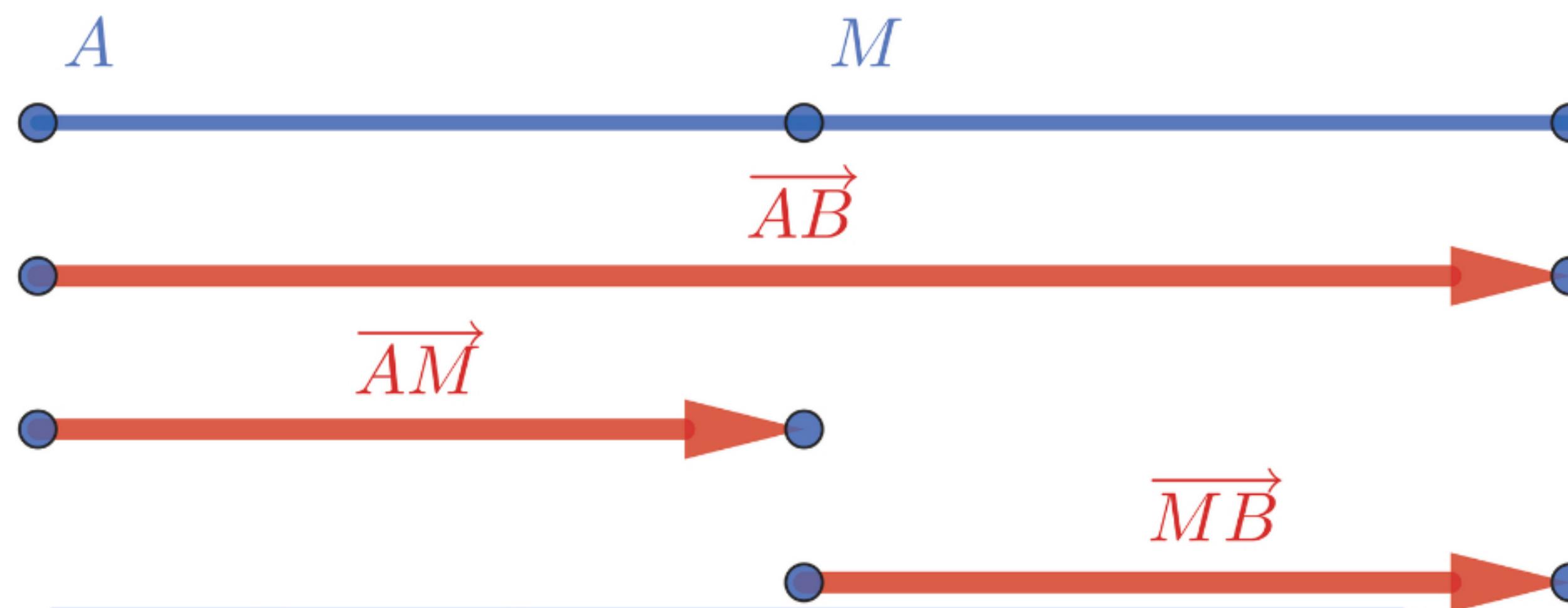


\overrightarrow{AM} e \overrightarrow{MB} possuem módulo,
direção e sentido iguais!!

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{MB} \Rightarrow \\ M - A &= B - M \Rightarrow \\ 2M &= B + A \Rightarrow \\ 2M &= (3, 5, -2) + (7, 0, 4) \Rightarrow \\ 2M &= (10, 5, 2) \Rightarrow \\ M &= (5, \frac{5}{2}, 1)\end{aligned}$$

EXERCÍCIO

Determine o ponto M que divide o segmento AB em duas partes iguais, sendo $A = (3, 5, -2)$ e $B = (7, 0, 4)$.



\overrightarrow{AM} e \overrightarrow{MB} possuem módulo,
direção e sentido iguais!!

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{MB} \Rightarrow \\ M - A &= B - M \Rightarrow \\ 2M &= B + A \Rightarrow \\ 2M &= (3, 5, -2) + (7, 0, 4) \Rightarrow \\ 2M &= (10, 5, 2) \Rightarrow\end{aligned}$$

$M = (5, \frac{5}{2}, 1)$ já é a resposta geométrica procurada.

MATERIAL ADICIONAL

Abaixo do link dos slides dessa videoaula, você terá links para ambientes geométricos nos quais você pode visualizar pontos e vetores em duas e três dimensões.



Fim!

A lista de exercícios está esperando sua visita.