1.8. Cálculo de determinante por escalonamento

Professores:

Alda Dayana Mattos Mortari

Christian Wagner

Giuliano Boava (autor e voz)

Felipe Augusto Tasca

Leandro Batista Morgado

María Rosario Astudillo Rojas

Mykola Khrypchenko

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Escalone as matrizes abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução I. Seguindo o algoritmo.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{3}{2}L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução 1. Seguindo o algoritmo.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{3}{2}L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix}$$

Solução 2. Evitando frações.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução I. Seguindo o algoritmo.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} L_3 \leftarrow L_3 + \tfrac{3}{5}L_2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução 1. Seguindo o algoritmo.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} L_3 \leftarrow L_3 + \tfrac{3}{5}L_2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix}$$

Solução 2. Evitando frações.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} L_3 \leftarrow 5L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -15 & 30 \end{bmatrix} L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução I. Seguindo o algoritmo.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{40}{7} & \frac{30}{7} \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução 2. Evitando frações com trocas de linhas.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow 3L_4 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -12 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 4.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftrightarrow L_4 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \det(E) \qquad \det(\tilde{E}) = 2 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot (-30) = 240$$

RECAPITULAÇÃO

Solução 3. Evitando frações multiplicando linhas por escalares.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 \leftarrow 7L_3 \\ L_4 \leftarrow 7L_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 7 & 21 & -35 \\ 0 & -7 & -49 & 35 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -40 & 30 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução 4. Evitando frações com trocas de linhas e multiplicação de linhas por escalares.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftrightarrow L_4 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

- O determinante de matrizes triangulares é o produto dos elementos da diagonal principal.

RECAPITULAÇÃO

O determinante de matrizes triangulares é o produto dos elementos da diagonal principal.

Matrizes quadradas que estão na forma escalonada são triangulares superiores.

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Calcule o determinante das matrizes abaixo.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{D} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad E_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad E_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\det(\tilde{A}) = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\det(\tilde{A}) = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17$$

$$\det(\hat{A}) = 2 \cdot 17 = 34$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\det(\tilde{A}) = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17$$

$$\det(\tilde{B}) = 1 \cdot 5 \cdot \frac{18}{5} = 18$$

$$\det(\hat{A}) = 2 \cdot 17 = 34$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\det(\tilde{A}) = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17 \qquad \det(\tilde{B}) = 1 \cdot 5 \cdot \frac{18}{5} = 18$$

$$\det(\hat{A}) = 2 \cdot 17 = 34 \qquad \det(\hat{B}) = 1 \cdot 5 \cdot 18 = 90$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \tilde{D} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \qquad E_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

Não confunda com os pivôs!!

$$\det(\tilde{C}) = (-1) \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \tilde{D} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \qquad E_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\det(\tilde{C}) = (-1) \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$\det(\tilde{D}) = (-1) \cdot 1 \cdot 4 \cdot (-2) = 8$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \tilde{D} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \qquad E_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\det(\tilde{C}) = (-1) \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$\det(\tilde{D}) = (-1) \cdot 1 \cdot 4 \cdot (-2) = 8$$

$$\det(E_1) = 2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \frac{6}{7} \cdot (-10) = 60$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$E_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad E_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

$$\det(E_2) = (-1) \cdot 1 \cdot 6 \cdot (-30) = 180$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$E_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad E_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

$$\det(E_2) = (-1) \cdot 1 \cdot 6 \cdot (-30) = 180$$

$$\det(E_3) = 2 \cdot (-7) \cdot 2 \cdot (-7) = 196$$

RECAPITULAÇÃO

Solução.

$$E_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad E_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

$$\det(E_2) = (-1) \cdot 1 \cdot 6 \cdot (-30) = 180$$

$$\det(E_3) = 2 \cdot (-7) \cdot 2 \cdot (-7) = 196$$

$$\det(E_4) = 2 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot (-30) = 240$$

RECAPITULAÇÃO

Propriedades do determinante.

Operação elementar	Relação entre os determinantes
$A \xrightarrow[L_i \leftrightarrow L_j]{\text{Tipo 1}} \tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$

RECAPITULAÇÃO

Propriedades do determinante.

Operação elementar			Relação entre os determinantes
A	**Tipo 1** $L_i \leftrightarrow L_j$	$\tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$
A	**Tipo 2** $L_i \leftarrow k \cdot L_i$	$\tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = k \cdot \det(A)$

RECAPITULAÇÃO

Propriedades do determinante.

Operação elementar			Relação entre os determinantes
A	**Tipo 1** $L_i \leftrightarrow L_j$	$\tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$
A	**Tipo 2** $L_i \leftarrow k \cdot L_i$	$\tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = k \cdot \det(A)$
A	**Tipo 3** $L_i \leftarrow L_i + k \cdot L_j$	$\tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = \det(A)$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar

Tipo 1

$$A \xrightarrow{L_i \leftrightarrow L_j} \tilde{A}$$

Relação entre os determinantes

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$$

Exemplos

A $\quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad$ $\tilde{A}$ $\qquad \det(A) = 10$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes

Tipo 1

$$A \xrightarrow{L_i \leftrightarrow L_j} \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$$

Exemplos

A $\quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad$ $\tilde{A}$ $\qquad \det(A) = 10$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot 10 = -10$$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes

Tipo 1

$$A \xrightarrow{L_i \leftrightarrow L_j} \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$$

Exemplos

$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = 10$

$A \quad L_2 \leftrightarrow L_4 \quad \tilde{A} \qquad \det(\tilde{A}) = -2$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot 10 = -10$$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes

Tipo 1

$$A \xrightarrow{L_i \leftrightarrow L_j} \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$$

Exemplos

$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = 10$

$A \quad L_2 \leftrightarrow L_4 \quad \tilde{A} \qquad \det(\tilde{A}) = -2$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot 10 = -10$$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A) \quad \Rightarrow$$

$$-2 = (-1) \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(A) = 2$$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes

Tipo 1

$$A \xrightarrow{L_i \leftrightarrow L_j} \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$$

Exemplos

$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = 10$

$A \quad L_2 \leftrightarrow L_4 \quad \tilde{A} \qquad \det(\tilde{A}) = -2$

$A \quad L_3 \leftrightarrow L_5 \quad \tilde{A}$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot 10 = -10$$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A) \quad \Rightarrow$$

$$-2 = (-1) \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(A) = 2$$

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot \det(A)$$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar

Tipo 2

$$A \xrightarrow{L_i \leftarrow k \cdot L_i} \tilde{A}$$

Relação entre os determinantes

$$\det(\tilde{A}) = k \cdot \det(A)$$

Exemplos

A $\quad L_2 \leftarrow 3 \cdot L_2 \quad$ $\tilde{A}$ $\quad \det(A) = -2$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes
$A \xrightarrow[L_i \leftarrow k \cdot L_i]{\text{Tipo 2}} \tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = k \cdot \det(A)$

Exemplos

$A \quad L_2 \leftarrow 3 \cdot L_2 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = -2$

$\det(\tilde{A}) = 3 \cdot (-2) = -6$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes
$A \xrightarrow[L_i \leftarrow k \cdot L_i]{\text{Tipo 2}} \tilde{A}$	$\det(\tilde{A}) = k \cdot \det(A)$

Exemplos

$A \quad L_2 \leftarrow 3 \cdot L_2 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = -2 \qquad \det(\tilde{A}) = 3 \cdot (-2) = -6$

$A \quad L_3 \leftarrow -5 \cdot L_3 \quad \tilde{A} \qquad \det(\tilde{A}) = 4$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes

Tipo 2

$$A \xrightarrow{L_i \leftarrow k \cdot L_i} \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = k \cdot \det(A)$$

Exemplos

$A \quad L_2 \leftarrow 3 \cdot L_2 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = -2$

$A \quad L_3 \leftarrow -5 \cdot L_3 \quad \tilde{A} \qquad \det(\tilde{A}) = 4$

$$\det(\tilde{A}) = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$\det(\tilde{A}) = -5 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow$$

$$4 = -5 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(A) = -\frac{4}{5}$$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar

Tipo 2

$$A \xrightarrow{L_i \leftarrow k \cdot L_i} \tilde{A}$$

Relação entre os determinantes

$$\det(\tilde{A}) = k \cdot \det(A)$$

Exemplos

$A \quad L_2 \leftarrow 3 \cdot L_2 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = -2$

$A \quad L_3 \leftarrow -5 \cdot L_3 \quad \tilde{A} \qquad \det(\tilde{A}) = 4$

$A \quad L_1 \leftarrow -\frac{3}{7} \cdot L_1 \quad \tilde{A}$

$$\det(\tilde{A}) = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$\det(\tilde{A}) = -5 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow$$

$$4 = -5 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(A) = -\frac{4}{5}$$

$$\det(\tilde{A}) = -\frac{3}{7} \cdot \det(A)$$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar

Tipo 3

$$A \xrightarrow{L_i \leftarrow L_i + k \cdot L_j} \tilde{A}$$

Relação entre os determinantes

$$\det(\tilde{A}) = \det(A)$$

Exemplos

$$A \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3 \cdot L_1 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = 12$$

$$\det(\tilde{A}) = 12$$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar

Tipo 3

$$A \xrightarrow{L_i \leftarrow L_i + k \cdot L_j} \tilde{A}$$

Relação entre os determinantes

$$\det(\tilde{A}) = \det(A)$$

Exemplos

$A \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3 \cdot L_1 \quad \tilde{A} \qquad \det(A) = 12 \qquad \det(\tilde{A}) = 12$

$A \quad L_4 \leftarrow L_4 + \frac{1}{3} \cdot L_2 \quad \tilde{A} \qquad \det(\tilde{A}) = 7 \qquad \det(A) = 7$

RECAPITULAÇÃO

Operação elementar	Relação entre os determinantes

Tipo 3

$$A \xrightarrow{L_i \leftarrow L_i + k \cdot L_j} \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = \det(A)$$

Exemplos

$A \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3 \cdot L_1 \quad \tilde{A}$ $\qquad \det(A) = 12$ $\qquad \det(\tilde{A}) = 12$

$A \quad L_4 \leftarrow L_4 + \frac{1}{3} \cdot L_2 \quad \tilde{A}$ $\qquad \det(\tilde{A}) = 7$ $\qquad \det(A) = 7$

$A \quad L_3 \leftarrow L_3 - \cdot L_2 \quad \tilde{A}$ $\qquad \det(\tilde{A}) = \det(A)$

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

(c) Qual é a relação entre det(A) e det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$\det(A) = 7$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\det(A) = 7 \qquad (-1) \cdot 7 = -7$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\det(A) = 7 \qquad (-1) \cdot 7 = -7 \qquad\qquad -7$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\det(A) = 7 \qquad (-1) \cdot 7 = -7 \qquad -7 \qquad (-1) \cdot (-7) = 7$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\det(A) = 7 \qquad (-1) \cdot 7 = -7 \qquad -7 \qquad (-1) \cdot (-7) = 7 \qquad 2 \cdot 7 = 14$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\det(A) = 7 \qquad (-1)\cdot 7 = -7 \qquad -7 \qquad (-1)\cdot(-7) = 7 \qquad 2\cdot 7 = 14$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$14$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\det(A) = 7 \qquad (-1)\cdot 7 = -7 \qquad -7 \qquad (-1)\cdot(-7) = 7 \qquad 2\cdot 7 = 14$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$14 \qquad \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{10}\cdot 14 = \frac{7}{30}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\det(A) = 7 \qquad (-1)\cdot 7 = -7 \qquad -7 \qquad (-1)\cdot(-7) = 7 \qquad 2\cdot 7 = 14$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$14 \qquad \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{10}\cdot 14 = \frac{7}{30} \qquad \det(\tilde{A}) = \frac{7}{30}$$

(a) Se det(A) = 7, quanto vale det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$-2$$

$$\det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$\frac{-2}{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10}} = -120 \qquad -2$$

$$\det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$-120$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$\frac{-2}{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10}} = -120 \qquad -2$$

$$\det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \dots$$

$$\frac{-120}{2} = -60 \qquad -120$$

$$\dots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$\frac{-2}{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10}} = -120 \qquad -2 \qquad \det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \ldots$$

$$\frac{-60}{-1} = 60 \qquad \frac{-120}{2} = -60 \qquad -120$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$\frac{-2}{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10}} = -120 \qquad -2 \qquad \det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \cdots$$

$$60 \qquad \frac{-60}{-1} = 60 \qquad \frac{-120}{2} = -60 \qquad -120$$

$$\cdots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$\frac{-2}{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10}} = -120 \qquad -2 \qquad \det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \cdots$$

$$\det(A) = \frac{60}{-1} = -60 \qquad 60 \qquad \frac{-60}{-1} = 60 \qquad \frac{-120}{2} = -60 \qquad -120$$

$$\cdots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

$$\frac{-2}{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10}} = -120 \qquad -2 \qquad \det(\tilde{A}) = -2$$

(b) Se det(Ã) = -2, quanto vale det(A) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(c) Qual é a relação entre det(A) e det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(c) Qual é a relação entre det(A) e det(Ã) ?

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \square \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \square \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \square \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \square \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad \square \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(c) Qual é a relação entre det(A) e det(Ã) ?

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10} \det(A)$$

RECAPITULAÇÃO

Exercício. Considere a sequência de operações elementares.

$$A \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{array} \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \tilde{A}$$

(c) Qual é a relação entre det(A) e det(Ã) ?

$$\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10} \det(A)$$

$$\det(\tilde{A}) = \frac{1}{30} \det(A)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

$$A \xrightarrow{\text{Escalonamento}} \tilde{A}$$

1. Escalonar a matriz recebida A.

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

$$A \xrightarrow{\text{Escalonamento}} \tilde{A}$$

1. Escalonar a matriz recebida A.

2. Montar a relação entre det(A) e det(Ã).

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

$$A \xrightarrow{\text{Escalonamento}} \tilde{A}$$

1. Escalonar a matriz recebida A.

2. Montar a relação entre det(A) e det(Ã).

3. Calcular det(Ã). Como Ã está na forma escalonada e, portanto, é triangular superior. Seu determinante é o produto dos elementos da diagonal principal.

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

$$A \xrightarrow{\text{Escalonamento}} \tilde{A}$$

1. Escalonar a matriz recebida A.

2. Montar a relação entre det(A) e det(Ã).

3. Calcular det(Ã). Como Ã está na forma escalonada e, portanto, é triangular superior. Seu determinante é o produto dos elementos da diagonal principal.

4. Usar relação do item 2 para encontrar det(A).

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Exemplo

$$A \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad L_3 \leftarrow 3L_3 \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{array} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

1. Escalonar matriz A.

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Exemplo

$$A \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad L_3 \leftarrow 3L_3 \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{array} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

1. Escalonar matriz A.

2. Relação entre det(A) e det(Ã). $\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot 3 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(\tilde{A}) = -3 \cdot \det(A)$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Exemplo

$$A \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad L_3 \leftarrow 3L_3 \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{array} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

1. Escalonar matriz A.

2. Relação entre det(A) e det(Ã). $\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot 3 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(\tilde{A}) = -3 \cdot \det(A)$

3. Calcular det(Ã). $\det(\tilde{A}) = 2 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot (-30) = 240$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Exemplo

$$A \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad L_3 \leftarrow 3L_3 \quad \ldots$$

$$\ldots \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{array} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

1. Escalonar matriz A.

2. Relação entre det(A) e det(Ã). $\det(\tilde{A}) = (-1) \cdot 3 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(\tilde{A}) = -3 \cdot \det(A)$

3. Calcular det(Ã). $\det(\tilde{A}) = 2 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot (-30) = 240$

4. Calcular det(A). $240 = -3 \cdot \det(A) \quad \Rightarrow \quad \det(A) = \dfrac{240}{-3} = -80$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Exercício. Calcule o determinante das matrizes abaixo usando escalonamento.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz A, solução 1.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{3}{2}L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} = \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = \det(A)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz A, solução 1.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{3}{2} L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} = \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = \det(A) \qquad \det(\tilde{A}) = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz A, solução 1.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{3}{2} L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & \frac{17}{2} \end{bmatrix} = \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = \det(A) \qquad \det(\tilde{A}) = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17$$

$$\det(A) = 17$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz A, solução 2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} = \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = 2 \cdot \det(A)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz A, solução 2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} = \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = 2 \cdot \det(A) \qquad \det(\tilde{A}) = 2 \cdot 17 = 34$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz A, solução 2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow 2L_2 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 17 \end{bmatrix} = \tilde{A}$$

$$\det(\tilde{A}) = 2 \cdot \det(A) \qquad \det(\tilde{A}) = 2 \cdot 17 = 34$$

$$34 = 2 \cdot \det(A) \qquad \det(A) = 17$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz B, solução 1.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 + \tfrac{3}{5}L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} = \tilde{B}$$

$$\det(\tilde{B}) = \det(B)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz B, solução 1.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 + \tfrac{3}{5}L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} = \tilde{B}$$

$$\det(\tilde{B}) = \det(B)$$

$$\det(\tilde{B}) = 1 \cdot 5 \cdot \frac{18}{5} = 18$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz B, solução 1.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 + \tfrac{3}{5}L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} \end{bmatrix} = \tilde{B}$$

$$\det(\tilde{B}) = \det(B) \qquad \det(\tilde{B}) = 1 \cdot 5 \cdot \frac{18}{5} = 18$$

$$\det(B) = 18$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz B, solução 2.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow 5L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -15 & 30 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} = \tilde{B}$$

$$\det(\tilde{B}) = 5 \cdot \det(B)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz B, solução 2.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow 5L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -15 & 30 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} = \tilde{B}$$

$$\det(\tilde{B}) = 5 \cdot \det(B) \qquad \det(\tilde{B}) = 1 \cdot 5 \cdot 18 = 90$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz B, solução 2.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow 5L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -15 & 30 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} = \tilde{B}$$

$$\det(\tilde{B}) = 5 \cdot \det(B) \qquad \det(\tilde{B}) = 1 \cdot 5 \cdot 18 = 90$$

$$90 = 5 \cdot \det(B) \qquad \det(B) = 18$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz C.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \tilde{C}$$

$$\det(\tilde{C}) = \det(C)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz C.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \tilde{C}$$

$$\det(\tilde{C}) = \det(C) \qquad \det(\tilde{C}) = (-1) \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz C.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \tilde{C}$$

$$\det(\tilde{C}) = \det(C) \qquad \det(\tilde{C}) = (-1) \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$\det(C) = 0$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz D.

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \tilde{D}$$

$$\det(\tilde{D}) = (-1) \cdot \det(D)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz D.

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \tilde{D}$$

$$\det(\tilde{D}) = (-1) \cdot \det(D)$$

$$\det(\tilde{D}) = (-1) \cdot 1 \cdot 4 \cdot (-2) = 8$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz D.

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \tilde{D}$$

$$\det(\tilde{D}) = (-1) \cdot \det(D)$$

$$8 = (-1) \cdot \det(D)$$

$$\det(\tilde{D}) = (-1) \cdot 1 \cdot 4 \cdot (-2) = 8$$

$$\det(D) = -8$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 1.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{40}{7} & \frac{30}{7} \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = \det(E)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 1.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{40}{7} & \frac{30}{7} \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = \det(E) \qquad \det(\tilde{E}) = 2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \frac{6}{7} \cdot (-10) = 60$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 1.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{7}L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - \frac{2}{7}L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{40}{7} & \frac{30}{7} \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 - \frac{20}{3}L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{7} & -\frac{15}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = \det(E) \qquad \det(\tilde{E}) = 2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \frac{6}{7} \cdot (-10) = 60$$

$$\det(E) = 60$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 2.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow 3L_4 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -12 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = (-1) \cdot (-1) \cdot 3 \cdot \det(E)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 2.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow 3L_4 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -12 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = (-1) \cdot (-1) \cdot 3 \cdot \det(E) \qquad \det(\tilde{E}) = (-1) \cdot 1 \cdot 6 \cdot (-30) = 180$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 2.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad L_1 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow 3L_4 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & -12 & 0 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = (-1) \cdot (-1) \cdot 3 \cdot \det(E)$$

$$\det(\tilde{E}) = (-1) \cdot 1 \cdot 6 \cdot (-30) = 180$$

$$180 = 3 \cdot \det(E)$$

$$\det(E) = 60$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 3.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow 7L_3 \\ L_4 \leftarrow 7L_4 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 7 & 21 & -35 \\ 0 & -7 & -49 & 35 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -40 & 30 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10} \cdot \det(E)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 3.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow 7L_3 \\ L_4 \leftarrow 7L_4 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 7 & 21 & -35 \\ 0 & -7 & -49 & 35 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -40 & 30 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10} \cdot \det(E) \qquad \det(\tilde{E}) = 2 \cdot (-7) \cdot 2 \cdot (-7) = 196$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 3.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow 7L_3 \\ L_4 \leftarrow 7L_4 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 7 & 21 & -35 \\ 0 & -7 & -49 & 35 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -40 & 30 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow \frac{1}{6}L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{10}L_4 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10} \cdot \det(E)$$

$$196 = \frac{49}{15} \cdot \det(E)$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot (-7) \cdot 2 \cdot (-7) = 196$$

$$\det(E) = 60$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 4.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftrightarrow L_4 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \det(E)$$

CÁLCULO DE DETERMINANTE POR ESCALONAMENTO

Matriz E, solução 4.

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -7 & -9 & 5 \\ 0 & -1 & -7 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 + 7L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftrightarrow L_4 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -30 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -30 \end{bmatrix} = \tilde{E}$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \det(E)$$

$$240 = 4 \cdot \det(E)$$

$$\det(\tilde{E}) = 2 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot (-30) = 240$$

$$\det(E) = 60$$

COMENTÁRIOS FINAIS

1. A matriz Ã pode ter determinante diferente para escalonamentos diferentes. Mas ao aplicar o método para calcular det(A), o resultado é o mesmo.

COMENTÁRIOS FINAIS

1. A matriz Ã pode ter determinante diferente para escalonamentos diferentes. Mas ao aplicar o método para calcular det(A), o resultado é o mesmo.

2. O comentário acima pode ajudar a identificar escalonamentos errados. Se dois escalonamentos levam a det(A) diferentes, então pelo menos um deles está errado.

COMENTÁRIOS FINAIS

3. Se houver algum 0 na diagonal principal da matriz $\tilde{A}$, então $\det(\tilde{A}) = \det(A) = 0$.

COMENTÁRIOS FINAIS

3. Se houver algum 0 na diagonal principal da matriz $\tilde{A}$, então $\det(\tilde{A}) = \det(A) = 0$.

4. A única forma de não haver 0 na diagonal principal da matriz $\tilde{A}$ é que todos os pivôs estejam na diagonal principal. Nesse caso, toda coluna tem pivô, e portanto, o posto da matriz é igual à ordem da matriz.

COMENTÁRIOS FINAIS

Juntado essas conclusões com a relação que já sabemos entre determinantes e inversa, ganhamos um novo teorema.

Teorema. Seja A uma matriz quadrada de ordem n. As três afirmações abaixo são equivalentes:

(i) A matriz A é invertível.

(ii) O determinante de A é diferente de 0.

(iii) posto(A) = n.

Fim!

A lista de exercícios está esperando sua visita.