



MTM3100 - Pré-cálculo

11ª lista de exercícios - Logaritmos

Última atualização: 11 de abril de 2021

1. Utilize a definição do logaritmo para determinar x .

(a) $\log_2 x = 5$ (b) $\log_2 16 = x$ (c) $\log_x 16 = 4$ (d) $\log_x 3 = -\frac{1}{3}$

2. A idade de um artefato antigo pode ser determinada pela quantidade de carbono-14 remanescente. Se D_0 é a quantidade original de carbono-14 e D é a quantidade remanescente, então a idade A (em anos) do artefato pode ser calculada por

$$A = -8267 \ln \left(\frac{D}{D_0} \right).$$

Determine a idade de um objeto cuja quantidade de carbono-14 remanescente é 73% da quantidade original.

3. Utilize as propriedades dos logaritmos para determinar o valor das expressões abaixo.

(a) $\log_3 \sqrt{27}$ (b) $\log_2 160 - \log_2 5$ (c) $\log 4 + \log 25$

4. Lembre-se que $1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$. Calcule

$$\log_{16} \left(\prod_{i=1}^{28} 256^i \right) = \log_{16} (256^1 \cdot 256^2 \dots 256^{28}).$$

5. Seja

$$S = \log_{10} \left(1 - \frac{1}{37} \right) + \log_{10} \left(1 - \frac{1}{38} \right) + \log_{10} \left(1 - \frac{1}{39} \right) + \log_{10} \left(1 - \frac{1}{40} \right) + \log_{10} 40.$$

Qual é o valor de 10^S ?

6. Simplifique $(\log_2 3)(\log_3 5)(\log_5 7)(\log_7 11)$.

7. O pH de uma substância X é dado em função da concentração $[H^+]_X$ de íons de hidrogênio na substância (em mol/L) pela fórmula

$$\text{pH}(X) = \log_{10} ([H^+]_X)^{-1}.$$

Suponha que um químico possui duas soluções A e B do mesmo ácido, de modo que $[H^+]_A = 779[H^+]_B$, ou seja, a concentração de íons de hidrogênio em A é 779 vezes maior que a concentração destes íons em B . Se ele fizer uma mistura M com partes iguais de A e B , o pH de M pode ser escrito como

$$\text{pH}(M) = \text{pH}(B) - \log_{10}(n),$$

para algum número n . Determine n .

8. Faça o gráfico das funções abaixo montando uma tabela de valores. Se necessário, use uma calculadora.

(a) $f(x) = \log_3 x$

(b) $g(x) = \log_{1/2} x$

9. Encontre o domínio das funções abaixo, isto é, o maior subconjunto de \mathbb{R} em que f está bem definida.

(a) $f(x) = \log(x + 3)$

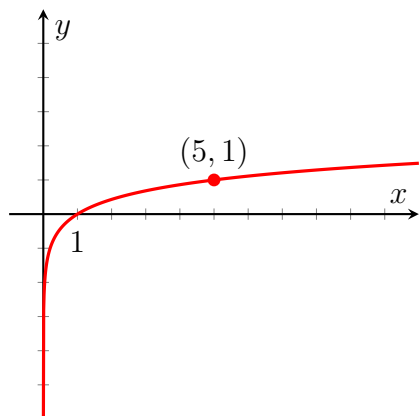
(b) $f(x) = \ln x + \ln(2 - x)$

(c) $f(x) = \ln(x - x^2)$

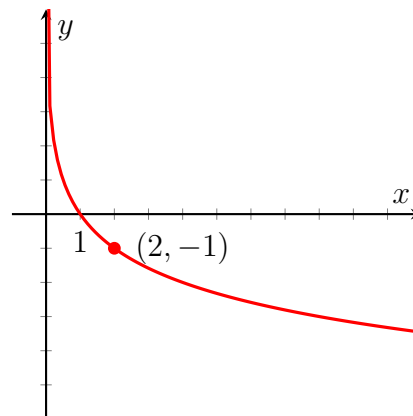
(d) $f(x) = \log_2(\log x)$

10. Encontre a função logarítmica $f(x) = \log_a x$ cujo gráfico está representado.

(a)



(b)



11. Utilize as técnicas para construção de gráficos para fazer o gráfico das funções abaixo.

(a) $f(x) = -\log x$

(b) $f(x) = \ln(x + 2)$

(c) $f(x) = \log_3(x - 1) - 2$

12. Sabe-se que $\log_{10} 2 \approx 0,30102$. Quantos dígitos possui 2^{173} quando escrito na representação decimal? Dica: note que $2^2 = 4$ tem um dígito e $1 < 2^2 < 10$, $2^5 = 32$ tem dois dígitos e $10 < 2^5 < 100$, já $2^7 = 128$ tem três dígitos e $100 < 2^7 < 1000$.

13. Seja $f : (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \log_a(x - 2) + 1$, para algum $a > 0$. Se $f(5) \approx 1,5645$, quanto vale $f(47)$, aproximadamente?



MTM3100 - Pré-cálculo

Gabarito da 11ª lista de exercícios

Logaritmos

Última atualização: 11 de abril de 2021

1.

(a) $x = 32$

(b) $x = 4$

(c) $x = 2$

(d) $x = \frac{1}{27}$

2. $A = -8267 \ln \left(\frac{0,73D_0}{D_0} \right) \cong 2602$ anos

3.

(a) $\frac{3}{2}$

(b) 5

(c) 2

4. 812

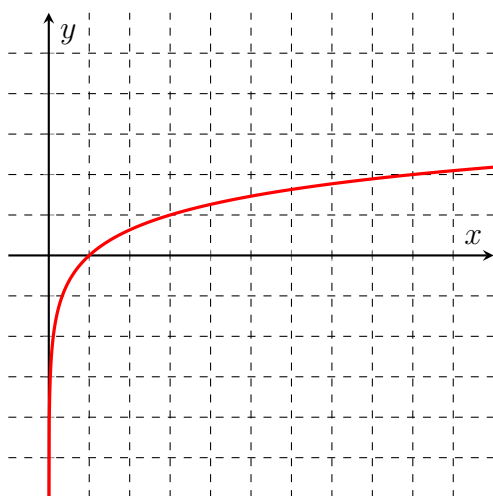
5. $10^S = 36$

6. $\log_2 11$

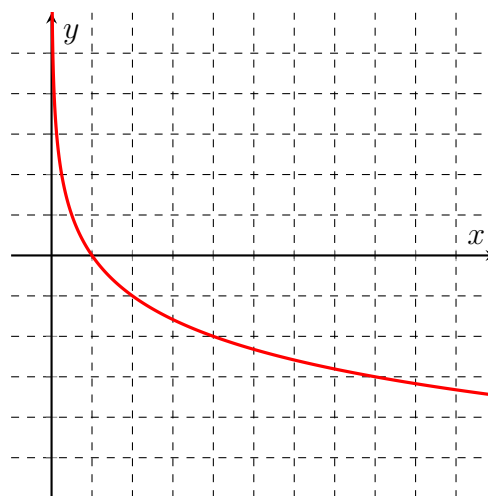
7. $n = 390$

8.

(a)



(b)



9.

(a) $\text{Dom}(f) = (-3, \infty)$

(b) $\text{Dom}(f) = (0, 2)$

(c) $\text{Dom}(f) = (0, 1)$

(d) $\text{Dom}(f) = (1, \infty)$

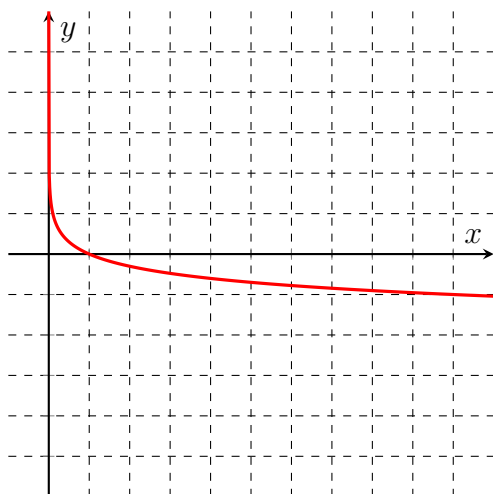
10.

(a) $f(x) = \log_5 x$

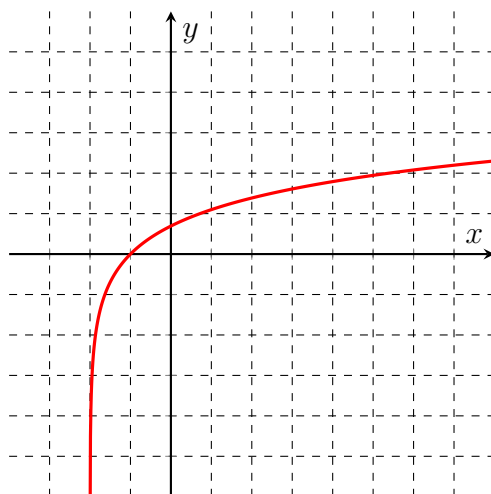
(b) $f(x) = \log_{1/2} x$

11.

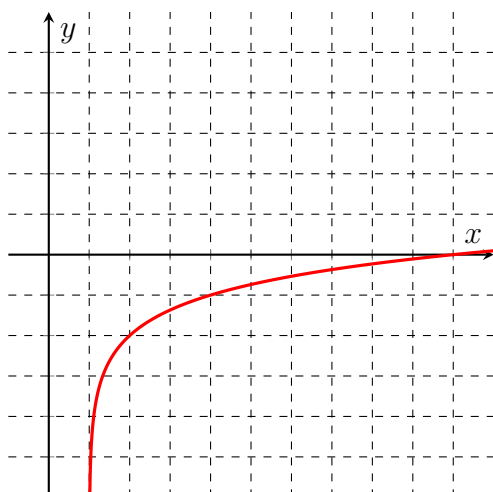
(a)



(b)



(c)



12. 53 dígitos

13. $f(47) \approx 3$