Redes de Petri

Prof. Dr. Márcio Castro
marcio.castro@ufsc.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

1 Introdução

Introdução

- **A década de 70 foi marcada pela crise do software**
  - Softwares produzidos eram de **baixa qualidade**
  - Não satisfaziam os **requisitos**
  - Projetos estouravam o **orçamento** e **prazos** previstos
- **A crise impulsionou a criação da área de engenharia de software**
  - Metodologias para **auxiliar** o desenvolvimento de software

Engenharia de requisitos	*Entender o problema (e não como resolvê-lo)*
Projeto	*Arquitetar o software sem programá-lo*
Implementação	*Desenvolver o software seguindo os requisitos e o projeto*
Testes	*Realizar testes de validação*

Introdução

- **Métodos formais**
  - Utilizam técnicas e modelos para representar aspectos inerentes a sistemas

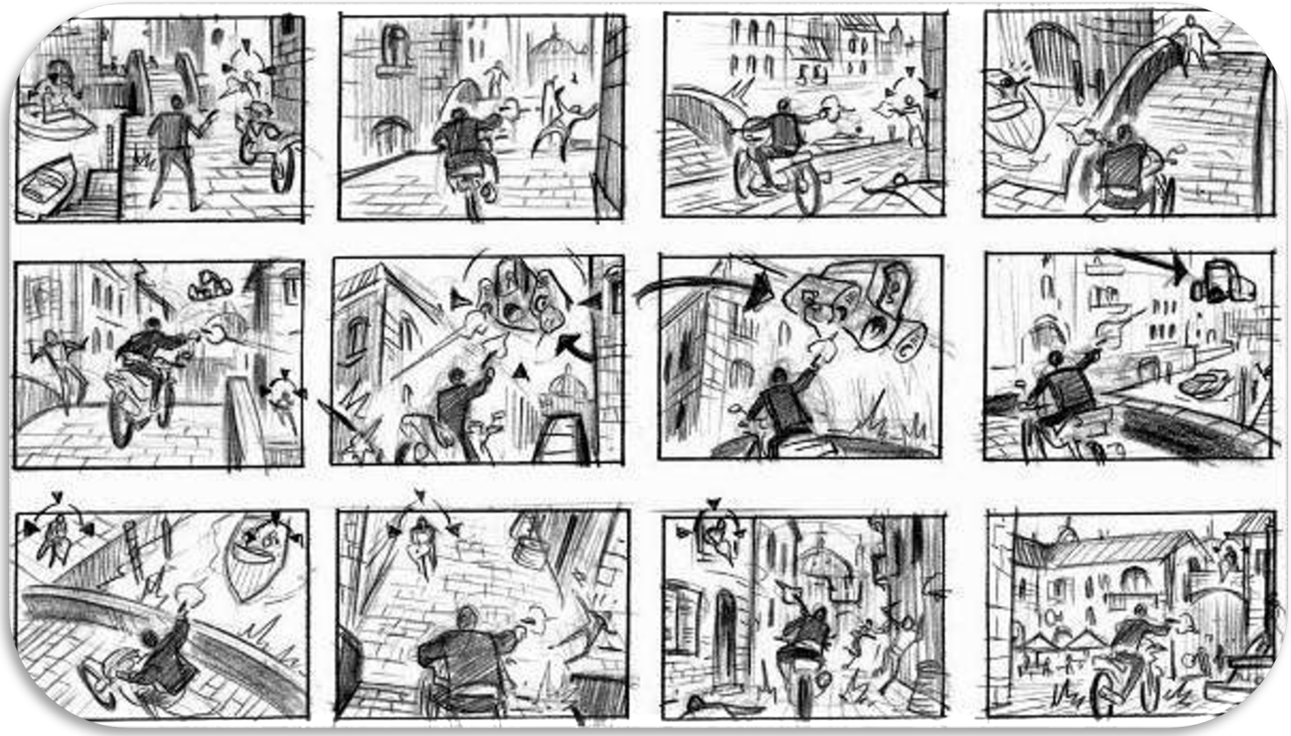
- **Vantagens dos métodos formais**
  - Permitir que se faça uma **síntese** de um **problema** e de suas **soluções**
  - Possibilidade de se poder realizar uma **análise** e obter **resultados relevantes** sobre a operação do sistema, **antes de ter atingido a fase de implementação**
  - Determinar se uma solução irá **funcionar ou não na prática**

Introdução

- **A modelagem é sempre uma aproximação da realidade**
  - Um modelo nunca reproduz fielmente o sistema real
- **Razões**
  - Falta de conhecimento do sistema real
  - Limitações da técnica de representação
  - Simplificação de detalhes irrelevantes para o tipo de estudo ou desenvolvimento

Introdução

Exemplos de modelagem



Introdução

- **Estados**
  - Representam **patamares de operação** de um sistema
  - São importantes para a **evolução do comportamento do sistema**
  - Um estado pode representar uma **combinação de fatores**

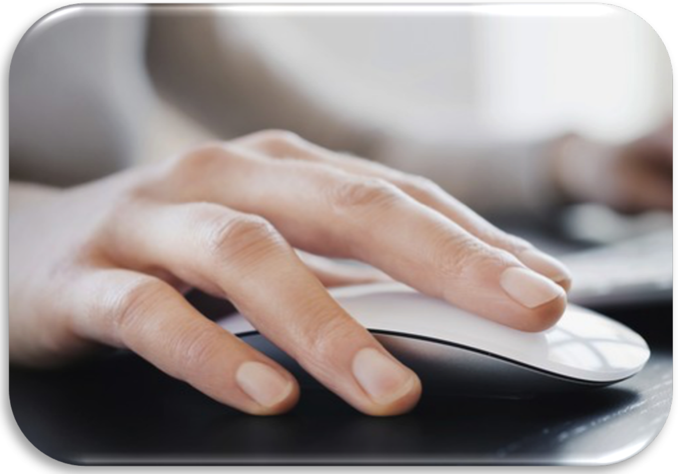
Estados: vermelho, amarelo e verde

Estados: novo e quebrado

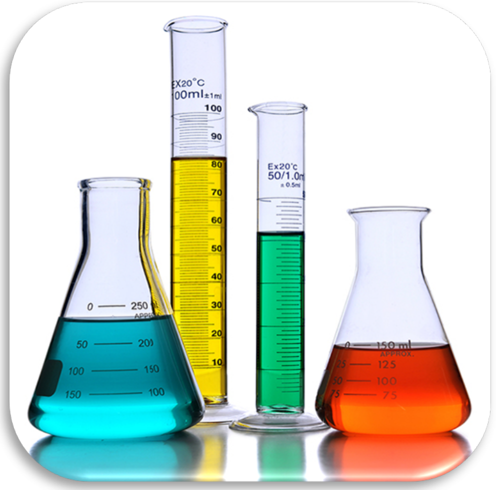
Estados: combinações de valores de contraste, brilho, cor, nitidez, ...

Introdução

- **Transições**
  - Representam **eventos** que podem causar **alterações no estado de um sistema**



Clique em um botão do mouse



Mistura de dois elementos químicos

Alteração do valor de uma grandeza física

2 Conceitos básicos

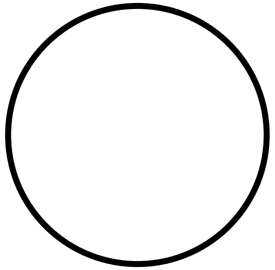
Redes de Petri

- **Origem das Redes de Petri**
  - Desenvolvidas por **Carl Adam Petri em 1962** para permitir a **modelagem de sistemas a eventos discretos**
  - Aplicação-alvo eram os **sistemas automatizados para manufatura**
- **O seu potencial motivou a aplicação a outros tipos de sistemas**
  - Protocolos de comunicação
  - Algoritmos distribuídos

Redes de Petri

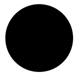
- Permitem **modelar** e **avaliar** sistemas a eventos discretos para fins de aprendizagem ou desenvolvimento
- **Método formal**: além da sintaxe, existe um **formalismo matemático** sobre o qual se apoia a semântica de funcionamento
- É possível simular ou **avaliar propriedades de sistemas** cujos modelos tenham sido realizados em Redes de Petri

Elementos básicos de uma Rede de Petri



Lugar

Pré- ou **pós-condição** de eventos

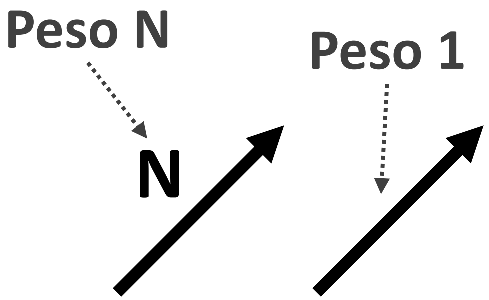


Ficha

São **dispostas nos lugares** para indicar um **estado do sistema**

Transição

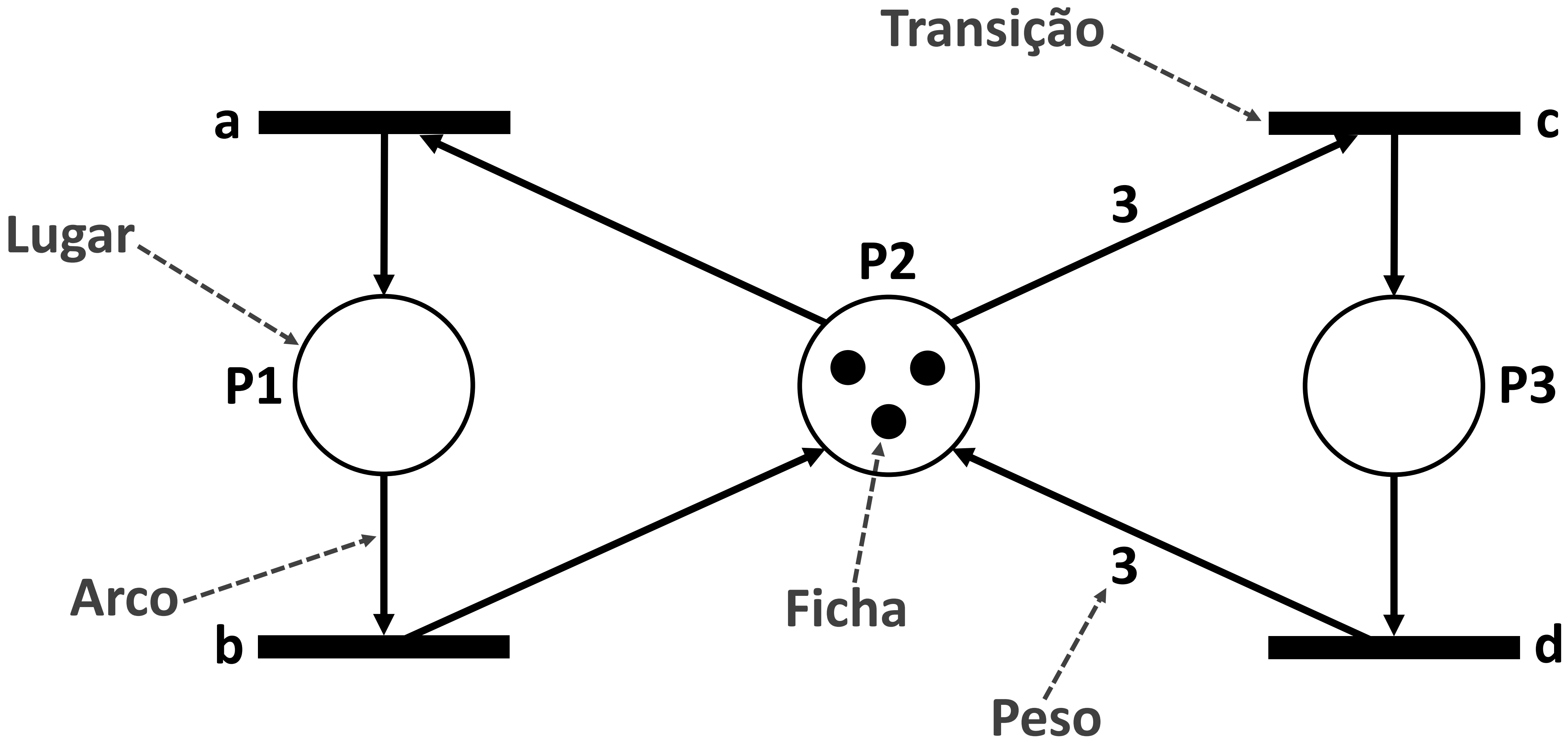
Eventos do sistema



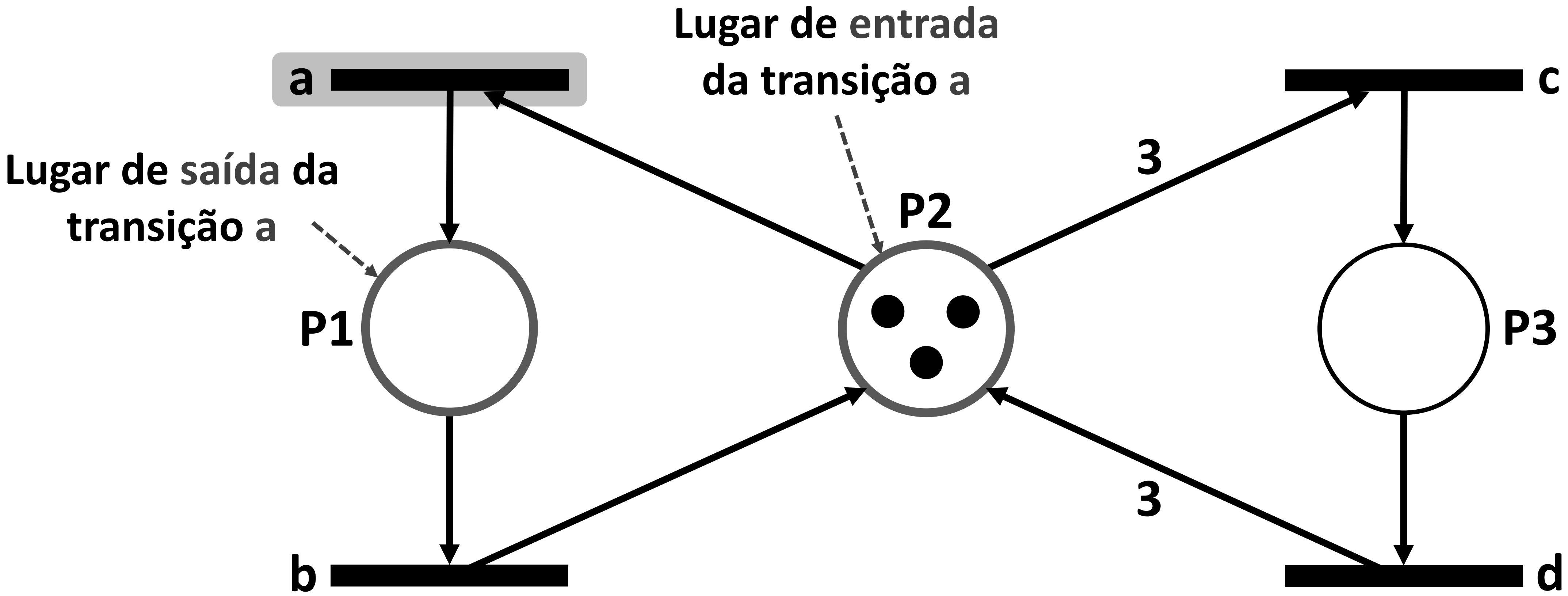
Arco

Relacionam **lugares** a **transições**

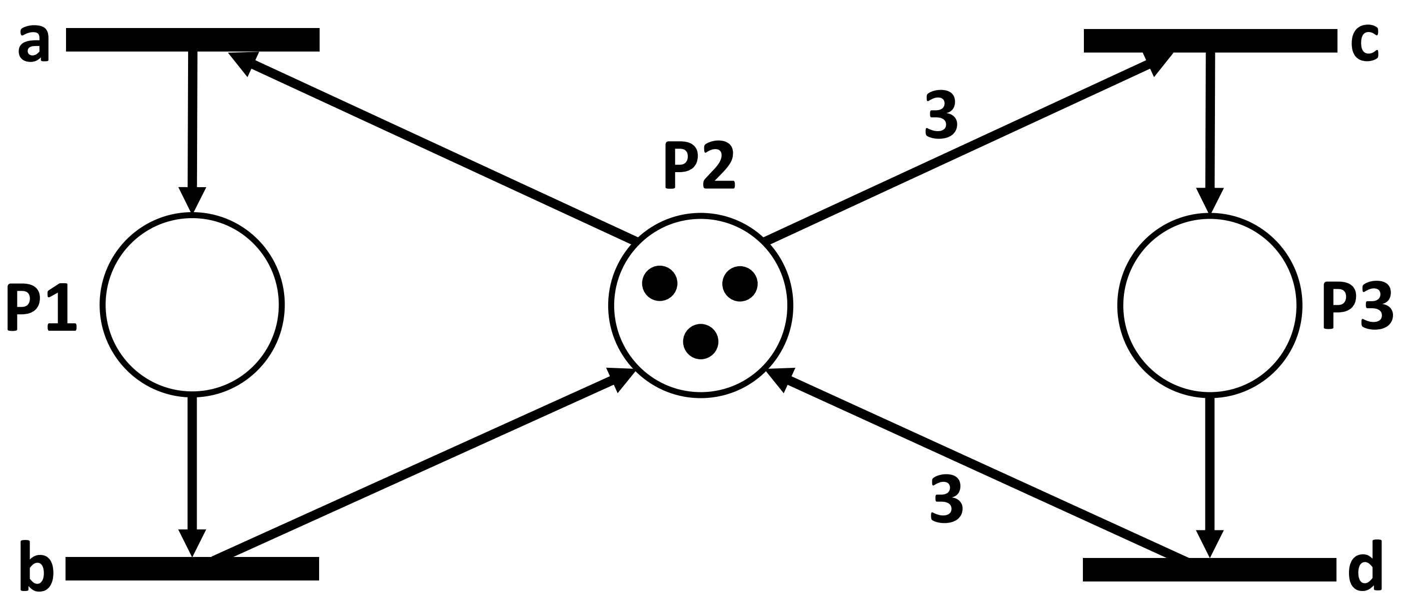
Exemplo de uma Rede de Petri



Lugares de entrada e de saída de transições



Notação matricial: exemplo 1



$$
\text{Pré} = \begin{array}{c} \\ P1 \\ P2 \\ P3 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}
$$

Lugares de entrada

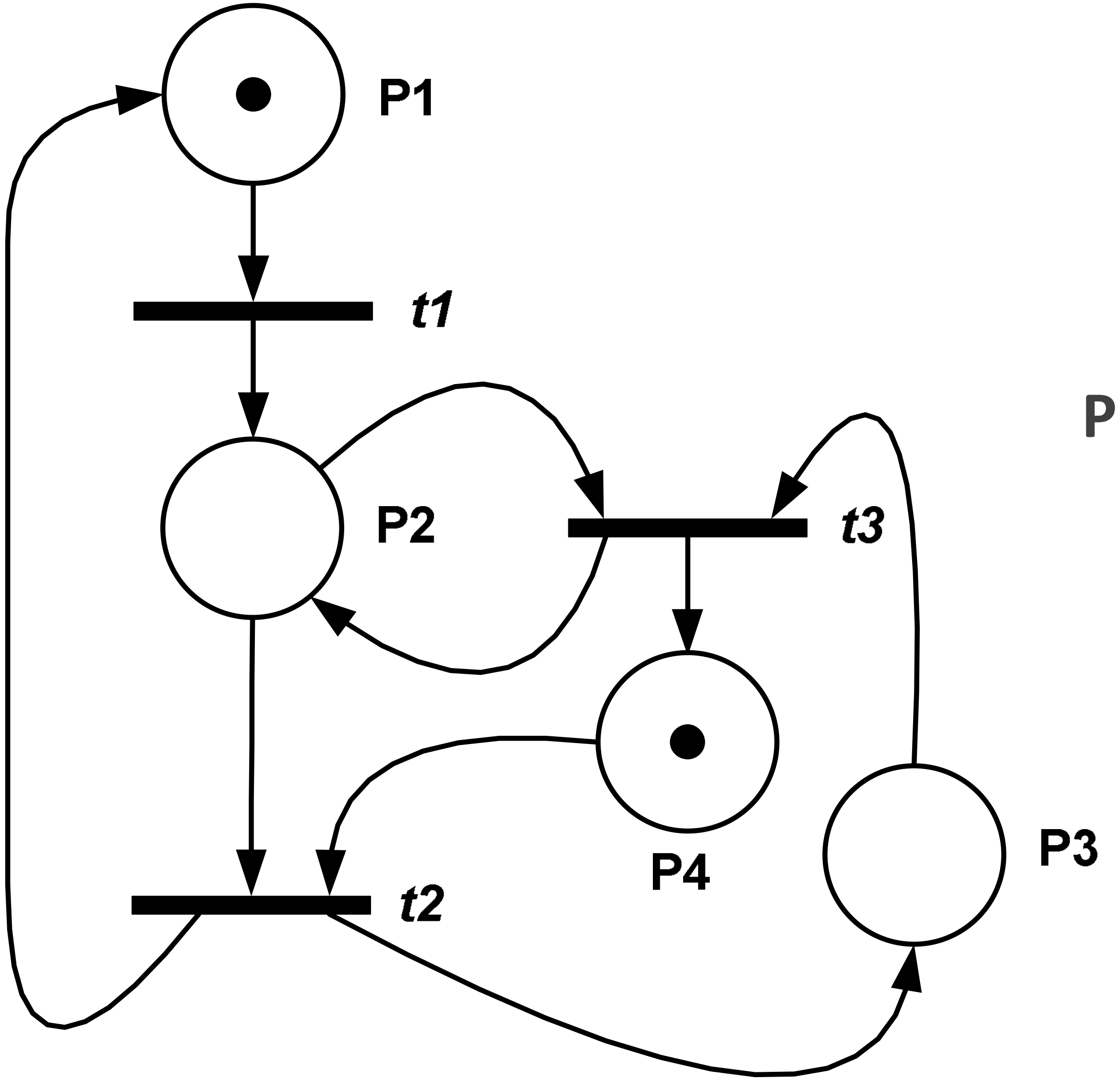
$$
\text{Pós} = \begin{array}{c} \\ P1 \\ P2 \\ P3 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$

Lugares de saída

$$
M = \begin{array}{c} P1 \\ P2 \\ P3 \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

Marcação

Notação matricial: exemplo 2



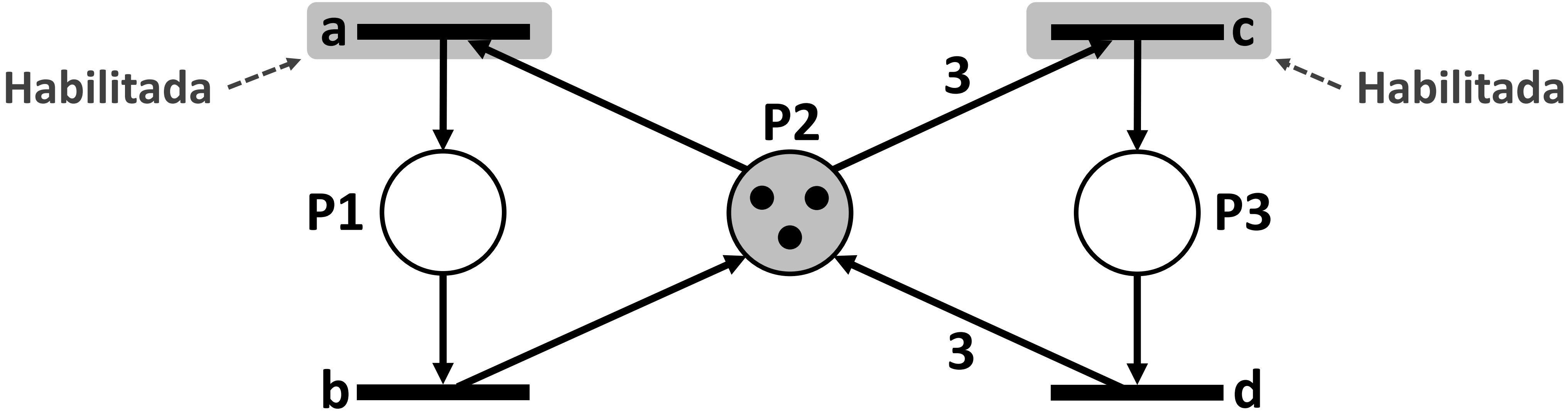
$$\text{Pré} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{Pós} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3 Funcionamento

Regras de disparo de transições

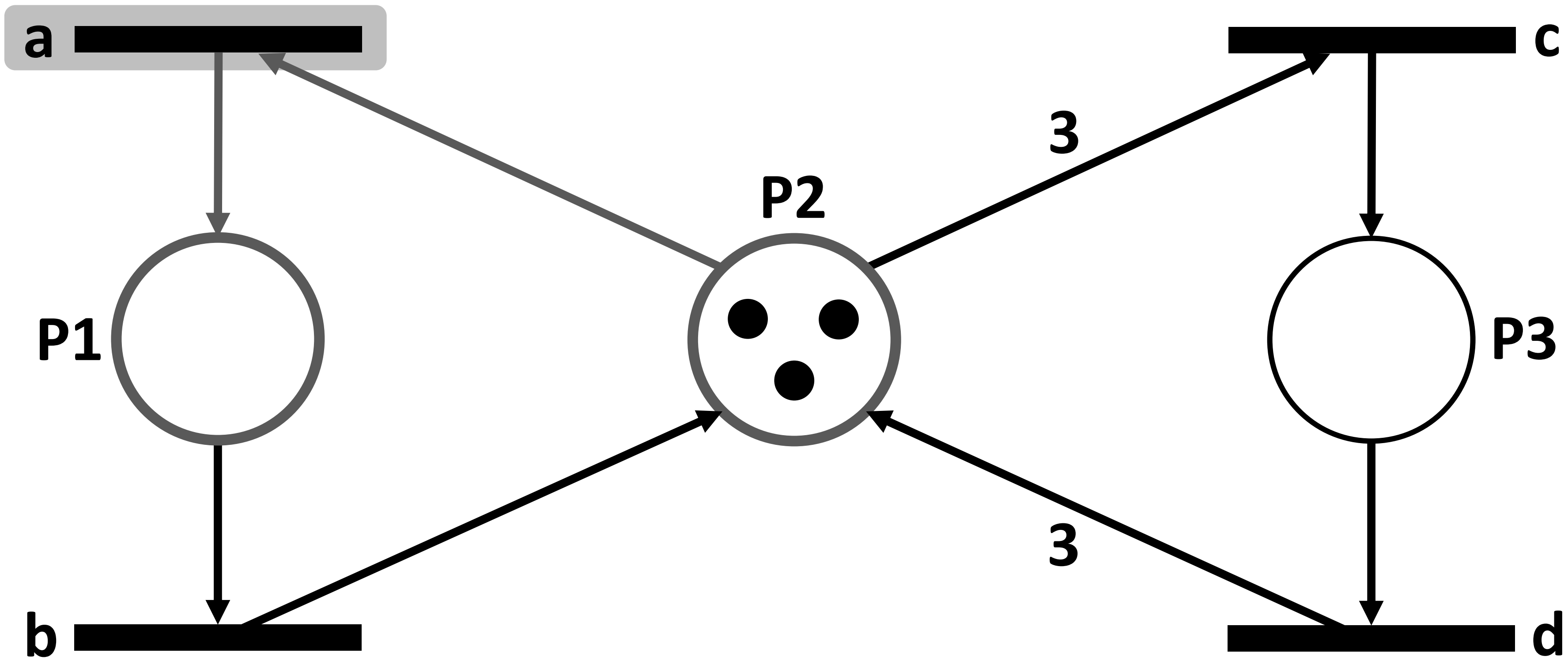
- Para que uma transição possa ser **disparada**, ela precisa estar **habilitada**
- **Transições habilitadas**: quando a **quantidade** de fichas em **cada lugar de entrada** é **igual ou superior** ao **peso do arco** que liga o lugar à transição
- Em um dado momento, **diversas transições podem estar habilitadas**



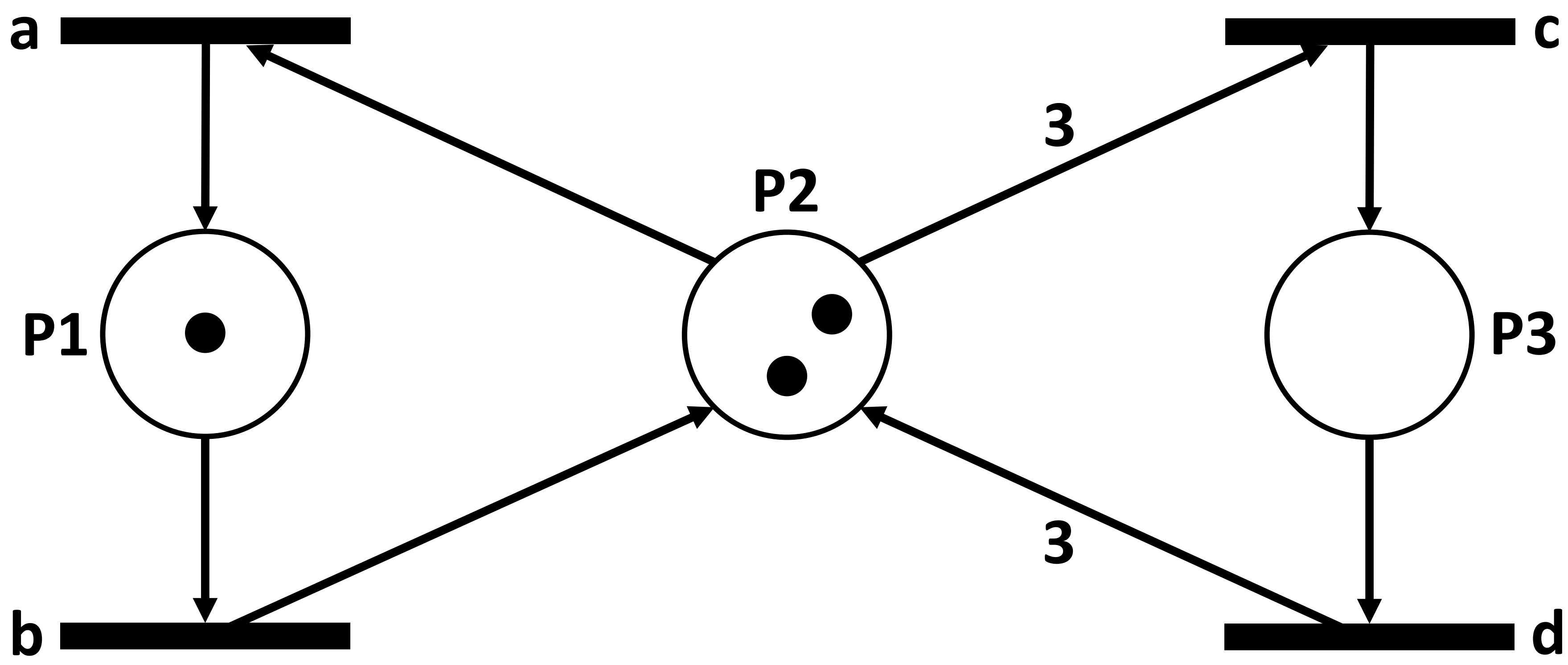
Regras de disparo de transições

1. Somente transições **habilitadas podem disparar**
2. Apenas **uma transição habilitada** pode disparar **por vez**
3. O disparo de uma transição causa **alterações** no **posicionamento das fichas nos lugares**
   - 3.1 São **retiradas** N **fichas** de cada lugar de **entrada**, onde N é o peso do arco que conecta o **lugar à transição**
   - 3.2 São **depositadas** M **fichas** em cada lugar de **saída**, onde M é o peso do arco que conecta a **transição ao lugar**

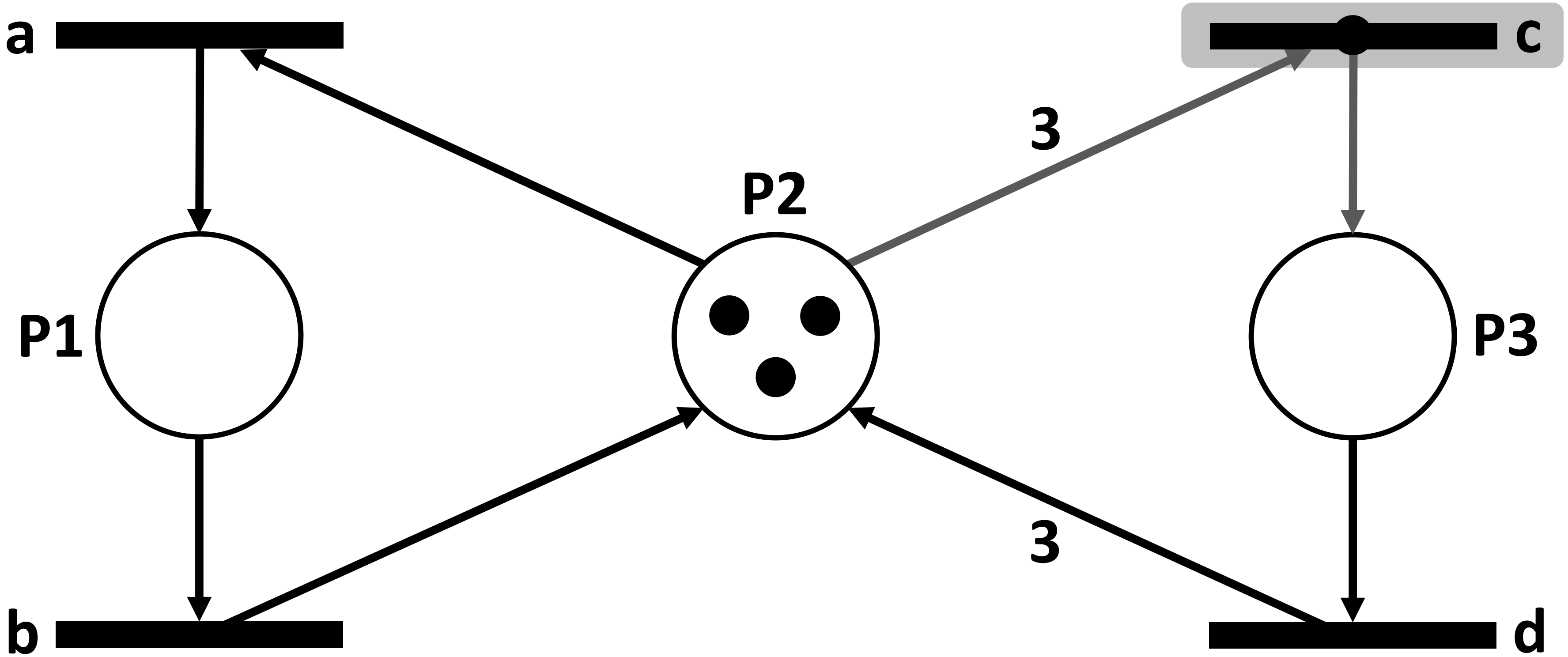
Exemplo: disparo da transição “a”



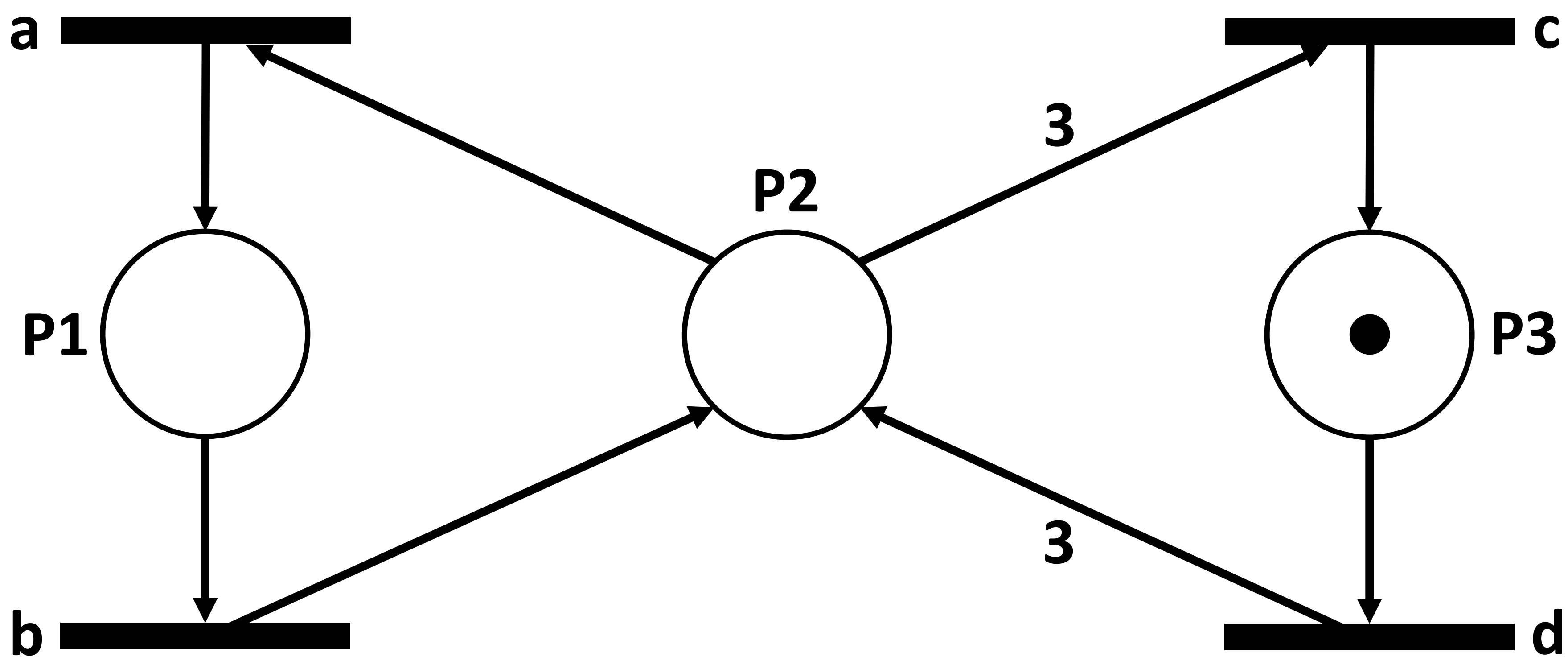
Exemplo: disparo da transição “a”



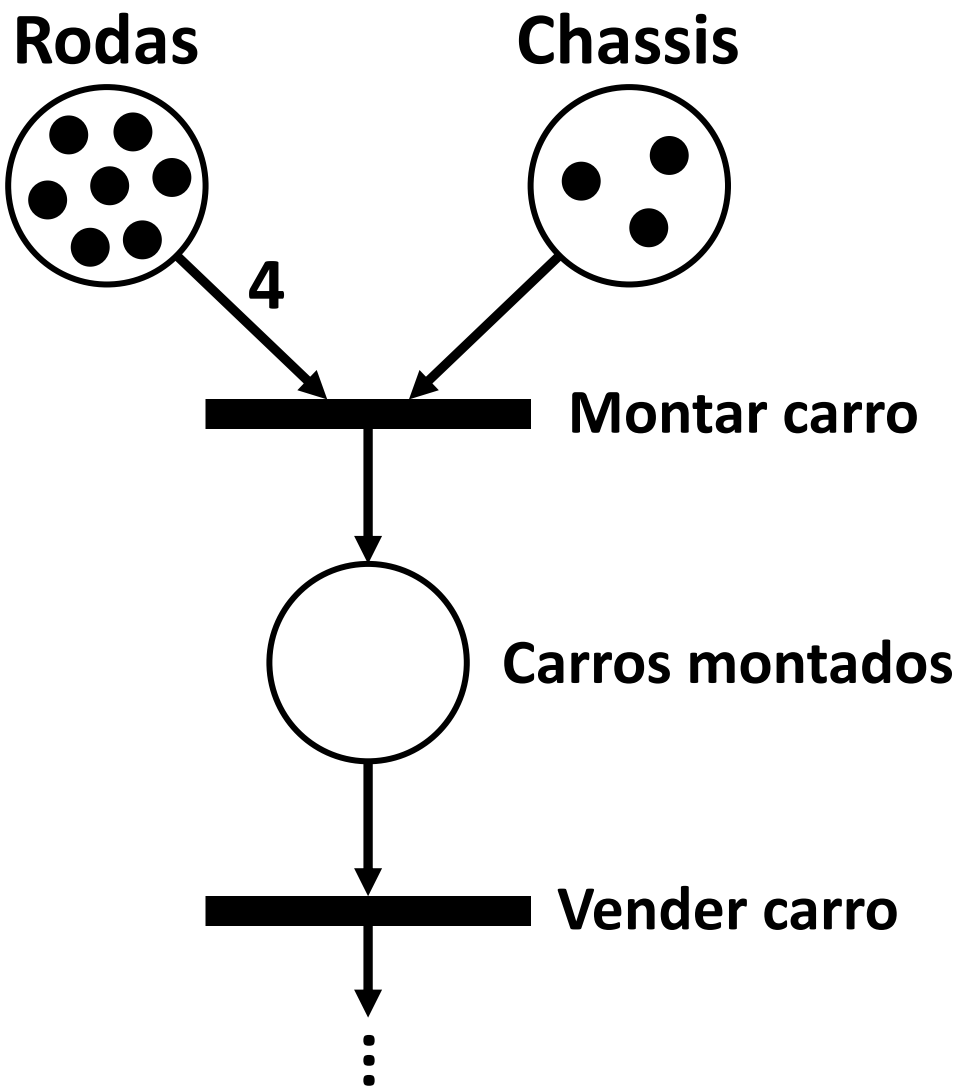
Exemplo: disparo da transição "c"



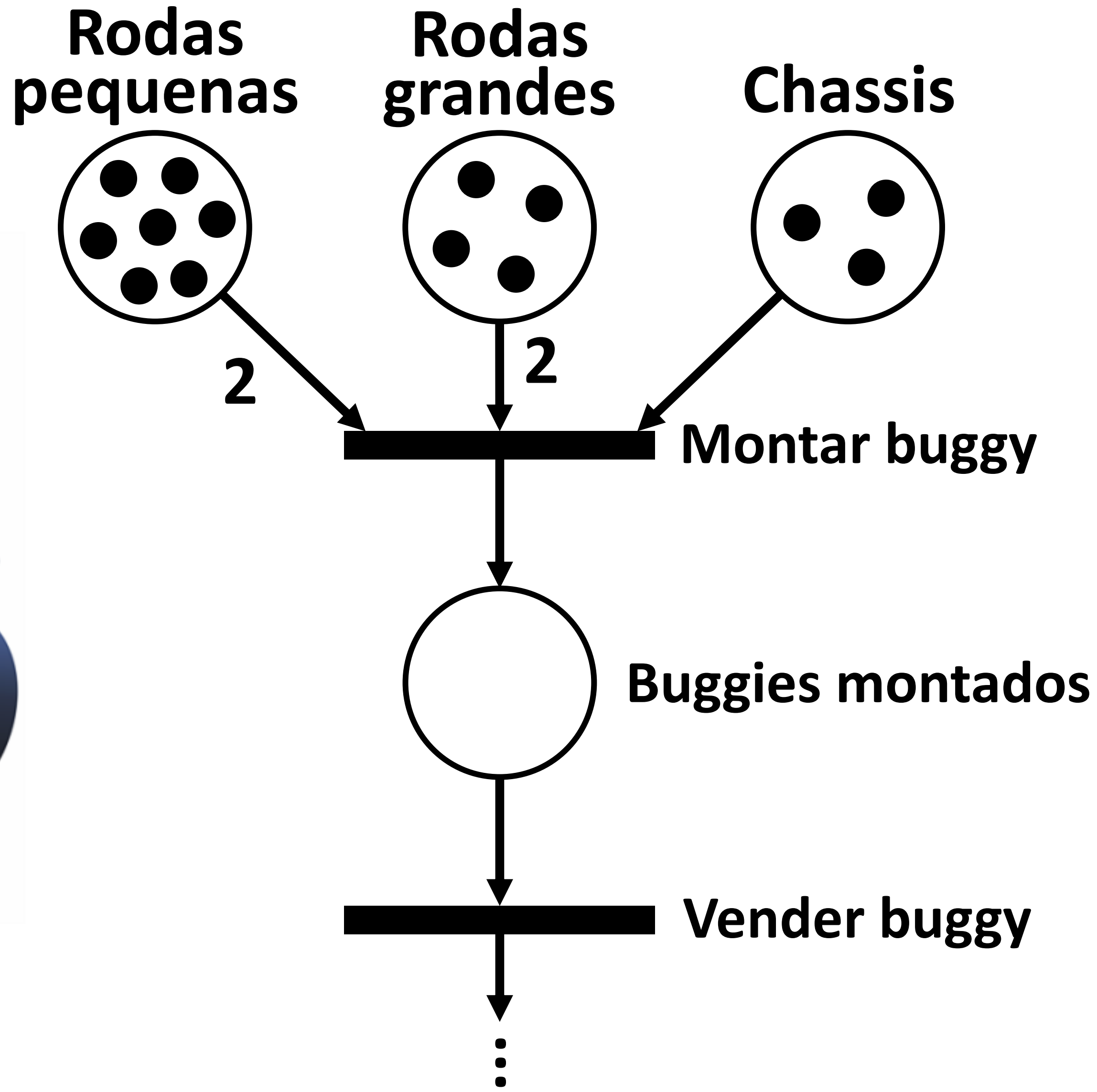
Exemplo: disparo da transição “c”



Exemplo de modelagem: montagem de um carro



Exemplo de modelagem: montagem de um buggy



4 Grafo de marcações

Grafo de marcações

- **Marcação**: termo utilizado para designar o **posicionamento** das **fichas** nos **lugares**
  - Corresponde a um **estado do sistema**
  - O **disparo** de uma transição pode resultar em uma **modificação na marcação**

- **Marcação inicial**: configuração **inicial** das fichas nos lugares
  - Representa o **estado inicial do sistema**

Grafo de marcações

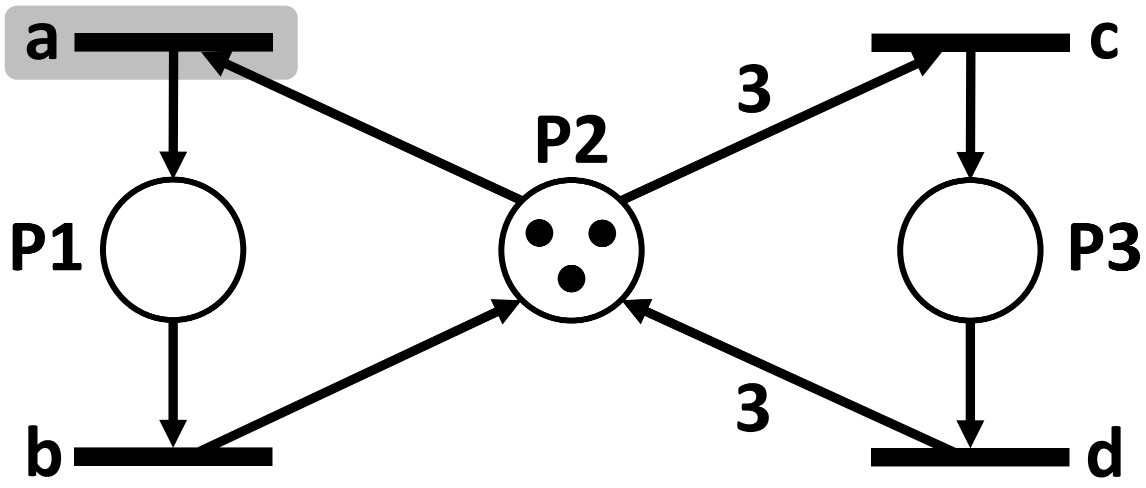
- O **grafo de marcações** permite **visualizar** todas as marcações que podem ser atingidas a **partir de uma marcação inicial**
- Considera **todos os disparos possíveis** de cada transição

Exemplo de uma marcação em uma Rede de Petri com 3 lugares

$$\text{Lugares}\ \left\{\begin{bmatrix}0\\2\\1\end{bmatrix}\right. \qquad \text{Fichas}$$

Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



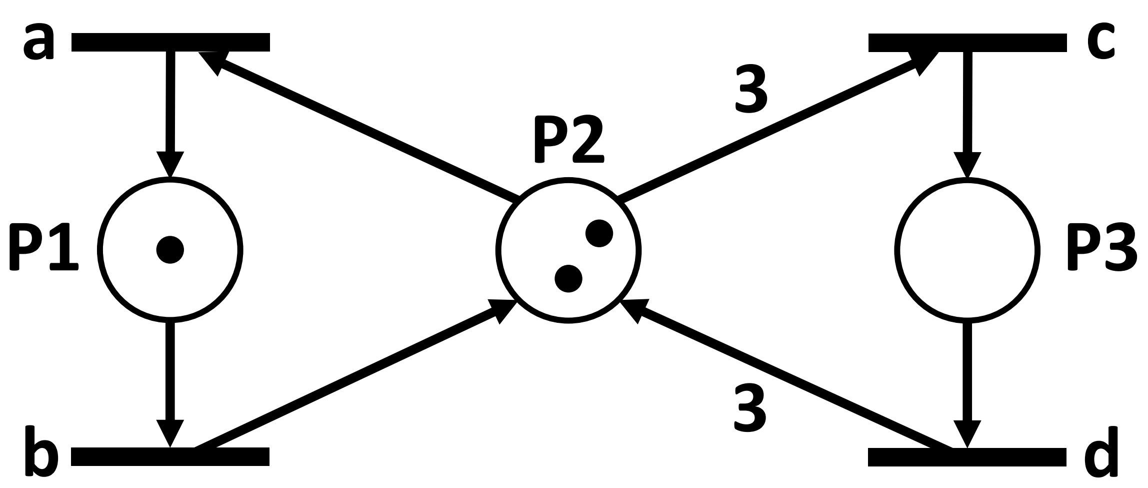
Marcação atual $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de Marcações

$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

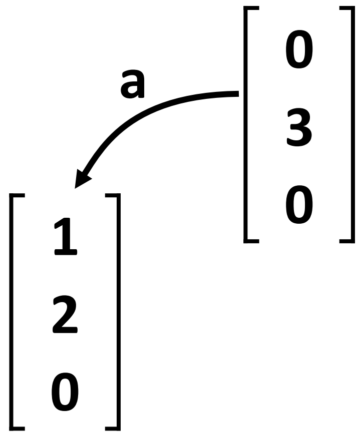
Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



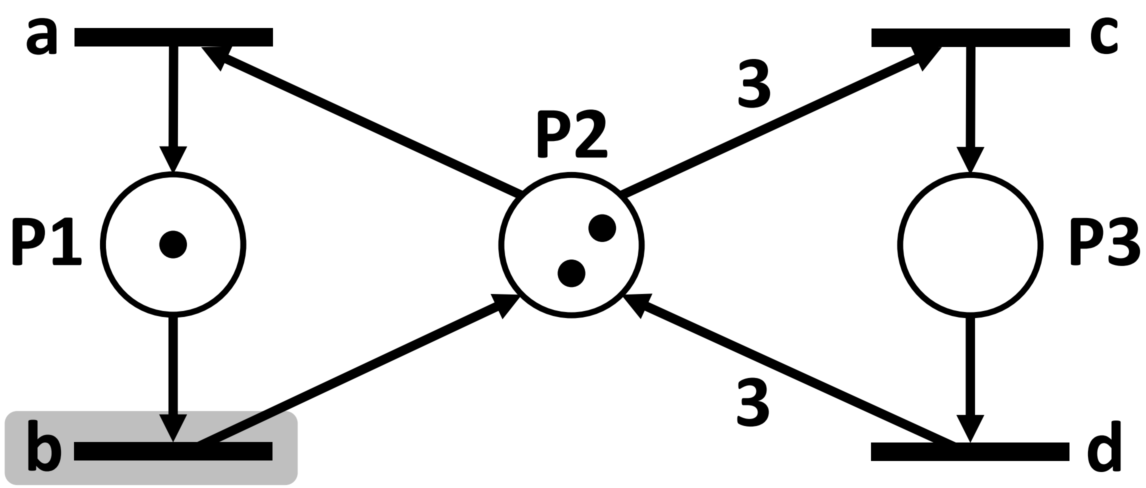
Marcação atual $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de Marcações



Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



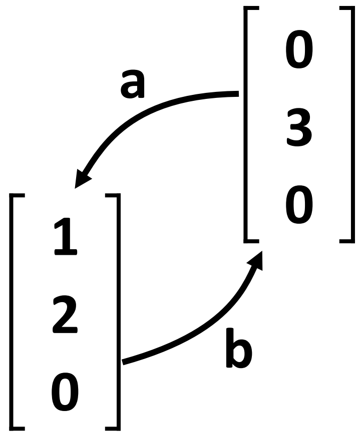
Marcação atual $\begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}$

Grafo de Marcações

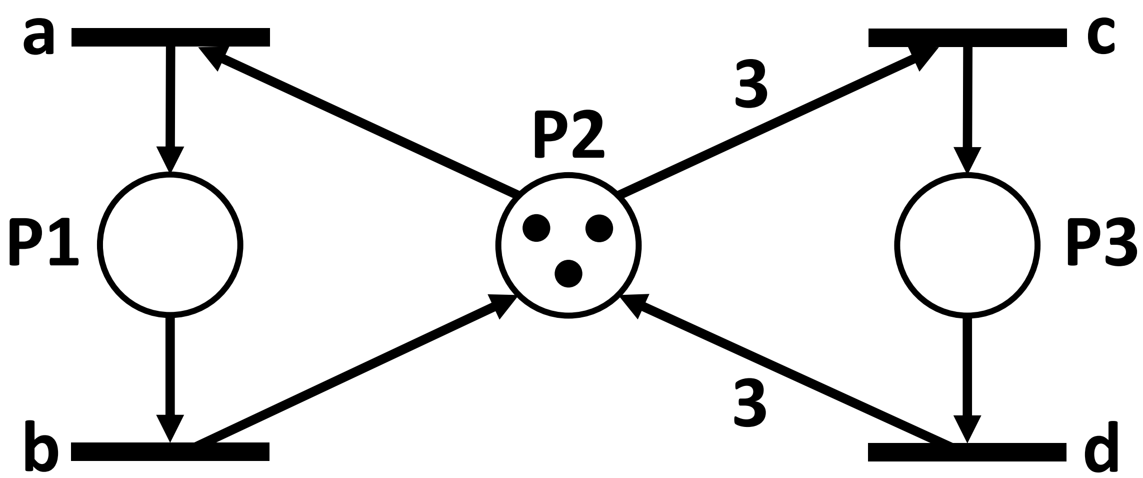
$$\begin{bmatrix}0\\3\\0\end{bmatrix} \xrightarrow{a} \begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}$$

Grafo de marcações: exemplo 1

Grafo de Marcações



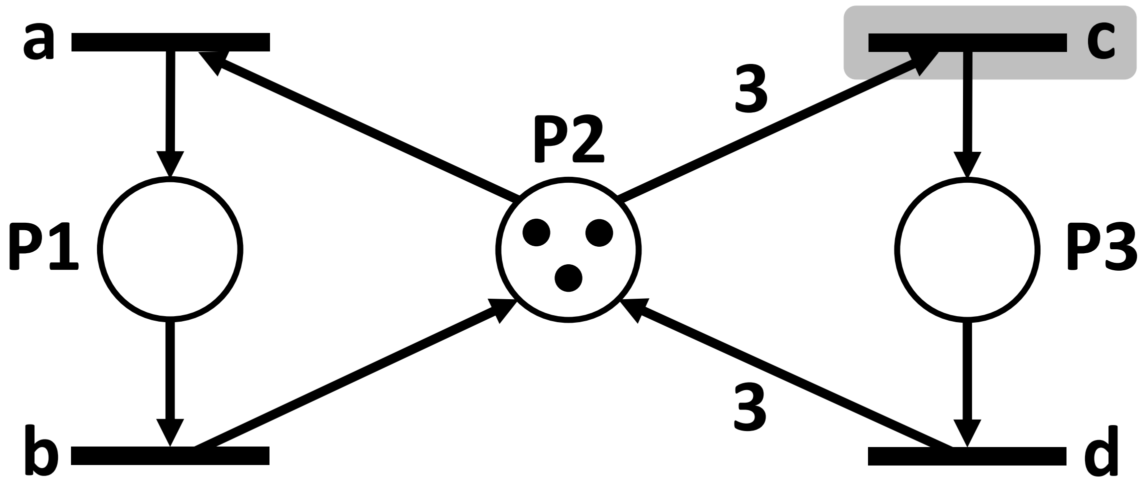
Rede de Petri



Marcação atual $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

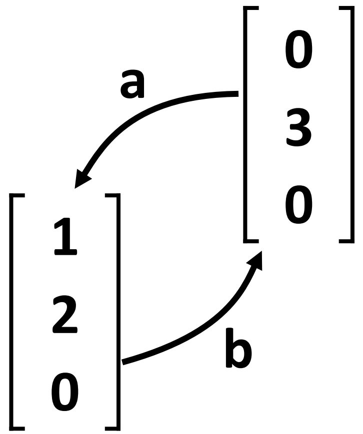
Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



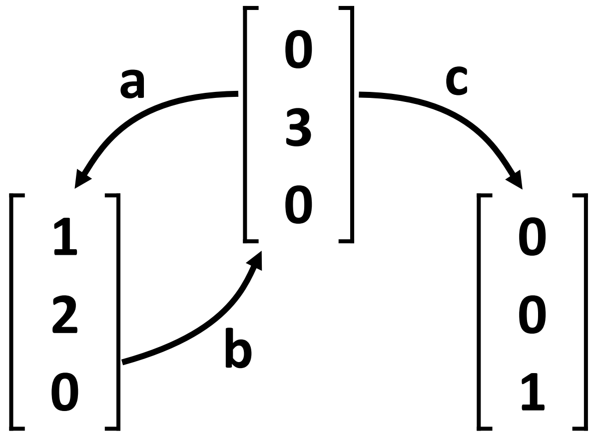
Marcação atual $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de Marcações

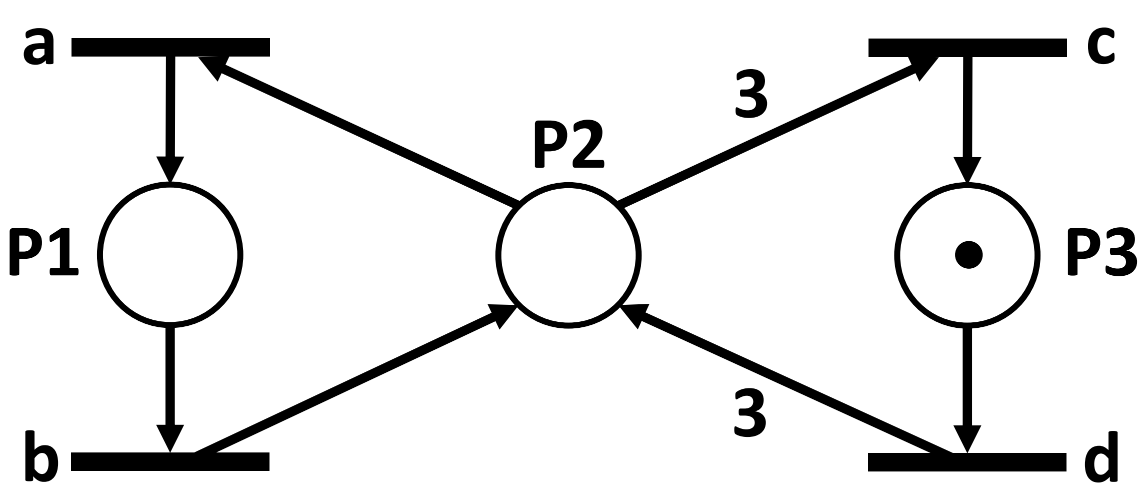


Grafo de marcações: exemplo 1

Grafo de Marcações



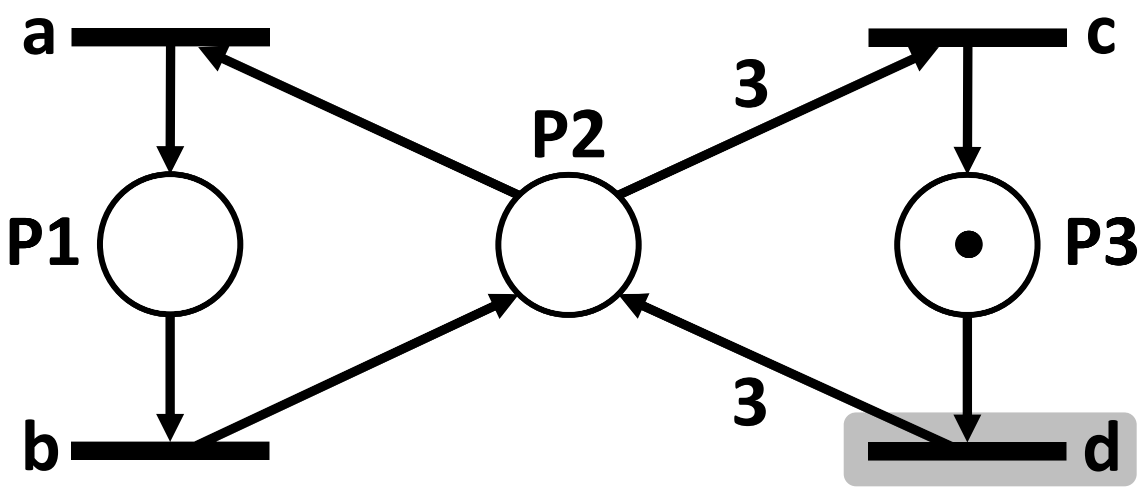
Rede de Petri



Marcação atual $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

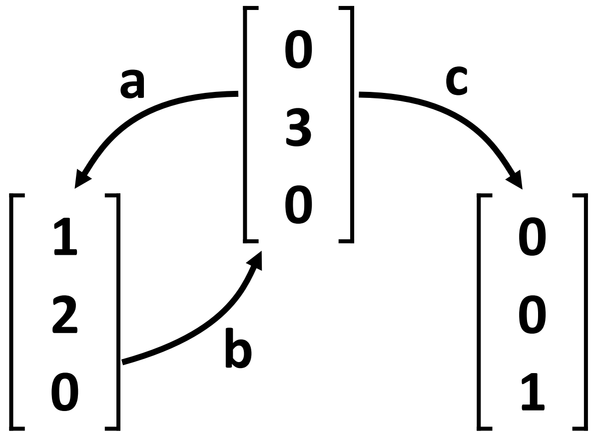
Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



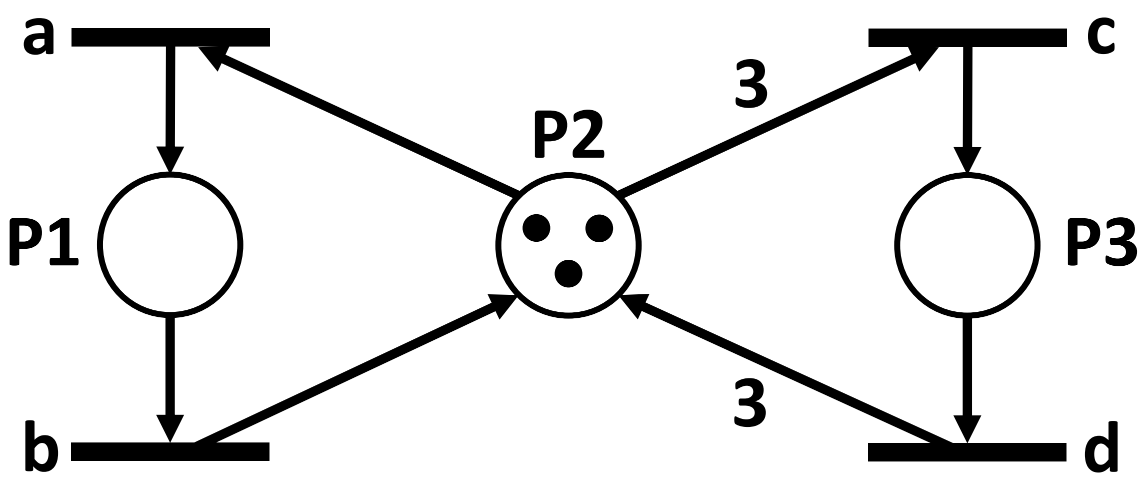
Marcação atual $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Grafo de Marcações

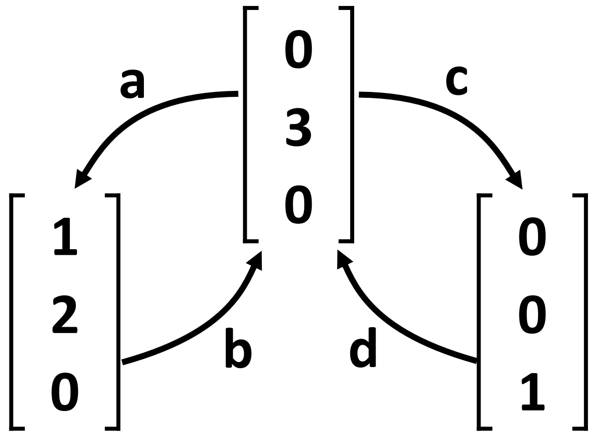


Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



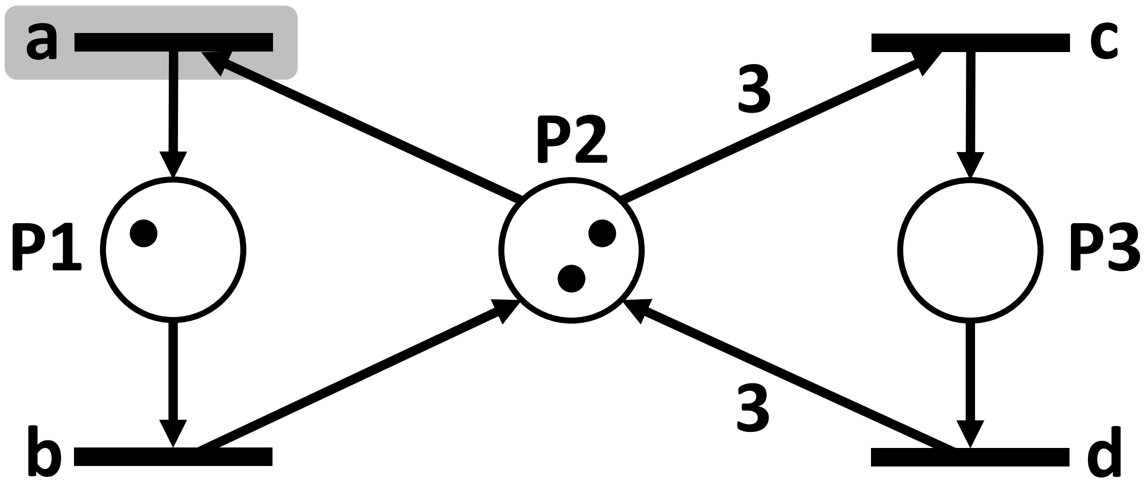
Grafo de Marcações



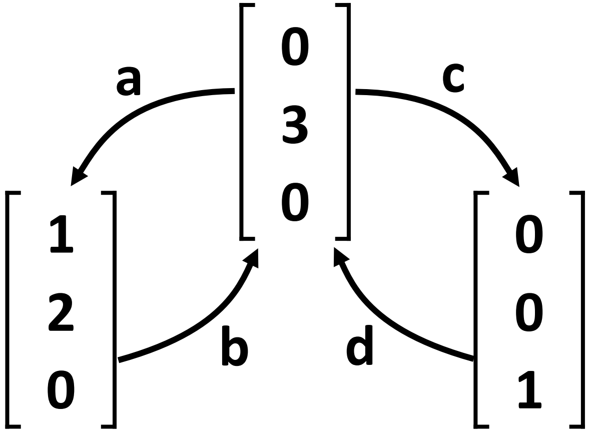
Marcação atual $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



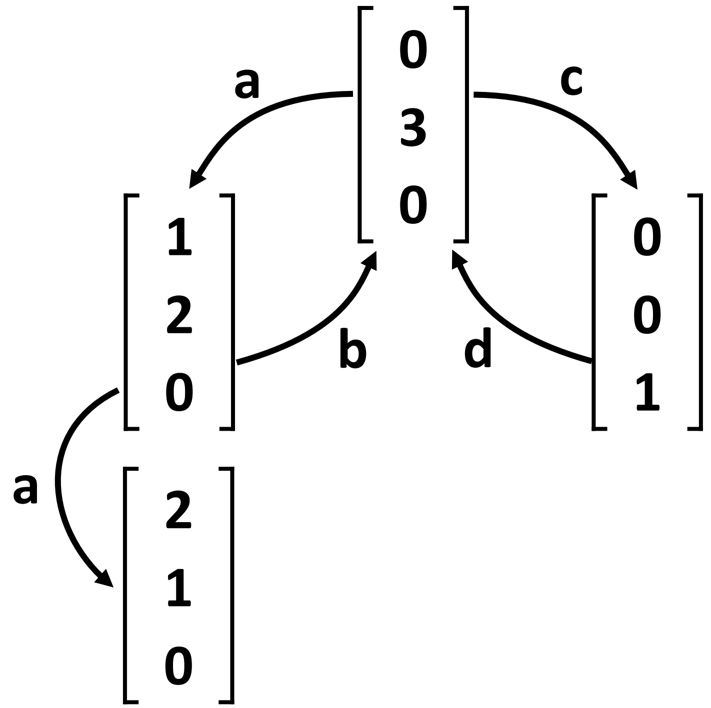
Grafo de Marcações



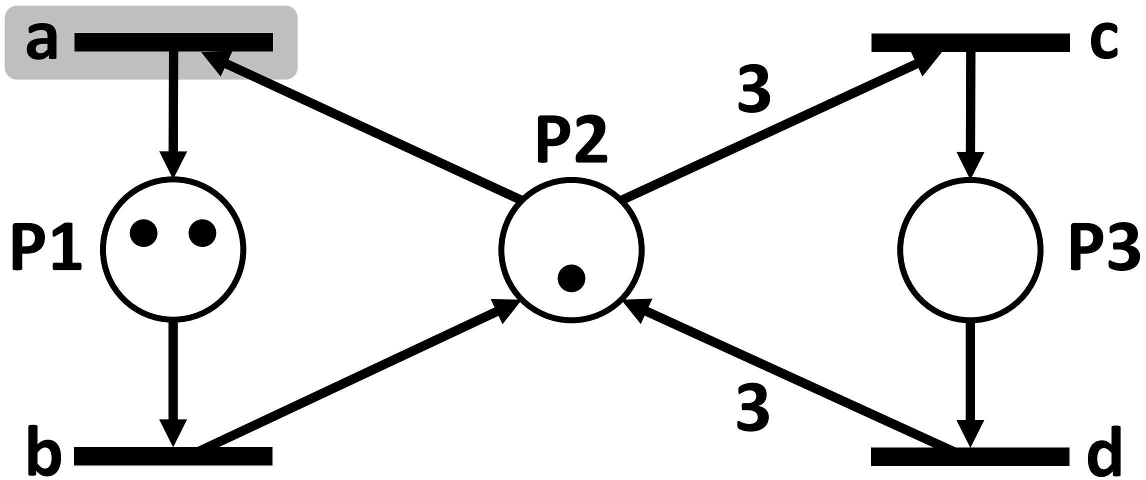
Marcação atual $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de marcações: exemplo 1

Grafo de Marcações



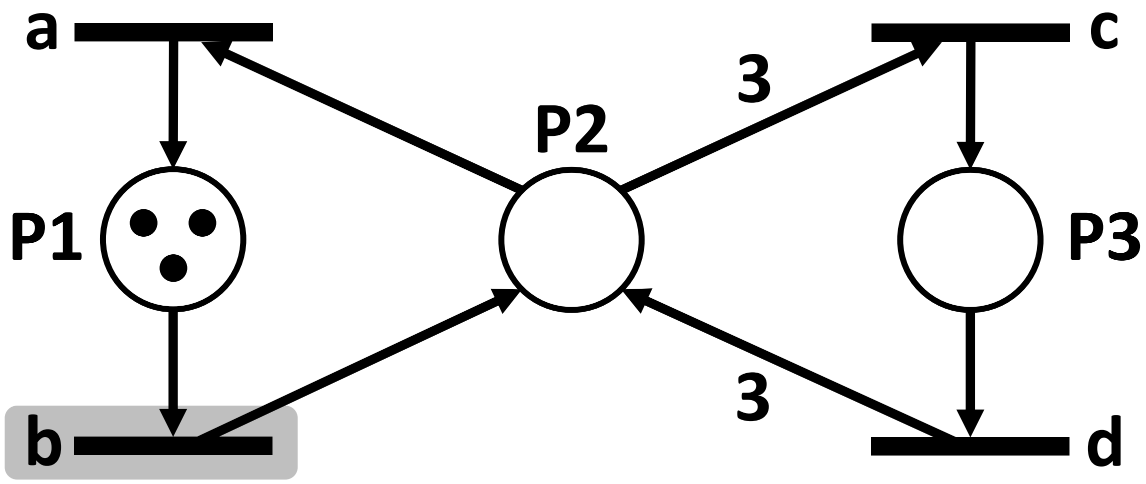
Rede de Petri



Marcação atual $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

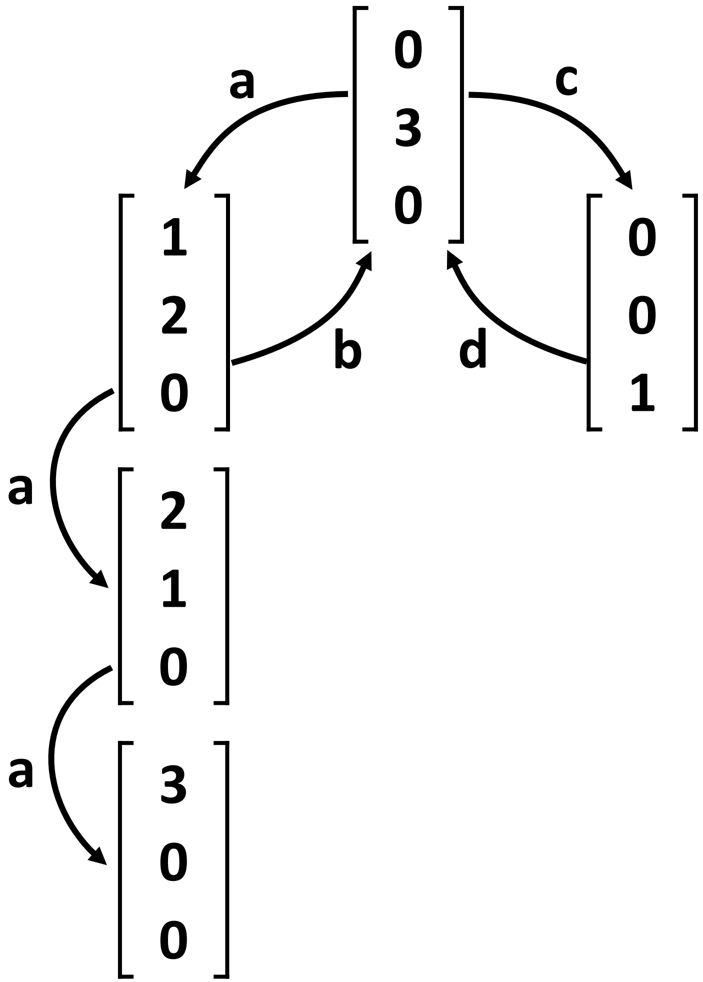
Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



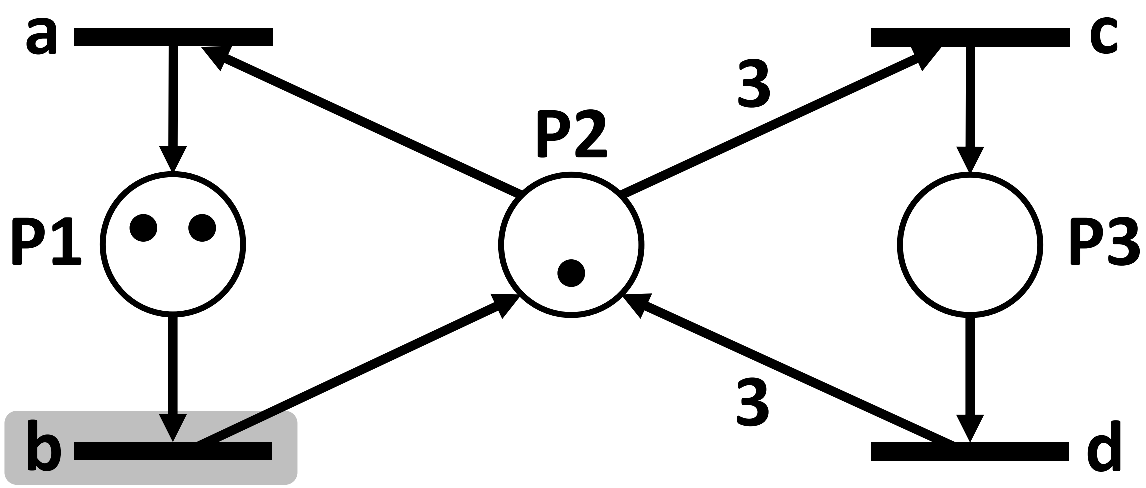
Marcação atual $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de Marcações



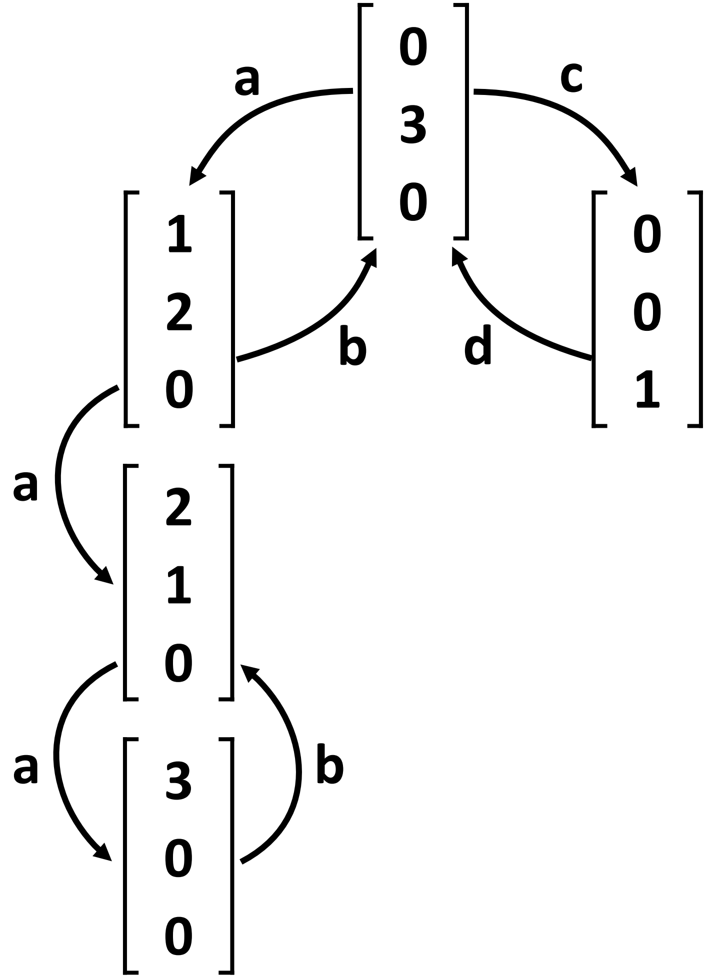
Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



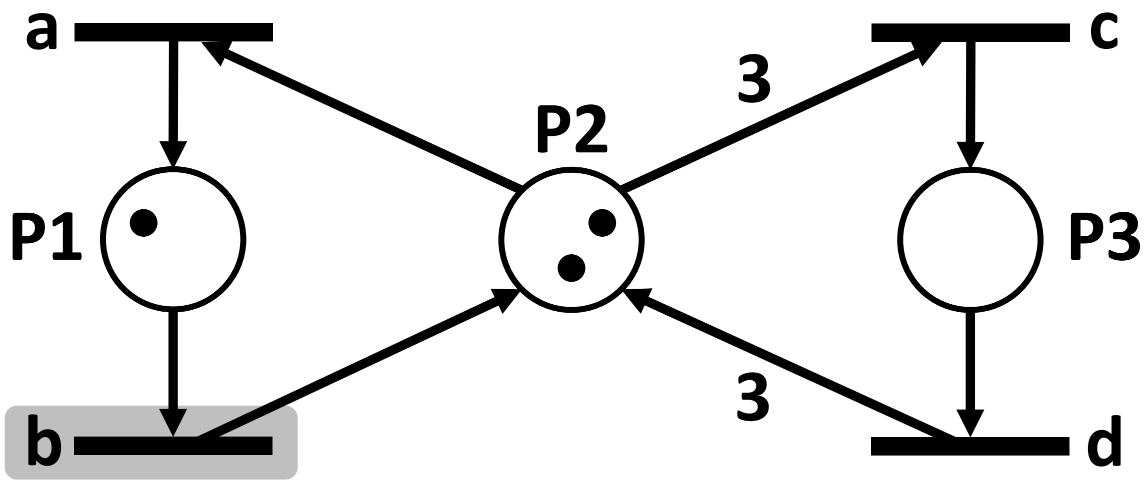
Marcação atual $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de Marcações



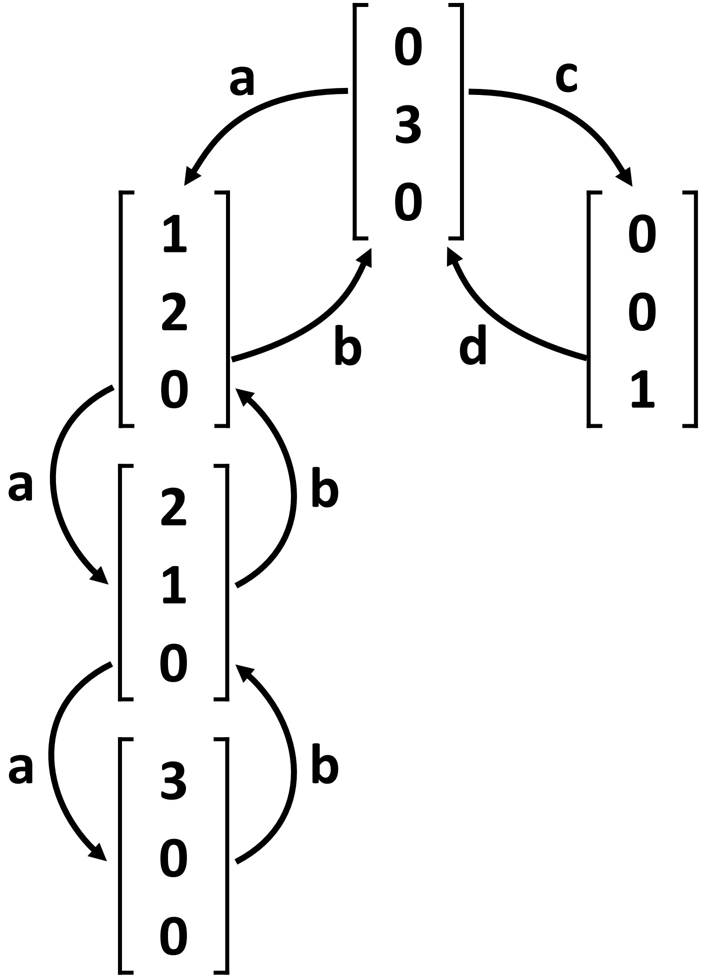
Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



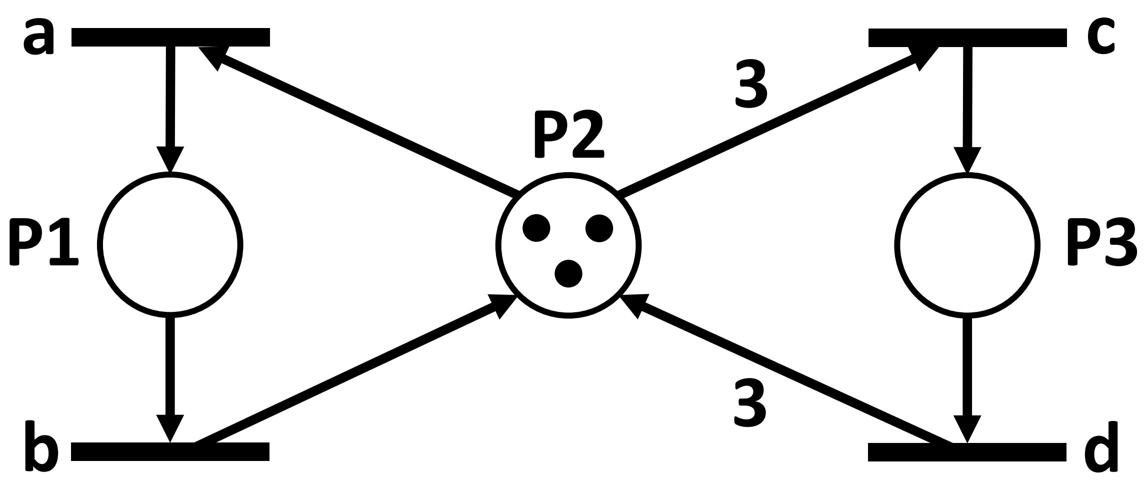
Marcação atual $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Grafo de Marcações



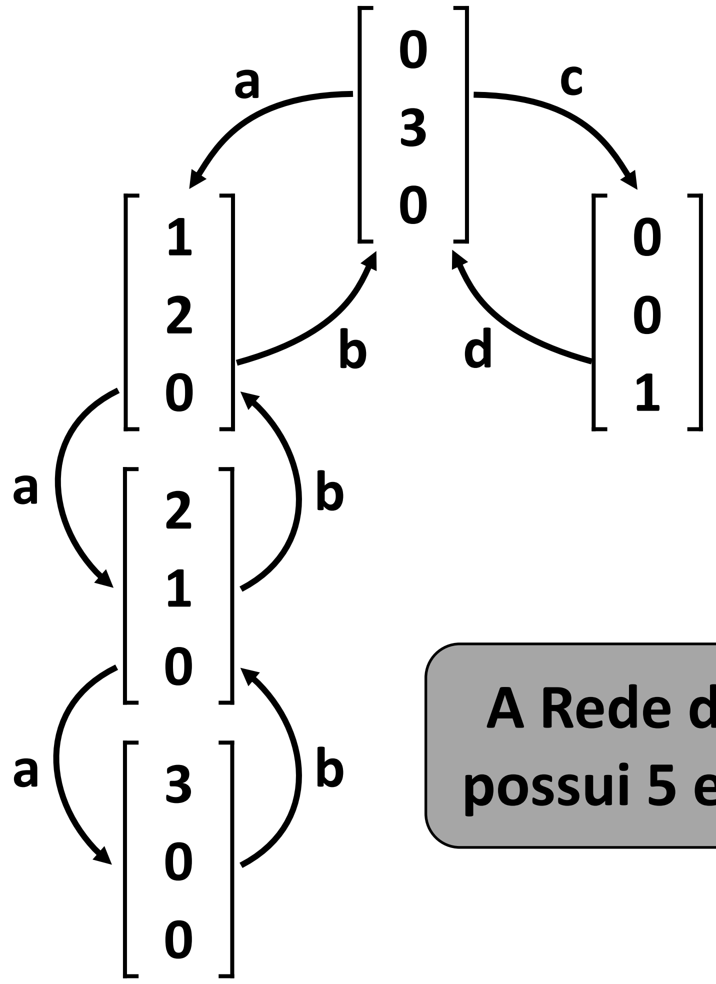
Grafo de marcações: exemplo 1

Rede de Petri



Marcação atual $\begin{bmatrix}0\\3\\0\end{bmatrix}$

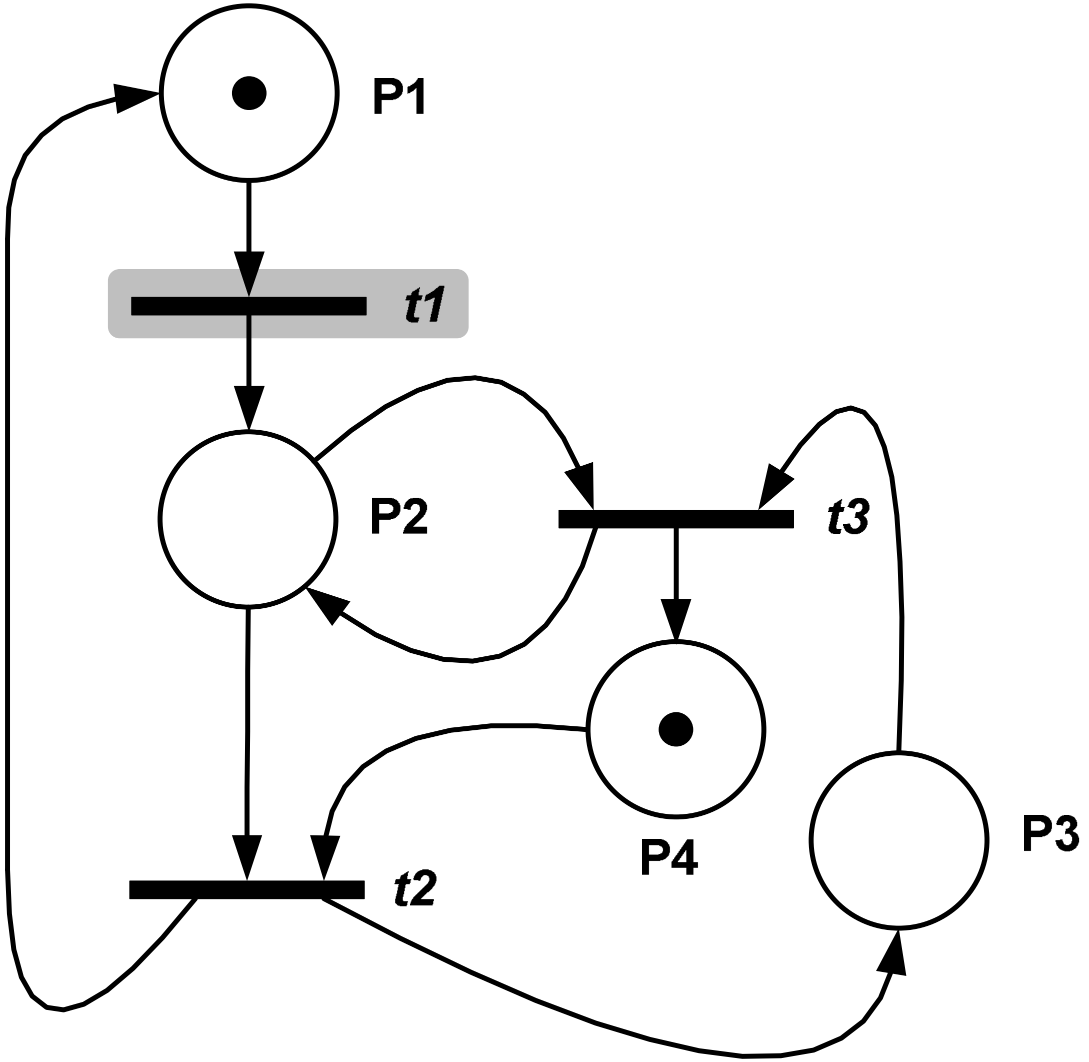
Grafo de Marcações



A Rede de Petri possui 5 estados!

Grafo de marcações: exemplo 2

Rede de Petri

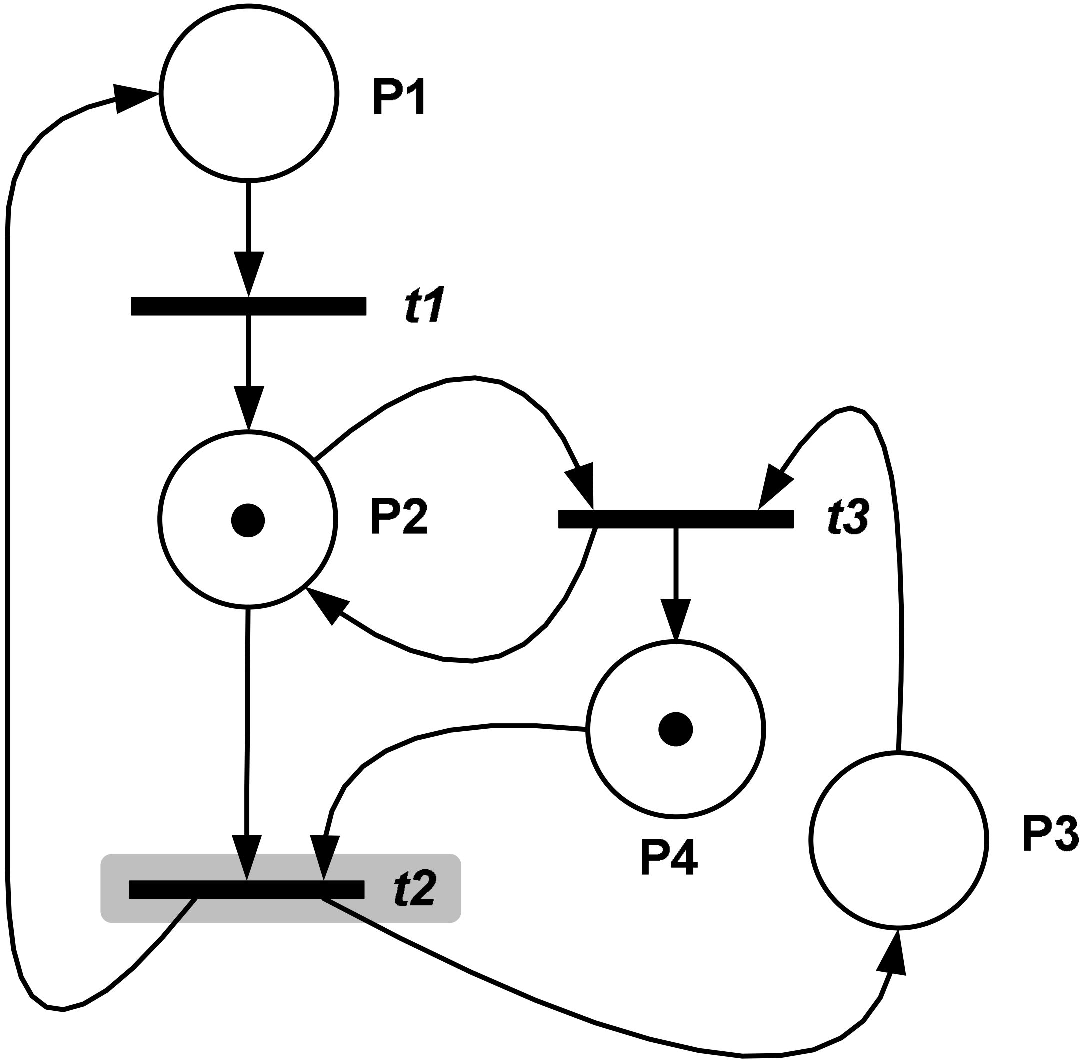


Grafo de Marcações

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Grafo de marcações: exemplo 2

Rede de Petri

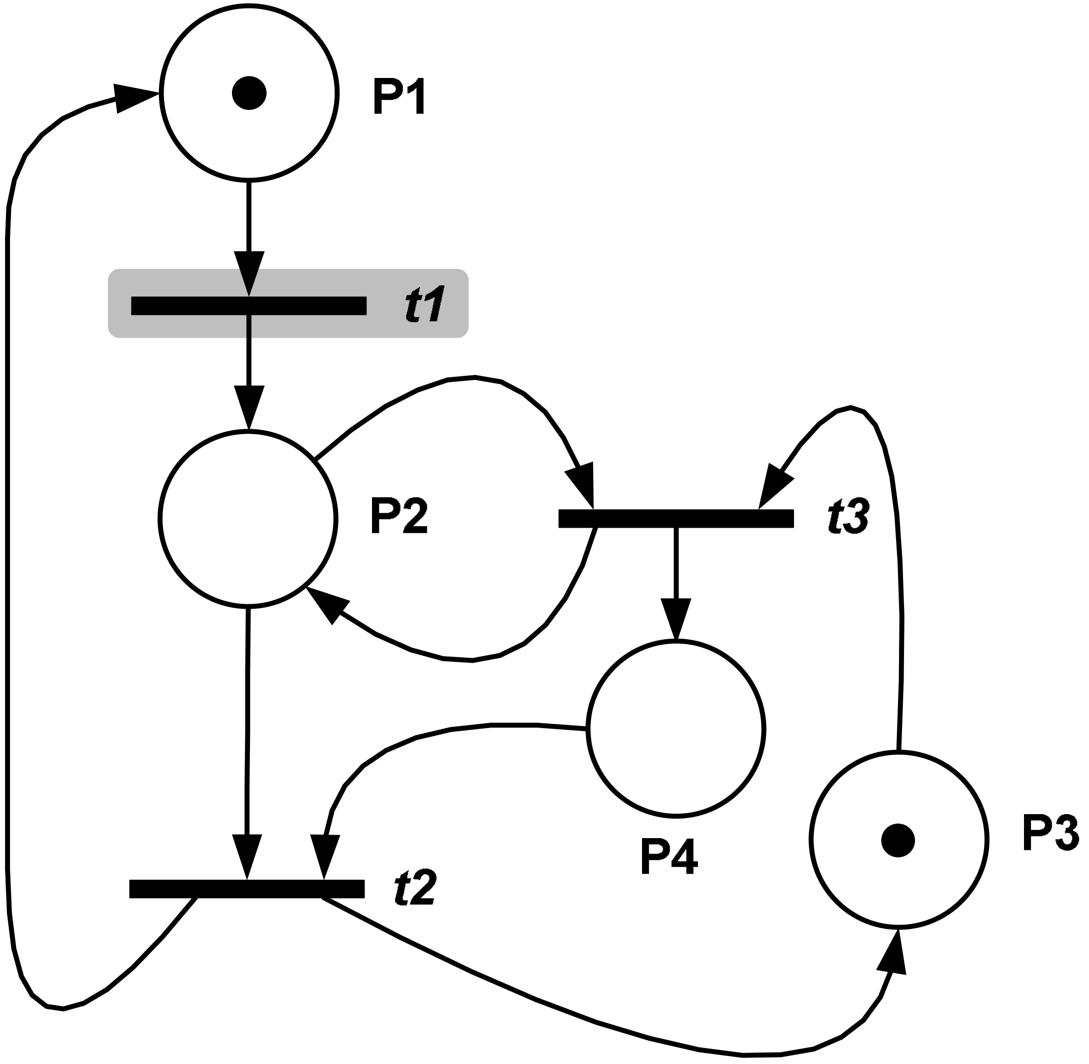


Grafo de Marcações

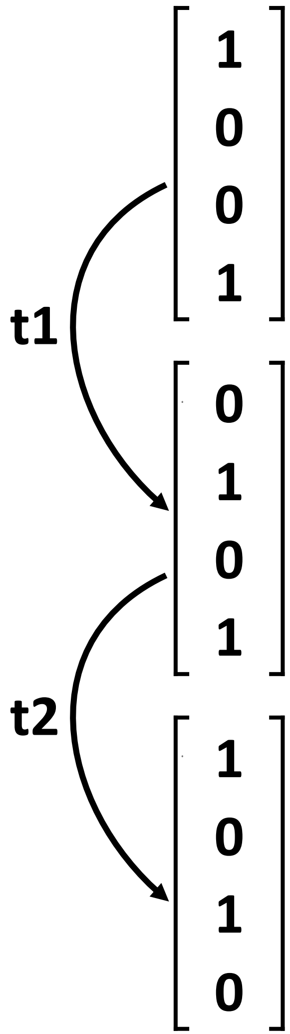
$$\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\end{bmatrix} \xrightarrow{t1} \begin{bmatrix}0\\1\\0\\1\end{bmatrix}$$

Grafo de marcações: exemplo 2

Rede de Petri

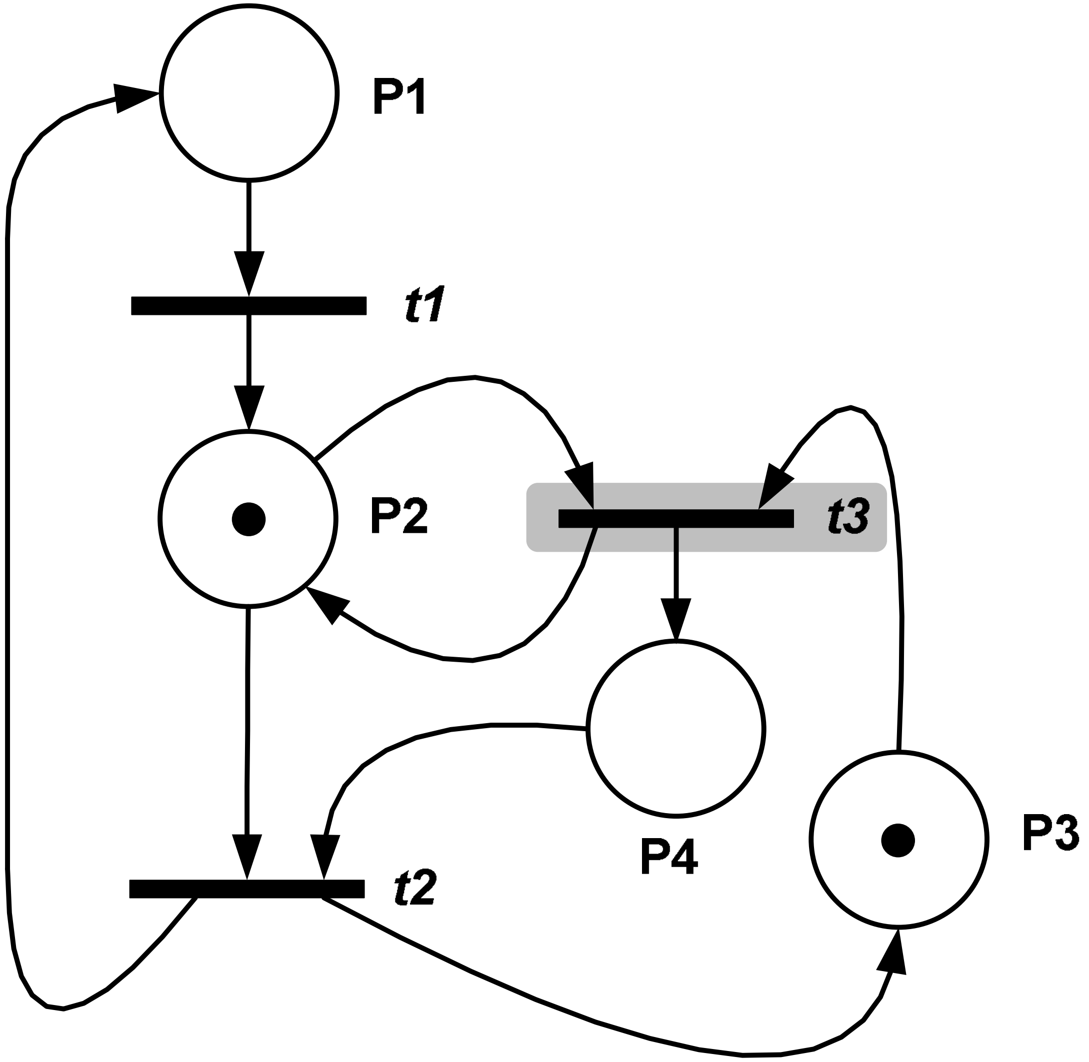


Grafo de Marcações

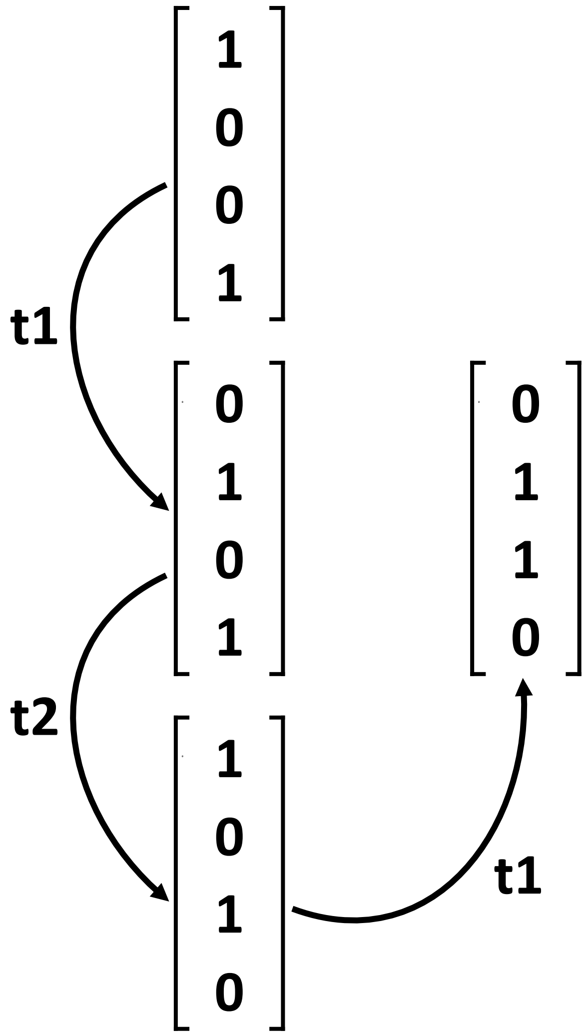


Grafo de marcações: exemplo 2

Rede de Petri

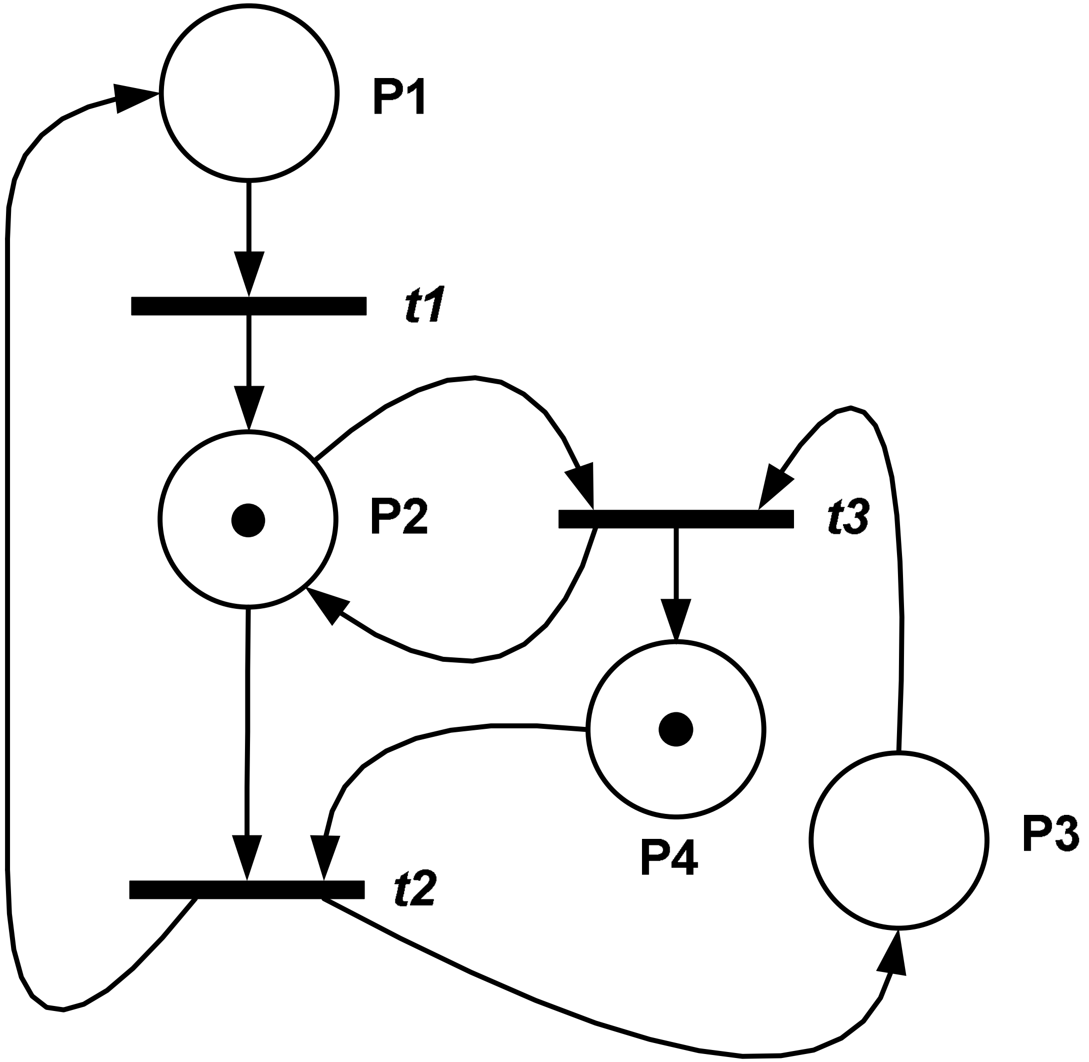


Grafo de Marcações

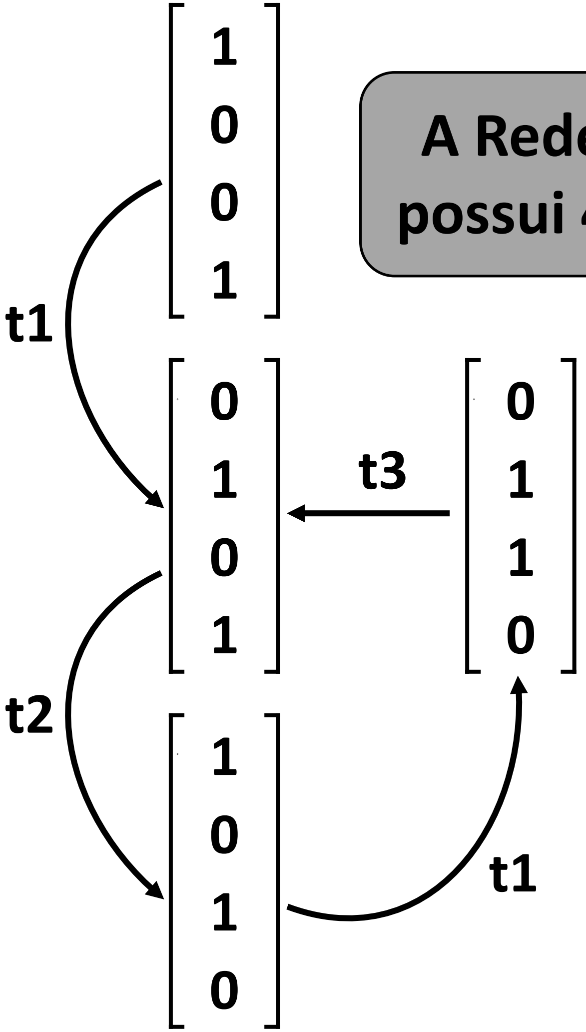


Grafo de marcações: exemplo 2

Rede de Petri



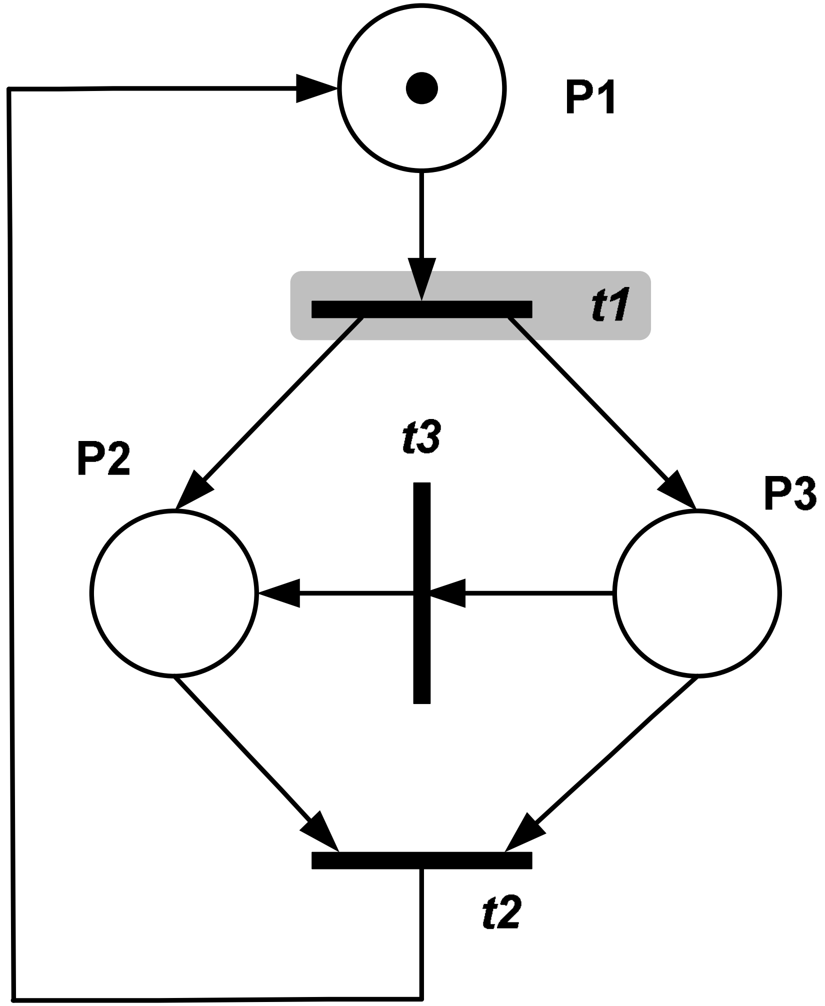
Grafo de Marcações



A Rede de Petri possui 4 estados!

Grafo de marcações: exemplo 3

Rede de Petri

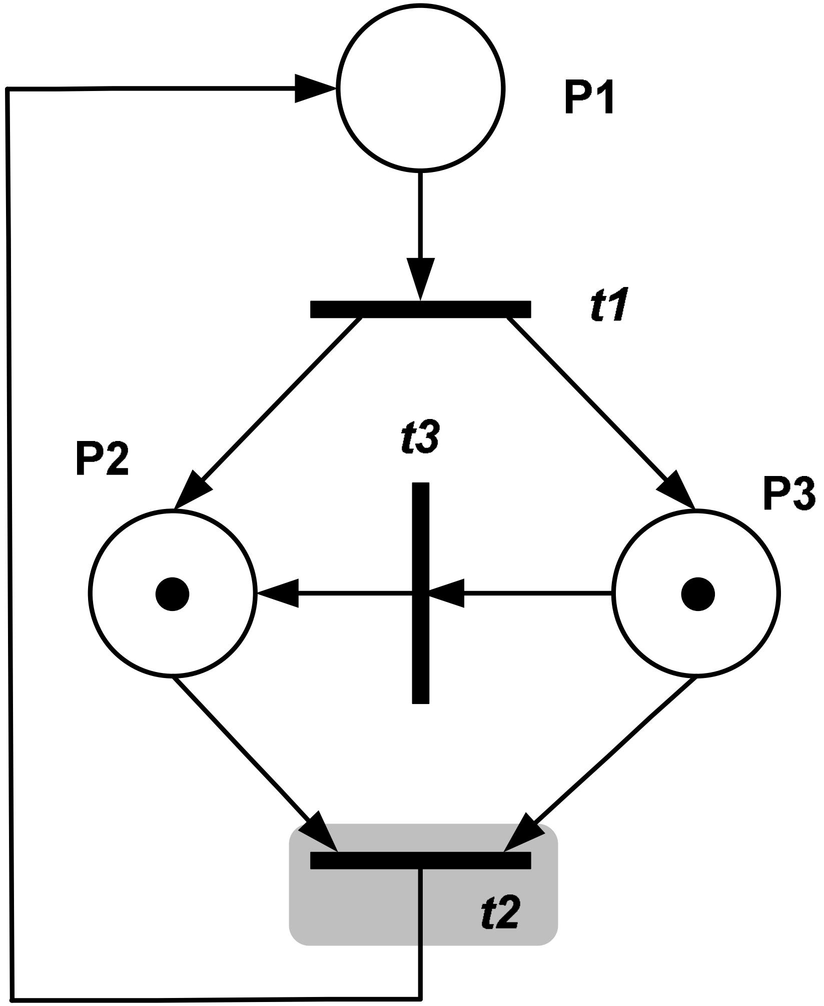


Grafo de Marcações

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Grafo de marcações: exemplo 3

Rede de Petri

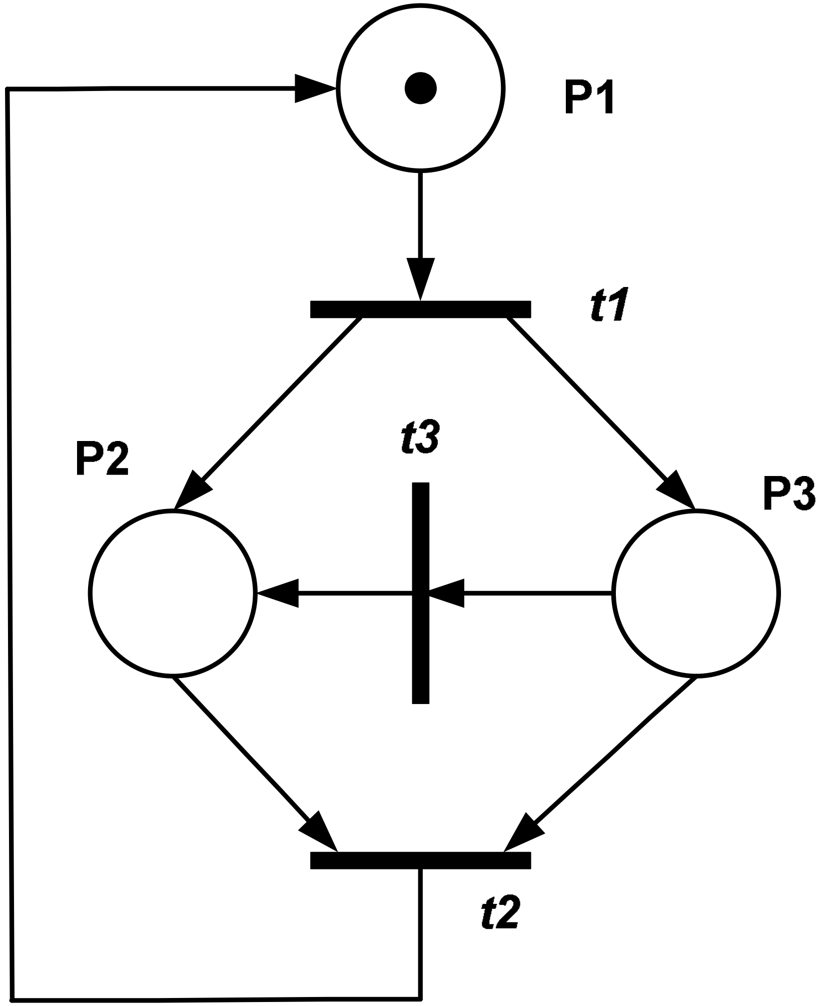


Grafo de Marcações

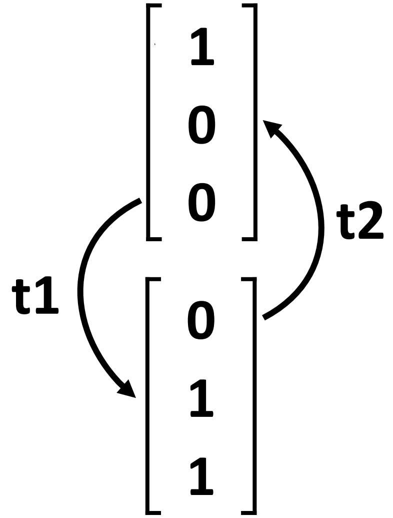
$$\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} \xrightarrow{t1} \begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$$

Grafo de marcações: exemplo 3

Rede de Petri

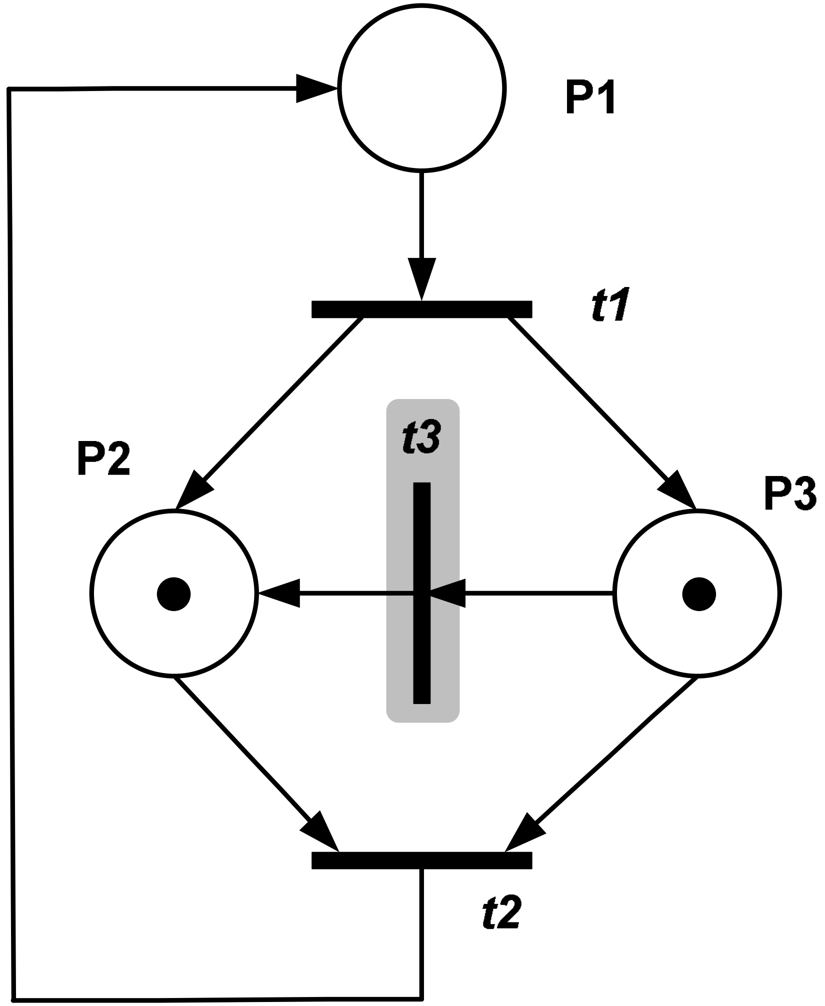


Grafo de Marcações

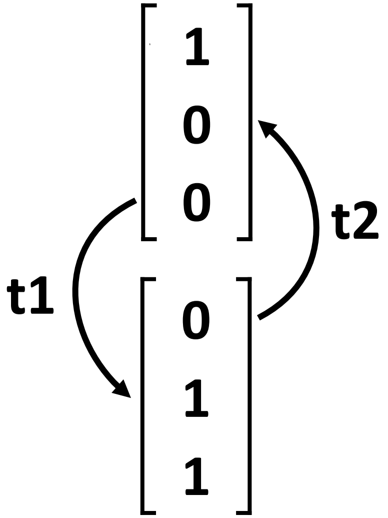


Grafo de marcações: exemplo 3

Rede de Petri

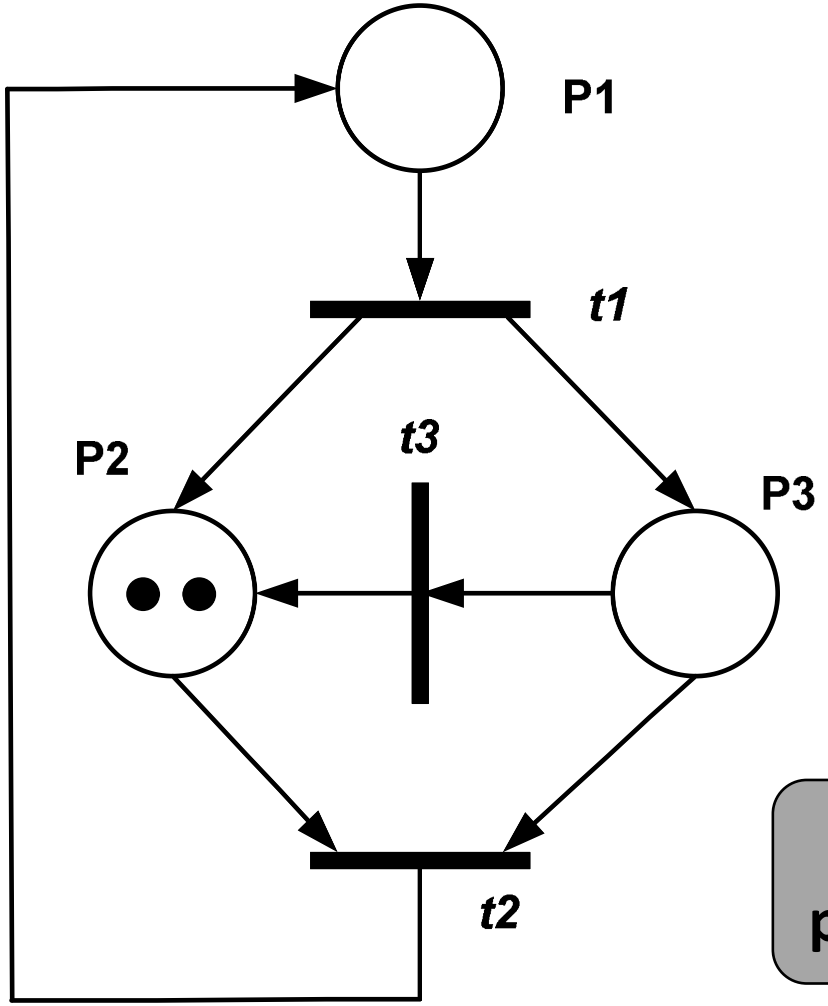


Grafo de Marcações

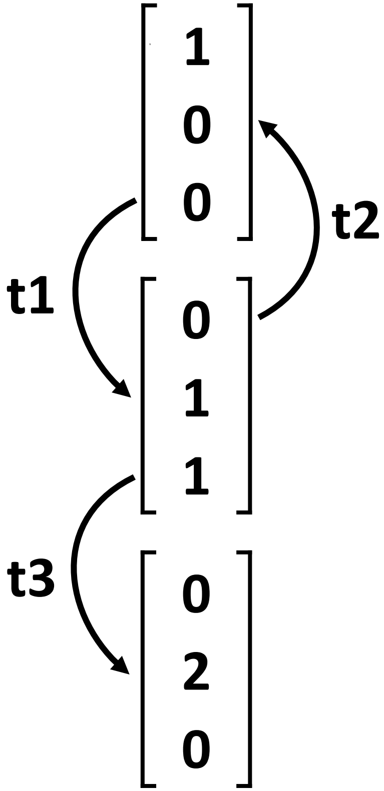


Grafo de marcações: exemplo 3

Rede de Petri



Grafo de Marcações



A Rede de Petri possui 3 estados!

5 Propriedades

Propriedades dependentes de marcação

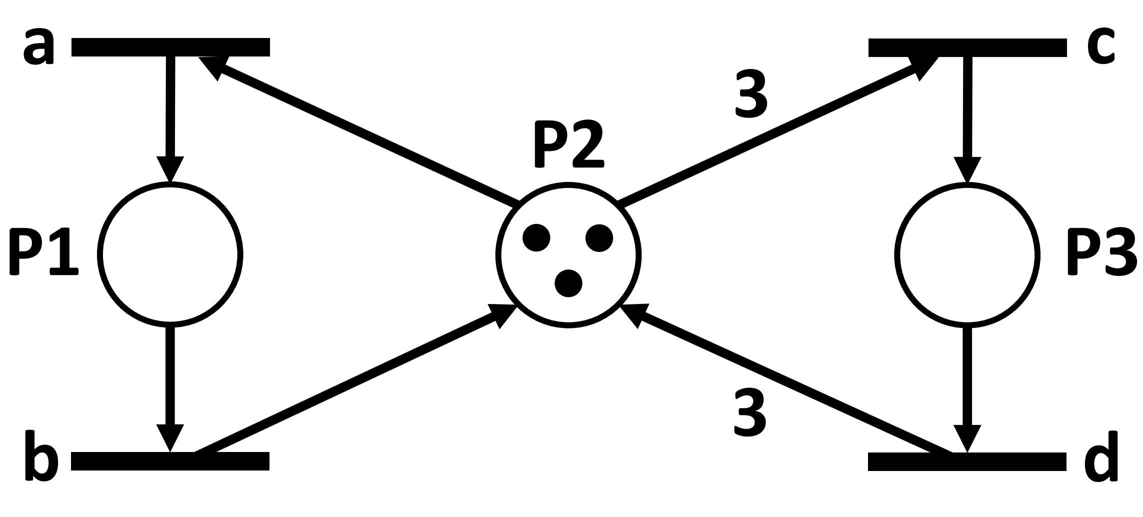
- O estabelecimento de propriedades a serem verificadas numa Rede de Petri é um aspecto **fundamental** para a **análise de um sistema**
- As **propriedades dependentes da marcação** são assim denominadas pois, dependendo da marcação inicial, **podem ou não ser verificadas**
- **Propriedades dependentes de marcação**
  - Limitação
  - Vivacidade
  - Reinicialização

Limitação

- Associada aos **lugares**
- Um lugar é ***k*-limitado** se para **todas as marcações possíveis**, o número de fichas **no lugar** será, no **máximo**, igual a k
- Uma Rede de Petri é ***k*-limitada** (ou ***limitada em k***) se **todos os seus lugares são *k*-limitados**
  - Ou seja, **a limitação de uma Rede de Petri** é dada pelo o **máximo valor de k possível na rede**

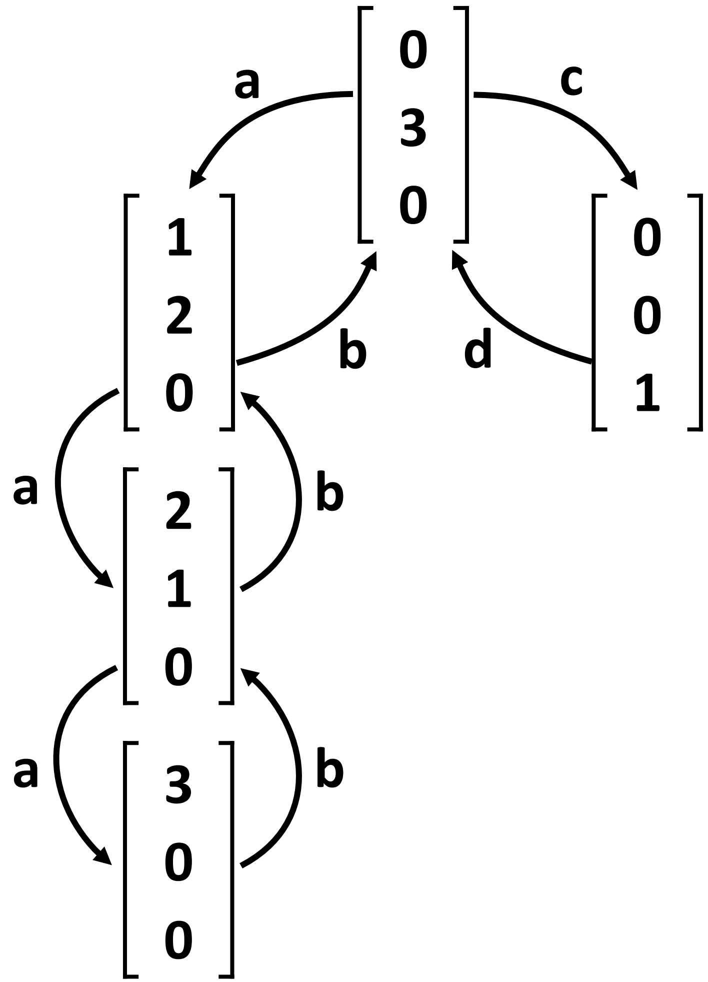
Limitação: exemplo 1

Rede de Petri



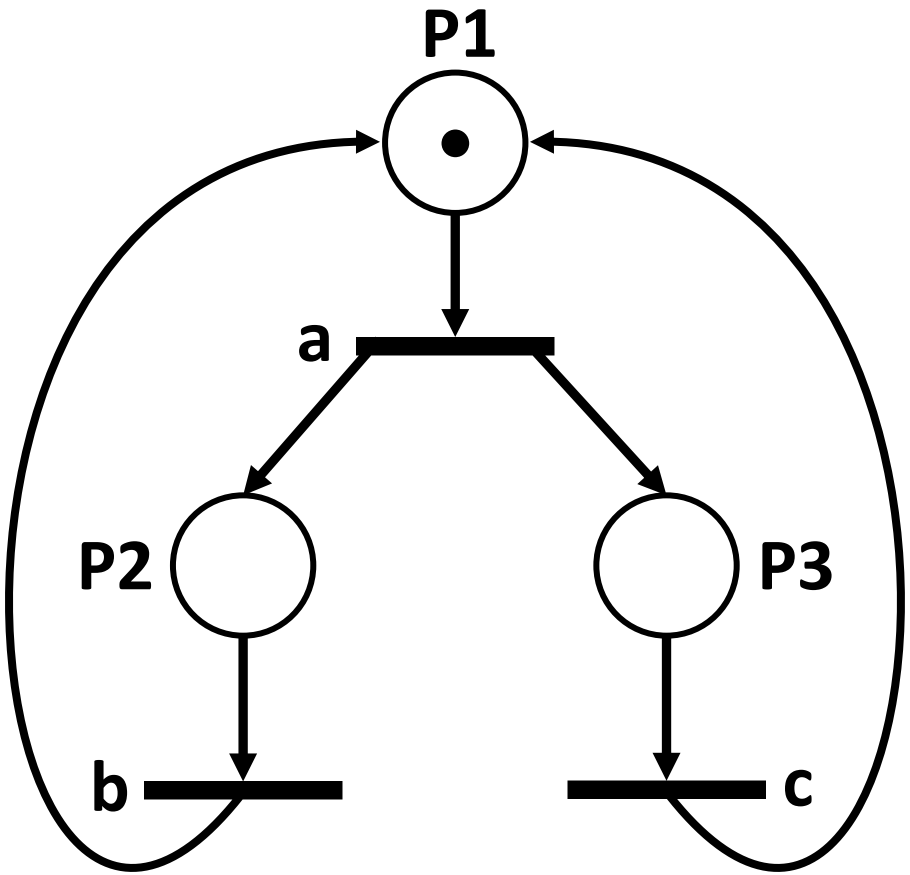
A Rede de Petri é limitada em 3!

Grafo de Marcações

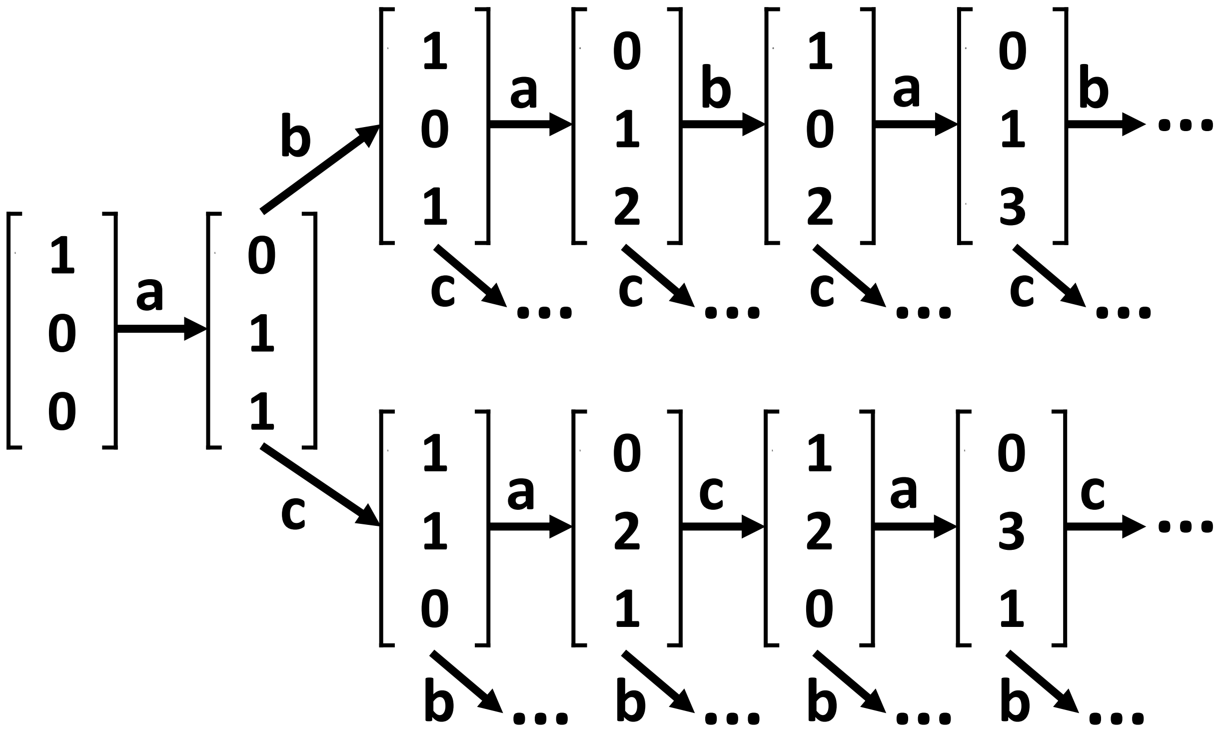


Limitação: exemplo 2

Rede de Petri



Grafo de Marcações



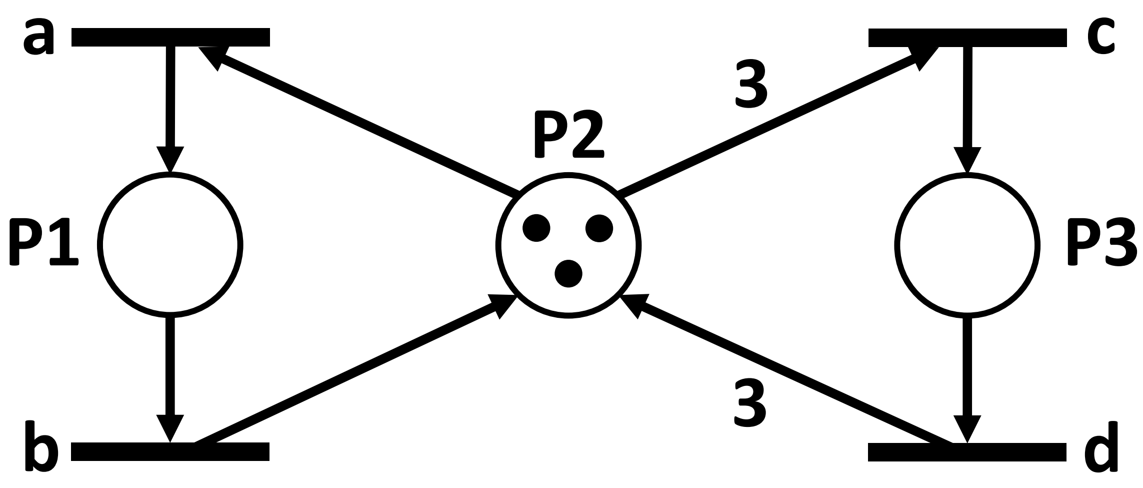
A Rede de Petri é ilimitada!

Vivacidade

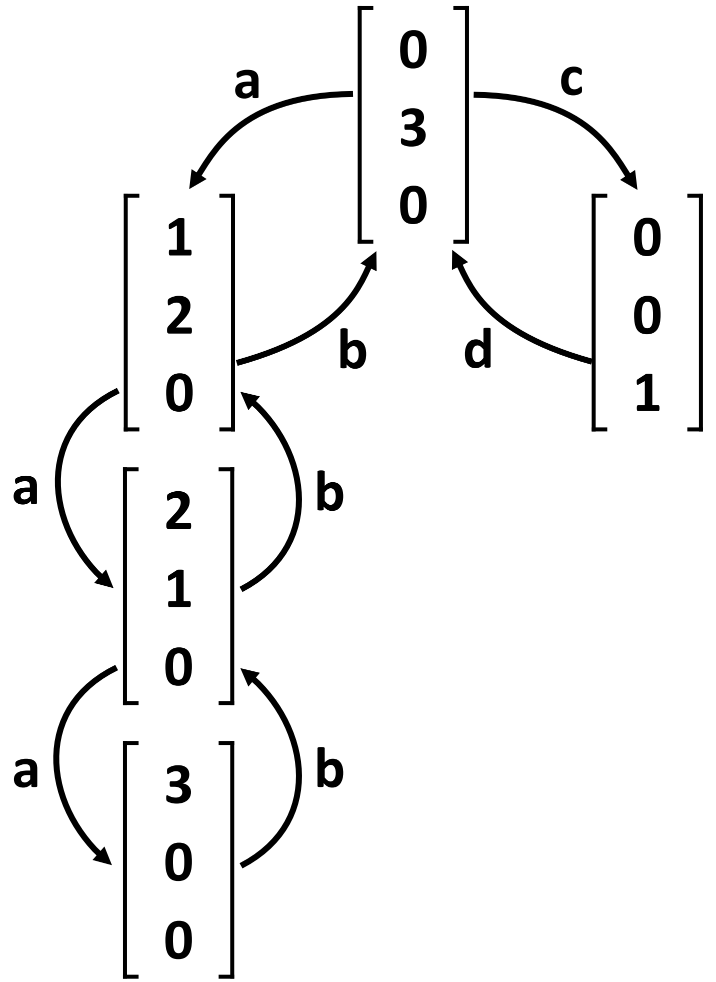
- Associada às **transições**
- **Transição quase-viva:** se existe pelo menos um caminho a partir da **marcação inicial** que leve a seu disparo
- **Transição viva:** se existe pelo menos um caminho a partir de **qualquer marcação** que leve a seu disparo
- Uma Rede de Petri é **viva se e somente se todas as suas transições são vivas** (caso contrário, a Rede de Petri não será viva)

Vivacidade: exemplo 1

Rede de Petri



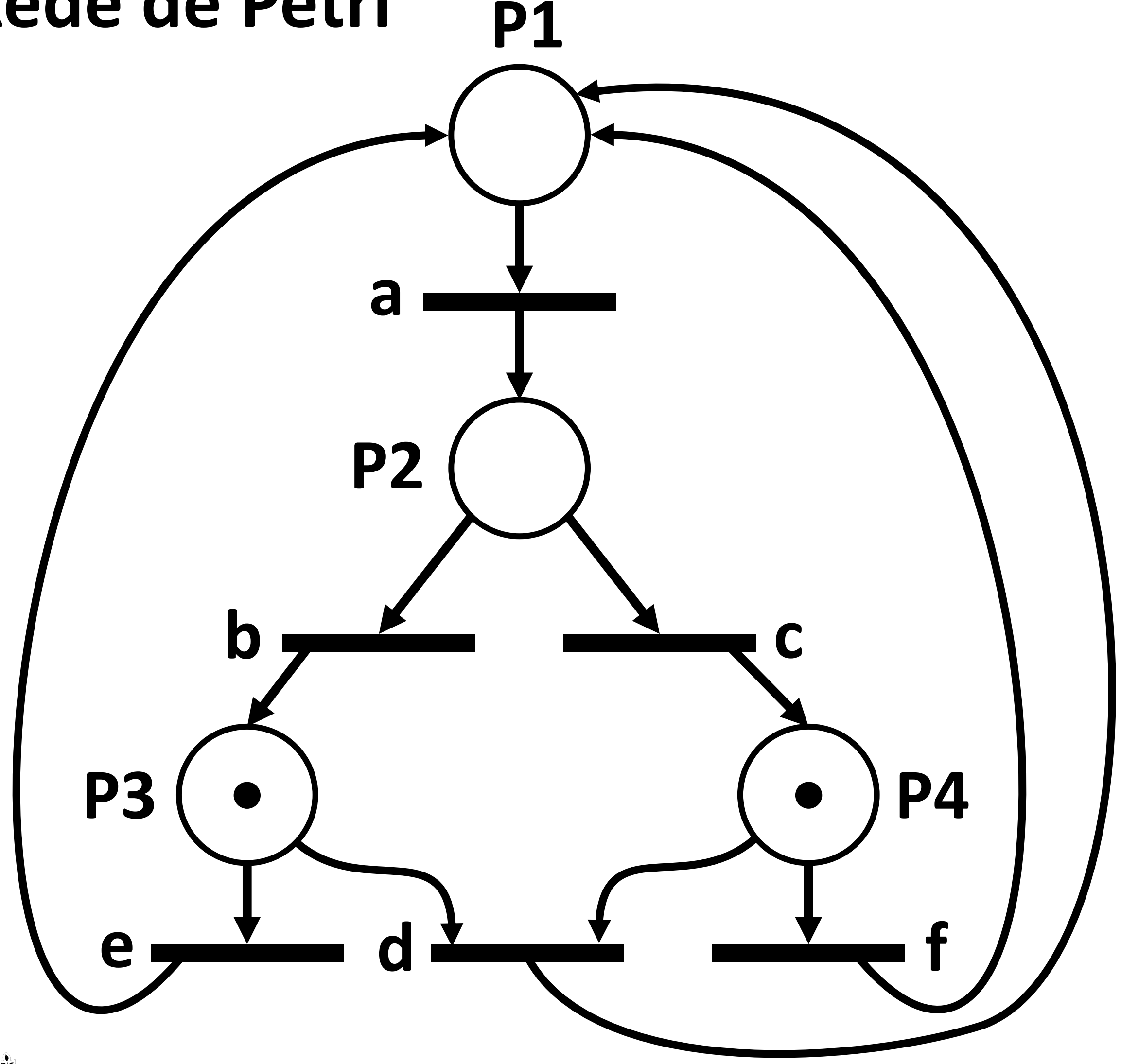
Grafo de Marcações



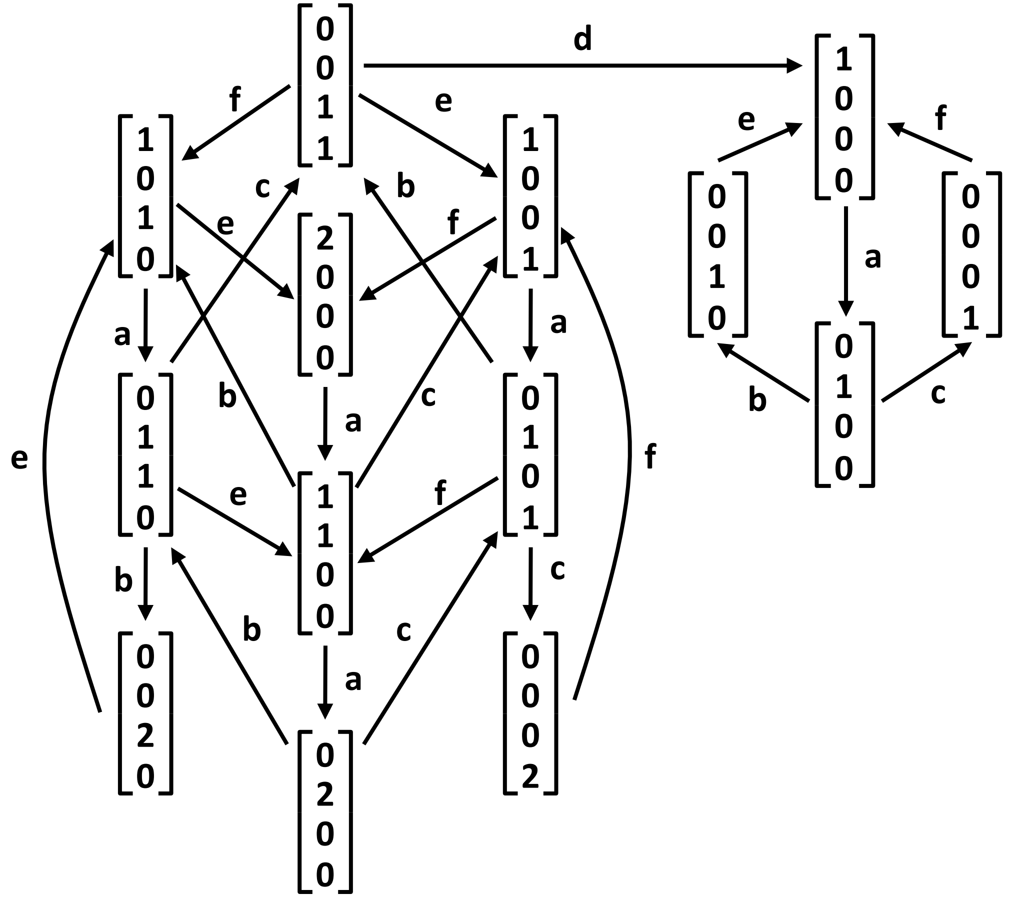
A Rede de Petri é viva, pois as transições a, b, c e d são vivas!

Vivacidade: exemplo 2

Rede de Petri



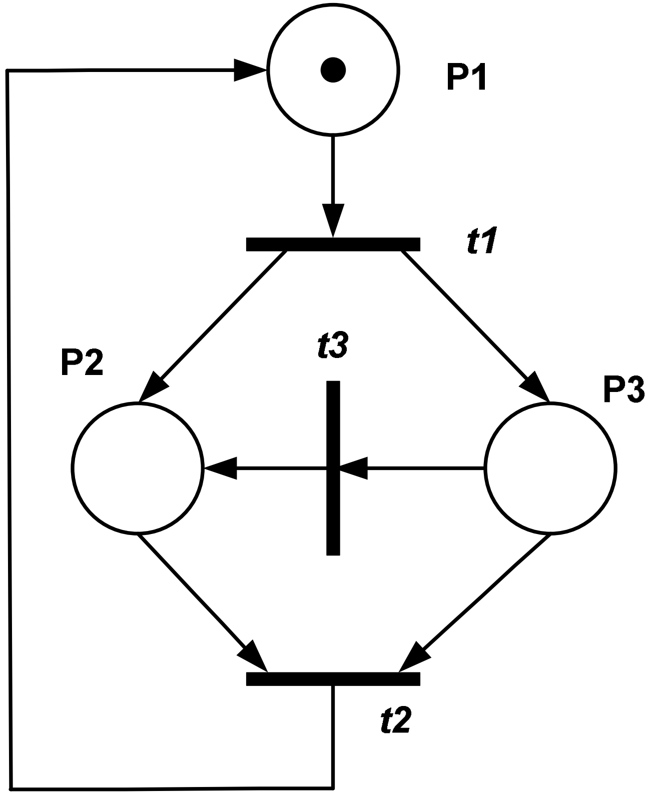
Grafo de Marcações



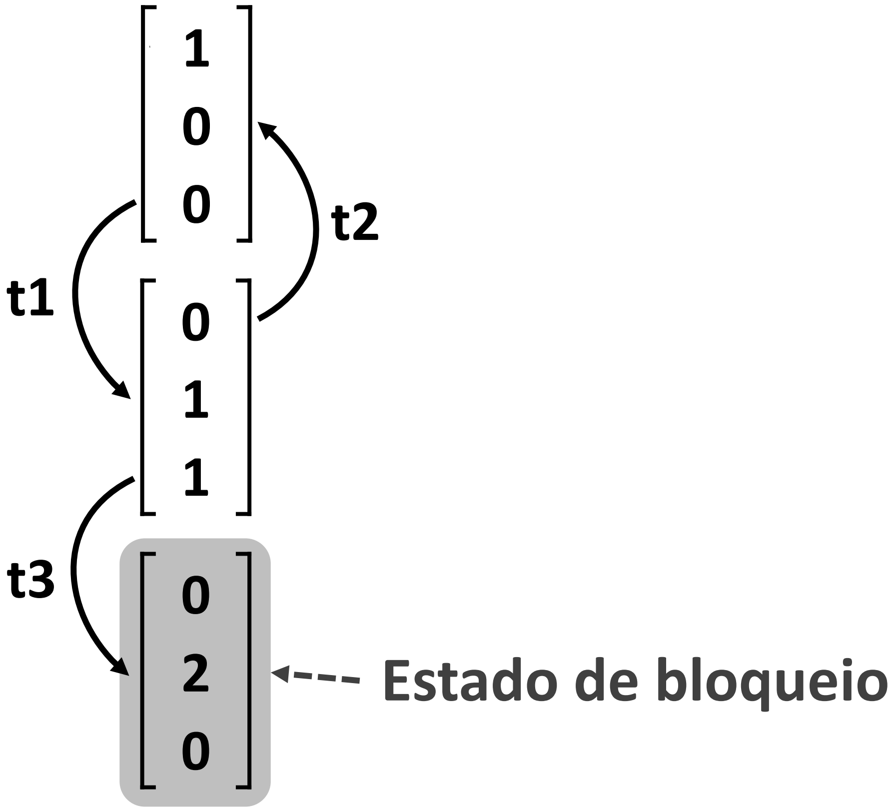
A Rede de Petri é não é viva, pois a transição d é quase-viva!

Vivacidade: exemplo 3

Rede de Petri



Grafo de Marcações



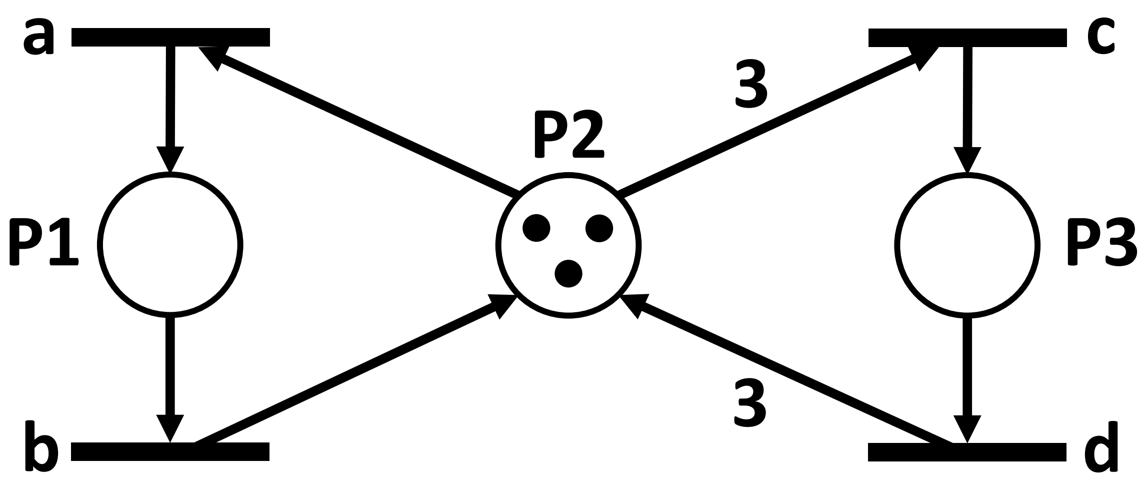
A Rede de Petri não será viva **se existir** estado de bloqueio**!**

Reinicialização

- Associada às **marcações**
- Uma Rede de Petri é **reinicializável** se, **de qualquer marcação**, existe um caminho que leve à **marcação inicial**

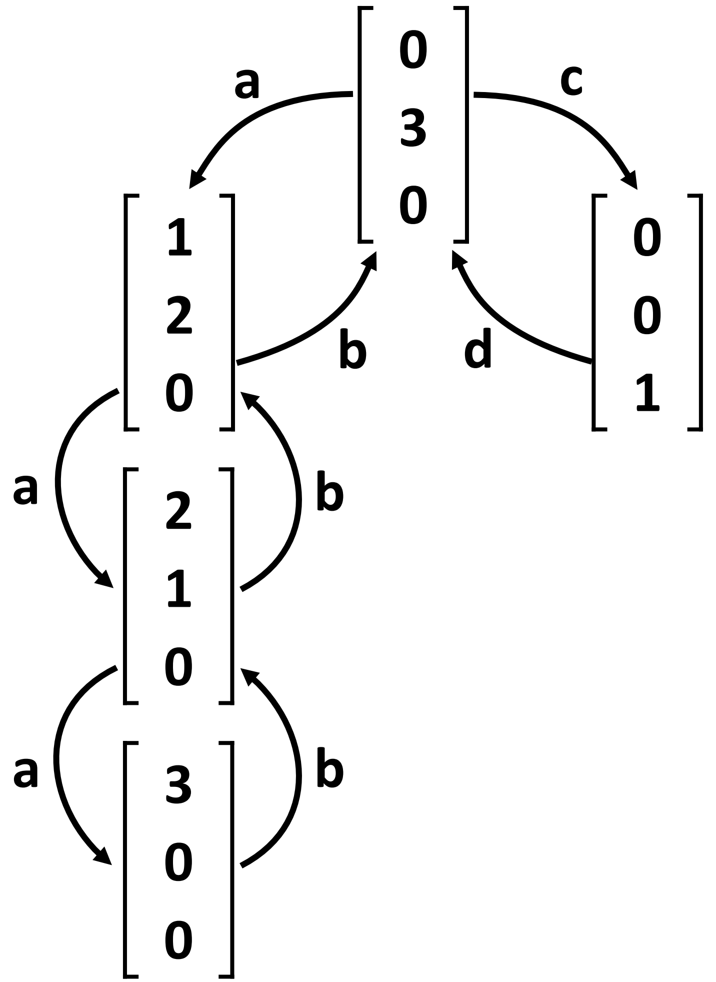
Reinicialização: exemplo 1

Rede de Petri



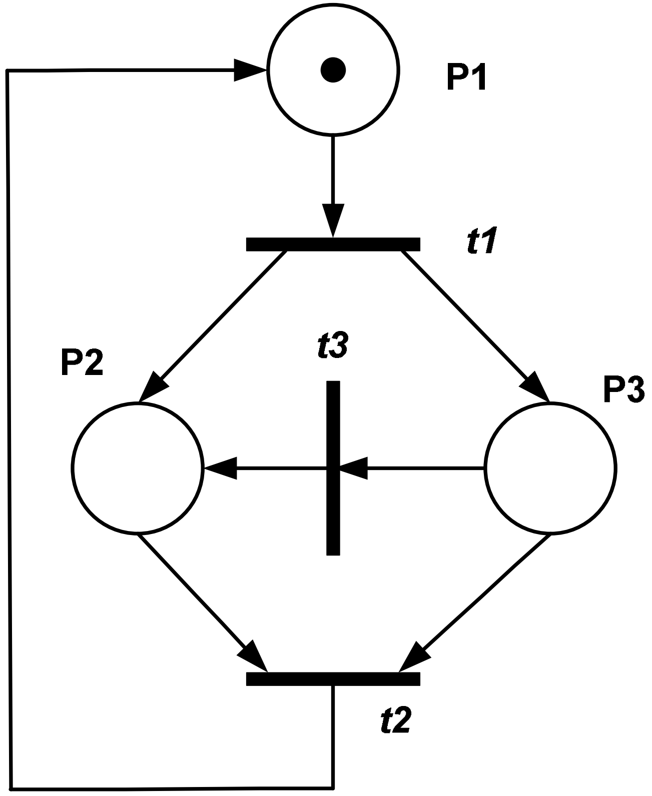
A Rede de Petri é reinicializável!

Grafo de Marcações



Reinicialização: exemplo 2

Rede de Petri



Grafo de Marcações

$$\begin{tikzcd} \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} \arrow[d, bend right, "t1"'] \\ \begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix} \arrow[u, bend right, "t2"'] \arrow[d, bend right, "t3"'] \\ \boxed{\begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix}} \end{tikzcd}$$

Estado de bloqueio

A Rede de Petri é não é reinicializável!

Obrigado pela atenção!

Dúvidas? Entre em contato:

- marcio.castro@ufsc.br
- www.marciocastro.com

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

Distributed Systems Research Lab
www.lapesd.inf.ufsc.br