



# 4.2. Equações simétricas e reduzidas de uma reta

## **Professores:**

Alda Dayana Mattos Mortari

Christian Wagner

Giuliano Boava (autor e voz)

Leandro Batista Morgado

María Rosario Astudillo Rojas

Mykola Khrypchenko

# RECAPITULAÇÃO

Uma reta  $r$  é unicamente determinada por um ponto  $A$  que pertence a  $r$  e um vetor não nulo  $\vec{v}$  que dá a direção de  $r$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = A + t\vec{v}$ .

Com  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\vec{v} = (a, b, c)$ :

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Atribuir valores a  $t$  gera pontos de  $r$ .

$B$  pertence a  $r$  se, ao substituir  $B$  no lugar de  $(x, y, z)$ , é possível encontrar solução para  $t$ .

**Informação fundamental 1.** Se você precisa encontrar uma reta, foque em procurar por um ponto e um vetor diretor.

**Informação fundamental 2.** Sempre que você tiver uma equação de uma reta, saiba como obter um ponto e um vetor diretor.

# RECAPITULAÇÃO

Uma reta  $r$  é unicamente determinada por um ponto  $A$  que pertence a  $r$  e um vetor não nulo  $\vec{v}$  que dá a direção de  $r$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = A + t\vec{v}$ .

Com  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\vec{v} = (a, b, c)$ :

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Atribuir valores a  $t$  gera pontos de  $r$ .

$B$  pertence a  $r$  se, ao substituir  $B$  no lugar de  $(x, y, z)$ , é possível encontrar solução para  $t$ .

**Informação fundamental 1.** Se você precisa encontrar uma reta, foque em procurar por um ponto e um vetor diretor.

**Informação fundamental 2.** Sempre que você tiver uma equação de uma reta, saiba como obter um ponto e um vetor diretor.

# RECAPITULAÇÃO

Uma reta  $r$  é unicamente determinada por um ponto  $A$  que pertence a  $r$  e um vetor não nulo  $\vec{v}$  que dá a direção de  $r$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = A + t\vec{v}$ .

Com  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\vec{v} = (a, b, c)$ :

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Atribuir valores a  $t$  gera pontos de  $r$ .

$B$  pertence a  $r$  se, ao substituir  $B$  no lugar de  $(x, y, z)$ , é possível encontrar solução para  $t$ .

**Informação fundamental 1.** Se você precisa encontrar uma reta, foque em procurar por um ponto e um vetor diretor.

**Informação fundamental 2.** Sempre que você tiver uma equação de uma reta, saiba como obter um ponto e um vetor diretor.

# RECAPITULAÇÃO

Uma reta  $r$  é unicamente determinada por um ponto  $A$  que pertence a  $r$  e um vetor não nulo  $\vec{v}$  que dá a direção de  $r$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = A + t\vec{v}$ .

Com  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\vec{v} = (a, b, c)$ :

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Atribuir valores a  $t$  gera pontos de  $r$ .

$B$  pertence a  $r$  se, ao substituir  $B$  no lugar de  $(x, y, z)$ , é possível encontrar solução para  $t$ .

**Informação fundamental 1.** Se você precisa encontrar uma reta, foque em procurar por um ponto e um vetor diretor.

**Informação fundamental 2.** Sempre que você tiver uma equação de uma reta, saiba como obter um ponto e um vetor diretor.

# RECAPITULAÇÃO

Uma reta  $r$  é unicamente determinada por um ponto  $A$  que pertence a  $r$  e um vetor não nulo  $\vec{v}$  que dá a direção de  $r$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = A + t\vec{v}$ .

Com  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\vec{v} = (a, b, c)$ :

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Atribuir valores a  $t$  gera pontos de  $r$ .

$B$  pertence a  $r$  se, ao substituir  $B$  no lugar de  $(x, y, z)$ , é possível encontrar solução para  $t$ .

**Informação fundamental 1.** Se você precisa encontrar uma reta, foque em procurar por um ponto e um vetor diretor.

**Informação fundamental 2.** Sempre que você tiver uma equação de uma reta, saiba como obter um ponto e um vetor diretor.

# RECAPITULAÇÃO

Uma reta  $r$  é unicamente determinada por um ponto  $A$  que pertence a  $r$  e um vetor não nulo  $\vec{v}$  que dá a direção de  $r$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = A + t\vec{v}$ .

Com  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\vec{v} = (a, b, c)$ :

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Atribuir valores a  $t$  gera pontos de  $r$ .

$B$  pertence a  $r$  se, ao substituir  $B$  no lugar de  $(x, y, z)$ , é possível encontrar solução para  $t$ .

**Informação fundamental 1.** Se você precisa encontrar uma reta, foque em procurar por um ponto e um vetor diretor.

**Informação fundamental 2.** Sempre que você tiver uma equação de uma reta, saiba como obter um ponto e um vetor diretor.

# RECAPITULAÇÃO

Uma reta  $r$  é unicamente determinada por um ponto  $A$  que pertence a  $r$  e um vetor não nulo  $\vec{v}$  que dá a direção de  $r$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = A + t\vec{v}$ .

Com  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e  $\vec{v} = (a, b, c)$ :

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Atribuir valores a  $t$  gera pontos de  $r$ .

$B$  pertence a  $r$  se, ao substituir  $B$  no lugar de  $(x, y, z)$ , é possível encontrar solução para  $t$ .

**Informação fundamental 1.** Se você precisa encontrar uma reta, foque em procurar por um ponto e um vetor diretor.

**Informação fundamental 2.** Sempre que você tiver uma equação de uma reta, saiba como obter um ponto e um vetor diretor.

# O QUE VEREMOS NESSA AULA?

Equação vetorial.

Já vimos na aula passada.

Equações paramétricas.

Já vimos na aula passada.

Equações simétricas.

Veremos nessa aula.

Equações reduzidas.

Veremos nessa aula.

# EQUAÇÕES SIMÉTRICAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (a, b, c)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Isolando  $t$  nas três equações:

$$t = \frac{x - x_0}{a}; \quad t = \frac{y - y_0}{b}; \quad t = \frac{z - z_0}{c}.$$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ .

# EQUAÇÕES SIMÉTRICAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (a, b, c)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Isolando  $t$  nas três equações:

$$t = \frac{x - x_0}{a}; \quad t = \frac{y - y_0}{b}; \quad t = \frac{z - z_0}{c}.$$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ .

# EQUAÇÕES SIMÉTRICAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (a, b, c)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Isolando  $t$  nas três equações:

$$t = \frac{x - x_0}{a}; \quad t = \frac{y - y_0}{b}; \quad t = \frac{z - z_0}{c}.$$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ .

# EQUAÇÕES SIMÉTRICAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (x_0, y_0, z_0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (a, b, c)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Isolando  $t$  nas três equações:

$$t = \frac{x - x_0}{a}; \quad t = \frac{y - y_0}{b}; \quad t = \frac{z - z_0}{c}.$$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ .

# EXEMPLO

- (a) Determine equações simétricas para a reta  $r$  que passa por  $A = (2, -1, 0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-3, 1, -2)$ .
- (b) Use a equação para encontrar dois pontos que pertencem a  $r$ .
- (c) Verifique se os pontos  $B = (3, 1, -1)$  e  $C = (-1, 0, -2)$  pertencem a  $r$ .

# EXEMPLO

(a) Determine equações simétricas para a reta  $r$  que passa por  $A = (2, -1, 0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-3, 1, -2)$ .

(b) Use a equação para encontrar dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (3, 1, -1)$  e  $C = (-1, 0, -2)$  pertencem a  $r$ .

(a) **Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, -1, 0) + t(-3, 1, -2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + t \\ z = 0 - 2t \end{cases}$

Isolando  $t$  nas três equações:

$$t = \frac{x - 2}{-3} = \frac{2 - x}{3}; \quad t = \frac{y - (-1)}{1} = y + 1; \quad t = \frac{z - 0}{-2} = -\frac{z}{2}.$$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{2 - x}{3} = y + 1 = -\frac{z}{2}$ .

# EXEMPLO

(a) Determine equações simétricas para a reta  $r$  que passa por  $A = (2, -1, 0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-3, 1, -2)$ .

(b) Use a equação para encontrar dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (3, 1, -1)$  e  $C = (-1, 0, -2)$  pertencem a  $r$ .

(a) **Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, -1, 0) + t(-3, 1, -2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + t \\ z = 0 - 2t \end{cases}$

Isolando  $t$  nas três equações:

$$t = \frac{x - 2}{-3} = \frac{2 - x}{3}; \quad t = \frac{y - (-1)}{1} = y + 1; \quad t = \frac{z - 0}{-2} = -\frac{z}{2}.$$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{2 - x}{3} = y + 1 = -\frac{z}{2}$ .

# EXEMPLO

(a) Determine equações simétricas para a reta  $r$  que passa por  $A = (2, -1, 0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-3, 1, -2)$ .

(b) Use a equação para encontrar dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (3, 1, -1)$  e  $C = (-1, 0, -2)$  pertencem a  $r$ .

$$(b) r : \frac{2-x}{3} = y+1 = -\frac{z}{2}.$$

Escolhendo  $z = 2$ :

$$\frac{2-x}{3} = y+1 = -\frac{2}{2} \Rightarrow \frac{2-x}{3} = -1 \text{ e } y+1 = -1$$

$$x = 5 \text{ e } y = -2 \Rightarrow (5, -2, 2) \in r.$$

Escolhendo  $y = 7$ :

$$\frac{2-x}{3} = 7+1 = -\frac{z}{2} \Rightarrow \frac{2-x}{3} = 8 \text{ e } -\frac{z}{2} = 8$$

$$x = -22 \text{ e } z = -16 \Rightarrow (-22, 7, -16) \in r.$$

# EXEMPLO

(a) Determine equações simétricas para a reta  $r$  que passa por  $A = (2, -1, 0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-3, 1, -2)$ .

(b) Use a equação para encontrar dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (3, 1, -1)$  e  $C = (-1, 0, -2)$  pertencem a  $r$ .

$$(b) r : \frac{2-x}{3} = y+1 = -\frac{z}{2}.$$

Escolhendo  $z = 2$ :

$$\frac{2-x}{3} = y+1 = -\frac{2}{2} \Rightarrow \frac{2-x}{3} = -1 \text{ e } y+1 = -1$$

$$x = 5 \text{ e } y = -2 \Rightarrow (5, -2, 2) \in r.$$

Escolhendo  $y = 7$ :

$$\frac{2-x}{3} = 7+1 = -\frac{z}{2} \Rightarrow \frac{2-x}{3} = 8 \text{ e } -\frac{z}{2} = 8$$

$$x = -22 \text{ e } z = -16 \Rightarrow (-22, 7, -16) \in r.$$

# EXEMPLO

(a) Determine equações simétricas para a reta  $r$  que passa por  $A = (2, -1, 0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-3, 1, -2)$ .

(b) Use a equação para encontrar dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (3, 1, -1)$  e  $C = (-1, 0, -2)$  pertencem a  $r$ .

$$(c) r : \frac{2-x}{3} = y+1 = -\frac{z}{2}.$$

Substituindo  $B = (3, 1, -1)$ :  $\frac{2-3}{3} = 1+1 = -\frac{-1}{2}$

$$-\frac{1}{3} = 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow B \notin r.$$

Substituindo  $C = (-1, 0, -2)$ :  $\frac{2-(-1)}{3} = 0+1 = -\frac{-2}{2}$

$$1 = 1 = 1 \Rightarrow C \in r.$$

# EXEMPLO

(a) Determine equações simétricas para a reta  $r$  que passa por  $A = (2, -1, 0)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-3, 1, -2)$ .

(b) Use a equação para encontrar dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (3, 1, -1)$  e  $C = (-1, 0, -2)$  pertencem a  $r$ .

$$(c) r : \frac{2-x}{3} = y+1 = -\frac{z}{2}.$$

Substituindo  $B = (3, 1, -1)$ :  $\frac{2-3}{3} = 1+1 = -\frac{-1}{2}$

$$-\frac{1}{3} = 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow B \notin r.$$

Substituindo  $C = (-1, 0, -2)$ :  $\frac{2-(-1)}{3} = 0+1 = -\frac{-2}{2}$

$$1 = 1 = 1 \Rightarrow C \in r.$$

# OBSERVAÇÃO IMPORTANTE

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, -1, 0) + t(-3, 1, -2).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + t \\ z = 0 - 2t \end{cases}.$

**Equações simétricas (sem ajeitar).**  $r : \frac{x - 2}{-3} = \frac{y - (-1)}{1} = \frac{z - 0}{-2}.$

**Equações simétricas (ajeitando).**  $r : \frac{2 - x}{3} = y + 1 = -\frac{z}{2}.$

# OBSERVAÇÃO IMPORTANTE

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, -1, 0) + t(-3, 1, -2).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + t \\ z = 0 - 2t \end{cases}.$

**Equações simétricas (sem ajeitar).**  $r : \frac{x - 2}{-3} = \frac{y - (-1)}{1} = \frac{z - 0}{-2}.$

**Equações simétricas (ajeitando).**  $r : \frac{2 - x}{3} = y + 1 = -\frac{z}{2}.$  ?

# EXERCÍCIO

- (a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 4}{-2} = \frac{z}{5}$ .
- (b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x + 2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1 + 3z}{3}$ .

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(a) r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$$

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y-(-4)}{-2} = \frac{z-0}{5}$$

$$A = (1, -4, 0), \quad \vec{v} = (2, -2, 5)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(b) s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{\frac{3x+2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{x - (-\frac{2}{3})}{\frac{2}{3}}$$

$$1 - 2y = \frac{1 - 2y}{1} = \frac{\frac{1-2y}{-2}}{\frac{1}{-2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1+3z}{3} = \frac{-1-3z}{3} = \frac{\frac{-1-3z}{-3}}{\frac{3}{-3}} = \frac{z - (-\frac{1}{3})}{-1}$$

$$A = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), \quad \vec{v} = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -1)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(b) s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{\frac{3x+2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{x - (-\frac{2}{3})}{\frac{2}{3}}$$

$$1 - 2y = \frac{1 - 2y}{1} = \frac{\frac{1-2y}{-2}}{\frac{1}{-2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1+3z}{3} = \frac{-1-3z}{3} = \frac{\frac{-1-3z}{-3}}{\frac{3}{-3}} = \frac{z - (-\frac{1}{3})}{-1}$$

$$A = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), \quad \vec{v} = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -1)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(b) s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{\frac{3x+2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{x - (-\frac{2}{3})}{\frac{2}{3}}$$

$$1 - 2y = \frac{1 - 2y}{1} = \frac{\frac{1-2y}{-2}}{\frac{1}{-2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1+3z}{3} = \frac{-1-3z}{3} = \frac{\frac{-1-3z}{-3}}{\frac{3}{-3}} = \frac{z - (-\frac{1}{3})}{-1}$$

$$A = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), \quad \vec{v} = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -1)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(b) s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{\frac{3x+2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{x - (-\frac{2}{3})}{\frac{2}{3}}$$

$$1 - 2y = \frac{1 - 2y}{1} = \frac{\frac{1-2y}{-2}}{\frac{1}{-2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1+3z}{3} = \frac{-1-3z}{3} = \frac{\frac{-1-3z}{-3}}{\frac{3}{-3}} = \frac{z - (-\frac{1}{3})}{-1}$$

$$A = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), \quad \vec{v} = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -1)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(b) s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{\frac{3x+2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{x - (-\frac{2}{3})}{\frac{2}{3}}$$

$$1 - 2y = \frac{1 - 2y}{1} = \frac{\frac{1-2y}{-2}}{\frac{1}{-2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1+3z}{3} = \frac{-1-3z}{3} = \frac{\frac{-1-3z}{-3}}{\frac{3}{-3}} = \frac{z - (-\frac{1}{3})}{-1}$$

$$A = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), \quad \vec{v} = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -1)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(b) s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{\frac{3x+2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{x - (-\frac{2}{3})}{\frac{2}{3}}$$

$$1 - 2y = \frac{1 - 2y}{1} = \frac{\frac{1-2y}{-2}}{\frac{1}{-2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1+3z}{3} = \frac{-1-3z}{3} = \frac{\frac{-1-3z}{-3}}{\frac{3}{-3}} = \frac{z - (-\frac{1}{3})}{-1}$$

$$A = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), \quad \vec{v} = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -1)$$

• Outra possibilidade para vetor diretor é (4,-3,-6).  
•

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{5}$ .

(b) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$ .

$$(b) s : \frac{3x+2}{2} = 1 - 2y = -\frac{1+3z}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2} = \frac{\frac{3x+2}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{x - (-\frac{2}{3})}{\frac{2}{3}}$$

$$1 - 2y = \frac{1 - 2y}{1} = \frac{\frac{1-2y}{-2}}{\frac{1}{-2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1+3z}{3} = \frac{-1-3z}{3} = \frac{\frac{-1-3z}{-3}}{\frac{3}{-3}} = \frac{z - (-\frac{1}{3})}{-1}$$

$$A = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), \quad \vec{v} = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -1)$$

Outra possibilidade para vetor diretor é (4,-3,-6).

Nunca troque o ponto por um múltiplo!

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $x$ :  $t = 1 - x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(1 - x) = 5 - 3x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + (1 - x) = 4 - x$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 5 - 3x \\ z = 4 - x \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $x$ :  $t = 1 - x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(1 - x) = 5 - 3x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + (1 - x) = 4 - x$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 5 - 3x \\ z = 4 - x \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $x$ :  $t = 1 - x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(1 - x) = 5 - 3x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + (1 - x) = 4 - x$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 5 - 3x \\ z = 4 - x \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $x$ :  $t = 1 - x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(1 - x) = 5 - 3x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + (1 - x) = 4 - x$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 5 - 3x \\ z = 4 - x \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $x$ :  $t = 1 - x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(1 - x) = 5 - 3x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + (1 - x) = 4 - x$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 5 - 3x \\ z = 4 - x \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $x$ :  $t = 1 - x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(1 - x) = 5 - 3x$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + (1 - x) = 4 - x$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 5 - 3x \\ z = 4 - x \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .

Isolando  $t$  na equação de  $y$ :  $t = \frac{y-2}{3}$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y$ .

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y \\ z = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y \end{cases}$ .

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .

Isolando  $t$  na equação de  $y$ :  $t = \frac{y-2}{3}$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y$ .

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y \\ z = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y \end{cases}$ .

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ .

Isolando  $t$  na equação de  $y$ :  $t = \frac{y-2}{3}$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y$ .

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y \\ z = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y \end{cases}$ .

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $y$ :  $t = \frac{y-2}{3}$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $z$ :  $z = 3 + t \Rightarrow z = 3 + \left(\frac{y-2}{3}\right) = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y$ .

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}y \\ z = \frac{7}{3} + \frac{1}{3}y \end{cases}$ .

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $z$ :  $t = z - 3$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - (z - 3) = 4 - z$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(z - 3) = 3z - 7 = -7 + 3z$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 4 - z \\ y = -7 + 3z \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $z$ :  $t = z - 3$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - (z - 3) = 4 - z$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(z - 3) = 3z - 7 = -7 + 3z$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 4 - z \\ y = -7 + 3z \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $z$ :  $t = z - 3$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - (z - 3) = 4 - z$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(z - 3) = 3z - 7 = -7 + 3z$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 4 - z \\ y = -7 + 3z \end{cases}$

# EQUAÇÕES REDUZIDAS DE UMA RETA

Reta  $r$  com ponto  $A = (1, 2, 3)$  e vetor diretor  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 3, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Isolando  $t$  na equação de  $z$ :  $t = z - 3$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $x$ :  $x = 1 - t \Rightarrow x = 1 - (z - 3) = 4 - z$ .

Substituindo  $t$  na equação de  $y$ :  $y = 2 + 3t \Rightarrow y = 2 + 3(z - 3) = 3z - 7 = -7 + 3z$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 4 - z \\ y = -7 + 3z \end{cases}$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$  :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$  :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

(a)  $r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = y \\ z = + 3y \end{cases}$$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = 0 + y \\ z = 0 + 3y \end{cases}$$

$$A = (2, 0, 0), \quad \vec{v} = (-1, 1, 3)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$  :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

(a)  $r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = y \\ z = + 3y \end{cases}$$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = 0 + y \\ z = 0 + 3y \end{cases}$$

$$A = (2, 0, 0), \quad \vec{v} = (-1, 1, 3)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$  :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

(a)  $r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = y \\ z = + 3y \end{cases}$$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = 0 + y \\ z = 0 + 3y \end{cases}$$

$$A = (2, 0, 0), \quad \vec{v} = (-1, 1, 3)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

(a)  $r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = y \\ z = + 3y \end{cases}$$

$$r : \begin{cases} x = 2 - y \\ y = 0 + y \\ z = 0 + 3y \end{cases}$$

$$A = (2, 0, 0), \quad \vec{v} = (-1, 1, 3)$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$ :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

$$(b) r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$$

Escolhendo  $y = 0$ :  $x = 2 - y = 2 - 0 = 2$  e  $z = 3y = 3 \cdot 0 = 0$ .

$$(2, 0, 0) \in r.$$

Escolhendo  $y = 1$ :  $x = 2 - 1 = 2 - 1 = 1$  e  $z = 3y = 3 \cdot 1 = 3$ .

$$(1, 1, 3) \in r.$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$ :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

$$(b) r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$$

Escolhendo  $y = 0$ :  $x = 2 - y = 2 - 0 = 2$  e  $z = 3y = 3 \cdot 0 = 0$ .

$$(2, 0, 0) \in r.$$

Escolhendo  $y = 1$ :  $x = 2 - 1 = 2 - 1 = 1$  e  $z = 3y = 3 \cdot 1 = 3$ .

$$(1, 1, 3) \in r.$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$ :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

$$(b) r : \begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$$

Escolhendo  $y = 0$ :  $x = 2 - y = 2 - 0 = 2$  e  $z = 3y = 3 \cdot 0 = 0$ .

$$(2, 0, 0) \in r.$$

Escolhendo  $y = 1$ :  $x = 2 - 1 = 2 - 1 = 1$  e  $z = 3y = 3 \cdot 1 = 3$ .

$$(1, 1, 3) \in r.$$

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$ :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

(c) Trocando  $(x, y, z)$  por  $(-1, 3, 9)$ :

$$x = 2 - y \Rightarrow -1 = 2 - 3 \Rightarrow -1 = -1;$$

$$z = 3y \Rightarrow 9 = 3 \cdot 3 \Rightarrow 9 = 9.$$

Logo,  $B \in r$ .

Trocando  $(x, y, z)$  por  $(2, 0, 1)$ :

$$x = 2 - y \Rightarrow 2 = 2 - 0 \Rightarrow 2 = 2;$$

$$z = 3y \Rightarrow 1 = 3 \cdot 0 \Rightarrow 1 = 0.$$

Logo,  $C \notin r$ .

# EXERCÍCIO

(a) Determine um ponto e um vetor diretor para a reta  $r$ :  $\begin{cases} x = 2 - y \\ z = + 3y \end{cases}$ .

(b) Encontre dois pontos que pertencem a  $r$ .

(c) Verifique se os pontos  $B = (-1, 3, 9)$  e  $C = (0, 0, 1)$  pertencem a  $r$ .

(c) Trocando  $(x, y, z)$  por  $(-1, 3, 9)$ :

$$x = 2 - y \Rightarrow -1 = 2 - 3 \Rightarrow -1 = -1;$$

$$z = 3y \Rightarrow 9 = 3 \cdot 3 \Rightarrow 9 = 9.$$

Logo,  $B \in r$ .

Trocando  $(x, y, z)$  por  $(2, 0, 1)$ :

$$x = 2 - y \Rightarrow 2 = 2 - 0 \Rightarrow 2 = 2;$$

$$z = 3y \Rightarrow 1 = 3 \cdot 0 \Rightarrow 1 = 0.$$

Logo,  $C \notin r$ .

# DETALHES QUE ESCONDemos DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDemos DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDemos DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDemos DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDEMOS DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDemos DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDemos DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDEMOS DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (-2, -1, 3) + t(2, 1, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : \frac{x+2}{2} = y+1; z=3.$

**Equações reduzidas por  $y$ .**  $r : \begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $z$ .

# DETALHES QUE ESCONDEMOS DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(-1, 0, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ .

**Equações simétricas (sem ajeitar).**  $r : \frac{x - 1}{-1} = \frac{z - 0}{1}; y = 0$ .

**Equações simétricas (ajeitando).**  $r : 1 - x = z; y = 0$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = x \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas por  $y$ .

# DETALHES QUE ESCONDEMOS DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(-1, 0, 1).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}.$

**Equações simétricas (sem ajeitar).**  $r : \frac{x - 1}{-1} = \frac{z - 0}{1}; y = 0.$

**Equações simétricas (ajeitando).**  $r : 1 - x = z; y = 0.$

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = x \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $y$ .

# DETALHES QUE ESCONDemos DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(-1, 0, 1)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y \\ z \end{cases}$

y constante, então  
coordenada do vetor em y é 0.

**Equações simétricas (sem ajeitar).**  $r : \frac{x - 1}{-1} = \frac{z - 0}{1}; y = 0$ .

**Equações simétricas (ajeitando).**  $r : 1 - x = z; y = 0$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = x \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas por  $y$ .

# DETALHES QUE ESCONDEMOS DE VOCÊ

Vetor com uma entrada igual a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(-1, 0, 1).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}.$

**Equações simétricas (sem ajeitar).**  $r : \frac{x - 1}{-1} = \frac{z - 0}{1}; y = 0.$

**Equações simétricas (ajeitando).**  $r : 1 - x = z; y = 0.$

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = x \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas por  $y$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : x = 1; y = 2$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : x = 1; y = 2$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : x = 1; y = 2$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : x = 1; y = 2$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : x = 1; y = 2$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : x = 1; y = 2$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z \end{cases}$$

Nesse caso, podemos dizer que equações paramétricas, simétricas e reduzidas são iguais e dadas por  $x=1$ ,  $y=2$ .

**Equações reduzidas por  $z$ .**

$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 2)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : x = 1; y = 2$ .

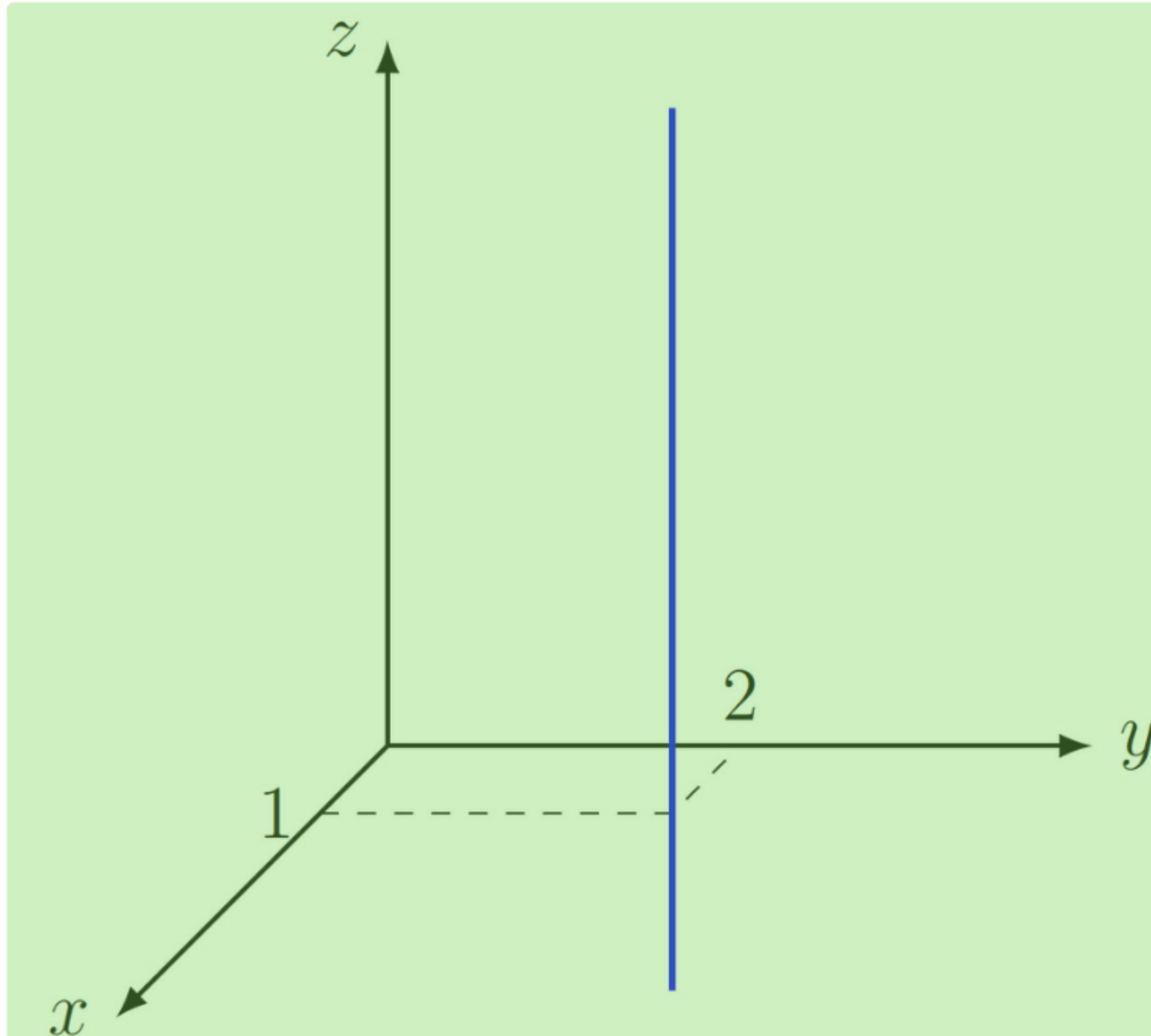
**Equações reduzidas por  $z$ .**  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.



$$= (1, 2, 3) + t(0, 0, 2).$$

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$z = 3 + 2t$$

$$; y = 2.$$

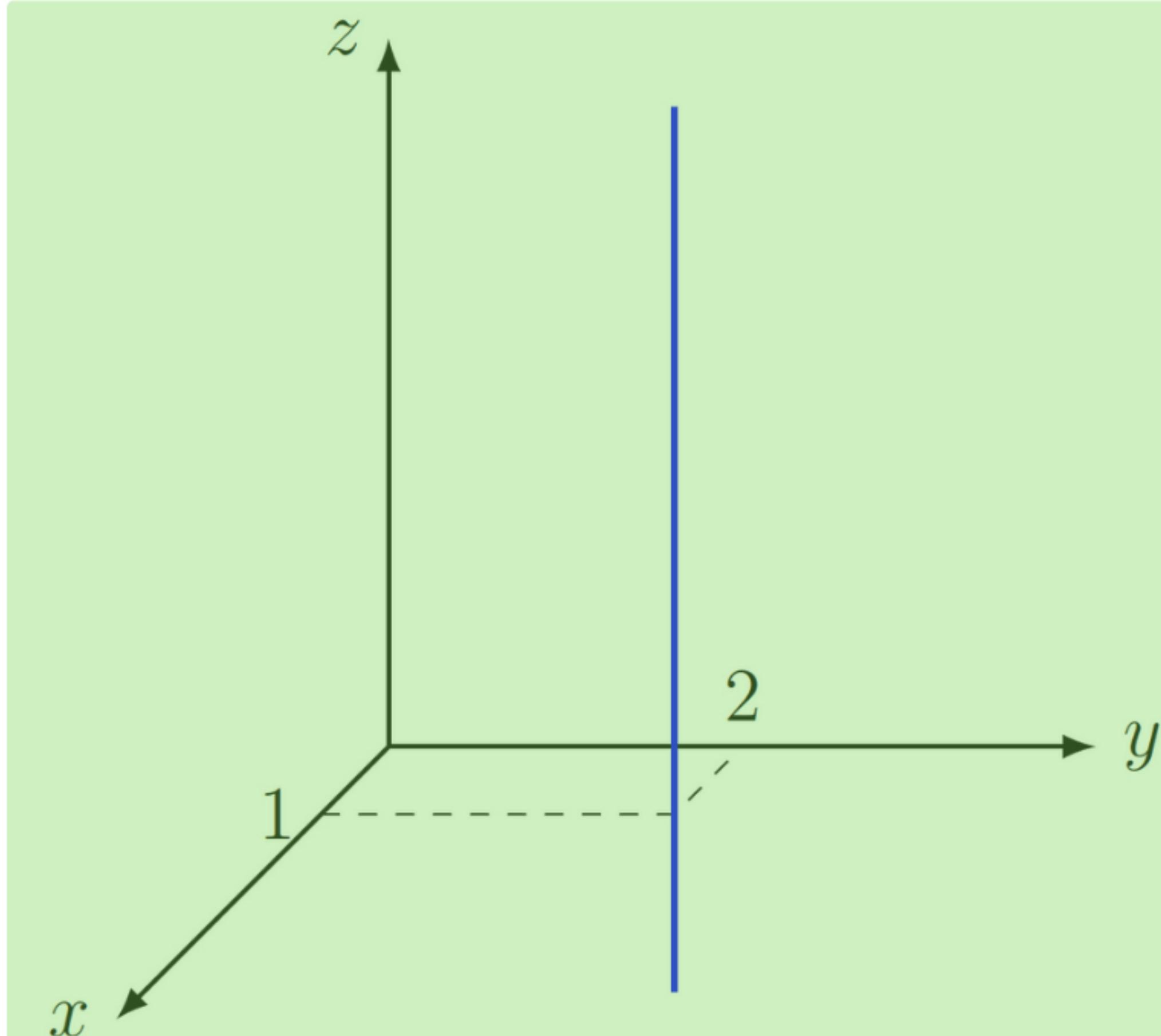
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} .$$

reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.



$$= (1, 2, 3) + t(0, 0, 2).$$

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$z = \text{?}$$

$$; y = 2.$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = ? \end{cases}$$

Podemos escolher

$$A = (1, 2, 0) \text{ e } \vec{v} = (0, 0, 1).$$

reduzidas nem por  $x$  nem por  $y$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $x = 1$  e  $y = 2$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, 1, 1) + t(-1, 0, 0)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : y = 1; z = 1$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $y$  nem por  $z$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $y = 1$  e  $z = 1$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, 1, 1) + t(-1, 0, 0)$ .

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .

**Equações simétricas.**  $r : y = 1; z = 1$ .

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $y$  nem por  $z$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $y = 1$  e  $z = 1$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, 1, 1) + t(-1, 0, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : y = 1; z = 1.$

**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $y$  nem por  $z$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $y = 1$  e  $z = 1$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

**Equação vetorial.**  $r : (x, y, z) = (2, 1, 1) + t(-1, 0, 0).$

**Equações paramétricas.**  $r : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}.$

**Equações simétricas.**  $r : y = 1; z = 1.$

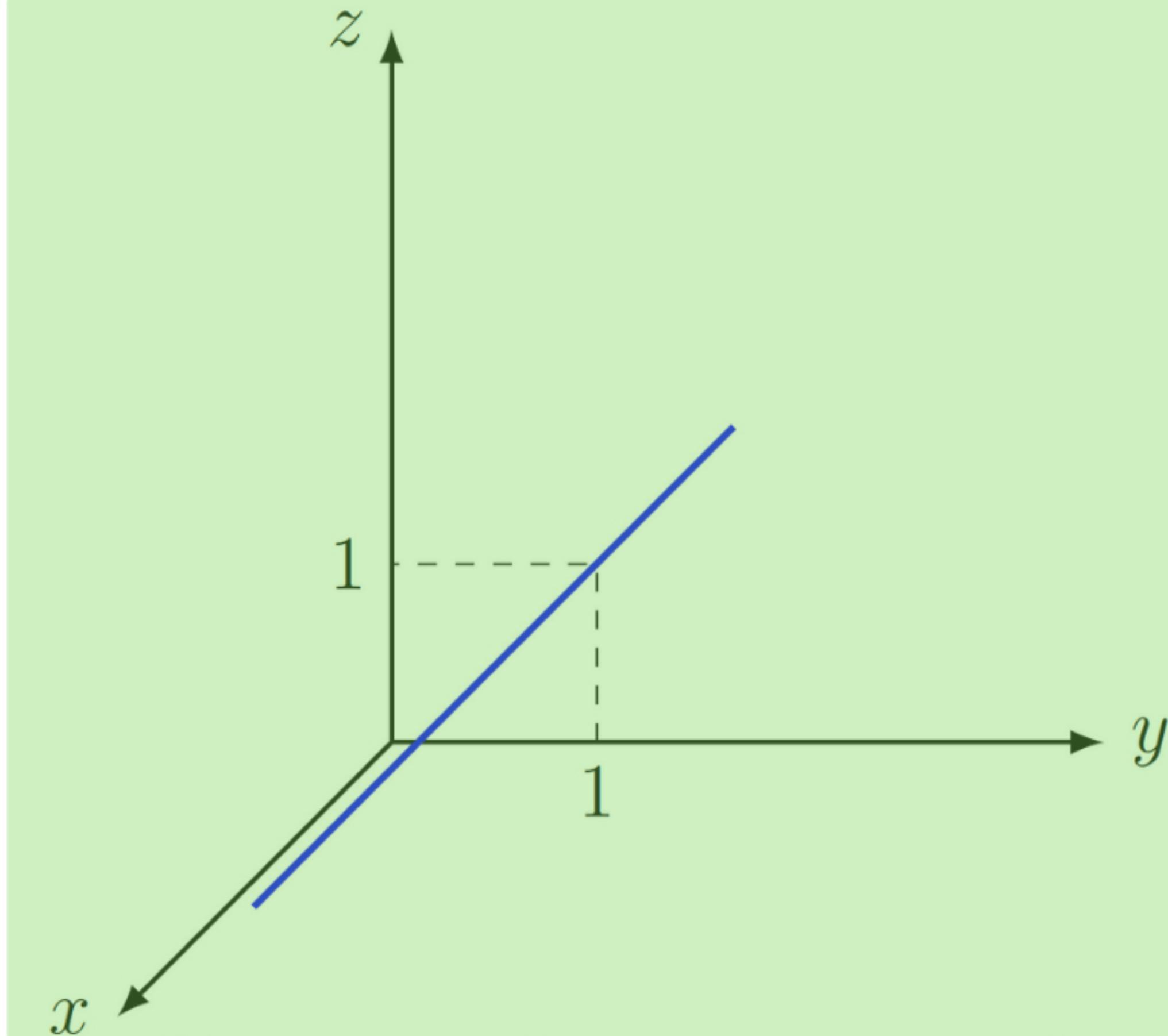
**Equações reduzidas por  $x$ .**  $r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases}.$

Não é possível fazer equações reduzidas nem por  $y$  nem por  $z$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $y = 1$  e  $z = 1$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.



$$(2, 1, 1) + t(-1, 0, 0).$$

$$\begin{aligned} = & 2 - t \\ = & 1 \\ = & 1 \end{aligned}$$

$z = 1$ .  $A = (0, 1, 1)$  e  $\vec{v} = (1, 0, 0)$ .

$$\begin{aligned} y &= 1 \\ z &= 1 \end{aligned} .$$

luzidas nem por  $y$  nem por  $z$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $y = 1$  e  $z = 1$ .

# MAIS DETALHES ESCONDIDOS

Vetor com duas entradas iguais a 0.

$z$

$$(2, 1, 1) + t(-1, 0, 0).$$

$$= \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix} - t \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$$

• Não faz sentido considerar o caso com as três entradas do vetor iguais a zero pois o vetor diretor deve ser não nulo.

1

1

$x$

$$\begin{matrix} y \\ z \end{matrix} = \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} + t \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$$

luzidas nem por  $y$  nem por  $z$ .

Devemos interpretar essa reta como o conjunto de todos os pontos que têm coordenadas  $y = 1$  e  $z = 1$ .

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

Ponto e vetor diretor determinam uma reta.

Vimos 4 formatos de equações: vetorial, paramétricas, simétricas e reduzidas.

No caso do vetor ter entradas iguais a 0, há certas particularidades nas equações.

Há infinitas possibilidades de escolha de ponto e vetor diretor para uma reta. Para trocar de vetor, basta escolher um múltiplo. Para trocar de ponto, é necessário escolher outro ponto que pertence à reta.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

Ponto e vetor diretor determinam uma reta.

Vimos 4 formatos de equações: vetorial, paramétricas, simétricas e reduzidas.

No caso do vetor ter entradas iguais a 0, há certas particularidades nas equações.

Há infinitas possibilidades de escolha de ponto e vetor diretor para uma reta. Para trocar de vetor, basta escolher um múltiplo. Para trocar de ponto, é necessário escolher outro ponto que pertence à reta.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

Ponto e vetor diretor determinam uma reta.

Vimos 4 formatos de equações: vetorial, paramétricas, simétricas e reduzidas.

No caso do vetor ter entradas iguais a 0, há certas particularidades nas equações.

Há infinitas possibilidades de escolha de ponto e vetor diretor para uma reta. Para trocar de vetor, basta escolher um múltiplo. Para trocar de ponto, é necessário escolher outro ponto que pertence à reta.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

Ponto e vetor diretor determinam uma reta.

Vimos 4 formatos de equações: vetorial, paramétricas, simétricas e reduzidas.

No caso do vetor ter entradas iguais a 0, há certas particularidades nas equações.

Há infinitas possibilidades de escolha de ponto e vetor diretor para uma reta. Para trocar de vetor, basta escolher um múltiplo. Para trocar de ponto, é necessário escolher outro ponto que pertence à reta.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

O que você deve saber [1]: montar qualquer tipo de equação a partir de ponto e vetor diretor.

O que você deve saber [2]: encontrar um ponto e um vetor diretor a partir da equação.

O que você deve saber [3]: usar qualquer tipo de equação para verificar se um ponto pertence ou não à reta.

O que você deve saber [4]: usar qualquer tipo de equação para gerar pontos que pertencem à reta.

O que você deve saber [5]: saber identificar se duas retas são a mesma ou não usando vetores e pontos.

O que você deve saber [6]: ter em mente que em qualquer problema que pede para encontrar uma reta, você deve procurar por um ponto e um vetor diretor.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

O que você deve saber [1]: montar qualquer tipo de equação a partir de ponto e vetor diretor.

O que você deve saber [2]: encontrar um ponto e um vetor diretor a partir da equação.

O que você deve saber [3]: usar qualquer tipo de equação para verificar se um ponto pertence ou não à reta.

O que você deve saber [4]: usar qualquer tipo de equação para gerar pontos que pertencem à reta.

O que você deve saber [5]: saber identificar se duas retas são a mesma ou não usando vetores e pontos.

O que você deve saber [6]: ter em mente que em qualquer problema que pede para encontrar uma reta, você deve procurar por um ponto e um vetor diretor.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

O que você deve saber [1]: montar qualquer tipo de equação a partir de ponto e vetor diretor.

O que você deve saber [2]: encontrar um ponto e um vetor diretor a partir da equação.

O que você deve saber [3]: usar qualquer tipo de equação para verificar se um ponto pertence ou não à reta.

O que você deve saber [4]: usar qualquer tipo de equação para gerar pontos que pertencem à reta.

O que você deve saber [5]: saber identificar se duas retas são a mesma ou não usando vetores e pontos.

O que você deve saber [6]: ter em mente que em qualquer problema que pede para encontrar uma reta, você deve procurar por um ponto e um vetor diretor.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

O que você deve saber [1]: montar qualquer tipo de equação a partir de ponto e vetor diretor.

O que você deve saber [2]: encontrar um ponto e um vetor diretor a partir da equação.

O que você deve saber [3]: usar qualquer tipo de equação para verificar se um ponto pertence ou não à reta.

O que você deve saber [4]: usar qualquer tipo de equação para gerar pontos que pertencem à reta.

O que você deve saber [5]: saber identificar se duas retas são a mesma ou não usando vetores e pontos.

O que você deve saber [6]: ter em mente que em qualquer problema que pede para encontrar uma reta, você deve procurar por um ponto e um vetor diretor.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

O que você deve saber [1]: montar qualquer tipo de equação a partir de ponto e vetor diretor.

O que você deve saber [2]: encontrar um ponto e um vetor diretor a partir da equação.

O que você deve saber [3]: usar qualquer tipo de equação para verificar se um ponto pertence ou não à reta.

O que você deve saber [4]: usar qualquer tipo de equação para gerar pontos que pertencem à reta.

O que você deve saber [5]: saber identificar se duas retas são a mesma ou não usando vetores e pontos.

O que você deve saber [6]: ter em mente que em qualquer problema que pede para encontrar uma reta, você deve procurar por um ponto e um vetor diretor.

# RESUMO DO QUE VIMOS NESSA SEMANA

O que você deve saber [1]: montar qualquer tipo de equação a partir de ponto e vetor diretor.

O que você deve saber [2]: encontrar um ponto e um vetor diretor a partir da equação.

O que você deve saber [3]: usar qualquer tipo de equação para verificar se um ponto pertence ou não à reta.

O que você deve saber [4]: usar qualquer tipo de equação para gerar pontos que pertencem à reta.

O que você deve saber [5]: saber identificar se duas retas são a mesma ou não usando vetores e pontos.

O que você deve saber [6]: ter em mente que em qualquer problema que pede para encontrar uma reta, você deve procurar por um ponto e um vetor diretor.

# DICA IMPORTANTE

Quando você não lembrar como encontrar ponto e vetor a partir da equação:

Use a equação para obter dois pontos  $A$  e  $B$  (com isso já temos um ponto).

O vetor  $\overrightarrow{AB}$  é um vetor diretor.

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2y \\ z = 3 \end{cases} .$$

Com  $y = 0$ :  $x = 1$  e  $z = 3$ . Logo,  $A = (1, 0, 3) \in r$ .

Com  $y = 1$ :  $x = 3$  e  $z = 3$ . Logo,  $B = (3, 1, 3) \in r$ .

$\overrightarrow{AB} = B - A = (3, 1, 3) - (1, 0, 3) = (2, 1, 0)$  é um possível vetor diretor.

# DICA IMPORTANTE

Quando você não lembrar como encontrar ponto e vetor a partir da equação:

Use a equação para obter dois pontos  $A$  e  $B$  (com isso já temos um ponto).

O vetor  $\overrightarrow{AB}$  é um vetor diretor.

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2y \\ z = 3 \end{cases} .$$

Com  $y = 0$ :  $x = 1$  e  $z = 3$ . Logo,  $A = (1, 0, 3) \in r$ .

Com  $y = 1$ :  $x = 3$  e  $z = 3$ . Logo,  $B = (3, 1, 3) \in r$ .

$\overrightarrow{AB} = B - A = (3, 1, 3) - (1, 0, 3) = (2, 1, 0)$  é um possível vetor diretor.

# DICA IMPORTANTE

Quando você não lembrar como encontrar ponto e vetor a partir da equação:

Use a equação para obter dois pontos  $A$  e  $B$  (com isso já temos um ponto).

O vetor  $\overrightarrow{AB}$  é um vetor diretor.

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2y \\ z = 3 \end{cases} .$$

Com  $y = 0$ :  $x = 1$  e  $z = 3$ . Logo,  $A = (1, 0, 3) \in r$ .

Com  $y = 1$ :  $x = 3$  e  $z = 3$ . Logo,  $B = (3, 1, 3) \in r$ .

$\overrightarrow{AB} = B - A = (3, 1, 3) - (1, 0, 3) = (2, 1, 0)$  é um possível vetor diretor.

# DICA IMPORTANTE

Quando você não lembrar como encontrar ponto e vetor a partir da equação:

Use a equação para obter dois pontos  $A$  e  $B$  (com isso já temos um ponto).

O vetor  $\overrightarrow{AB}$  é um vetor diretor.

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2y \\ z = 3 \end{cases} .$$

Com  $y = 0$ :  $x = 1$  e  $z = 3$ . Logo,  $A = (1, 0, 3) \in r$ .

Com  $y = 1$ :  $x = 3$  e  $z = 3$ . Logo,  $B = (3, 1, 3) \in r$ .

$\overrightarrow{AB} = B - A = (3, 1, 3) - (1, 0, 3) = (2, 1, 0)$  é um possível vetor diretor.

# PARA PENSAR PARA A PRÓXIMA AULA

Encontre uma forma de:

- (a) Identificar se duas retas são paralelas.
- (b) Identificar se duas retas são perpendiculares.
- (c) Identificar se duas retas são coplanares.
- (d) Identificar se duas retas possuem interseção e qual é essa interseção.
- (e) Determinar o ângulo entre duas retas.

**Dica.** Quase tudo é resolvido pensando em termos de pontos e vetor.



# Fim!

**A lista de exercícios está esperando sua visita.**