e assim sendo a Equação 8 fica

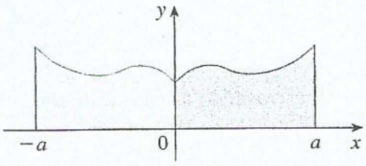
$$\boxed{9} \qquad \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{0}^{a} f(-u)\,du + \int_{0}^{a} f(x)\,dx$$

(a) Se f for par, então $f(-u) = f(u)$; logo, da Equação 9 segue que

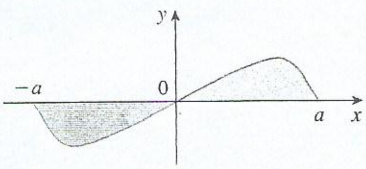
$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{0}^{a} f(u)\,du + \int_{0}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$$

(b) Se f for ímpar, então $f(-u) = -f(u)$, e a Equação 9 nos dá que

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = -\int_{0}^{a} f(u)\,du + \int_{0}^{a} f(x)\,dx = 0$$



(a) f par, $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$



(b) f ímpar, $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$

FIGURA 4

O Teorema 7 está ilustrado na Figura 4. Quando f é positiva e par, a parte (a) diz que a área sob $y = f(x)$ de $-a$ até a é o dobro da área de 0 até a em virtude da simetria. Lembre-se de que uma integral $\int_{a}^{b} f(x)\,dx$ pode ser expressa como a área acima do eixo x e abaixo de $y = f(x)$ menos a área abaixo do eixo x e acima da curva. Assim, a parte (b) diz que a integral é 0, pois as áreas se cancelam.

EXEMPLO 10 Uma vez que $f(x) = x^6 + 1$ satisfaz $f(-x) = f(x)$, ela é par, e portanto

$$\int_{-2}^{2} (x^6 + 1)\,dx = 2\int_{0}^{2} (x^6 + 1)\,dx$$

$$= 2\left[\tfrac{1}{7}x^7 + x\right]_0^2 = 2\left(\tfrac{128}{7} + 2\right) = \tfrac{284}{7}$$

EXEMPLO 11 Já que $f(x) = (\operatorname{tg} x)/(1 + x^2 + x^4)$ satisfaz $f(-x) = -f(x)$, ela é ímpar, e por conseguinte

$$\int_{-1}^{1} \frac{\operatorname{tg} x}{1 + x^2 + x^4}\,dx = 0$$

5.5 EXERCÍCIOS

1–6 Calcule a integral fazendo a substituição dada.

1. $\int \cos 3x\,dx$, $\quad u = 3x$
2. $\int x(4 + x^2)^{10}\,dx$, $\quad u = 4 + x^2$
3. $\int x^2\sqrt{x^3 + 1}\,dx$, $\quad u = x^3 + 1$
4. $\int \dfrac{dt}{(1 - 6t)^4}$, $\quad u = 1 - 6t$
5. $\int \dfrac{4}{(1 + 2x)^3}\,dx$, $\quad u = 1 + 2x$
6. $\int e^{\operatorname{sen}\theta} \cos\theta\,d\theta$, $\quad u = \operatorname{sen}\theta$

7–46 Calcule a integral indefinida.

7. $\int x\operatorname{sen}(x^2)\,dx$
8. $\int x^2(x^3 + 5)^9\,dx$
9. $\int (3x - 2)^{20}\,dx$
10. $\int (3t + 2)^{2,4}\,dt$
11. $\int (x + 1)\sqrt{2x + x^2}\,dx$
12. $\int \dfrac{x}{(x^2 + 1)^2}\,dx$
13. $\int \dfrac{dx}{5 - 3x}$
14. $\int e^x \operatorname{sen}(e^x)\,dx$
15. $\int \operatorname{sen} \pi t\,dt$
16. $\int \dfrac{x}{x^2 + 1}\,dx$
17. $\int \dfrac{a + bx^2}{\sqrt{3ax + bx^3}}\,dx$
18. $\int \sec 2\theta \operatorname{tg} 2\theta\,d\theta$
19. $\int \dfrac{(\ln x)^2}{x}\,dx$
20. $\int \dfrac{dx}{ax + b}$ $\quad (a \neq 0)$
21. $\int \dfrac{\cos\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\,dt$
22. $\int \sqrt{x}\operatorname{sen}(1 + x^{3/2})\,dx$
23. $\int \cos\theta \operatorname{sen}^6\theta\,d\theta$
24. $\int (1 + \operatorname{tg}\theta)^5 \sec^2\theta x\,d\theta$
25. $\int e^x\sqrt{1 + e^x}\,dx$
26. $\int e^{\cos t} \operatorname{sen} t\,dt$