



MTM3100 - Pré-cálculo

1ª lista de exercícios - Números reais, frações, radiciação e potenciação

Última atualização: 29 de janeiro de 2021

- Por causa da curvatura da terra, a distância máxima  $D$  que você pode ver do topo de um edifício de altura  $h$  é estimada pela fórmula  $D = \sqrt{2rh + h^2}$ , onde  $r = 6371$  quilômetros é o raio da terra e  $D$  e  $h$  também são medidos em quilômetros. O quão longe você consegue ver do topo do edifício Yachthouse Residence Club em Balenário Camboriú, que tem altura de 281 metros?
- Determine o valor da expressão

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{7 + \frac{1}{8 + \frac{1}{9}}}}}}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{7 + \frac{1}{8 + \frac{1}{9}}}}}}}}}$$

Dica: observe que o termo

$$x = \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{7 + \frac{1}{8 + \frac{1}{9}}}}}}}$$

aparece nas duas parcelas; chame-o de  $x$  para simplificar as contas.

- Usando as propriedades de potenciação, simplifique e dê a resposta na forma de potências de números primos.

(a)  $\frac{12^5 \cdot 20^3}{30^4}$

(b)  $(3 \cdot 2^5 \cdot 2^{13})^2$

(c)  $\left[ - \left( \frac{3^6 \cdot 6^{3^2} \cdot (4^2)^4}{27^2 \cdot 2} \right)^2 \right]^3$

- Eis uma receita para fazer 150 ml de molho de salada: 90 ml de azeite, 45 ml de vinagre e 15 ml de molho de soja. Se quisermos fazer 210 ml desse molho, quantos mililitros de azeite vamos usar?

- Determine, em cada caso, se a afirmação ou igualdade é verdadeira ou falsa.

(a)  $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$

(b)  $(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$

(c)  $2^5/2^3 = 2^2$

(d)  $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

(e)  $\frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$

(f)  $(a^2)^3 = a^{2^3}$

(g)  $-2 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$

(h)  $\frac{3}{4} \notin \mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}$

(i)  $-10 \in \mathbb{N} \cap \mathbb{Q}$

6. Em uma prova de Pré-Cálculo, um exercício pedia para os alunos simplificarem a expressão

$$S = \frac{\frac{2+x}{1-x} - 1}{1 - \frac{x}{1+x}}.$$

Aninha resolveu esse exercício da seguinte forma:

$$S = \frac{\frac{2+x}{1-x} - 1}{1 - \frac{x}{1+x}} \stackrel{(1)}{=} \frac{\frac{2+x-1-x}{1-x}}{1 - \frac{x}{1+x}} \stackrel{(2)}{=} \frac{\frac{1}{1-x}}{\frac{1+x-x}{1+x}} \stackrel{(3)}{=} \frac{\frac{1}{1-x}}{\frac{1}{1+x}} \stackrel{(4)}{=} \frac{1-x}{1+x}.$$

Determine a validade de cada uma das igualdades (1)–(4). A resposta final de Aninha está certa?

7. João deseja pintar as paredes de sua casa. O vendedor lhe informa que uma lata de tinta custa 120 reais e que ele irá precisar de 4 latas de tinta, mas existe uma promoção de uma lata maior por 170 reais. O vendedor informa que a quantidade de tinta de 3 latas maiores é a mesma de 5 latas regulares, ou seja, a lata maior tem  $5/3$  vezes a quantidade de tinta da lata regular. Qual é o melhor negócio para João e quanto de tinta irá sobrar?

8. Simplifique o quanto for possível, dando as respostas na forma de potências de 10.

(a) 1

(b) 0,000001

(c)  $(-0,1)^{-3}$

9. Simplifique as expressões abaixo, indicando as que não estão definidas em  $\mathbb{R}$ .

(a)  $\sqrt[3]{-27}$

(b)  $\sqrt[5]{-1}$

(c)  $\sqrt{(-7)^2}$

(d)  $\sqrt{-3^2}$

(e)  $\sqrt[5]{\sqrt[4]{2}}$

(f)  $\sqrt[3]{2^3 a^6}$

10. Sejam  $x$  e  $y$  números reais positivos. Reescreva as expressões e dê a resposta utilizando uma única raiz.

(a)  $\sqrt[4]{x} / \sqrt[12]{x}$

(b)  $\frac{\sqrt[15]{x^2} \cdot \sqrt[20]{x^{17}}}{\sqrt[30]{x^{11}}}$

11. Se  $\left(\sqrt{\sqrt{10}\sqrt{10}\sqrt{10}}\right)^{32} = 10^n$ , então qual é o valor de  $n$ ?

12. Simplifique as expressões e dê a resposta na forma de produto de potências.

(a)  $\frac{2^{1/3} \cdot 3^{1/4} \cdot (-4)^{-2}}{3^3 \cdot 9^{1/3} \cdot 8^{-1/6}}$

(b)  $\frac{(\frac{2}{3})^{3/2}}{(\frac{3}{4})^{-4/3}}$

13. Supondo  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ , simplifique a expressão

$$\frac{\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+1}}.$$

14. Um valor inicial  $V_{\text{ini}}$  investido em uma aplicação com taxa de rendimento de  $i$  ao mês é corrigido, após  $n$  meses (por juros compostos), pela expressão:

$$V_{\text{fim}} = V_{\text{ini}}(1+i)^n.$$

Se uma pessoa investiu  $V_{\text{ini}} = 100$  por  $n = 10$ , e o valor final resgatado foi  $V_{\text{fim}} = 110,46$ , qual foi a taxa de juros  $i$ ? (Use uma calculadora.)

**15.** Se

$$\left(1 - \frac{1}{33}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{34}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{35}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{36}\right) = \frac{a}{36},$$

então qual é o valor de  $a$ ?

**16.** Usando a propriedade distributiva, escreva  $(68 - 1) \cdot (68^3 + 68^2 + 68 + 1) + 68$  na forma  $68^a + b$ . Quais são os valores de  $a$  e  $b$ ?



MTM3100 - Pré-cálculo

Gabarito da 1ª lista de exercícios

Números reais, frações, radiciação e potenciação

Última atualização: 29 de janeiro de 2021

1. Aproximadamente 59,838 quilômetros.
2. 1
3.
  - (a)  $2^{12} \cdot 3 \cdot 5^{-1}$
  - (b)  $2^{36} \cdot 3^2$
  - (c)  $-2^{144} \cdot 3^{54}$
4. 126ml
5.
  - (a) V
  - (b) F
  - (c) V
  - (d) F
  - (e) V
  - (f) F
  - (g) V
  - (h) V
  - (i) F
6. Apenas as igualdades (2) e (3) estão corretas. A resposta final está errada.
7. Duas latas grandes e uma lata regular. Sobrará 1/3 da lata regular.
8.
  - (a)  $10^0$
  - (b)  $10^{-6}$
  - (c)  $-10^3$
9.
  - (a) -3
  - (b) -1
  - (c) 7
  - (d)  $\sqrt{-3^2} \notin \mathbb{R}$
  - (e)  $\sqrt[20]{2}$
  - (f)  $2a^2$
10.
  - (a)  $\sqrt[6]{x}$
  - (b)  $\sqrt[60]{x^{37}}$
11.  $n=28$
12.
  - (a)  $2^{-19/6} \cdot 3^{-41/12}$
  - (b)  $2^{-7/6} \cdot 3^{-1/6}$
13. 1
14.  $i = \sqrt[10]{\frac{110,46}{100}} - 1 \approx 0,01$
15.  $a=32$
16.  $a = 4$  e  $b = 67$