



Geometria Analítica

Videoaula 4.6

Posições Relativas entre Planos

Departamento de Matemática (UFSC)

Professora ALDA MORTARI

Professor CHRISTIAN WAGNER

Professor FELIPE TASCA

Professor GIULIANO BOAVA

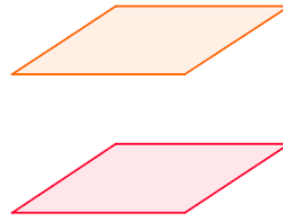
Professor LEANDRO MORGADO

Professora MARÍA ASTUDILLO

Professor MYKOLA KHRYPCHENKO

Posições relativas entre Planos

Paralelos e distintos



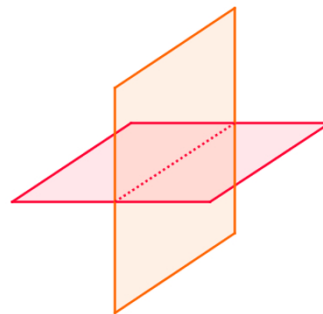
Vetores normais paralelos e
um ponto de um não pertence ao outro

Paralelos e coincidentes



Vetores normais paralelos e
um ponto de um pertence ao outro

Concorrentes



Vetores normais não paralelos

Exemplo 1

Determine a posição relativa entre os dois planos abaixo:

$$\alpha : 2x + 3y - z = 0.$$

$$\beta : -4x - 6y + 2z + 1 = 0.$$

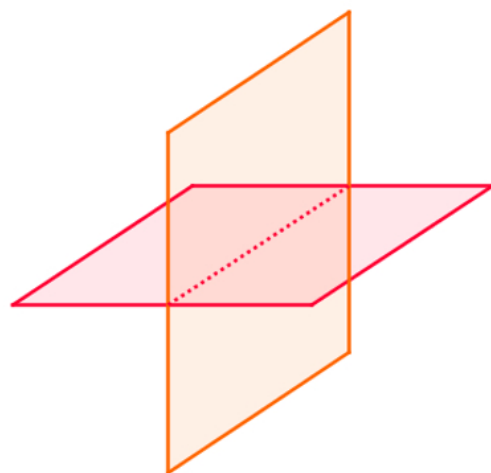


Exemplo 2

Determine a posição relativa entre os dois planos abaixo:

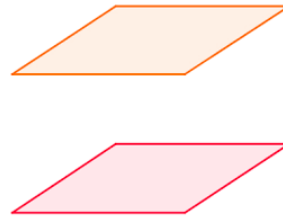
$$\pi_1 : x + 2y - z = 0.$$

$$\pi_2 : x + 2y + 3 = 0.$$



Interseção entre Planos

**Paralelos e
distintos**



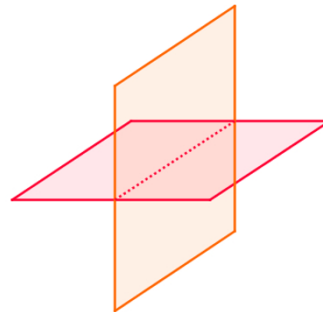
Interseção é o conjunto vazio

**Paralelos e
coincidentes**



Interseção é todo o plano

Concorrentes



Interseção é uma reta

Como calcular a interseção?

Para calcular a interseção entre dois planos, basta encontrar os pontos (x, y, z) que satisfazem as equações simultaneamente.

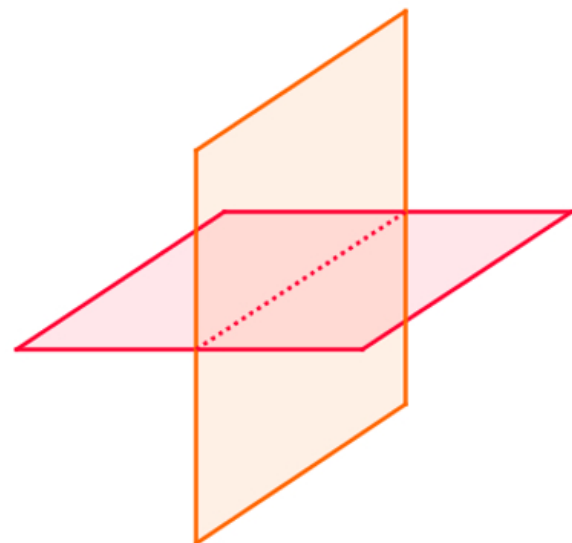
Isso significa resolver o sistema!

Exemplo 3

Determine a interseção entre os planos abaixo:

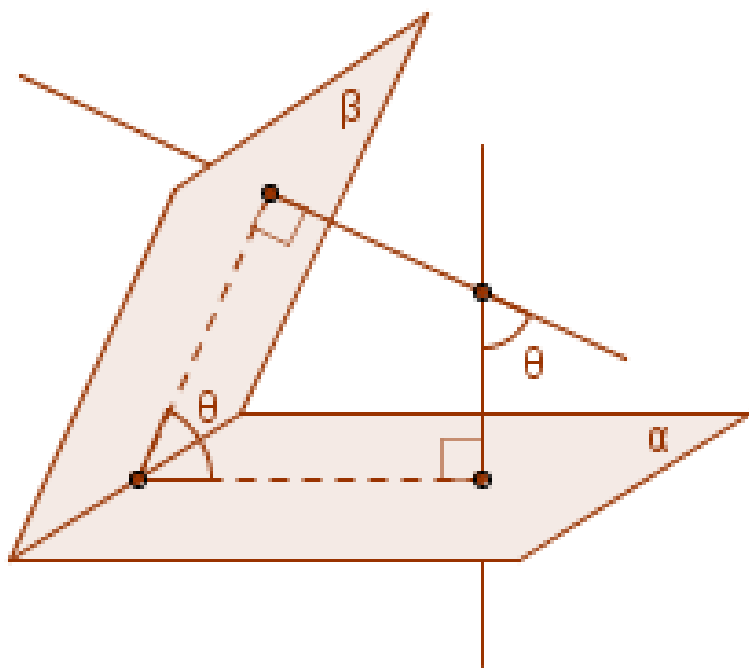
$$\alpha : x - 2y - z = 0.$$

$$\beta : 2x - y + z - 6 = 0.$$



Ângulo entre dois planos

O ângulo entre dois planos α e β é o menor ângulo formado entre um vetor normal de α e um vetor normal de β .



$$\cos(\theta) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

Exemplo 4

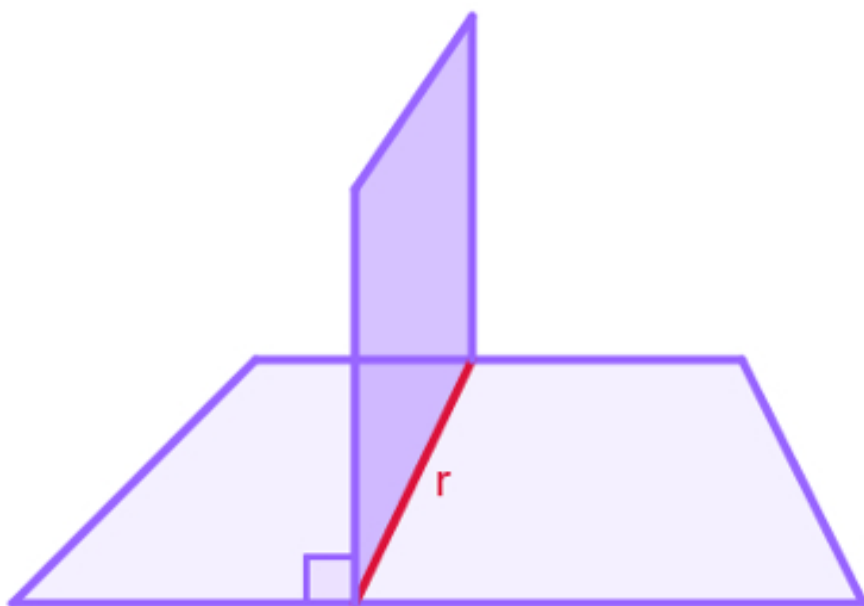
Calcule o ângulo formado entre os planos abaixo:

$$\alpha : x - 2y - z = 0.$$

$$\beta : 2x - y + z - 6 = 0.$$

Condição de ortogonalidade

Dois planos são ortogonais se os seus vetores normais são ortogonais.



Exemplo 5

Calcule o valor de m para que os planos abaixo sejam ortogonais.

$$\alpha : x - y + mz = 0.$$

$$\beta : \begin{cases} x = 2 + s - t \\ y = 3 + 2s + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$