10. Emparelhamento.

10.1. Emparelhamento em Grafos Bipartidos

Bipartidos

↳ são grafos não-dirigidos e não-ponderados $G = (V = X \cup Y, E)$ no qual seu conjunto de vértices é dividido em dois subconjuntos X e Y, que são disjuntos entre si

→ Cada aresta tem um indivíduo em X e outro em Y

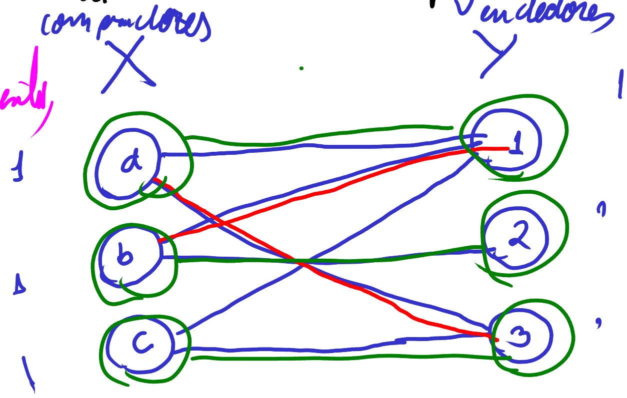
→ Entrada: um grafo não-dirigido e não-ponderado $G = (V = X \cup Y, E)$

→ Saída: o subconjunto máximo $M \subseteq E$, tal que cada aresta em M conecte um vértice de X a um vértice de Y.

Em M só haverá uma aresta para cada vértice, no máximo.

Número maior de casamentos, emparelhamento,

G



a — 3
b — 1
c — ☹

a — 1
b — 2
c — 3

solução ótima

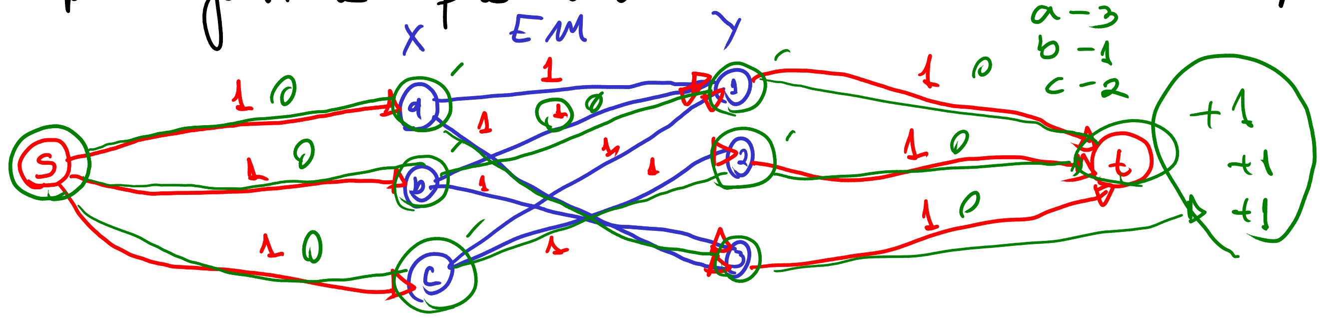
Outra solução ótima

a — 3
b — 2
c — 1

10.1.1. Resolução por Fluxo Máximo

→ O emparelhamento máximo pode ser resolvido por algoritmos que encontram Fluxo Máximo ($FM \leq_p EM$)

FM



10.1.2. Algoritmo Hopcroft-Karp

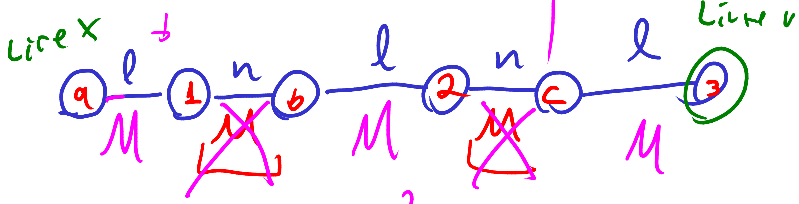
→ Caminho aumentante e alternante.

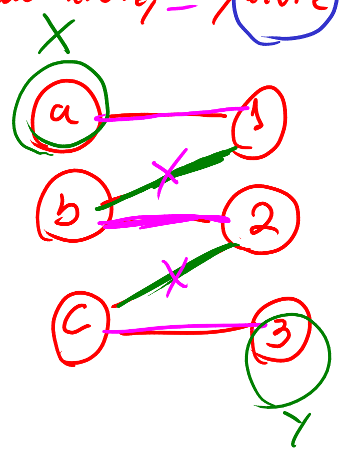
aumentar o nº de emparelhamentos

livres (ñ-emparelhados, ñ-casados) e não-livres (emparelhados, casados)

livre, não-livre, livre, não-livre, ..., livre

$M = \{\{1,b\}, \{2,c\}\}$





$M = \{\{a,1\}, \{b,2\}, \{c,3\}\}$

XOR M c/ novo M' $\{x,y\}$

$M = \{\cancel{\{b,1\}}, \cancel{\{c,2\}}\} \oplus P = \{\{a,1\}, \cancel{\{b,1\}}, \{b,2\}, \cancel{\{c,2\}}, \{c,3\}\}$

$\{x,y\}$

$M = M \oplus P = \{\{a,1\}, \{b,2\}, \{c,3\}\}$