6. (a) $\dfrac{x^4}{(x^3 + x)(x^2 - x + 3)}$ (b) $\dfrac{1}{x^6 - x^3}$

7–38 Calcule a integral.

7. $\displaystyle\int \frac{x^2}{x + 1}\,dx$

8. $\displaystyle\int \frac{y}{y + 2}\,dy$

9. $\displaystyle\int \frac{x - 9}{(x + 5)(x - 2)}\,dx$

10. $\displaystyle\int \frac{1}{(t + 4)(t - 1)}\,dt$

11. $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{x^2 - 1}\,dx$

12. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x - 1}{x^2 + 3x + 2}\,dx$

13. $\displaystyle\int \frac{ax}{x^2 - bx}\,dx$

14. $\displaystyle\int \frac{1}{(x + a)(x + b)}\,dx$

15. $\displaystyle\int_3^4 \frac{x^3 - 2x^2 - 4}{x^3 + 2x^2}\,dx$

16. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3 - 4x - 10}{x^2 - x - 6}\,dx$

17. $\displaystyle\int_1^2 \frac{4y^2 - 7y - 12}{y(y + 2)(y - 3)}\,dy$

18. $\displaystyle\int \frac{x^2 + 2x - 1}{x^3 - x}\,dx$

19. $\displaystyle\int \frac{1}{(x + 5)^2(x - 1)}\,dx$

20. $\displaystyle\int \frac{x^2 - 5x + 16}{(2x + 1)(x - 2)^2}\,dx$

21. $\displaystyle\int \frac{x^3 + 4}{x^2 + 4}\,dx$

22. $\displaystyle\int \frac{ds}{s^2(s - 1)^2}$

23. $\displaystyle\int \frac{5x^2 + 3x - 2}{x^3 + 2x^2}\,dx$

24. $\displaystyle\int \frac{x^2 - x + 6}{x^3 + 3x}\,dx$

25. $\displaystyle\int \frac{10}{(x - 1)(x^2 + 9)}\,dx$

26. $\displaystyle\int \frac{x^2 + x + 1}{(x^2 + 1)^2}\,dx$

27. $\displaystyle\int \frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)}\,dx$

28. $\displaystyle\int \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}\,dx$

29. $\displaystyle\int \frac{x + 4}{x^2 + 2x + 5}\,dx$

30. $\displaystyle\int \frac{3x^2 + x + 4}{x^4 + 3x^2 + 2}\,dx$

31. $\displaystyle\int \frac{1}{x^3 - 1}\,dx$

32. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 4x + 13}\,dx$

33. $\displaystyle\int_2^5 \frac{x^2 + 2x}{x^3 + 3x^2 + 4}\,dx$

34. $\displaystyle\int \frac{x^3}{x^3 + 1}\,dx$

35. $\displaystyle\int \frac{dx}{x^4 - x^2}$

36. $\displaystyle\int \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{x^5 + 5x^3 + 5x}\,dx$

37. $\displaystyle\int \frac{x^2 - 3x + 7}{(x^2 - 4x + 6)^2}\,dx$

38. $\displaystyle\int \frac{x^3 + 2x^2 + 3x - 2}{(x^2 + 2x + 2)^2}\,dx$

39–50 Faça uma substituição para expressar o integrando como uma função racional e então calcule a integral.

39. $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x + 1}}\,dx$

40. $\displaystyle\int \frac{dx}{2\sqrt{x + 3} + x}$

41. $\displaystyle\int_9^{16} \frac{\sqrt{x}}{x - 4}\,dx$

42. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x}}\,dx$

43. $\displaystyle\int \frac{x^3}{x\sqrt[3]{x^2 + 1}}\,dx$

44. $\displaystyle\int_{1/3}^3 \frac{\sqrt{x}}{x^2 + x}\,dx$

45. $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}\,dx$ [*Sugestão:* Substitua $u = \sqrt[6]{x}$.]

46. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{x}\,dx$

47. $\displaystyle\int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 3e^x + 2}\,dx$

48. $\displaystyle\int \frac{\cos x}{\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x}\,dx$

49. $\displaystyle\int \frac{\sec^2 t}{\operatorname{tg}^2 t + 3\operatorname{tg} t + 2}\,dt$

50. $\displaystyle\int \frac{e^x}{(e^x - 2)(e^{2x} + 1)}\,dx$

51–52 Use integração por partes, juntamente com as técnicas desta seção, para calcular a integral.

51. $\displaystyle\int \ln(x^2 - x + 2)\,dx$

52. $\displaystyle\int x\operatorname{tg}^{-1}x\,dx$

53. Use um gráfico de $f(x) = 1/(x^2 - 2x - 3)$ para decidir se $\int_0^2 f(x)\,dx$ é positiva ou negativa. Utilize o gráfico para dar uma estimativa aproximada do valor da integral e então use as frações parciais para encontrar o valor exato.

54. Trace a função $y = 1/(x^3 - 2x^2)$ e sua primitiva na mesma tela.

55–56 Calcule a integral completando o quadrado e usando a Fórmula 6.

55. $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 - 2x}$

56. $\displaystyle\int \frac{2x + 1}{4x^2 + 12x - 7}\,dx$

57. O matemático alemão Karl Weierstrass (1815-1897) observou que a substituição $t = \operatorname{tg}(x/2)$ converte qualquer função racional de sen x e cos x em uma função racional ordinária de t.

(a) Se $t = \operatorname{tg}(x/2)$, $-\pi < x < \pi$, esboce um triângulo retângulo ou use as identidades trigonométricas para mostrar que

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}} \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}}$$

(b) Mostre que

$$\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad \text{e} \quad \operatorname{sen} x = \frac{2t}{1 + t^2}$$