

FIGURA 8

porque $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(1/x)$ não existe (veja o Exemplo 4 da Seção 2.2). Porém, como

$$-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1$$

temos, conforme está ilustrado na Figura 8,

$$-x^2 \leq x^2 \sin \frac{1}{x} \leq x^2$$

Sabemos que

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (-x^2) = 0$$

Tomando-se $f(x) = -x^2$, $g(x) = x^2 \sin(1/x)$, e $h(x) = x^2$ no Teorema de Confronto obtém-se

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0$$

□

2.3 EXERCÍCIOS

1. Dado que

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 0$$

encontre, se existir, o limite. Caso não exista, explique por quê.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 5g(x)]$ (b) $\lim_{x \rightarrow 2} [g(x)]^3$

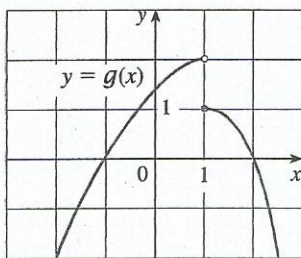
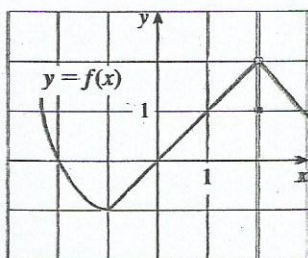
(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x)}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)}{g(x)}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{h(x)}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)h(x)}{f(x)}$

2. Os gráficos de f e g são dados. Use-os para calcular cada limite. Caso não exista o limite, explique por quê.



(a) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)g(x)]$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 2} [x^3 f(x)]$

(f) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3 + f(x)}$

3-9 Calcule o limite justificando cada passagem com as Propriedades dos Limites que forem usadas.

3. $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 2x + 3)$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x^2 + 4x - 3}$

5. $\lim_{x \rightarrow 8} (1 + \sqrt[3]{x})(2 - 6x^2 + x^3)$

6. $\lim_{t \rightarrow 1} (t^2 + 1)^3(t + 3)^5$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 + 3x}{1 + 4x^2 + 3x^4} \right)^3$

8. $\lim_{u \rightarrow 2} \sqrt{u^4 + 3u + 6}$

9. $\lim_{x \rightarrow 4^-} \sqrt{16 - x^2}$

10. (a) O que há de errado com a equação a seguir?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

(b) Em vista de (a), explique por que a equação

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3)$$

está correta.

11-30 Calcule o limite, se existir.

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

12. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}$

13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}$

14. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$

15. $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3}$

16. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$

17. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4 + h)^2 - 16}{h}$

18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

19. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x^3 + 8}$

20. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^3 - 8}{h}$

21. $\lim_{t \rightarrow 9} \frac{9 - t}{3 - \sqrt{t}}$

22. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + h} - 1}{h}$

23. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x + 2} - 3}{x - 7}$

24. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2}$