



FEDERAL UNIVERSITY  
OF SANTA CATARINA

## EEL5105 – Circuitos e Técnicas Digitais

### Aula 2

---

Prof. Héctor Pettenghi

[hector@eel.ufsc.br](mailto:hector@eel.ufsc.br)

<http://hectorpettenghi.paginas.ufsc.br>

## 2. Álgebra Booleana

**2.1. Definições Iniciais**

**2.2. Operações/Portas Lógicas**

**2.3. Teoremas Booleanos**

**2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR**

2

Na aula 2 serão vistos os conceitos de álgebra booleana, a qual pode ser aplicada para operações binárias.

Na seção 2.1 vão ser explicados algumas definições introdutórias, a seguir na seção 2.2 vão ser vistos as operações básicas e as portas lógicas associadas a elas.

Na seção 2.3, 10 teoremas vão ser apresentados para fazer simplificações algébrica.

Por último, vai ser apresentado o conceito de universalidade das portas NAND e NOR que permite a implementação de qualquer expressão algébrica usando ditas portas.

## **2.1. Definições Iniciais**

---

- 2.2. Operações/Portas Lógicas
- 2.3. Teoremas Booleanos
- 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

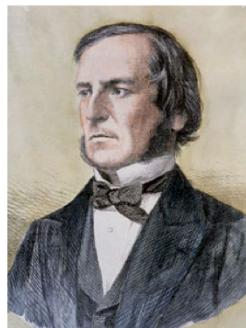
3

Começamos então com as definições iniciais da álgebra booleana.

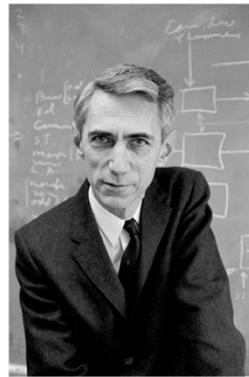
## 2.1. Definições Iniciais

### 2.1.1. Álgebra Booleana

- **Definição:** álgebra na qual os valores das variáveis podem assumir apenas dois valores diferentes.
- Proposta originalmente por **George Boole** (~1850).
- Levada para o mundo dos circuitos digitais por **Claude Shannon** (~1930).



George Boole



Claude Shannon

4

A álgebra booleana se define como a álgebra na qual os valores das variáveis podem assumir apenas dois valores diferentes. Foi proposta originalmente por George Boole no século XIX.

A álgebra de Boole foi levada ao mundo dos circuitos digitais nos anos 1930 por Claude Shannon. Como foi explicado na aula anterior, os circuitos digitais fornecem apenas dois valores diferentes (0 e 1) e daí que as operações dos circuitos digitais podem ser explicados usando a álgebra Booleana.

## 2.1. Definições Iniciais

### 2.1.1. Álgebra Booleana

- **Definição:** álgebra na qual os valores das variáveis podem assumir apenas dois valores diferentes.

0	1
False	True
Baixo	Alto
Não	Sim
Aberto	Fechado

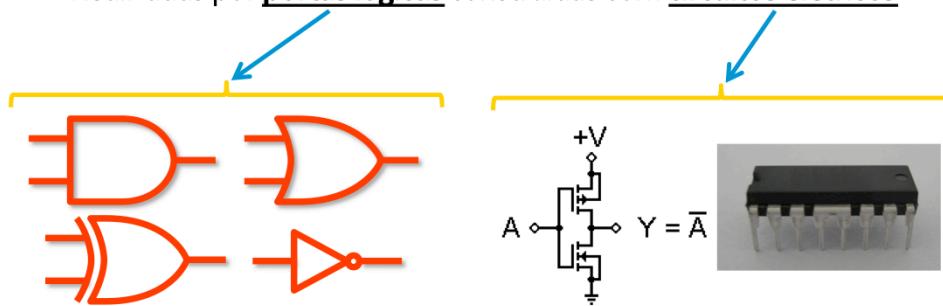
5

Como foi explicado, a álgebra Booleana fornece dois valores, 0 e 1... Que no circuito digital pode se entender como saída a alta ou baixa tensão por exemplo.

## 2.1. Definições Iniciais

### 2.1.1. Álgebra Booleana

- Operações da **álgebra booleana** (operações lógicas básicas)
  - **OR** (“ou”)
  - **AND** (“e”)
  - **NOT** (“não”)
- Realizadas por **portas lógicas** construídas com **circuitos elétricos**



6

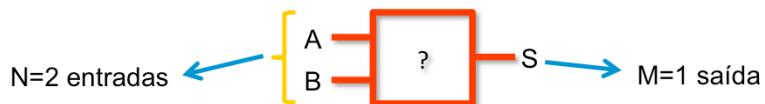
As operações básicas são as operações “ou”, “e” e “não” que veremos a seguir. Ditas operações podem ser implementadas de forma simples com circuitos elétricos usando transistores.

## 2.1. Definições Iniciais

### 2.1.2. Tabela Verdade

- **Tabela Verdade:** técnica para descrever a relação de entrada e saída de um circuito ou porta lógica

- Exemplo: porta lógica **hipotética**



- Tabela verdade:

N colunas		M colunas
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

7

Para descrever a relação de entrada e saída de cada uma dessas operações feitas por portas lógicas, ou mesmo por um circuito inteiro, utilizamos tabelas verdade.

Uma tabela verdade é composta pelos valores possíveis para as variáveis de entrada, de um lado, e o valor correspondente para cada variável de saída, do outro. O número de linhas equivale a  $2^N$  (2 elevado a N), onde N é o número de entradas do circuito.

## 2.1. Definições Iniciais

### 2.1.2. Tabela Verdade

- **Tabela Verdade:** técnica para descrever a relação de entrada e saída de um circuito ou porta lógica

- Outro exemplo **hipotético**:



Quantas linhas e colunas terá a tabela verdade para essa porta lógica?

8

Sabendo disso, neste exemplo, quantas linhas e colunas terá a tabela verdade para essa porta lógica?

## 2.1. Definições Iniciais

### 2.1.2. Tabela Verdade

- **Tabela Verdade:** técnica para descrever a relação de entrada e saída de um circuito ou porta lógica

- Outro exemplo **hipotético**:



A	B	C	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

9

Resposta: 5 colunas (3 para as entradas e 2 para as saídas) e  $2^3$  (2 elevado ao cubo) = 8 linhas.

2.1. Definições Iniciais da Álgebra Booleana

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

---

2.3. Teoremas Booleanos

2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

10

Vamos agora ver as operações da Álgebra Booleana, representadas em um circuito por portas lógicas.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.1. Operação e porta OR ("OU")

- Representação da operação:
  - 2 entradas:  $S = A + B$
  - Mais entradas:  $S = A + B + C + D + \dots$

11

Primeiro temos a porta "ou", representada pelo símbolo de adição da álgebra elementar.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.1. Operação e porta OR ("OU")

- Representação da operação:
  - 2 entradas:  $S = A + B$
  - Mais entradas:  $S = A + B + C + D + \dots$
- Representação da porta:



A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

12

Sua representação gráfica e a sua tabela verdade correspondentes são estas.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.1. Operação e porta OR ("OU")

- Representação da operação:

- 3 entradas:  $S = A + B + C$



A	B	C	S
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

13

Para representar graficamente uma porta com três entradas, basta adicionar mais um "fio" no desenho. Na tabela verdade simplesmente adicionamos mais uma entrada.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.1. Operação e porta OR ("OU")

- Representação da operação:

- 3 entradas:  $S = A + B + C$



A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

14

Assim, estas serão as saídas.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.2. Operação e porta AND ("E")

- Representação da operação:
  - 2 entradas:  $S = A \cdot B$
  - Mais entradas:  $S = A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot \dots$
- Representação da porta:



A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

15

A segunda porta é a "e", representada pelo ponto, ou símbolo de multiplicação da álgebra elementar. Para maior praticidade, assim como na álgebra elementar, esse símbolo é comumente usado. A respesentação da porta está mostrada no slide.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.2. Operação e porta AND ("E")

- Representação da operação:

- 3 entradas:  $S = A \cdot B \cdot C$



A	B	C	S
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

16

Para aumentar o número de entradas na porta lógica "e" (AND em inglês), o processo é identico ao da porta "ou" (OR em inglês).

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.2. Operação e porta AND ("E")

- Representação da operação:

- 3 entradas:  $S = A \cdot B \cdot C$



A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

17

E isso produz as seguintes saídas.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.3. Operação e porta NOT ("NÃO")

- Representação da operação:

- 1 entrada:  $S = \bar{A} = A'$



A	S
0	1
1	0

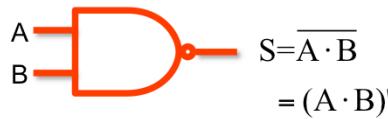
18

A próxima porta é a "não", representada simplesmente por uma barra ou um apóstrofo acima da variável. Esta porta admite somente uma entrada.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.4. Outras Portas

- *NAND (NÃO-E):*



A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

19

Aqui temos a porta "nand", ou "não-e", que é justamente uma porta "e" negada.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.4. Outras Portas

- *NAND (NÃO-E):*



A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- *NOR (NÃO-OU):*



A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

20

E, de forma análoga, temos a porta "nor" ou "não-ou".

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.4. Outras Portas

- XOR (OU-EXCLUSIVO):



$$S = A \oplus B$$

$$= \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$= A'B + AB'$$

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

21

Ainda temos a porta "xor" ou "ou-exclusivo", que corresponde à equação representada no slide. Esta porta leva em conta se as variáveis são diferentes, valendo '1' caso isso ocorra.

## 2.2. Operações/Portas Lógicas

### 2.2.4. Outras Portas

- *XOR (OU-EXCLUSIVO):*



$$S = A \oplus B$$

$$= \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$= A'B + AB'$$

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- *XNOR (NÃO-OU-EXCLUSIVO):*



$$S = \overline{A \oplus B}$$

$$= AB + \bar{A}\bar{B}$$

$$= AB + A'B'$$

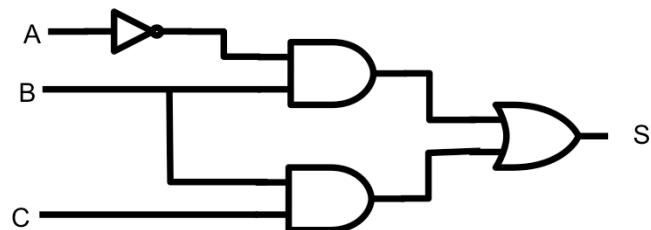
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

22

O correspondente negado da porta "xor" é a "xnor", ou "não-ou-exclusivo", que é equivalente à equação representada no slide.

## PROBLEMAS

- **Problema 2.1.** Fazer a tabela verdade do circuito abaixo:



Solução:

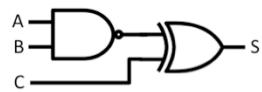
ABC	$\bar{A}B$	BC	S
000	0	0	0
001	0	0	0
010	1	0	1
011	1	1	1
100	0	0	0
101	0	0	0
110	0	0	0
111	0	1	1

23

Vamos montando a tabela de verdade de  $(\text{not}A)B$  e de  $BC$  e finalizamos com a tabela da OR das duas.

## PROBLEMAS

**Problema 2.2.** Fazer a tabela verdade do circuito abaixo:



Solução:

ABC	AB	S
000	1	1
001	1	0
010	1	1
011	1	0
100	1	1
101	1	0
110	0	0
111	0	1

24

Vamos montando a tabela de verdade de (notAB) e finalizamos com a XOR de (notAB) com C.

- 2.1. Definições Iniciais da Álgebra Booleana
- 2.2. Operações/Portas Lógicas

## 2.3. Teoremas Booleanos

---

- 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

25

O próximo tópico aborda os teoremas booleanos mais importantes para simplificar as equações booleanas de um circuito e, consequentemente, torná-lo mais eficiente.

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:

1) a)  $X \cdot 0 =$

b)  $X + 1 =$

A	B	A.B	A+B
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

26

Vamos classificar estes teoremas em "com uma única variável" e "com mais de uma variável". Todos eles são facilmente verificáveis através da tabela verdade da equação, que será sempre apresentada nos próximos slides.

Aqui, através dela vemos imediatamente o que segue no próximo slide.

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:
  - 1) a)  $X \cdot 0 = 0$
  - b)  $X + 1 = 1$

27

Em 1- a) temos que X "and" 0 = 0.

Em 1-b) temos que X "ou" 1 = 1.

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:

1) a)  $X \cdot 0 = 0$

b)  $X + 1 = 1$

2) a)  $X \cdot 1 = X$

b)  $X + 0 = X$

A	B	A.B	A+B
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

28

E caso as operações estivessem trocadas temos...

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:

1) a)  $X \cdot 0 = 0$

b)  $X + 1 = 1$

2) a)  $X \cdot 1 = X$

b)  $X + 0 = X$

29

2-a) X "and" 1 = X.

Assim como também X "ou" 0 = X.

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:

1) a)  $X \cdot 0 = 0$

3) a)  $X \cdot X =$

b)  $X + 1 = 1$

b)  $X + X =$

2) a)  $X \cdot 1 = X$

b)  $X + 0 = X$

A	B	A.B	A+B
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

30

Operando agora só com X temos...

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) a) $X \cdot 0 = 0$ | 3) a) $X \cdot X = X$ |
| b) $X + 1 = 1$        | b) $X + X = X$        |
- 
- |                       |
|-----------------------|
| 2) a) $X \cdot 1 = X$ |
| b) $X + 0 = X$        |

31

3-a) X "and"  $X = X$   
e 3-b) X "ou"  $X = X$ .

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:

1) a)  $X \cdot 0 = 0$

3) a)  $X \cdot X = X$

b)  $X + 1 = 1$

b)  $X + X = X$

2) a)  $X \cdot 1 = X$

4) a)  $X \cdot \bar{X} = X \cdot X' =$

b)  $X + 0 = X$

b)  $X + \bar{X} = X + X' =$

A	B	A.B	A+B
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1 <sup>32</sup>

E, por último...

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com uma única variável:

1) a)  $X \cdot 0 = 0$

3) a)  $X \cdot X = X$

b)  $X + 1 = 1$

b)  $X + X = X$

2) a)  $X \cdot 1 = X$

4) a)  $X \cdot \bar{X} = X \cdot X' = 0$

b)  $X + 0 = X$

b)  $X + \bar{X} = X + X' = 1$

33

4-a)  $X(\text{not}X) = 0$  (ao falar já é possível perceber que isso nunca será verdadeiro).

4-b)  $X+(\text{not}X)= 1$  (assim como no teorema anterior, basta falar para perceber que isso sempre é verdadeiro).

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com mais de uma variável:

5) a)  $X + Y = Y + X$

b)  $X \cdot Y = Y \cdot X$

6)

34

A partir deste slide estão dispostos os teoremas com mais de uma variável.

O Teorema 5 mostra a propriedade comutativa

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com mais de uma variável:

5) a)  $X + Y = Y + X$

b)  $X \cdot Y = Y \cdot X$

6) a)  $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z = X + Y + Z$

b)  $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot Y \cdot Z$

35

O Teorema 6 mostra a propriedade associativa

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com mais de uma variável:

- 7) a)  $X \cdot (Y+Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$
- b)  $X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$
  
- 8)

36

Teorema 7 mostra a propriedade distributiva.

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com mais de uma variável:

- 7) a)  $X \cdot (Y+Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$
- b)  $X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$
  
- 8) a)  $X + X \cdot Y = X$
- b)  $X \cdot (X + Y) = X$

37

Teorema 8 a) fica demonstrado da seguinte forma:

Aplicando o teorema 7 a) obtem-se  $X+XY=X(1+Y)$

Aplicando o Teorema 1 b) dentro do parentese obtem-se  $X(1+Y)=X$

Teorema 8 b) fica demonstrado da seguinte forma:

Aplicando o teorema 7 a) obtem-se  $X(X+Y)=XX+XY$

Aplicando o teorema 3 a) obtem-se  $XX+XY=X+XY$

Aplicando o teorema 7 a) obtem-se  $X+XY=X(1+Y)$

Aplicando o Teorema 1 b) dentro do parentese obtem-se  $X(1+Y)=X$

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com mais de uma variável:

9) a)  $X + \bar{X} \cdot Y = X + Y$

b)  $X \cdot (\bar{X} + Y) = X \cdot Y$

10)

38

Teorema 9 a) fica demonstrado da seguinte forma:

Aplicando o Teorema 7 b) obtem-se  $X + (\text{not } X)Y = (X + (\text{not } X))(X + Y)$

Aplicando o Teorema 1 b) no primeiro parentese obtem-se  $(X + (\text{not } X)) = X$   
 $(X + Y) = (X + Y)$

Teorema 9 b) é simples de demonstrar

Aplicando o Teorema 4 a) obtem-se  $X(\text{not } X) + XY = XY$

## 2.3. Teoremas Booleanos

- Teoremas com mais de uma variável:

9) a)  $X + \bar{X} \cdot Y = X + Y$

b)  $X \cdot (\bar{X} + Y) = X \cdot Y$

10) Teoremas de “DeMorgan”

a)  $\overline{X + Y + Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$

b)  $\overline{X \cdot Y \cdot Z} = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$

39

Teorema 10 é o mais útil de todos para simplificação algébrica. A demonstração fica ao cargo do aluno para duas variáveis usando tabelas de verdade:

$$\text{not}(X+Y) = \text{not}X \cdot \text{not}Y$$

$$\text{not}(XY) = \text{not}X + \text{not}Y$$

## 2.3. Teoremas Booleanos

- **Dualidade**

- Em todos teoremas:
    - a)  $\rightarrow$  b) fazendo
- $$\begin{cases} 0 \rightarrow 1 \\ 1 \rightarrow 0 \\ + \rightarrow \cdot \\ \cdot \rightarrow + \end{cases}$$

40

Note que, de forma geral, pelo Teorema de DeMorgan,  $X'$  vira  $X$ ,  $X$  vira  $X'$ , "ou" vira "e" e "e" vira "ou".

## PROBLEMAS

**Problema 2.4.** Simplifique algebraicamente as seguintes funções:

a)  $f(A, B, C) = AB\bar{C} + ABC + A\bar{B}$

$$f(A, B, C) = \underbrace{AB\bar{C} + ABC}_{\text{adjacentes}} + A\bar{B} = \underbrace{AB + A\bar{B}}_{\text{adjacentes}} = A$$

b)  $f(A, B, C) = (A + B + \bar{C})\bar{A}B\bar{C} + C$

$$\begin{aligned} f(A, B, C) &= (A + B + \bar{C})\bar{A}B\bar{C} + C = \underbrace{A\bar{A}B\bar{C}}_{=0} + \underbrace{B\bar{A}B\bar{C}}_{BB=B} + \underbrace{\bar{C}\bar{A}B\bar{C}}_{CC=\bar{C}} + C \\ &= \underbrace{\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}}_{\text{iguais}} + C = \bar{A}B\bar{C} + C \underbrace{(1 + \bar{A}B)}_{=1} = \\ &= \underbrace{\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC}_{\text{adjacentes}} + C = \bar{A}B + C \end{aligned}$$

41

## PROBLEMAS

c)  $f(A, B, C) = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$

$$f(A, B, C) = \underbrace{A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}}_{\text{adjacentes}} = \underbrace{(C + \bar{C})}_{=1} A\bar{B} = A\bar{B}$$

d)  $f(A, B) = (\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{B})$  expresse a solução usando apenas NAND de duas entradas.

$$\begin{aligned} f(A, B) &= (\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{B}) = \underbrace{A\bar{A}}_{=0} + \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + \underbrace{\bar{B}\bar{B}}_{=0} = \underbrace{(\bar{A} + A)}_{=1} \bar{B} + \bar{B} \\ &= \underbrace{\bar{B} + \bar{B}}_{=\bar{B}} = \bar{B} = \underbrace{\overline{B\bar{B}}}_{NAND} \end{aligned}$$

e)  $f(A, B, C, D) = ACD + \bar{A}BCD$

$$\begin{aligned} f(A, B, C, D) &= (A + \bar{A}B)CD = \left( A \underbrace{(1 + B)}_{=1} + \bar{A}B \right) CD \\ &= (A + AB + \bar{A}B)CD = \left( A + B \underbrace{(A + \bar{A})}_{=1} \right) CD = (A + B)CD \end{aligned}$$

## PROBLEMAS

f)  $f(A, B, C) = \bar{A}C + ABC$

$$\begin{aligned}f(A, B, C) &= (\bar{A} + AB)C = \left( \underbrace{\bar{A}(1+B)}_{=1} + AB \right)C = (\bar{A} + \bar{A}B + AB)C \\&= \left( \bar{A} + B \underbrace{(A+\bar{A})}_{=1} \right)C = (\bar{A} + B)C\end{aligned}$$

g)  $f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$

$$f(A, B, C, D) = (\bar{C} + C)\bar{A}\bar{B}\bar{D} = \bar{A}\bar{B}\bar{D}$$

h)  $f(A, B, C, D) = \overline{(\bar{A} + C)(B + \bar{D})}$

$$f(A, B, C, D) = \overline{(\bar{A} + C)} + \overline{(B + \bar{D})} = \underbrace{A\bar{C} + \bar{B}D}_{\text{Aplicando}} \\ \text{Teorema de Morgan}$$

43

2.1. Definições Iniciais da Álgebra Booleana

2.2. Operações/Portas Lógicas

2.3. Teoremas Booleanos

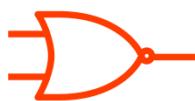
## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

44

É possível ainda representar qualquer equação booleana através somente de portas "nand" e "nor". Neste tópico veremos como fazer isso.

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **Inversor:**



45

Começando pela porta "not".

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **Inversor:**



46

Para representar uma porta inversora com uma porta "nand" basta apenas colocar dois "fios" de A na sua entrada.

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **Inversor:**

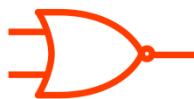


47

O mesmo procedimento se dá com a porta "nor".

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **OR** (“OU”):

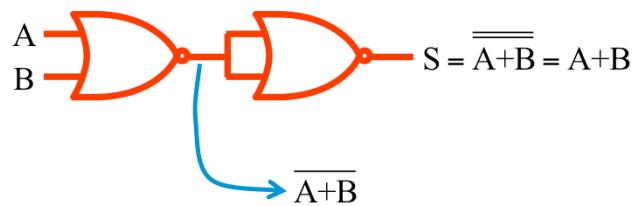


48

Para a porta "or" seguimos o seguinte...

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **OR (“OU”):**

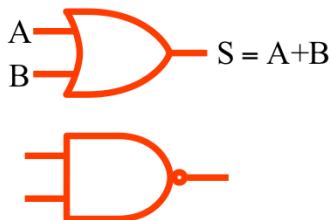


49

Com portas "nor" colocamos as duas entradas em uma porta "nor" e em seguida invertemos o resultado com outra porta "nor", de acordo com o que vimos antes.

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **OR** (“OU”):

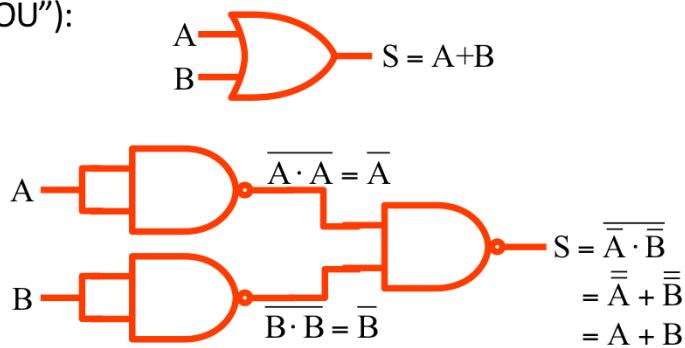


50

Para realizar o mesmo com porta "nand" fazemos o contrário.

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **OR ("OU"):**

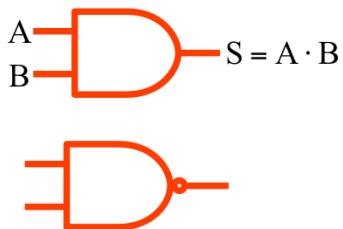


51

Primeiro invertemos as entradas e depois as conectamos em uma outra porta "nand".

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **AND ("E"):**

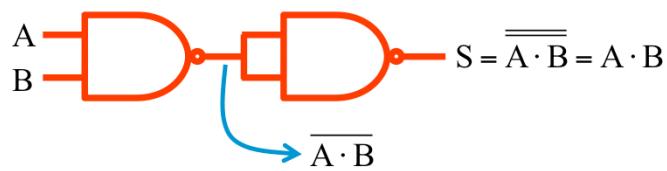


52

Para a porta "and" o processo é semelhante.

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **AND ("E"):**

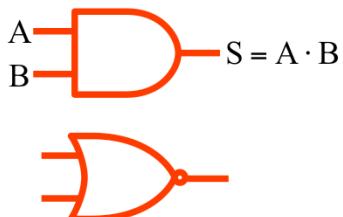


53

Com portas "nand" basta conectar as entradas em uma porta "nand" e depois inverter o resultado disso.

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **AND (“E”):**

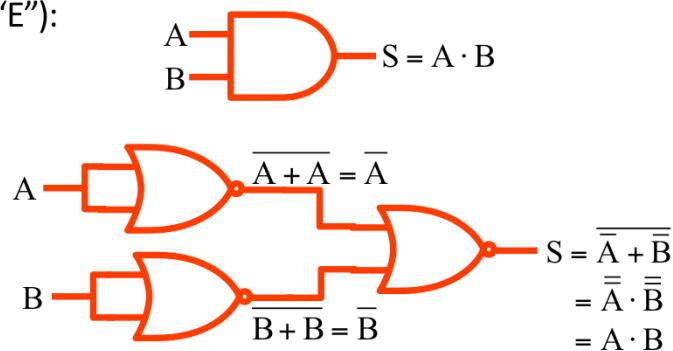


54

Para realizar a porta “and” usando portas “nor” fazemos como o mostrado no seguinte slide.

## 2.4. Universalidade das Portas NAND e NOR

- Somente com portas **NAND** ou somente com portas **NOR**, é possível implementar qualquer função lógica.
- **AND ("E"):**



55

Com portas "nor" basta inverter e depois conectar em uma outra "nor".

## PROBLEMAS

- **Problema 2.5** Implementar  $f(A,B,C,D) = AB + CD$  usando somente NAND de duas entradas.

$$f(A, B, C, D) = \overline{\overline{AB} + \overline{CD}} = \overline{\overline{AB}} \overline{\overline{CD}}$$

56

Complemento duas vezes e aplico teorema de morgan uma vez.



FEDERAL UNIVERSITY  
OF SANTA CATARINA

## EEL5105 – Circuitos e Técnicas Digitais

### Aula 2

---

Prof. Héctor Pettenghi

[hector@eel.ufsc.br](mailto:hector@eel.ufsc.br)

<http://hectorpettenghi.paginas.ufsc.br>

## Exercícios

- Os exercícios da **1<sup>a</sup> edição** do livro do **Vahid** indicados abaixo são os recomendados:
  - **2.16-2.18, 2.26-2.52, 2.64**
- **A versão digital da 1<sup>a</sup> edição do livro do Vahid está disponível no site da BU**
  - <http://www.bu.ufsc.br/framebases.html> opção **Minha Biblioteca**
  - Se, após o login na **Minha Biblioteca**, o livro não aparecer na lista de livros, use o seguinte link:  
<http://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788577802371>

## Exercícios

- Os exercícios de diferentes edições do livro do Tocci indicados abaixo são os recomendados:

10 <sup>a</sup> Edição	11 <sup>a</sup> Edição
3.16 (a) e (b)	3.16 (a) e (b)
3.23, 3.24, 3.26, 3.27 e 3.32	3.23, 3.24, 3.26 e 3.32
3.48 e 3.49	3.49

**Atenção: gabarito da 3.26(e) no livro do Tocci (10<sup>a</sup> edição) está incorreto  
(é preciso verificar a 11<sup>a</sup> edição).**

- A versão digital da **10<sup>a</sup> edição** do livro do Tocci está disponível no site da BU
  - Mais especificamente em:
    - <http://www.bu.ufsc.br/framebases.html>
    - Acessar a **Biblioteca Virtual 3.0** com seu login e senha da BU