

4.7 EXERCÍCIOS

1. Considere o seguinte problema: encontre dois números cuja soma seja 23 e cujo produto seja máximo.

(a) Faça uma tabela de valores, como a mostrada a seguir, tal que a soma dos números nas duas primeiras colunas seja sempre 23. Com base na evidência mostrada em sua tabela, estime a resposta para o problema.

Primeiro Número	Segundo Número	Produto
1	22	22
2	21	42
3	20	60
.	.	.
.	.	.
.	.	.

- (b) Use o cálculo para resolver o problema e compare com sua resposta da parte (a).
2. Encontre dois números cuja diferença seja 100 e cujo produto seja mínimo.
3. Encontre dois números positivos cujo produto seja 100 e cuja soma seja mínima.
4. Encontre um número positivo tal que a soma do número e seu inverso seja tão pequena quanto possível.
5. Encontre as dimensões de um retângulo com um perímetro de 100 m cuja área seja a maior possível.
6. Encontre as dimensões de um retângulo com área de 1 000 m² cujo perímetro seja o menor possível.
7. Um modelo usado para a produção Y de uma colheita agrícola como função do nível de nitrogênio N no solo (medido em unidades apropriadas) é

$$Y = \frac{kN}{1 + N^2}$$

em que k é uma constante positiva. Que nível de nitrogênio dá a melhor produção?

8. A taxa (em mg de carbono/m³/h) na qual a fotossíntese ocorre para uma espécie de fitoplâncton é modelada pela função

$$P = \frac{100I}{I^2 + I + 4}$$

em que I é a intensidade da luz (medida em milhares de velas). Para qual intensidade de luz P é máximo?

9. Considere o seguinte problema: um fazendeiro com 300 m de cerca quer cercar uma área retangular e então dividi-la em quatro partes com cercas paralelas a um lado do retângulo. Qual é a maior área total possível das quatro partes?

- (a) Faça vários diagramas ilustrando a situação, alguns com divisões rasas e largas e alguns com divisões profundas e estreitas. Encontre as áreas totais dessas configurações. Parece que existe uma área máxima? Se a resposta for sim, estime-a.
- (b) Faça um diagrama ilustrando a situação geral. Introduza uma notação e marque no diagrama seus símbolos.
- (c) Escreva uma expressão para a área total.
- (d) Use a informação dada para escrever uma equação que relacione as variáveis.
- (e) Use a parte (d) para escrever a área total como uma função de uma variável.
- (f) Acabe de resolver o problema e compare sua resposta com sua estimativa da parte (a).

10. Considere o seguinte problema: uma caixa sem tampa deve ser construída a partir de um pedaço quadrado de papelão, com 3 metros de largura, cortando fora um quadrado de cada um dos quatro cantos e dobrando para cima os lados. Encontre o maior volume que essa caixa poderá ter.

(a) Faça vários diagramas para ilustrar a situação, algumas caixas baixas com bases grandes e outras altas com base pequena. Encontre os volumes de várias dessas caixas. Parece existir um volume máximo? Se a resposta for sim, estime-o.

(b) Faça um diagrama ilustrando a situação geral. Introduza a notação e marque no diagrama seus símbolos.

(c) Escreva uma expressão para o volume.

(d) Use a informação dada para escrever uma equação que relacione as variáveis.

(e) Use a parte (d) para escrever o volume como uma função de uma só variável.

(f) Acabe de resolver o problema e compare sua resposta com sua estimativa da parte (a).

11. Um fazendeiro quer cercar uma área de 15 000 m² em um campo retangular e então dividi-lo ao meio com uma cerca paralela a um dos lados do retângulo. Como fazer isso de forma a minimizar o custo da cerca?

12. Uma caixa com uma base quadrada e sem tampa tem um volume de 32 000 cm³. Encontre as dimensões da caixa que minimizam a quantidade de material usado.

13. Se 1 200 cm² de material estiverem disponíveis para fazer uma caixa com uma base quadrada e sem tampa, encontre o maior volume possível da caixa.

14. Um contêiner para estocagem retangular com uma tampa aberta deve ter um volume de 10 m³. O comprimento de sua base é o dobro da largura. O material para a base custa \$ 10 por metro quadrado. O material para os lados custa \$ 6 por metro quadrado. Encontre o custo dos materiais para o mais barato desses contêineres.