

Lista 12 – Cálculo 2

1) Verifique quais das funções abaixo podem ser transformada de Laplace de alguma função contínua por partes e de ordem exponencial.

a) $F(s) = \frac{ks}{s+a}, k \neq 0;$

b) $F(s) = \text{sen}(ks), k \neq 0;$

c) $F(s) = \text{tgh}(ks), k > 0;$

d) $F(s) = \frac{1}{s} \text{tgh}(ks), k > 0;.$

e) $F(s) = \ln s.$

Resp. a), b), c), e) Não. d) Sim

2) Seja $f(t) = \begin{cases} e^{3t} & t \geq 0, t \neq 5 \\ 1 & t = 5 \end{cases}$. Verifique que $\mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(e^{3t}), s > 3$. Conclua que a transformada inversa de Laplace não é única. (a unicidade é obtida quando nos restringimos aos pontos em que $f(t)$ e $g(t)$ são ambas contínuas)

3) Use o Primeiro Teorema do Deslocamento para calcular:

a) $\mathcal{L}(e^{at} \text{sen} kt \cdot \cos lt)$; Resp. $\frac{1}{2} \left[\frac{k-l}{(s-a)^2 + (k-l)^2} + \frac{k+l}{(s-a)^2 + (k+l)^2} \right]$

b) $\mathcal{L}\left(\frac{\sqrt{3} \cosh(t)}{e^{\sqrt{3}t}}\right);$

Resp. $\frac{\sqrt{3}(s+\sqrt{3})}{(s+\sqrt{3})^2 - 1}$

c) $\mathcal{L}(e^{at} \cos^2 t);$

Resp. $\frac{(s-a)^2 + 2}{(s-a)((s-a)^2 + 4)}$

d) $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+3}{(s+1)^2 + 1}\right);$

Resp. $e^{-t}(\cos t + 2\text{sen} t)$

e) $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{(s-2)^3} + \frac{1}{(s+3)^2}\right);$

Resp. $e^{2t} \frac{t^2}{2} + e^{-3t} t$

f) $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{(s+1)^2}\right).$

Resp. $e^{-t}(1-t)$