

quando t se torna grande. De fato, esses valores convergem bem depressa, porque $e^{-x^2} \rightarrow 0$ muito rapidamente quando $x \rightarrow \infty$.

TABELA 2

t	$\int_1^t [(1 + e^{-x})/x] dx$
2	0.8636306042
5	1.8276735512
10	2.5219648704
100	4.8245541204
1 000	7.1271392134
10 000	9.4297243064

EXEMPLO 10 A integral $\int_1^\infty \frac{1 + e^{-x}}{x} dx$ é divergente pelo Teorema da Comparação porque

$$\frac{1 + e^{-x}}{x} > \frac{1}{x}$$

e $\int_1^\infty (1/x) dx$ é divergente pelo Exemplo 1 [ou por (2) com $p = 1$].

A Tabela 2 ilustra a divergência da integral do Exemplo 10. Parece que os valores não se aproximam de nenhum número fixado.

7.8 EXERCÍCIOS

1. Explique por que cada uma das seguintes integrais é imprópria.

(a) $\int_1^\infty x^4 e^{-x^4} dx$

(b) $\int_1^{\pi/2} \sec x dx$

(c) $\int_0^2 \frac{x}{x^2 - 5x + 6} dx$

(d) $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2 + 5} dx$

2. Quais das seguintes integrais é imprópria? Por quê?

(a) $\int_0^2 \frac{1}{2x - 1} dx$

(b) $\int_0^1 \frac{1}{2x - 1} dx$

(c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{\sin x}{1 + x^2} dx$

(d) $\int_1^2 \ln(x - 1) dx$

3. Encontre a área sob a curva $y = 1/x^3$ de $x = 1$ a $x = t$ e calcule-a para $t = 10, 100$ e $1\,000$. Então, encontre a área total abaixo dessa curva para $x \geq 1$.

4. (a) Trace as funções $f(x) = 1/x^{1.1}$ e $g(x) = 1/x^{0.9}$ nas janelas retangulares $[0, 10]$ por $[0, 1]$ e $[0, 100]$ por $[0, 1]$.
 (b) Encontre as áreas sob os gráficos de f e g de $x = 1$ a $x = t$ e calcule para $t = 10, 100, 10^4, 10^6, 10^{10}$ e 10^{20} .
 (c) Calcule a área total sob cada curva para $x \geq 1$, se ela existir.

5–40 Determine se cada integral é convergente ou divergente. Calcule aquelas que são convergentes.

5. $\int_1^\infty \frac{1}{(3x + 1)^2} dx$

6. $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{2x - 5} dx$

7. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{2 - w}} dw$

8. $\int_0^\infty \frac{x}{(x^2 + 2)^2} dx$

9. $\int_4^\infty e^{-y/2} dy$

10. $\int_{-\infty}^{-1} e^{-2t} dt$

11. $\int_{-\infty}^\infty \frac{x}{1 + x^2} dx$

12. $\int_{-\infty}^\infty (2 - v^4) dv$

13. $\int_{-\infty}^\infty x e^{-x^2} dx$

14. $\int_1^\infty \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

15. $\int_{2\pi}^\infty \sin \theta d\theta$

16. $\int_{-\infty}^{\pi/2} \sin 2\theta d\theta$

17. $\int_1^\infty \frac{x + 1}{x^2 + 2x} dx$

18. $\int_0^\infty \frac{dz}{z^2 + 3z + 2}$

19. $\int_{-\infty}^1 x e^{2x} dx$

20. $\int_{-\infty}^6 r e^{r/3} dr$

21. $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x} dx$

22. $\int_{-\infty}^\infty x^3 e^{-x^4} dx$

23. $\int_{-\infty}^\infty \frac{x^2}{9 + x^6} dx$

24. $\int_0^\infty \frac{e^x}{e^{2x} + 3} dx$

25. $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$

26. $\int_0^\infty \frac{x \arctg x}{(1 + x^2)^2} dx$

27. $\int_0^1 \frac{3}{x^5} dx$

28. $\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{3 - x}} dx$

29. $\int_{-2}^{14} \frac{1}{\sqrt[4]{x + 2}} dx$

30. $\int_6^8 \frac{4}{(x - 6)^3} dx$

31. $\int_{-2}^3 \frac{1}{x^4} dx$

32. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$

33. $\int_0^{33} (x - 1)^{-1/5} dx$

34. $\int_0^1 \frac{1}{4y - 1} dy$

35. $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 - 6x + 5}$

36. $\int_{\pi/2}^\pi \operatorname{cosec} x dx$

37. $\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx$

38. $\int_0^1 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx$

39. $\int_0^2 z^2 \ln z dz$

40. $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$