Uma reescrita particular de polinômios de segundo grau: completamento do quadrado

Professores:

Alda Dayana Mattos Mortari

Christian Wagner

Giuliano Boava (autor e voz)

Leandro Batista Morgado

María Rosario Astudillo Rojas

Mykola Khrypchenko

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS

Considere o polinômio $2x^2 - 8x - 10$.

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS

Considere o polinômio $2x^2 - 8x - 10$.

Suas raízes são -1 e 5.

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS

Considere o polinômio $2x^2 - 8x - 10$.

Suas raízes são -1 e 5.

Logo, podemos reescrever

$$2x^2 - 8x - 10 = 2(x - (-1))(x - 5) = 2(x + 1)(x - 5).$$

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS

Considere o polinômio $2x^2 - 8x - 10$.

Suas raízes são -1 e 5.

Logo, podemos reescrever

$$2x^2 - 8x - 10 = 2(x - (-1))(x - 5) = 2(x + 1)(x - 5).$$

Cuidado!! Ao resolver uma equação, você pode multiplicar/dividir os dois lados por um número não nulo e continuar resolvendo. Por exemplo,

$$2x^2 - 8x - 10 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x^2 - 8x - 10}{2} = \frac{0}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4x - 5 = 0.$$

Mas uma expressão é alterada ao multiplicar/dividir por um número:

$$2x^2 - 8x - 10 \neq x^2 - 4x - 5.$$

QUADRADOS PERFEITOS

Quadrados perfeitos:

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \quad \text{e} \quad (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2.$$

QUADRADOS PERFEITOS

Quadrados perfeitos:

$$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \quad \text{e} \quad (x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2.$$

Exemplos:

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \text{ e } (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9.$$

QUADRADOS PERFEITOS

Quadrados perfeitos:

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \quad \text{e} \quad (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2.$$

Exemplos:

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \text{ e } (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9.$$

Os dois caminhos são importantes:

saber que $(x+a)^2$ é igual a $x^2 + 2ax + a^2$ e vice-versa.

QUADRADOS PERFEITOS

Quadrados perfeitos:

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \quad \text{e} \quad (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2.$

Exemplos:

$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ e $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9.$

Os dois caminhos são importantes:

saber que $(x+a)^2$ é igual a $x^2 + 2ax + a^2$ e vice-versa.

Exemplo: reescreva $x^2 - 8x + 16$.

$x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2.$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 + 6x$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 + 6x$.

Solução. $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 + 6x$.

Solução. $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$.

Escolhendo $a = 3$, obtemos $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 + 6x$.

Solução. $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$.

Escolhendo $a = 3$, obtemos $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 - 3x$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 + 6x$.

Solução. $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$.

Escolhendo $a = 3$, obtemos $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 - 3x$.

Solução. $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 + 6x$.

Solução. $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$.

Escolhendo $a = 3$, obtemos $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

Exemplo. Encontre um quadrado perfeito que inicie por $x^2 - 3x$.

Solução. $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$.

Escolhendo $a = \frac{3}{2}$, obtemos $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Sabe-se que $x^2 + 6x + \square$ é um quadrado perfeito. Encontre $\square$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Sabe-se que $x^2 + 6x + \square$ é um quadrado perfeito. Encontre $\square$.

Solução. Já vimos que $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$. Portanto, $\square = 9$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Sabe-se que $x^2 + 6x + \square$ é um quadrado perfeito. Encontre $\square$.

Solução. Já vimos que $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$. Portanto, $\square = 9$.

Exemplo. Sabe-se que $x^2 - 3x + \square$ é um quadrado perfeito. Encontre $\square$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Sabe-se que $x^2 + 6x + \square$ é um quadrado perfeito. Encontre $\square$.

Solução. Já vimos que $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$. Portanto, $\square = 9$.

Exemplo. Sabe-se que $x^2 - 3x + \square$ é um quadrado perfeito. Encontre $\square$.

Solução. Já vimos que $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$. Portanto, $\square = \frac{9}{4}$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x \qquad\qquad + 2$$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 3x$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 3x$.

$x^2 - 3x - 1 = x^2 - 3x \qquad\qquad - 1$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 3x$.

$x^2 - 3x - 1 = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 3x$.

$$x^2 - 3x - 1 = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1$$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 3x$.

$x^2 - 3x - 1 = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} - 1$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 3x$.

$$x^2 - 3x - 1 = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} - 1 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{13}{4}.$$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 + 6x + 2$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 6x$.

$$x^2 + 6x + 2 = x^2 + 6x + 9 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 9 + 2 = (x+3)^2 - 7.$$

Exemplo. Reescreva a expressão $x^2 - 3x - 1$ na forma $(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $(x - \frac{3}{2})^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 3x$.

$$x^2 - 3x - 1 = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1 = (x - \tfrac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} - 1 = (x - \tfrac{3}{2})^2 - \frac{13}{4}.$$

EXERCÍCIO

Reescreva $x^2 - x + 3$ completando o quadrado.

EXERCÍCIO

Reescreva $x^2 - x + 3$ completando o quadrado.

Solução. $(x-a)^2 = x^2 - ax + a^2$.

Escolhendo $a = \frac{1}{2}$, obtemos $(x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$.

EXERCÍCIO

Reescreva $x^2 - x + 3$ completando o quadrado.

Solução. $(x-a)^2 = x^2 - ax + a^2$.

Escolhendo $a = \frac{1}{2}$, obtemos $(x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$.

$$x^2 - x + 3 = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 3 =$$

EXERCÍCIO

Reescreva $x^2 - x + 3$ completando o quadrado.

Solução. $(x-a)^2 = x^2 - ax + a^2$.

Escolhendo $a = \frac{1}{2}$, obtemos $(x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$.

$$x^2 - x + 3 = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 3 = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + 3$$

EXERCÍCIO

Reescreva $x^2 - x + 3$ completando o quadrado.

Solução. $(x-a)^2 = x^2 - ax + a^2$.

Escolhendo $a = \frac{1}{2}$, obtemos $(x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$.

$$x^2 - x + 3 = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 3 = (x - \tfrac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + 3 = (x - \tfrac{1}{2})^2 + \frac{11}{4}.$$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x \qquad) - 1 =$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 =$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1.$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1.$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2 + 5x + 4$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2 + 5x + 4$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4.$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2 + 5x + 4$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4.$

$(x + \frac{5}{4})^2 = x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{5}{2}x$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2+4x-1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1.$

$(x-1)^2=x^2-2x+1$ é o quadrado perfeito que inicia com x^2-2x.

$-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1=-2(x^2-2x+1-1)-1=$

$-2(x-1)^2+(-2)(-1)-1=-2(x-1)^2+1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2+5x+4$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $2x^2+5x+4=2(x^2+\frac{5}{2}x)+4.$

$(x+\frac{5}{4})^2=x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2+\frac{5}{2}x$.

$2x^2+5x+4=2(x^2+\frac{5}{2}x)+4$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2+4x-1$ na forma $\square(x\pm\square)^2\pm\square$

Solução. $-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1.$

$(x-1)^2=x^2-2x+1$ é o quadrado perfeito que inicia com x^2-2x.

$-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1=-2(x^2-2x+1-1)-1=$

$-2(x-1)^2+(-2)(-1)-1=-2(x-1)^2+1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2+5x+4$ na forma $\square(x\pm\square)^2\pm\square$.

Solução. $2x^2+5x+4=2(x^2+\frac{5}{2}x)+4.$

$(x+\frac{5}{4})^2=x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2+\frac{5}{2}x$.

$2x^2+5x+4=2(x^2+\frac{5}{2}x)+4=2(x^2+\frac{5}{2}x \qquad\qquad)+4=$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2+4x-1$ na forma $\square(x\pm\square)^2\pm\square$

Solução. $-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1.$

$(x-1)^2=x^2-2x+1$ é o quadrado perfeito que inicia com x^2-2x.

$-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1=-2(x^2-2x+1-1)-1=$

$-2(x-1)^2+(-2)(-1)-1=-2(x-1)^2+1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2+5x+4$ na forma $\square(x\pm\square)^2\pm\square$.

Solução. $2x^2+5x+4=2(x^2+\frac{5}{2}x)+4.$

$(x+\frac{5}{4})^2=x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2+\frac{5}{2}x$.

$2x^2+5x+4=2(x^2+\frac{5}{2}x)+4=2(x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}-\frac{25}{16})+4=$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2 + 5x + 4$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4.$

$(x + \frac{5}{4})^2 = x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{5}{2}x$.

$2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} - \frac{25}{16}) + 4 =$

$2(x + \frac{5}{4})^2 + 2(-\frac{25}{16}) + 4$

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1$.

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1$.

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2 + 5x + 4$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4$.

$(x + \frac{5}{4})^2 = x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{5}{2}x$.

$2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} - \frac{25}{16}) + 4 =$

$2(x + \frac{5}{4})^2 + 2(-\frac{25}{16}) + 4 = 2(x + \frac{5}{4})^2 + \frac{7}{8}$.

COMPLETAMENTO DO QUADRADO

Exemplo. Reescreva a expressão $-2x^2 + 4x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$

Solução. $-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1.$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 2x$.

$-2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 =$

$-2(x-1)^2 + (-2)(-1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1.$

Exemplo. Reescreva a expressão $2x^2 + 5x + 4$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4.$

$(x + \frac{5}{4})^2 = x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{5}{2}x$.

$2x^2 + 5x + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x) + 4 = 2(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} - \frac{25}{16}) + 4 =$

$2(x + \frac{5}{4})^2 + 2(-\frac{25}{16}) + 4 = 2(x + \frac{5}{4})^2 + \frac{7}{8}.$

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $-x^2 - x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $-x^2 - x - 1$ na forma $\Box(x \pm \Box)^2 \pm \Box$.

Solução. $-x^2 - x - 1 = -(x^2 + x) - 1.$

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $-x^2 - x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $-x^2 - x - 1 = -(x^2 + x) - 1.$

$(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + x$.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $-x^2 - x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $-x^2 - x - 1 = -(x^2 + x) - 1$.

$(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + x$.

$-x^2 - x - 1 = -(x^2 + x) - 1 = -(x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}) - 1 =$

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $-x^2 - x - 1$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $-x^2 - x - 1 = -(x^2 + x) - 1.$

$(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + x$.

$-x^2 - x - 1 = -(x^2 + x) - 1 = -(x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}) - 1 =$

$-(x + \frac{1}{2})^2 - (-\frac{1}{4}) - 1 = -(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4}.$

EXERCÍCIO

Seja $a \neq 0$. Reescreva a expressão $ax^2 + bx + c$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

EXERCÍCIO

Seja $a \neq 0$. Reescreva a expressão $ax^2 + bx + c$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c.$

EXERCÍCIO

Seja $a \neq 0$. Reescreva a expressão $ax^2 + bx + c$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c$.

$(x + \frac{b}{2a})^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{b}{a}x$.

EXERCÍCIO

Seja $a \neq 0$. Reescreva a expressão $ax^2 + bx + c$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c$.

$(x + \frac{b}{2a})^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{b}{a}x$.

$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}) + c =$

EXERCÍCIO

Seja $a \neq 0$. Reescreva a expressão $ax^2 + bx + c$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c$.

$(x + \frac{b}{2a})^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{b}{a}x$.

$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}) + c =$

$a(x + \frac{b}{2a})^2 + a(-\frac{b^2}{4a^2}) + c$

EXERCÍCIO

Seja $a \neq 0$. Reescreva a expressão $ax^2 + bx + c$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c.$

$(x + \frac{b}{2a})^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{b}{a}x.$

$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}) + c =$

$a(x + \frac{b}{2a})^2 + a(-\frac{b^2}{4a^2}) + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}.$

EXERCÍCIO

Seja $a \neq 0$. Reescreva a expressão $ax^2 + bx + c$ na forma $\square(x \pm \square)^2 \pm \square$.

Solução. $ax^2 +$

Desafio! Use esse exercício para deduzir a fórmula de Bhaskara e as fórmulas do x e do y do vértice.

$(x + \frac{b}{2a})^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + \frac{b}{a}x$.

$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}) + c =$

$a(x + \frac{b}{2a})^2 + a(-\frac{b^2}{4a^2}) + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}$.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $2x^2 - 3y^2 + 8x - 5y + 7$ completando quadrados em x e y.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $2x^2 - 3y^2 + 8x - 5y + 7$ completando quadrados em x e y.

Solução. $2x^2 + 8x = 2(x^2 + 4x)$.

$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 4x$.

$2x^2 + 8x = 2(x^2 + 4x) = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) = 2(x+2)^2 - 8$.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $2x^2 - 3y^2 + 8x - 5y + 7$ completando quadrados em x e y.

Solução. $2x^2 + 8x = 2(x^2 + 4x)$.

$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 4x$.

$2x^2 + 8x = 2(x^2 + 4x) = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) = 2(x+2)^2 - 8$.

$-3y^2 - 5y = -3(y^2 + \frac{5}{3}y)$.

$(y + \frac{5}{6})^2 = y^2 + \frac{5}{3}x + \frac{25}{36}$ é o quadrado perfeito que inicia com $y^2 + \frac{5}{3}y$.

$-3y^2 - 5y = -3(y^2 + \frac{5}{3}y) = -3(y^2 + \frac{5}{3}y + \frac{25}{36} - \frac{25}{36}) = -3(y + \frac{5}{6})^2 + \frac{25}{12}$.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $2x^2 - 3y^2 + 8x - 5y + 7$ completando quadrados em x e y.

Solução. $2x^2 + 8x = 2(x^2 + 4x)$.

$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 + 4x$.

$2x^2 + 8x = 2(x^2 + 4x) = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) = 2(x+2)^2 - 8$.

$-3y^2 - 5y = -3(y^2 + \frac{5}{3}y)$.

$(y + \frac{5}{6})^2 = y^2 + \frac{5}{3}x + \frac{25}{36}$ é o quadrado perfeito que inicia com $y^2 + \frac{5}{3}y$.

$-3y^2 - 5y = -3(y^2 + \frac{5}{3}y) = -3(y^2 + \frac{5}{3}y + \frac{25}{36} - \frac{25}{36}) = -3(y + \frac{5}{6})^2 + \frac{25}{12}$.

$2x^2 - 3y^2 + 8x - 5y + 7 = 2(x+2)^2 - 8 - 3(y + \frac{5}{6})^2 + \frac{25}{12} + 7 = 2(x+2)^2 - 3(y + \frac{5}{6})^2 + \frac{13}{12}$.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $x^2 - y^2 + 2z^2 - 10x + 4z - 3$ completando quadrados em x, y e z.

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $x^2 - y^2 + 2z^2 - 10x + 4z - 3$ completando quadrados em x, y e z.

Solução. $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 10x$.

$$x^2 - 10x = x^2 - 10x + 25 - 25 = (x-5)^2 - 25.$$

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $x^2 - y^2 + 2z^2 - 10x + 4z - 3$ completando quadrados em x, y e z.

Solução. $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 10x$.

$x^2 - 10x = x^2 - 10x + 25 - 25 = (x-5)^2 - 25.$

Não precisamos fazer nada em y (podemos pensar como $-y^2 = -(y+0)^2$).

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $x^2 - y^2 + 2z^2 - 10x + 4z - 3$ completando quadrados em x, y e z.

Solução. $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 10x$.

$x^2 - 10x = x^2 - 10x + 25 - 25 = (x-5)^2 - 25.$

Não precisamos fazer nada em y (podemos pensar como $-y^2 = -(y+0)^2$).

$2z^2 + 4z = 2(z^2 + 2z).$

$(z+1)^2 = z^2 + 2z + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $z^2 + 2z$.

$2z^2 + 4z = 2(z^2 + 2z) = 2(z^2 + 2z + 1 - 1) = 2(z+1)^2 - 2.$

EXERCÍCIO

Reescreva a expressão $x^2 - y^2 + 2z^2 - 10x + 4z - 3$ completando quadrados em x, y e z.

Solução. $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$ é o quadrado perfeito que inicia com $x^2 - 10x$.

$x^2 - 10x = x^2 - 10x + 25 - 25 = (x-5)^2 - 25.$

Não precisamos fazer nada em y (podemos pensar como $-y^2 = -(y+0)^2$).

$2z^2 + 4z = 2(z^2 + 2z).$

$(z+1)^2 = z^2 + 2z + 1$ é o quadrado perfeito que inicia com $z^2 + 2z$.

$2z^2 + 4z = 2(z^2 + 2z) = 2(z^2 + 2z + 1 - 1) = 2(z+1)^2 - 2.$

$x^2 - y^2 + 2z^2 - 10x + 4z - 3 = (x-5)^2 - 25 - y^2 + 2(z+1)^2 - 2 - 3 = (x-5)^2 - y^2 + 2(z+1)^2 - 30.$

Fim!