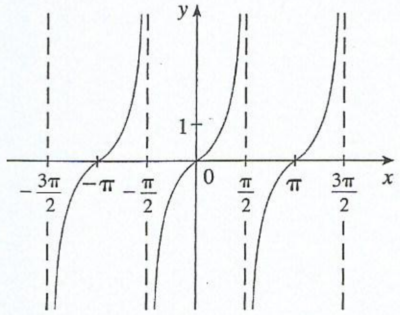


FIGURA 16
$y = \text{tg}\, x$

EXEMPLO 10 Encontre as assíntotas verticais de $f(x) = \text{tg}\, x$.

SOLUÇÃO Como

$$\text{tg}\, x = \frac{\text{sen}\, x}{\cos x}$$

existem assíntotas verticais em potencial nos pontos nos quais $\cos x = 0$. De fato, como $\cos x \to 0^+$ quando $x \to (\pi/2)^-$ e $\cos x \to 0^-$ quando $x \to (\pi/2)^+$, enquanto sen x é positivo quando x está próximo de $\pi/2$, temos

$$\lim_{x \to (\pi/2)^-} \text{tg}\, x = \infty \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to (\pi/2)^+} \text{tg}\, x = -\infty$$

Isso mostra que a reta $x = \pi/2$ é uma assíntota vertical. Um raciocínio análogo mostra que as retas $x = (2n + 1)\pi/2$, onde n é um inteiro, são todas assíntotas verticais de $f(x) = \text{tg}\, x$. O gráfico da Figura 16 confirma isso. □

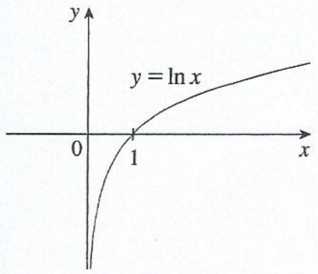


FIGURA 17
O eixo y é uma assíntota vertical da função logaritmo natural

Outro exemplo de uma função cujo gráfico tem uma assíntota vertical é a função logaritmo natural $y = \ln x$. Da Figura 17 vemos que

$$\boxed{\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty}$$

e assim a reta $x = 0$ (o eixo y) é uma assíntota vertical. Na realidade, isso é válido para $y = \log_a x$ desde que $a > 1$. (Veja as Figuras 11 e 12 na Seção 1.6.)

2.2 EXERCÍCIOS

1. Explique com suas palavras o significado da equação

$$\lim_{x \to 2} f(x) = 5$$

É possível que a equação anterior seja verdadeira, mas que $f(2) = 3$? Explique.

2. Explique o que significa dizer que

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 3 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to 1^+} f(x) = 7$$

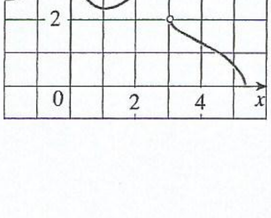
Nesta situação, é possível que $\lim_{x \to 1} f(x)$ exista? Explique.

3. Explique o significado de cada uma das notações a seguir.

(a) $\lim_{x \to -3} f(x) = \infty$ (b) $\lim_{x \to 4^+} f(x) = -\infty$

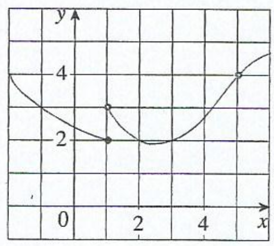
4. Para a função f, cujo gráfico é dado, diga o valor de cada quantidade indicada, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

(a) $\lim_{x \to 0} f(x)$ (b) $\lim_{x \to 3^-} f(x)$ (c) $\lim_{x \to 3^+} f(x)$
(d) $\lim_{x \to 3} f(x)$ (e) $f(3)$



5. Use o gráfico dado da função f para dizer o valor de cada quantidade, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

(a) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ (b) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ (c) $\lim_{x \to 1} f(x)$
(d) $\lim_{x \to 5} f(x)$ (e) $f(5)$



6. Para a função h cujo gráfico é dado, diga o valor de cada quantidade, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

(a) $\lim_{x \to -3^-} h(x)$ (b) $\lim_{x \to -3^+} h(x)$ (c) $\lim_{x \to -3} h(x)$
(d) $h(-3)$ (e) $\lim_{x \to 0^-} h(x)$ (f) $\lim_{x \to 0^+} h(x)$
(g) $\lim_{x \to 0} h(x)$ (h) $h(0)$ (i) $\lim_{x \to 2} h(x)$
(j) $h(2)$ (k) $\lim_{x \to 5^+} h(x)$ (l) $\lim_{x \to 5^-} h(x)$