

## Lista 8 – Cálculo 2

1) Resolva os Problemas de Valor Inicial.

$$a) \begin{cases} y' + (1-2x)y = xe^{-x} \\ y(0) = 2 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} y' = \frac{2x+1}{3y^2-3} \\ y(0) = 0 \end{cases};$$

$$c) \begin{cases} y' - (\cos t)y = te^{t^2+\sin t} \\ y(0) = 2 \end{cases};$$

$$d) \begin{cases} (x \ln x)y' = y \\ y(3) = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Resp. a) } y = \frac{-1}{2}(e^{-x} - 5e^{x^2-x}),$$

$$b) y^3 - 3y - x^2 - x = 0,$$

$$c) y = \frac{1}{2}(e^{t^2+\sin t} + 3e^{\sin t})$$

$$d) y = \frac{4}{\ln 3} |\ln x|$$

2) Uma colônia de bactérias obedece a “lei natural da evolução” (Lei de Malthus), isto é, a taxa de crescimento populacional é proporcional à população. Observou-se que há 1 hora atrás havia 400 bactérias, e que agora há cerca de 1000.

a) Apresente a equação que fornece a quantidade de bactérias na hora  $t$ .

b) Qual a população de bactérias daqui a 3 horas?

Resp. 15.625

c) Daqui a quanto tempo a população atingirá 30.000 bactérias?

Resp. 3h42m

3) Um objeto é retirado do freezer à temperatura de  $-18^\circ\text{C}$  e colocado em um ambiente cuja temperatura é  $22^\circ\text{C}$ . Observou-se que depois de 10 minutos a temperatura do objeto era  $-8^\circ\text{C}$ . Quanto tempo a mais será necessário para que a temperatura do objeto seja de  $5^\circ\text{C}$ ?

Resp. 19m

4) Determinar a EDO exata que tenha como solução geral a equação dada.

$$a) x^2y + \cos 2x = c;$$

$$b) x^2 \sin 3y = c.$$

5) Verificar que a EDO é exata e resolvê-la.

$$a) y^2 + 2xyy' = 0;$$

$$b) \frac{1}{x} dy - \frac{y}{x^2} dx = 0$$

$$c) 3e^{3x}y - 2x + e^{3x}y' = 0;$$

$$d) (\cos y + y \cos x)dx + (\sin x - x \sin y)dy = 0;$$

$$e) 2x(ye^{x^2} - 1)dx + e^{x^2}dy = 0;$$

$$f) (6x^5y^3 + 4x^3y^5)dx + (3x^6y^2 + 5x^4y^4)dy = 0.$$

$$\text{Resp. a) } xy^2 = c; \quad b) y = cx; \quad c) e^{3x}y - x^2 = c; \quad d) x \cos y + y \sin x = c, \quad e) ye^{x^2} - x^2 = c$$

$$f) x^6y^3 + x^4y^5 = c.$$

6) Resolver os Problemas de Valor Inicial.

$$a) (y-1)dx + (x-3)dy = 0, \quad y(0) = \frac{2}{3};$$

$$\text{Resp. } (x-3)(y-1) = 1$$

$$b) [e^x \cos y + 2(x-y)]dx = [e^x \sin y + 2(x-y)]dy, \quad y(0) = \pi. \quad \text{Resp. } e^x \cos y + (x-y)^2 = \pi^2 - 1$$