



# 1.6. Operações elementares por linhas

## **Professores:**

Alda Dayana Mattos Mortari

Giuliano Boava (autor e voz)

Leandro Batista Morgado

María Rosario Astudillo Rojas

Mykola Khrypchenko

# PRELIMINARES



# **PRELIMINARES**

**Conhecimento necessário:  
operações elementares**



**Escalonamento de  
matrizes**

# PRELIMINARES

**Conhecimento necessário:  
operações elementares**



**Escalonamento de  
matrizes**

- Não veremos a utilidade das operações elementares
- nessa aula. Aguarde a aula de escalonamento.

# OPERAÇÕES ELEMENTARES POR LINHAS



**Há três tipos de operações elementares por linhas:**

- Tipo 1. Troca de linhas.**
- Tipo 2. Multiplicação de linha por escalar não nulo.**
- Tipo 3. Soma de um múltiplo de uma linha a uma outra.**

# OPERAÇÕES ELEMENTARES POR LINHAS



Há três tipos de operações elementares por linhas:

**Tipo 1. Troca de linhas.**

**Tipo 2. Multiplicação de linha por escalar não nulo.**

**Tipo 3. Soma de um múltiplo de uma linha a uma outra.**

: Já explicaremos cada uma delas! :

# **OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 1**

**Consiste em gerar uma nova matriz trocando de posição duas linhas da matriz inicial.**

# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 1

Consiste em gerar uma nova matriz trocando de posição duas linhas da matriz inicial.

**Exemplo.** Trocar as linhas 2 e 4 de posição.

Matriz inicial

$$\left[ \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 3 & 2 & 8 \\ 5 & 7 & 9 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right]$$

$$L_2 \leftrightarrow L_4$$

Nova matriz



# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 1

Consiste em gerar uma nova matriz trocando de posição duas linhas da matriz inicial.

**Exemplo.** Trocar as linhas 2 e 4 de posição.

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & 8 \\ 5 & 7 & 9 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$L_2 \leftrightarrow L_4$

Nova matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & -3 \\ 3 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 5 & 7 & 9 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 1

Consiste em gerar uma nova matriz trocando de posição duas linhas da matriz inicial.

**Exemplo.** Trocar as linhas 2 e 4 de posição.

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & 8 \\ 5 & 7 & 9 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Notação da operação

$L_2 \leftrightarrow L_4$

Nova matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & -3 \\ 3 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 5 & 7 & 9 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_1 \leftrightarrow L_3$$

?

$$L_3 \leftrightarrow L_4$$

?

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$L_1 \leftrightarrow L_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$L_3 \leftrightarrow L_4$

?

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_1 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_3 \leftrightarrow L_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz inicial

$$L_1 \leftrightarrow L_3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Nova matriz obtida  
via operações  
elementares

$$L_3 \leftrightarrow L_4 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Nova matriz obtida  
via operações  
elementares

# **OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 2**

**Consiste em gerar uma nova matriz multiplicando  
uma linha por um número diferente de 0.**

# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 2

Consiste em gerar uma nova matriz multiplicando uma linha por um número diferente de 0.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 3 por  $-2/3$ .

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ -6 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{3}L_3 \\ \text{ou} \\ L_3 & \leftarrow -\frac{2}{3}L_3 \end{aligned}$$

Nova matriz



# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 2

Consiste em gerar uma nova matriz multiplicando uma linha por um número diferente de 0.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 3 por  $-2/3$ .

Rascunho			
-6	3	2	0
4	-2	-4/3	0

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ -6 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{3}L_3 \\ \text{ou} \\ L_3 & \leftarrow -\frac{2}{3}L_3 \end{aligned}$$



Nova matriz

# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 2

Consiste em gerar uma nova matriz multiplicando uma linha por um número diferente de 0.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 3 por  $-2/3$ .

Rascunho			
-6	3	2	0
4	-2	-4/3	0

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ -6 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{2}{3}L_3$$

ou

$$L_3 \leftarrow -\frac{2}{3}L_3$$

Nova matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 4 & -2 & -4/3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 2

Consiste em gerar uma nova matriz multiplicando uma linha por um número diferente de 0.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 3 por  $-2/3$ .

Notações da operação

Rascunho			
-6	3	2	0
4	-2	-4/3	0

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ -6 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{2}{3}L_3$$

ou

$$L_3 \leftarrow -\frac{2}{3}L_3$$

Nova matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 4 & -2 & -4/3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 2 & -1/2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 \end{array} \right] L_1 \leftarrow -2L_1$$

?

$$L_2 \leftrightarrow L_3$$

?

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 2 & -1/2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 \end{array} \right] L_1 \leftarrow -2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} -4 & 1 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3$$



**Rascunho**

2	-1/2	3
-4	1	-6

 $\times (-2)$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 2 & -1/2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 \end{array} \right] L_1 \leftarrow -2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} -4 & 1 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \left[ \begin{array}{ccc} -4 & 1 & -6 \\ -6 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 2 & -1/2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 \end{array} \right] L_1 \leftarrow -2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} -4 & 1 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & 2 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \left[ \begin{array}{ccc} -4 & 1 & -6 \\ -6 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

- Alerta!! Trocar a ordem das operações normalmente gera resultados diferentes.

# **OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 3**

**Consiste em gerar uma nova matriz somando um múltiplo de uma linha a uma outra linha.**

# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 3

Consiste em gerar uma nova matriz somando um múltiplo de uma linha a uma outra linha.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 2 por -1 e somar à linha 3.

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$L_3 \leftarrow L_3 + (-1)L_2 \quad \text{ou}$$
$$L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \quad \text{ou}$$
$$L_3 + (-1)L_2 \quad \text{ou}$$
$$L_3 - L_2$$

Nova matriz



# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 3

Consiste em gerar uma nova matriz somando um múltiplo de uma linha a uma outra linha.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 2 por -1 e somar à linha 3.

Rascunho I				
2	-1	2	1	$\times (-1)$
-2	1	-2	-1	

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} L_3 &\leftarrow L_3 + (-1)L_2 \quad \text{ou} \\ L_3 &\leftarrow L_3 - L_2 \quad \text{ou} \\ L_3 &+ (-1)L_2 \quad \text{ou} \\ L_3 &- L_2 \end{aligned}$$

Nova matriz



# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 3

Consiste em gerar uma nova matriz somando um múltiplo de uma linha a uma outra linha.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 2 por -1 e somar à linha 3.

Rascunho 1				
2	-1	2	1	$\times (-1)$
-2	1	-2	-1	

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Rascunho 2				
2	3	-2	-1	+
-2	1	-2	-1	
0	4	-4	-2	

Nova matriz

$$\begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + (-1)L_2 \quad \text{ou} \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \quad \text{ou} \\ L_3 + (-1)L_2 \quad \text{ou} \\ L_3 - L_2 \end{array}$$



# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 3

Consiste em gerar uma nova matriz somando um múltiplo de uma linha a uma outra linha.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 2 por -1 e somar à linha 3.

Rascunho 1				
2	-1	2	1	$\times (-1)$
-2	1	-2	-1	

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Rascunho 2				
2	3	-2	-1	+
-2	1	-2	-1	
0	4	-4	-2	

Nova matriz

$$\begin{aligned} L_3 &\leftarrow L_3 + (-1)L_2 && \text{ou} && \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix} \\ L_3 &\leftarrow L_3 - L_2 && \text{ou} && \\ L_3 &+ (-1)L_2 && \text{ou} && \\ L_3 &- L_2 && && \end{aligned}$$

# OPERAÇÃO ELEMENTAR TIPO 3

Consiste em gerar uma nova matriz somando um múltiplo de uma linha a uma outra linha.

**Exemplo.** Multiplicar a linha 2 por -1 e somar à linha 3.

Rascunho 1

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \times (-1)$$

Matriz inicial

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

4 notações  
da operação

Rascunho 2

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix} +$$

Nova matriz

$$L_3 \leftarrow L_3 + (-1)L_2$$

$$L_3 \leftarrow L_3 - L_2$$

$$L_3 + (-1)L_2$$

$$L_3 - L_2$$

ou

ou

ou

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} L_2 + 2L_1$$

?

$$L_2 \leftrightarrow L_3$$

?

$$- \frac{1}{2}L_3$$

?

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 + 2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \quad ? \quad - \frac{1}{2}L_3$$

$$?$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 + 2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \quad ? \quad - \frac{1}{2}L_3 \quad ?$$

## Rascunho I

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \end{array} \right] \times 2$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 + 2L_1 \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \quad ? \quad - \frac{1}{2}L_3 \quad ?$$

Rascunho 1

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \end{array} \right] \times 2 \quad \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 4 \\ 2 & -4 & 4 \end{array} \right]$$

Rascunho 2

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \end{array} \right] + \quad \left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 6 \end{array} \right]$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 + 2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \quad ? \quad - \frac{1}{2}L_3 \quad ?$$

Rascunho 1

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \end{array} \right] \times 2$$

Rascunho 2

$$\left[ \begin{array}{ccc} -2 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \end{array} \right] +$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 + 2L_1 \quad \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \quad \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] - \frac{1}{2}L_3$$



Rascunho 1

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \end{array} \right] \times 2$$

Rascunho 2

$$\left[ \begin{array}{ccc} -2 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \end{array} \right] +$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 + 2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] - \frac{1}{2} L_3 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

Rascunho 1

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \end{array} \right] \times 2$$

Rascunho 2

$$\left[ \begin{array}{ccc} -2 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \end{array} \right] +$$

Rascunho 3

$$\left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 \end{array} \right] \times \left( -\frac{1}{2} \right)$$

# EXERCÍCIO

Aplique as operações pedidas.

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 + 2L_1 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] L_2 \leftrightarrow L_3 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] - \frac{1}{2}L_3 \left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

Rascunho 1

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \end{array} \right] \times 2$$

Rascunho 2

$$\left[ \begin{array}{ccc} -2 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \end{array} \right] +$$

Rascunho 3

$$\left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 \end{array} \right] \times \left( -\frac{1}{2} \right)$$

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça  
com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

?

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça  
com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

?

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. ~~X~~

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça  
com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

?

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. X

Operação tipo 2. X

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça  
com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

?

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. 

Operação tipo 2. 

Operação tipo 3. 

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça  
com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

?

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. X

Operação tipo 2. X

Operação tipo 3. 😎

Operação procurada:  $L_2 \leftarrow L_2 + ? \cdot L_?$

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

?

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. X

Operação tipo 2. X

Operação tipo 3. 😎

Operação procurada:  $L_2 \leftarrow L_2 + ? \cdot L_?$

Usando a linha 1:  $L_2 \leftarrow L_2 + k \cdot L_1$

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

?

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. X

Operação tipo 2. X

Operação tipo 3. 😎

Operação procurada:  $L_2 \leftarrow L_2 + ? \cdot L_1$

Usando a linha 1:  $L_2 \leftarrow L_2 + k \cdot L_1$

Encontrando k:  $3 + 2k = 0 \Rightarrow k = -\frac{3}{2}$

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \begin{bmatrix} 0 \\ \\ \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. X

Operação tipo 2. X

Operação tipo 3. 😎

Operação procurada:  $L_2 \leftarrow L_2 + ? \cdot L_?$

Usando a linha 1:  $L_2 \leftarrow L_2 + k \cdot L_1$

Encontrando k:  $3 + 2k = 0 \Rightarrow k = -\frac{3}{2}$

Operação encontrada:  $L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1$

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. X

Operação tipo 2. X

Operação tipo 3. 😎

Operação procurada:  $L_2 \leftarrow L_2 + ? \cdot L_1$

Usando a linha 1:  $L_2 \leftarrow L_2 + k \cdot L_1$

Encontrando k:  $3 + 2k = 0 \Rightarrow k = -\frac{3}{2}$

Operação encontrada:  $L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1$

**Rascunho 1**

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -3 & 3 & 3/2 \end{bmatrix} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

# EXERCÍCIO

Encontre uma operação elementar que faça com que no resultado a entrada (2,1) seja 0.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1 \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & 1/2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Operação tipo 1. X

Operação tipo 2. X

Operação tipo 3. 😎

Operação procurada:  $L_2 \leftarrow L_2 + ? \cdot L_?$

Usando a linha 1:  $L_2 \leftarrow L_2 + k \cdot L_1$

Encontrando k:  $3 + 2k = 0 \Rightarrow k = -\frac{3}{2}$

Operação encontrada:  $L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2}L_1$

Rascunho 1		
2	-2	-1

$$\times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

Rascunho 2		
3	1	-1
-3	3	3/2
0	4	1/2

+



# Fim!

**A lista de exercícios está esperando sua visita.**