Máquinas

Prof^{a} Jerusa Marchi

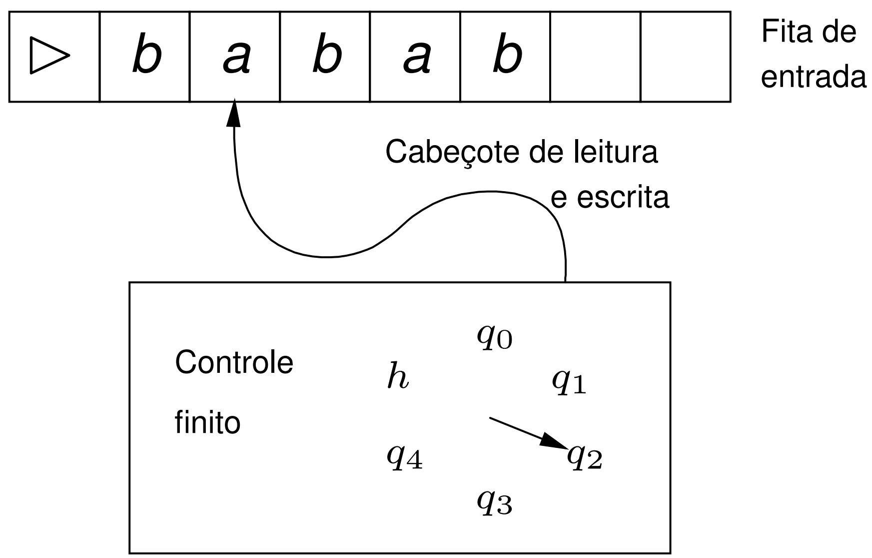
Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina

e-mail: jerusa@inf.ufsc.br

Máquinas de Turing

- unidade de Controle Finito
- fita
- cabeçote de leitura/escrita



Máquinas de Turing

- Ao contrário dos demais tipos de autômatos, MT não são um modelo a ser suplantado
- Ainda que este modelo seja fortalecido (multifitas, acesso aleatório), todos os melhoramentos mostram-se equivalentes, em poder computacional, às MT

Máquinas de Turing

- Operações da Unidade de Controle
  1. Levar a unidade de controle para um novo estado
  2. (a) Gravar um símbolo na célula apontada pelo cabeçote, substituindo algum símbolo lá encontrado ou não

     (b) Mover o cabeçote de leitura/escrita para apontar para uma célula à direita ou à esquerda na fita em relação a posição corrente

Máquinas de Turing

- Quanto a fita:
  - infinita à direita
  - delimitada à esquerda pelo símbolo $\triangleright$
  - a cadeia de entrada é gravada logo a direita do símbolo $\triangleright$ e o restante da fita é preenchido com espaços em branco (denotados por $\sqcup$)
- Quanto ao cabeçote de leitura/escrita
  - por convenção, sempre que o cabeçote for posicionado sobre o símbolo delimintador de fita, ele é movido automaticamente para a direita
  - são usados os símbolos $\rightarrow$ e $\leftarrow$ para denotar o movimento do cabeçote para a direita e para a esquerda, respectivamente
  - os símbolos $\rightarrow$ e $\leftarrow$ não fazem parte de nenhum alfabeto

Máquinas de Turing

- Uma Máquina de Turing (MT) é uma quíntupla:

$$M = (K, \Sigma, \delta, s, H)$$

Onde:

- K = conjunto finito de estados
- Σ = alfabeto de entrada $\cup\{\sqcup, \rhd\}$
- s = estado inicial ($s \in K$)
- H = conjunto de estados de parada ($H \subseteq K$)
- $\delta : (K - H) \times \Sigma$ para $(K \times (\Sigma \cup \{\leftarrow, \rightarrow\})$, tal que
  1. para todos os $q \in K - H$, se $\delta(q, \rhd) = (p, b)$ então $b = \rightarrow$
  2. para todos os $q \in K - H$ e $a \in \Sigma$, se $\delta(q, a) = (p, b)$ então $b \neq \rhd$

Máquinas de Turing

- Se $q \in K - H$, $a \in \Sigma$ e $\delta(q, a) = (p, b)$, então M, quando no estado q e tendo lido o símbolo a, transitará para o estado p e,
  1. se b for um símbolo contido em Σ, M irá substituir na fita o símbolo corrente a pelo símbolo b ou,
  2. se b for um dos símbolos $\rightarrow$ ou $\leftarrow$, M moverá sua cabeça na direção convencionada para o símbolo b
- M pára quando atingir algum dos estados de parada.

Máquinas de Turing

- Exemplo
  - $M = (K, \Sigma, \delta, s, \{h\})$ onde:
    - $K = \{q_0, q_1, h\}$
    - $\Sigma = \{a, \sqcup, \triangleright\}$
    - $s = \{q_0\}$
    - δ :

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	$(q_1, \sqcup)$
q_0	$\sqcup$	$(h, \sqcup)$
q_0	$\triangleright$	$(q_0, \rightarrow)$
q_1	a	(q_0, a)
q_1	$\sqcup$	$(q_0, \rightarrow)$
q_1	$\triangleright$	$(q_1, \rightarrow)$

Máquinas de Turing

- Configuração
  - uma configuração é definida como um membro de $K \times \rhd\Sigma^\star \times (\Sigma^\star(\Sigma - \{\sqcup\}) \cup \{\varepsilon\})$

$$[q, \varepsilon, \rhd aaaa]$$

    - $q \in K$ é o estado atual da máquina
    - ε é a parte da sentença de entrada já processada
    - $\rhd aaaa$ é a parte da sentença ainda não processada
  - Para simplificar adota-se a notação $[q, \rhd \underline{a}aaa]$, indicando que o cabeçote encontra-se sob o símbolo sublinhado

Máquinas de Turing

- Computação:
  - Sejam duas configurações de uma Máquina de Turing MT, $[q_1, w_1\underline{a_1}u_1]$ e $[q_2, w2\underline{a_2}u_2]$ onde $a_1, a_2 \in \Sigma$. Então

$$[q_1, w_1\underline{a_1}u_1] \vdash [q_2, w2\underline{a_2}u_2]$$

sse para algum $b \in \Sigma \cup \{\rightarrow, \leftarrow\}$, $\delta(q_1, a_1) = (q_2, b)$ e também

1. $b \in \Sigma$, $w_1 = w_2$, $u_1 = u_2$ e $a_2 = b$, ou
2. $b = \leftarrow$, $w_1 = w_2a_2$ e
   (a) $u_2 = a_1u_1$, se $a_1 \neq \sqcup$ ou $u_1 \neq \varepsilon$, ou
   (b) $u_2 = \varepsilon$, se $a_1 = \sqcup$ e $u_1 = \varepsilon$, ou ainda
3. $b = \rightarrow$, $w_2 = w_1a_1$ e
   (a) $u_1 = a_2u_2$, ou
   (b) $u_1 = u_2 = \varepsilon$, e $a_2 = \sqcup$

Máquinas de Turing

- Para transformar uma máquina de Turing em um mecanismo reconhecedor de Linguagens, é necessário alterar minimamente a sua definição, para que, ao terminar de computar a entrada a máquina finalize sua execução em um de dois estados:
  - aceitação
  - rejeição
- Outra consideração útil é permitir que a máquina escreva símbolos na fita que não pertençam ao alfabeto Σ

Máquinas de Turing

- Uma Máquina de Turing (MT) é uma séptupla:

$$M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{accept}, q_{reject})$$

Onde:

- K = conjunto finito de estados
- Σ = alfabeto de entrada $\cup \{\triangleright\}$
- Γ = alfabeto da fita, onde $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$
- q_0 = estado inicial ($q_0 \in K$)
- q_{accept} = conjunto de estados de parada que aceitam a entrada ($q_{accept} \in K$)
- q_{reject} = conjunto de estados de parada que rejeitam a entrada ($q_{reject} \in K$)
- $\delta : K \times \Gamma$ para $(K \times \Gamma \cup \{\leftarrow, \rightarrow\})$

Máquinas de Turing

- Uma máquina de Turing MT **decide** uma linguagem $L \in \Sigma^\star$, se para qualquer cadeia $w \in \Sigma^\star$
  - MT aceita w, se $w \in L$
  - MT rejeita w, se $w \notin L$
- Uma linguagem L é **Turing Reconhecível** se alguma MT a reconhece (L é chamada **Recursivamente enumerável**).
- Uma linguagem L é **Turing Decidível** se alguma MT a decide (L é dita **Recursiva**).