Outras Classes de Complexidade

Prof^a Jerusa Marchi

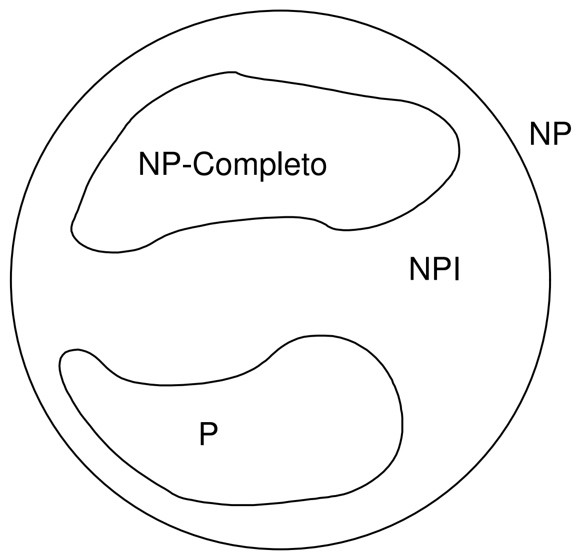
Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina

e-mail: jerusa.marchi@ufsc.br

Classes de Complexidade

- Assumindo que $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$, as classes $\mathcal{P}$ e $\mathcal{NP}$-Completo são disjuntas



- Também $\mathcal{P} \cup \mathcal{NP}$-Completo $\neq \mathcal{NP}$ (NPI (intermediário))

Classes de Complexidade

- Entre $\mathcal{P}$ e $\mathcal{NP}$ (NPI) (Theorema de Ladner)
  - Linguagens recursivas são as linguagens que podem ser reconhecidas por uma Máquina de Turing determinística (não necessariamente em tempo polinomial) que para para todas as entradas
  - Seja B uma linguagem recursiva tal que $B \notin \mathcal{P}$.
  - Seja $D \in \mathcal{P}$ uma linguagem reconhecida em tempo polinomial
  - Seja $A = D \cap B$, tal que $A \notin \mathcal{P}$, então $A \propto B$ e $B \not\propto A$

Classes de Complexidade

- Entre $\mathcal{P}$ e $\mathcal{NP}$ (NPI)
  - Se B é uma linguagem em $\mathcal{NP}$-Completo, se $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ então $B \notin \mathcal{P}$
  - Se $B \not\leq A$, então $A \notin \mathcal{NP}$-Completo
  - Se a linguagem $A \notin \mathcal{P}$, então $A \in$ NPI
- Exemplo $L = \{\phi \mid \phi \in$ SAT e $f(\mid \phi \mid)$ é par$\}$
- Ver mais em Leituras Complementares (moodle)

Classes de Complexidade

- Exemplos:
  - Isomorfismo em Grafos: Dados dois grafos $G = (V, E)$ e $G' = (V, E')$, G e G' são isomórficos? Ou seja, Há uma função $f : V \times V$ tal que $\{u, v\} \in E$ sse $\{f(u), f(v)\} \in E'$?
  - Fatoração de números inteiros: Dados dois inteiros positivos m e n, determinar se m tem um fator menor que n e maior do que 1.
  - Partição de Grafos: Dado um grafo $G = (V, E)$, é possível particionar G em componentes menores com propriedades específicas?
- mais em: https://cstheory.stackexchange.com/questions/79/problems-between-p-and-npc

Classes de Complexidade

- Classe co-$\mathcal{NP}$
  - A classe de linguagens ou problemas co-$\mathcal{NP}$ é formada pelas linguagens ou problemas de decisão cujo complemento pertence a $\mathcal{NP}$

    $$\text{co-}\mathcal{NP} = \{\Pi^c | \Pi \in \mathcal{NP}\}$$

    ou em termos de linguagem:

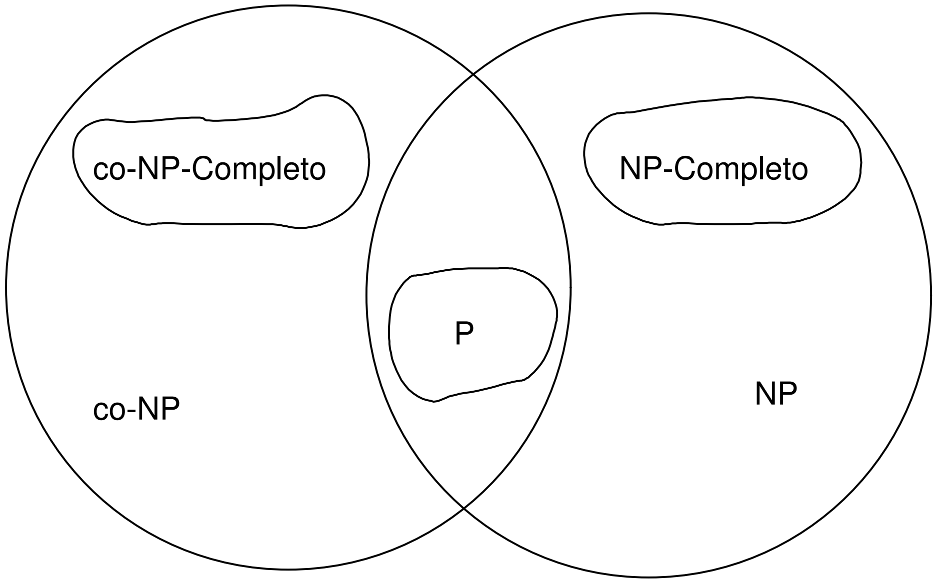
    co-$\mathcal{NP} = \{\Sigma^* - L | L$ é uma linguagem sobre o alfabeto Σ e $L \in \mathcal{NP}\}$

  - Como citado anteriormente a classe $\mathcal{NP}$ parece não ser fechada com relação a complementação

Classe co-$\mathcal{NP}$

- Se $\mathcal{NP} \neq$ co-$\mathcal{NP}$
  - esta é uma conjectura forte de que $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$
  - A classe $\mathcal{P}$ é fechada com relação a complementação ($\mathcal{P}$ =co-$\mathcal{P}$)
  - Não é sabido se a classe $\mathcal{NP}$ o é (aparentemente $\mathcal{NP} \neq$ co-$\mathcal{NP}$), o que poderia implicar $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$
  - Porém $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ pode ser verdade mesmo que $\mathcal{NP} =$ co-$\mathcal{NP}$

Classe co-$\mathcal{NP}$



Pode ou não ser o caso que $\mathcal{P} = \mathcal{NP} \cap$ co-$\mathcal{NP}$

Classe co-$\mathcal{NP}$

- Exemplo:
  - Casamento Bipartido (complemento de Conjuntos Independentes)
  - UNSAT (complemento de SAT)
  - Fluxo Máximo e Números Compostos identificados como $\mathcal{NP} \cap$ co-$\mathcal{NP}$ estão em $\mathcal{P}$
- Saber se $\mathcal{NP} =$ co-$\mathcal{NP}$ é um problema em aberto.