

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^3}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} px}{\operatorname{tg} qx}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tgh} x}{\operatorname{tg} x}$$

$$25. \lim_{t \rightarrow 0} \frac{5^t - 3^t}{t}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x + \cos x}$$

$$33. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x + \ln x}{1 + \cos \pi x}$$

$$35. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^a - ax + a - 1}{(x - 1)^2}$$

$$37. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^4}$$

$$39. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(\pi/x)$$

$$41. \lim_{x \rightarrow 0} \cot 2x \sin 6x$$

$$43. \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x^2}$$

$$45. \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x \operatorname{tg}(\pi x/2)$$

$$47. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

$$12. \lim_{t \rightarrow \pi} \frac{e^{3t} - 1}{t}$$

$$14. \lim_{t \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + x^2}{1 - 2x^2}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \ln x}{x}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sin \pi x}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{1}{2}x^2}{x^3}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}$$

$$32. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg}^{-1}(4x)}$$

$$34. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

$$36. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$$

$$38. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x \ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$$

$$40. \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^x$$

$$42. \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \ln x$$

$$44. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (1 - \operatorname{tg} x) \sec x$$

$$46. \lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{tg}(1/x)$$

$$48. \lim_{x \rightarrow 0} (\csc x - \cot x)$$

$$49. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

$$51. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln x)$$

$$53. \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{x^2}$$

$$55. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{1/x}$$

$$57. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2} \right)^x$$

$$59. \lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$$

$$61. \lim_{x \rightarrow 0^+} (4x + 1)^{\cot x}$$

$$63. \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{1/x^2}$$

65-66 Use gráficos para estimar o valor do limite. A seguir, use a Regra de L'Hôpital para encontrar o valor exato.

$$65. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x$$

$$66. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 4^x}{3^x - 2^x}$$

67-68 Ilustre a Regra de L'Hôpital fazendo o gráfico de $f(x)/g(x)$ e $f'(x)/g'(x)$ próximo de $x = 0$, para ver que essas razões têm o mesmo limite quando $x \rightarrow 0$. Calcule também o valor exato do limite.

$$67. f(x) = e^x - 1, \quad g(x) = x^3 + 4x$$

$$68. f(x) = 2x \sin x, \quad g(x) = \sec x - 1$$

69. Demonstre que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^n} = \infty$$

para todo n inteiro positivo. Isso mostra que a função exponencial tende mais rapidamente ao infinito que qualquer potência de x .

70. Demonstre que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^p} = 0$$

para todo número $p > 0$. Isso mostra que a função logaritmo tende a infinito mais vagarosamente que qualquer potência de x .

71. Mostre o que acontece se você tentar usar a regra de l'Hospital para calcular

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Calcule o limite usando outro método.