Unidade 4. Retas, planos e distâncias

Professores:
Alda Dayana Mattos Mortari
Christian Wagner
Giuliano Boava (autor e voz)
Leandro Batista Morgado
María Rosario Astudillo Rojas
Mykola Khrypchenko

4.1. Equações vetorial e paramétricas de uma reta

Professores:
Alda Dayana Mattos Mortari
Christian Wagner
Giuliano Boava (autor e voz)
Leandro Batista Morgado
María Rosario Astudillo Rojas
Mykola Khrypchenko

PRELIMINARES

O que estudamos até agora sobre vetores?

Na unidade 3, estudamos vetores em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

Vimos que elementos de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ podem ser interpretados visualmente como pontos ou vetores.

Vimos que as operações com vetores podem ser feitas usando apenas a escrita algébrica do vetor, sem precisar do desenho (mas sempre tendo em mente o que cada operação significa graficamente).

Vimos novas operações com vetores: produto escalar (ou produto interno), produto vetorial e produto misto.

Vimos que essas novas operações nos permitem determinar o ângulo entre vetores, encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a outros dois, saber se vetores são ou não coplanares, determinar o volume de um paralelepípedo gerado por três vetores, etc..

Vimos que alguns problemas que não envolvem vetores podem ser resolvidos usando vetores: dividir um segmento em partes iguais, calcular área de paralelogramos e triângulos, volume de paralelepípedos e tetraedros, determinar colinearidade e coplanaridade de pontos, etc..

PRELIMINARES

O que estudamos até agora sobre vetores?

Na unidade 3, estudamos vetores em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

Vimos que elementos de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ podem ser interpretados visualmente como pontos ou vetores.

Vimos que as operações com vetores podem ser feitas usando apenas a escrita algébrica do vetor, sem precisar do desenho (mas sempre tendo em mente o que cada operação significa graficamente).

Vimos novas operações com vetores: produto escalar (ou produto interno), produto vetorial e produto misto.

Vimos que essas novas operações nos permitem determinar o ângulo entre vetores, encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a outros dois, saber se vetores são ou não coplanares, determinar o volume de um paralelepípedo gerado por três vetores, etc..

Vimos que alguns problemas que não envolvem vetores podem ser resolvidos usando vetores: dividir um segmento em partes iguais, calcular área de paralelogramos e triângulos, volume de paralelepípedos e tetraedros, determinar colinearidade e coplanaridade de pontos, etc..

PRELIMINARES

O que estudamos até agora sobre vetores?

Na unidade 3, estudamos vetores em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

Vimos que elementos de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ podem ser interpretados visualmente como pontos ou vetores.

Vimos que as operações com vetores podem ser feitas usando apenas a escrita algébrica do vetor, sem precisar do desenho (mas sempre tendo em mente o que cada operação significa graficamente).

Vimos novas operações com vetores: produto escalar (ou produto interno), produto vetorial e produto misto.

Vimos que essas novas operações nos permitem determinar o ângulo entre vetores, encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a outros dois, saber se vetores são ou não coplanares, determinar o volume de um paralelepípedo gerado por três vetores, etc..

Vimos que alguns problemas que não envolvem vetores podem ser resolvidos usando vetores: dividir um segmento em partes iguais, calcular área de paralelogramos e triângulos, volume de paralelepípedos e tetraedros, determinar colinearidade e coplanaridade de pontos, etc..

PRELIMINARES

O que estudamos até agora sobre vetores?

Na unidade 3, estudamos vetores em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

Vimos que elementos de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ podem ser interpretados visualmente como pontos ou vetores.

Vimos que as operações com vetores podem ser feitas usando apenas a escrita algébrica do vetor, sem precisar do desenho (mas sempre tendo em mente o que cada operação significa graficamente).

Vimos novas operações com vetores: produto escalar (ou produto interno), produto vetorial e produto misto.

Vimos que essas novas operações nos permitem determinar o ângulo entre vetores, encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a outros dois, saber se vetores são ou não coplanares, determinar o volume de um paralelepípedo gerado por três vetores, etc..

Vimos que alguns problemas que não envolvem vetores podem ser resolvidos usando vetores: dividir um segmento em partes iguais, calcular área de paralelogramos e triângulos, volume de paralelepípedos e tetraedros, determinar colinearidade e coplanaridade de pontos, etc..

PRELIMINARES

O que estudamos até agora sobre vetores?

Na unidade 3, estudamos vetores em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

Vimos que elementos de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ podem ser interpretados visualmente como pontos ou vetores.

Vimos que as operações com vetores podem ser feitas usando apenas a escrita algébrica do vetor, sem precisar do desenho (mas sempre tendo em mente o que cada operação significa graficamente).

Vimos novas operações com vetores: produto escalar (ou produto interno), produto vetorial e produto misto.

Vimos que essas novas operações nos permitem determinar o ângulo entre vetores, encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a outros dois, saber se vetores são ou não coplanares, determinar o volume de um paralelepípedo gerado por três vetores, etc..

Vimos que alguns problemas que não envolvem vetores podem ser resolvidos usando vetores: dividir um segmento em partes iguais, calcular área de paralelogramos e triângulos, volume de paralelepípedos e tetraedros, determinar colinearidade e coplanaridade de pontos, etc..

PRELIMINARES

O que estudamos até agora sobre vetores?

Na unidade 3, estudamos vetores em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

Vimos que elementos de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ podem ser interpretados visualmente como pontos ou vetores.

Vimos que as operações com vetores podem ser feitas usando apenas a escrita algébrica do vetor, sem precisar do desenho (mas sempre tendo em mente o que cada operação significa graficamente).

Vimos novas operações com vetores: produto escalar (ou produto interno), produto vetorial e produto misto.

Vimos que essas novas operações nos permitem determinar o ângulo entre vetores, encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a outros dois, saber se vetores são ou não coplanares, determinar o volume de um paralelepípedo gerado por três vetores, etc..

Vimos que alguns problemas que não envolvem vetores podem ser resolvidos usando vetores: dividir um segmento em partes iguais, calcular área de paralelogramos e triângulos, volume de paralelepípedos e tetraedros, determinar colinearidade e coplanaridade de pontos, etc..

PRELIMINARES

O que vamos estudar nessa unidade?

Nessa aula iniciamos a unidade 4, que “abandona” o estudo de vetores. Estudaremos retas e planos no espaço.

Os problemas agora não envolvem vetores mas, em sua maioria, são resolvidos usando vetores.

Nosso estudo inicia aprendendo a descrever retas e planos de forma algébrica.

Depois aprenderemos como relacionar a escrita algébrica com o gráfico e vice-versa.

Por fim, aprenderemos a calcular algebricamente todo tipo de problema que envolva pontos, retas e planos.

Esse será o assunto nessa e nas próximas 3 semanas.

A aula de hoje trata apenas de descrição algébrica de retas (e apenas metade desse assunto).

PRELIMINARES

O que vamos estudar nessa unidade?

Nessa aula iniciamos a unidade 4, que “abandona” o estudo de vetores. Estudaremos retas e planos no espaço.

Os problemas agora não envolvem vetores mas, em sua maioria, são resolvidos usando vetores.

Nosso estudo inicia aprendendo a descrever retas e planos de forma algébrica.

Depois aprenderemos como relacionar a escrita algébrica com o gráfico e vice-versa.

Por fim, aprenderemos a calcular algebricamente todo tipo de problema que envolva pontos, retas e planos.

Esse será o assunto nessa e nas próximas 3 semanas.

A aula de hoje trata apenas de descrição algébrica de retas (e apenas metade desse assunto).

PRELIMINARES

O que vamos estudar nessa unidade?

Nessa aula iniciamos a unidade 4, que "abandona" o estudo de vetores. Estudaremos retas e planos no espaço.

Os problemas agora não envolvem vetores mas, em sua maioria, são resolvidos usando vetores.

Nosso estudo inicia aprendendo a descrever retas e planos de forma algébrica.

Depois aprenderemos como relacionar a escrita algébrica com o gráfico e vice-versa.

Por fim, aprenderemos a calcular algebricamente todo tipo de problema que envolva pontos, retas e planos.

Esse será o assunto nessa e nas próximas 3 semanas.

A aula de hoje trata apenas de descrição algébrica de retas (e apenas metade desse assunto).

PRELIMINARES

O que vamos estudar nessa unidade?

Nessa aula iniciamos a unidade 4, que “abandona” o estudo de vetores. Estudaremos retas e planos no espaço.

Os problemas agora não envolvem vetores mas, em sua maioria, são resolvidos usando vetores.

Nosso estudo inicia aprendendo a descrever retas e planos de forma algébrica.

Depois aprenderemos como relacionar a escrita algébrica com o gráfico e vice-versa.

Por fim, aprenderemos a calcular algebricamente todo tipo de problema que envolva pontos, retas e planos.

Esse será o assunto nessa e nas próximas 3 semanas.

A aula de hoje trata apenas de descrição algébrica de retas (e apenas metade desse assunto).

PRELIMINARES

O que vamos estudar nessa unidade?

Nessa aula iniciamos a unidade 4, que “abandona” o estudo de vetores. Estudaremos retas e planos no espaço.

Os problemas agora não envolvem vetores mas, em sua maioria, são resolvidos usando vetores.

Nosso estudo inicia aprendendo a descrever retas e planos de forma algébrica.

Depois aprenderemos como relacionar a escrita algébrica com o gráfico e vice-versa.

Por fim, aprenderemos a calcular algebricamente todo tipo de problema que envolva pontos, retas e planos.

Esse será o assunto nessa e nas próximas 3 semanas.

A aula de hoje trata apenas de descrição algébrica de retas (e apenas metade desse assunto).

PRELIMINARES

O que vamos estudar nessa unidade?

Nessa aula iniciamos a unidade 4, que “abandona” o estudo de vetores. Estudaremos retas e planos no espaço.

Os problemas agora não envolvem vetores mas, em sua maioria, são resolvidos usando vetores.

Nosso estudo inicia aprendendo a descrever retas e planos de forma algébrica.

Depois aprenderemos como relacionar a escrita algébrica com o gráfico e vice-versa.

Por fim, aprenderemos a calcular algebricamente todo tipo de problema que envolva pontos, retas e planos.

Esse será o assunto nessa e nas próximas 3 semanas.

A aula de hoje trata apenas de descrição algébrica de retas (e apenas metade desse assunto).

PRELIMINARES

O que vamos estudar nessa unidade?

Nessa aula iniciamos a unidade 4, que “abandona” o estudo de vetores. Estudaremos retas e planos no espaço.

Os problemas agora não envolvem vetores mas, em sua maioria, são resolvidos usando vetores.

Nosso estudo inicia aprendendo a descrever retas e planos de forma algébrica.

Depois aprenderemos como relacionar a escrita algébrica com o gráfico e vice-versa.

Por fim, aprenderemos a calcular algebricamente todo tipo de problema que envolva pontos, retas e planos.

Esse será o assunto nessa e nas próximas 3 semanas.

A aula de hoje trata apenas de descrição algébrica de retas (e apenas metade desse assunto).

PRELIMINARES

Como resolveremos a maior parte dos nossos exercícios?

Problema geométrico: pontos, retas, planos, distâncias, etc..

→ Tradução para vetores →

Problema vetorial: vetores, módulo, direção, sentido, etc..

→ Resolução do problema vetorial →

Solução do problema vetorial.

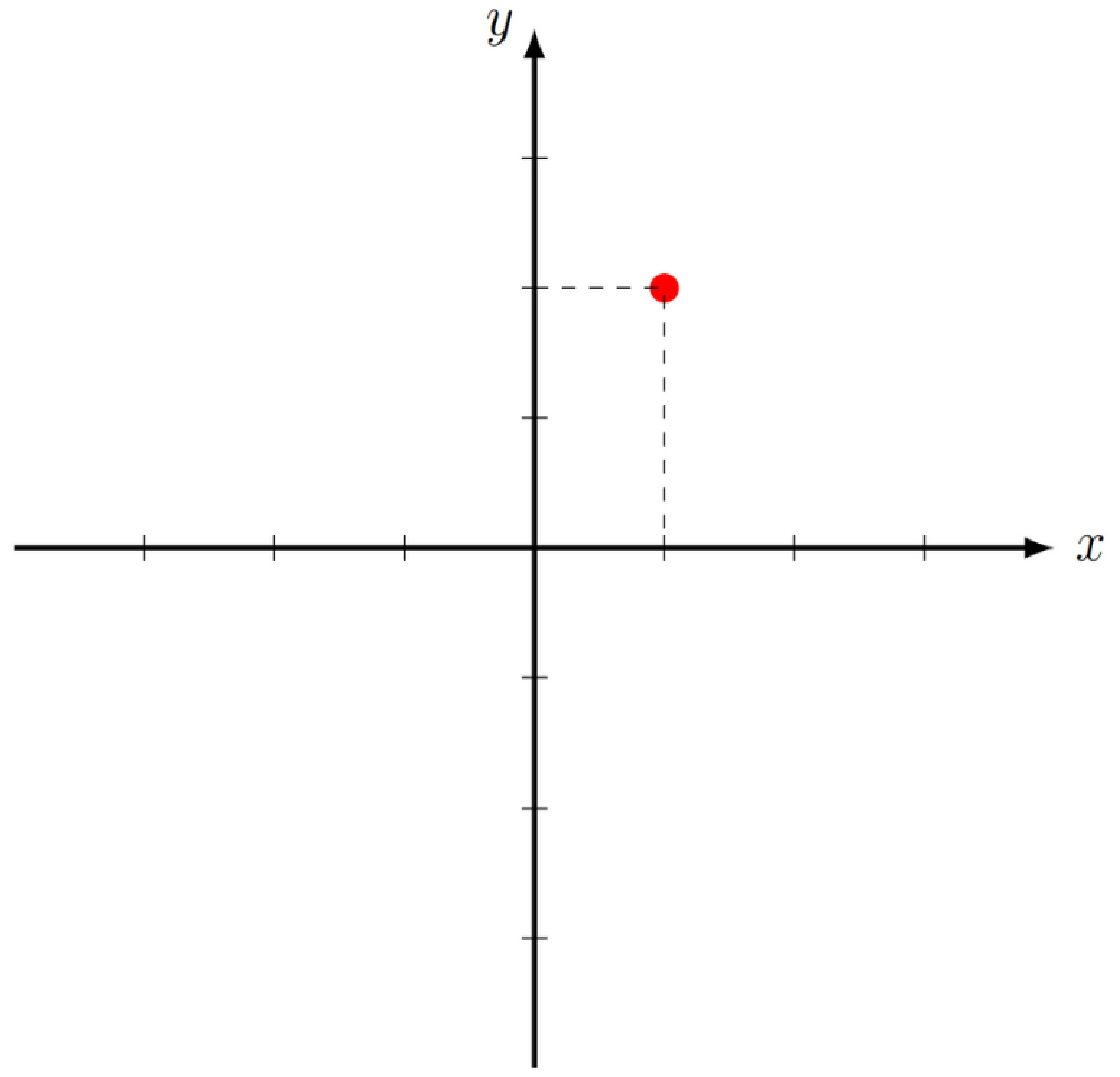
→ Tradução para geometria →

Solução do problema geométrico.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

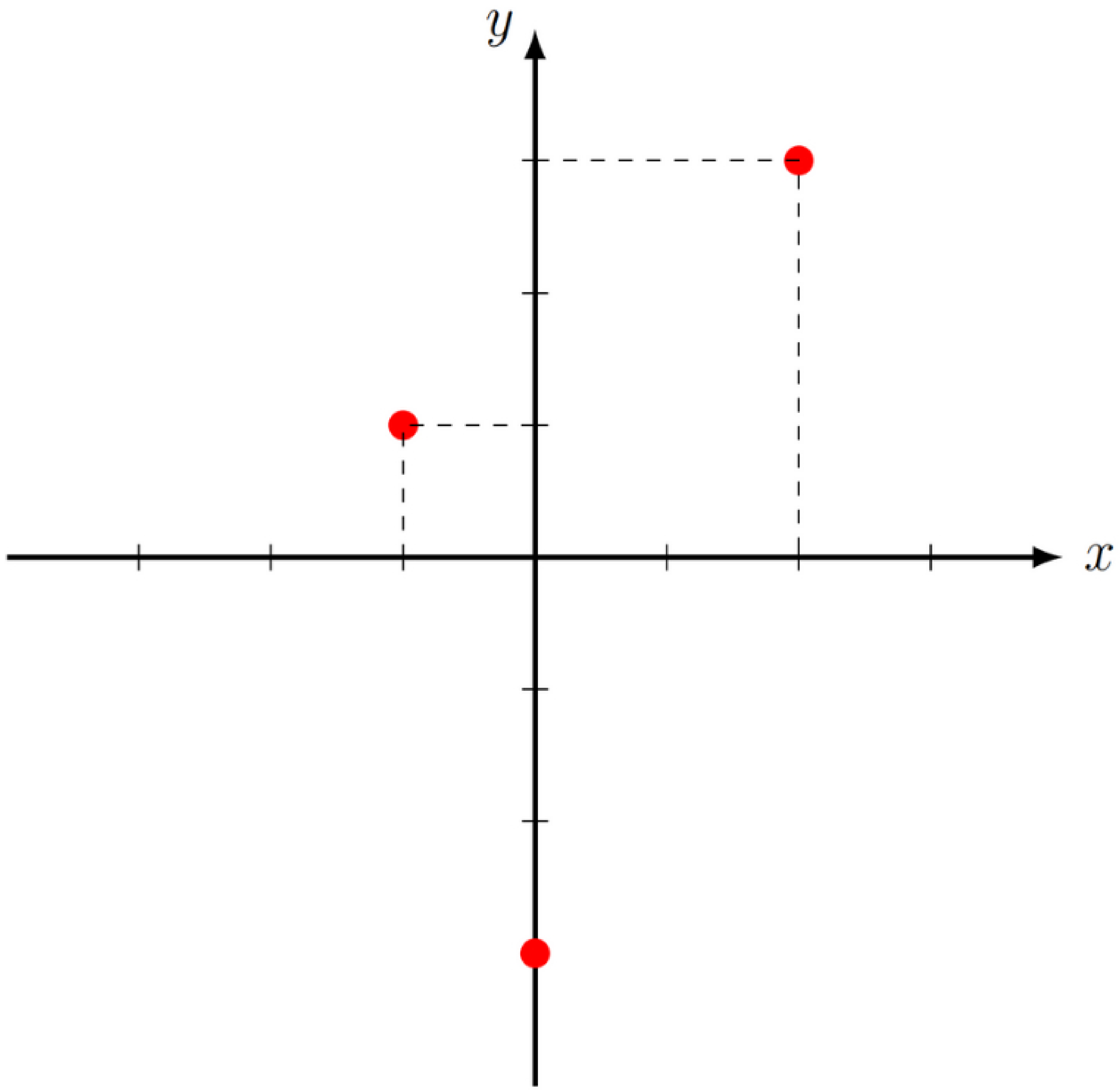
$$(1, 2)$$



PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

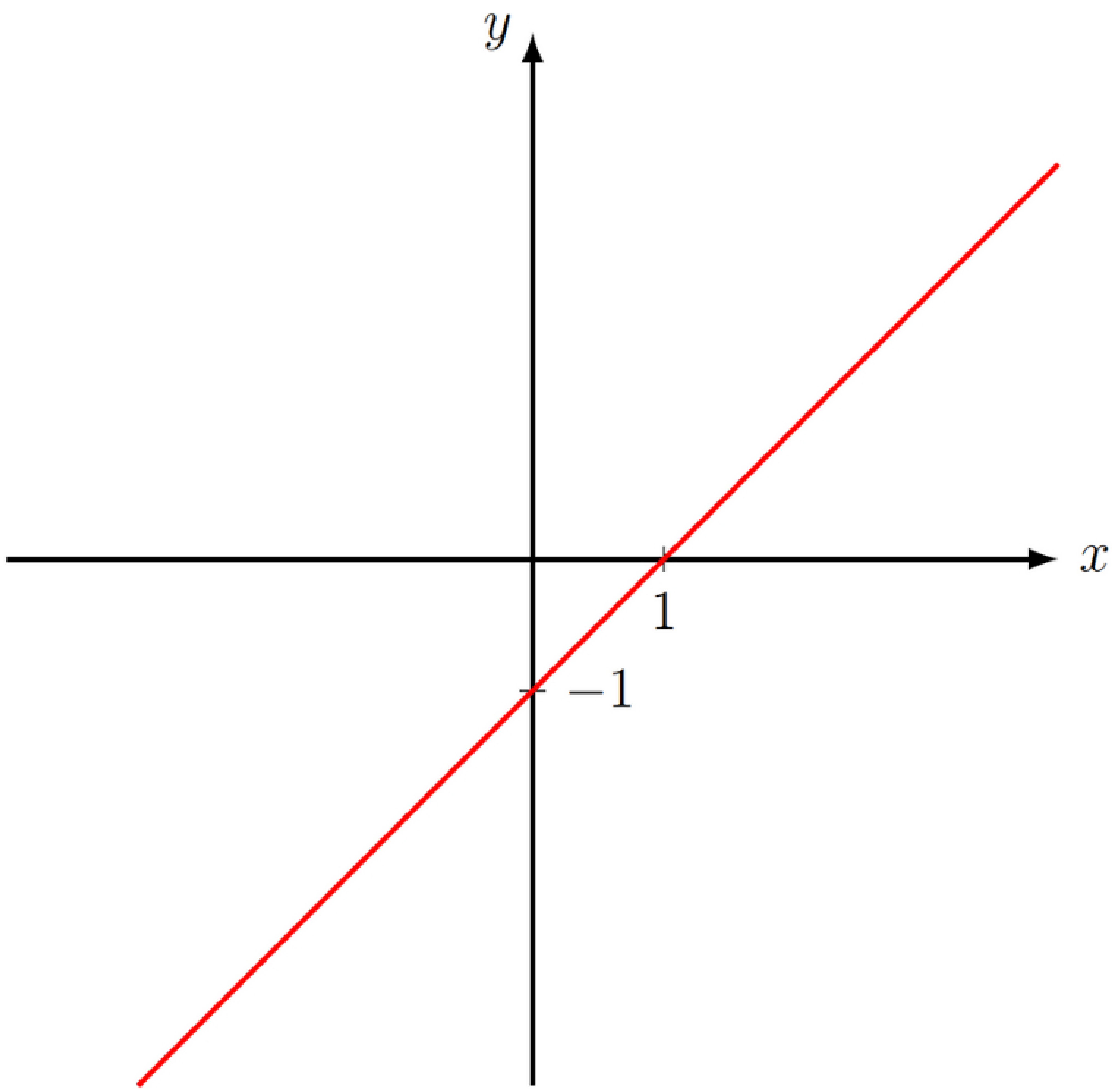
$$\{(-1,1),(0,-3),(2,3)\}$$



PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

$$\{(x, y) \mid y = x - 1\}$$



PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

Objetos geométricos podem ser vistos como o conjunto dos seus pontos.

Reta do gráfico $= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x - 1\}$.

É comum omitir o conjunto e falar apenas da equação: reta dada pela equação $y = x - 1$.

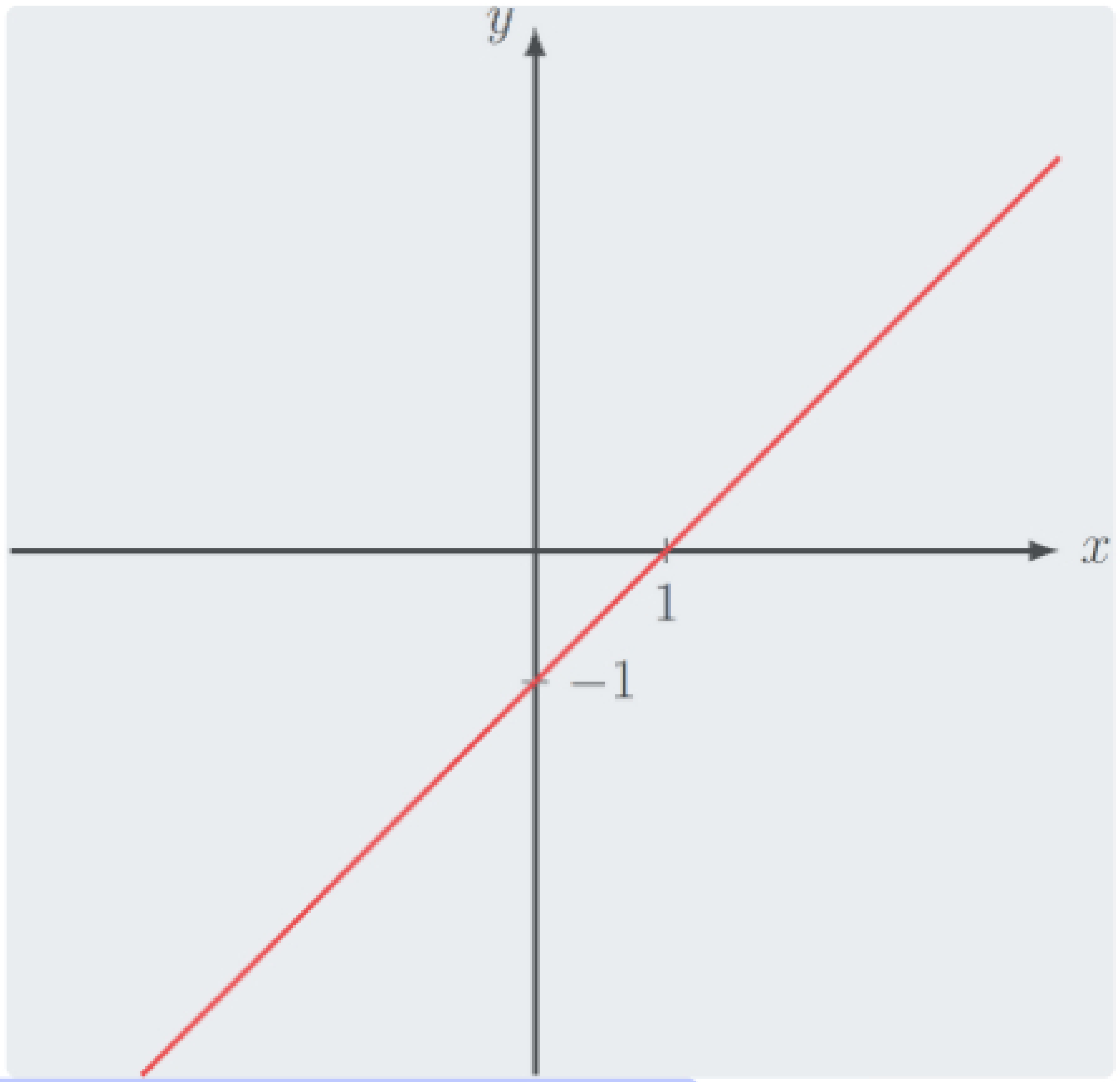
Um mesmo objeto possui diversas escritas: reta de equação $y = x - 1$ ou $y - x + 1 = 0$ ou $4y - 4x + 4 = 0$ ou $2x - 2y - 2 = 0$, etc..

Importante é lembrar que o objeto geométrico consiste do conjunto dos seus pontos. Se duas equações possuem os mesmos pontos como solução, então definem o mesmo objeto geométrico.

Vejamos com mais detalhe essas várias escritas.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.



Objetos geométricos podem ser vistos como o conjunto dos seus pontos.

Reta do gráfico $= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x - 1\}$.

É comum omitir o conjunto e falar apenas da equação: reta dada pela equação $y = x - 1$.

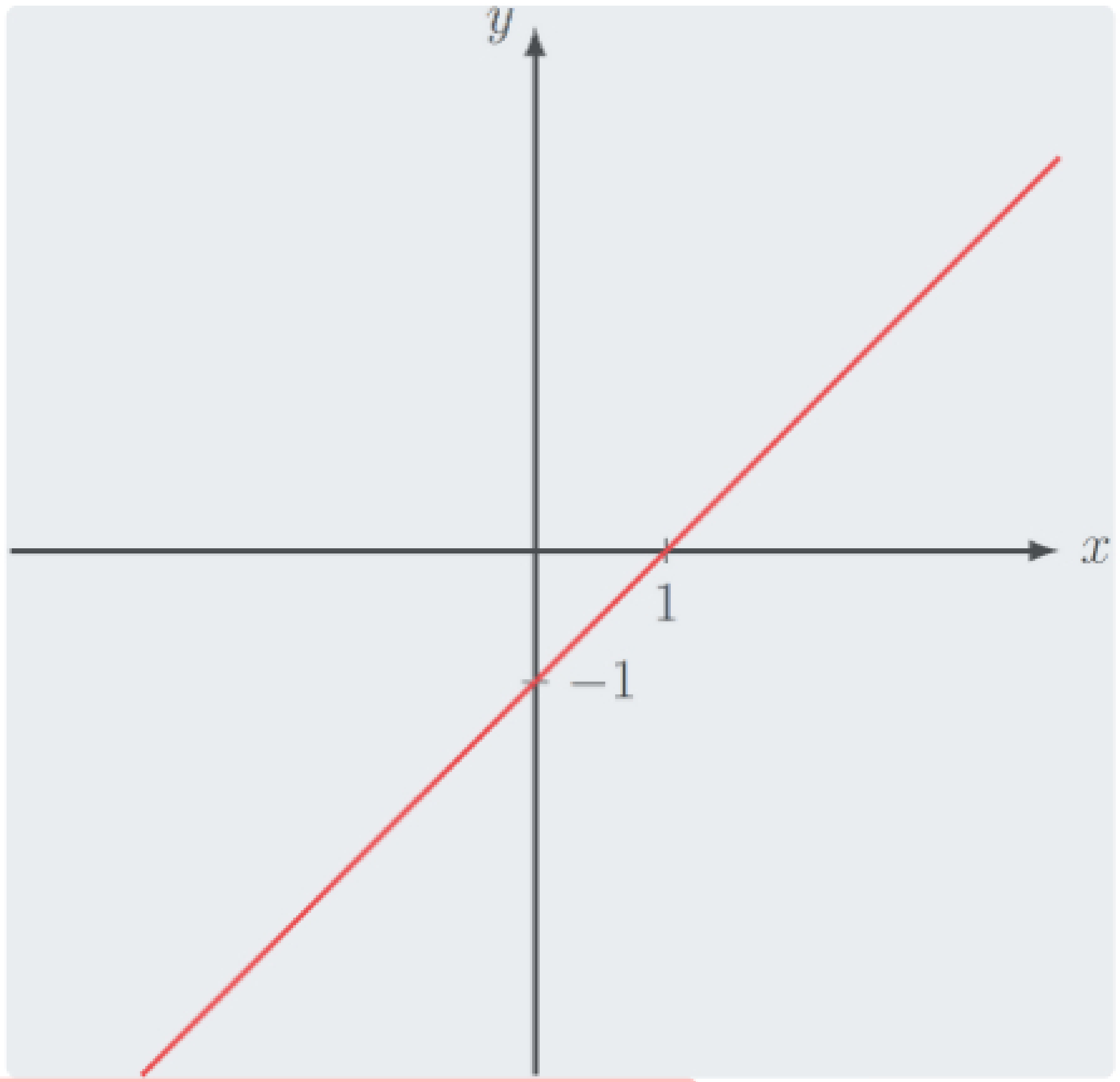
Um mesmo objeto possui diversas escritas: reta de equação $y = x - 1$ ou $y - x + 1 = 0$ ou $4y - 4x + 4 = 0$ ou $2x - 2y - 2 = 0$, etc..

Importante é lembrar que o objeto geométrico consiste do conjunto dos seus pontos. Se duas equações possuem os mesmos pontos como solução, então definem o mesmo objeto geométrico.

Vejamos com mais detalhe essas várias escritas.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.



Objetos geométricos podem ser vistos como o conjunto dos seus pontos.

Reta do gráfico $= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x - 1\}$.

É comum omitir o conjunto e falar apenas da equação: reta dada pela equação $y = x - 1$.

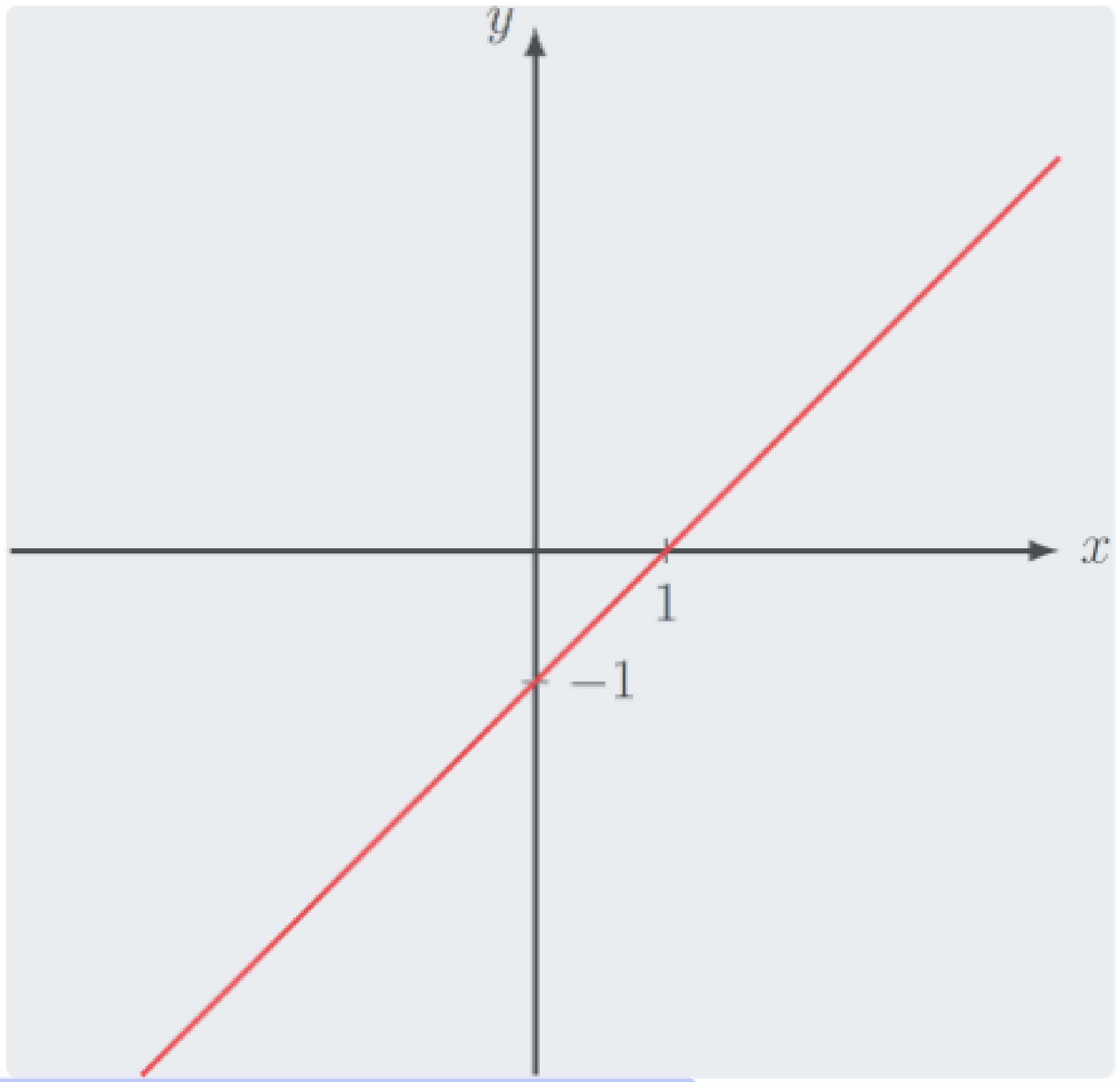
Um mesmo objeto possui diversas escritas: reta de equação $y = x-1$ ou $y-x+1 = 0$ ou $4y-4x+4 = 0$ ou $2x - 2y - 2 = 0$, etc..

Importante é lembrar que o objeto geométrico consiste do conjunto dos seus pontos. Se duas equações possuem os mesmos pontos como solução, então definem o mesmo objeto geométrico.

Vejamos com mais detalhe essas várias escritas.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.



Objetos geométricos podem ser vistos como o conjunto dos seus pontos.

Reta do gráfico $= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x - 1\}$.

É comum omitir o conjunto e falar apenas da equação: reta dada pela equação $y = x - 1$.

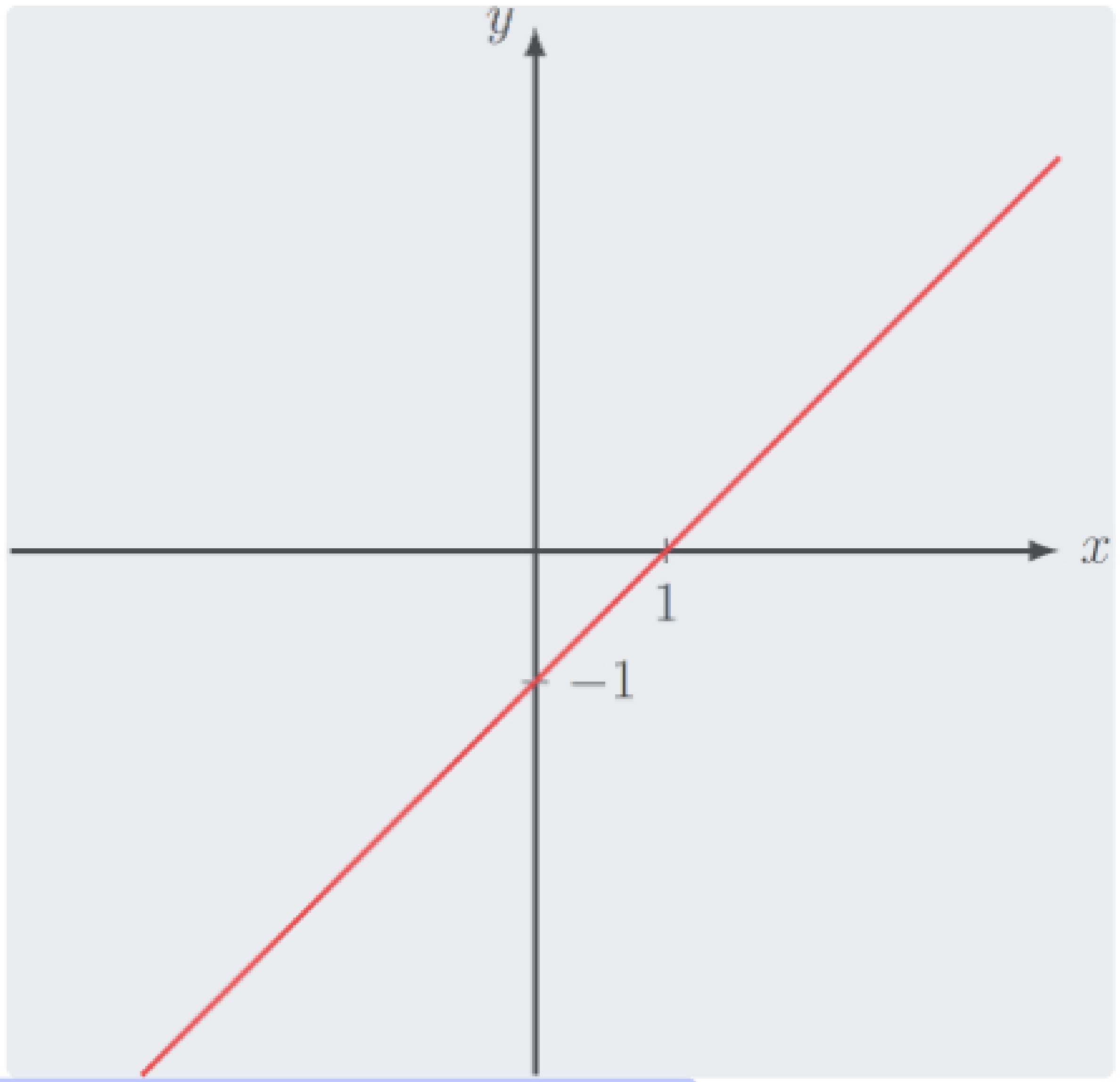
Um mesmo objeto possui diversas escritas: reta de equação $y = x-1$ ou $y-x+1 = 0$ ou $4y-4x+4 = 0$ ou $2x - 2y - 2 = 0$, etc..

Importante é lembrar que o objeto geométrico consiste do conjunto dos seus pontos. Se duas equações possuem os mesmos pontos como solução, então definem o mesmo objeto geométrico.

Vejamos com mais detalhe essas várias escritas.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.



Objetos geométricos podem ser vistos como o conjunto dos seus pontos.

Reta do gráfico $= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x - 1\}$.

É comum omitir o conjunto e falar apenas da equação: reta dada pela equação $y = x - 1$.

Um mesmo objeto possui diversas escritas: reta de equação $y = x-1$ ou $y-x+1 = 0$ ou $4y-4x+4 = 0$ ou $2x - 2y - 2 = 0$, etc..

Importante é lembrar que o objeto geométrico consiste do conjunto dos seus pontos. Se duas equações possuem os mesmos pontos como solução, então definem o mesmo objeto geométrico.

Vejamos com mais detalhe essas várias escritas.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

$y = x - 1.$

$y - x + 1 = 0.$

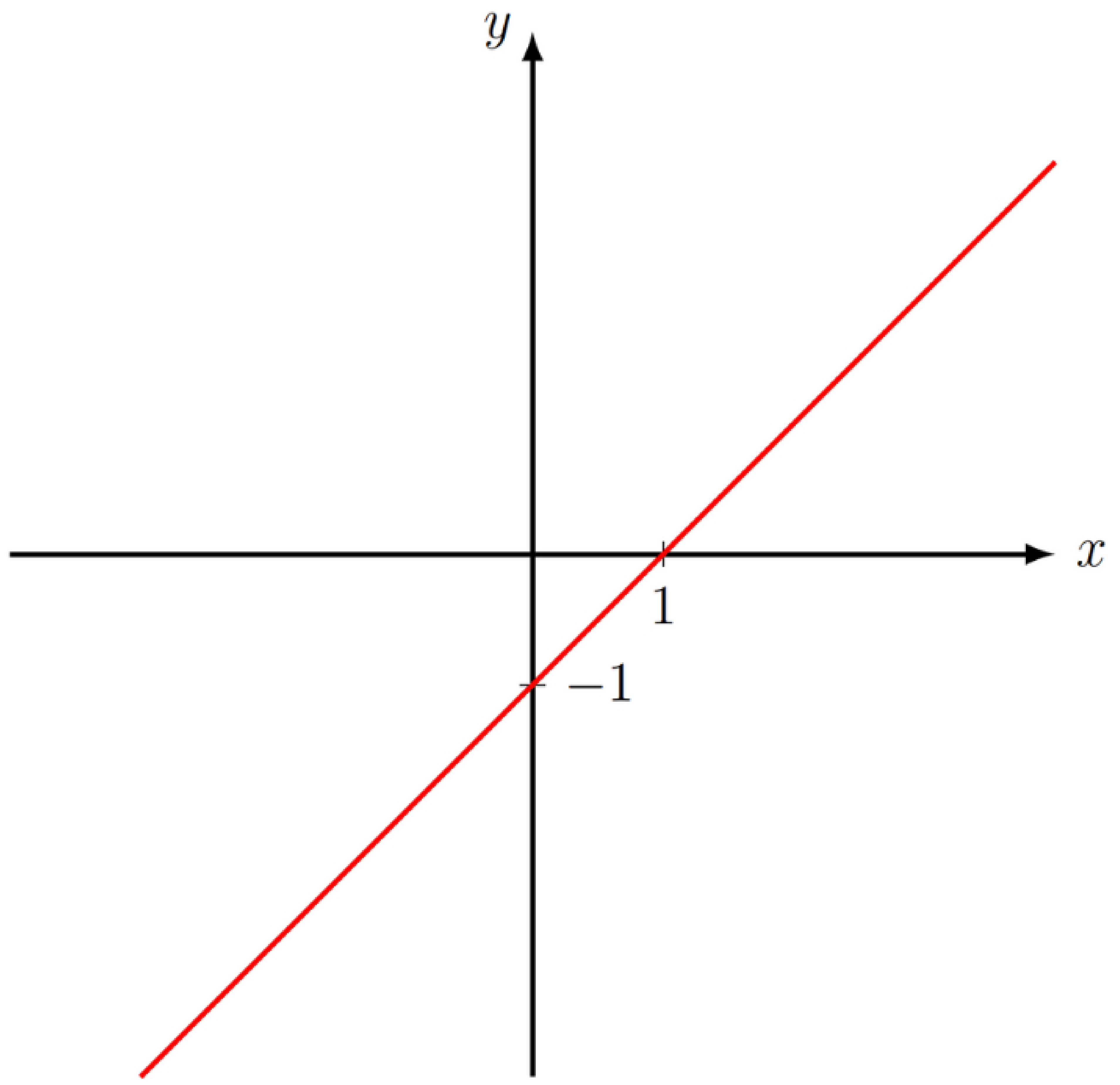
$x = y + 1.$

$$\begin{cases} x = t \\ y = t - 1 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{cases} x = s \\ y = s - 1 \end{cases}, \quad s \in \mathbb{R}.$$

$(t, t - 1), \quad t \in \mathbb{R}.$

$(x, x - 1), \quad x \in \mathbb{R}.$



Todas as escritas acima descrevem a mesma reta! Basta observar que os pares (x, y) que são soluções em cada caso são sempre os mesmos.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

$y = x - 1.$

$y - x + 1 = 0.$

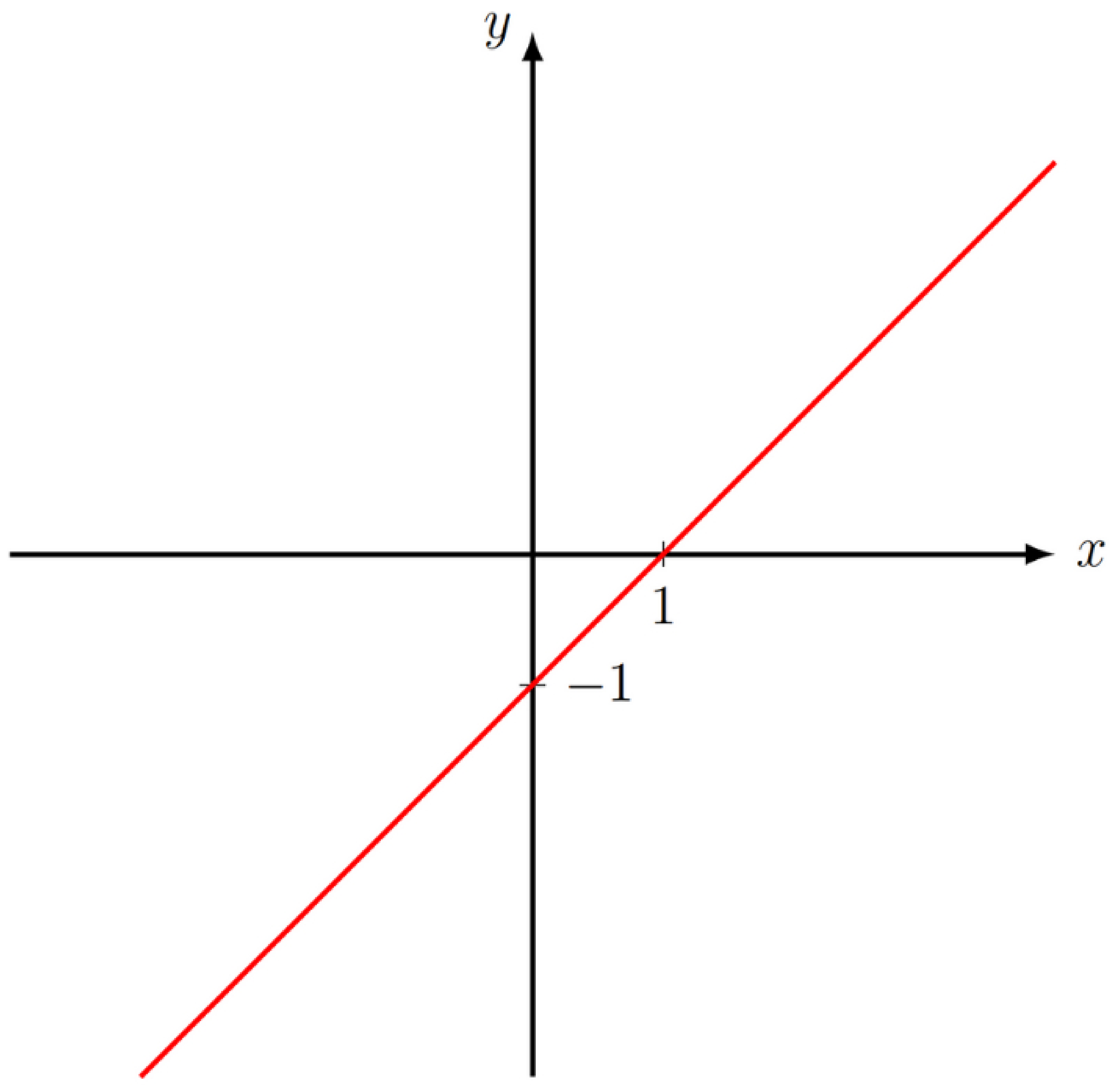
$x = y + 1.$

$$\begin{cases} x = t \\ y = t - 1 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{cases} x = s \\ y = s - 1 \end{cases}, \quad s \in \mathbb{R}.$$

$(t, t-1), \quad t \in \mathbb{R}.$

$(x, x-1), \quad x \in \mathbb{R}.$



Todas as escritas acima descrevem a mesma reta! Basta observar que os pares (x, y) que são soluções em cada caso são sempre os mesmos.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

$y = x - 1.$

$y - x + 1 = 0.$

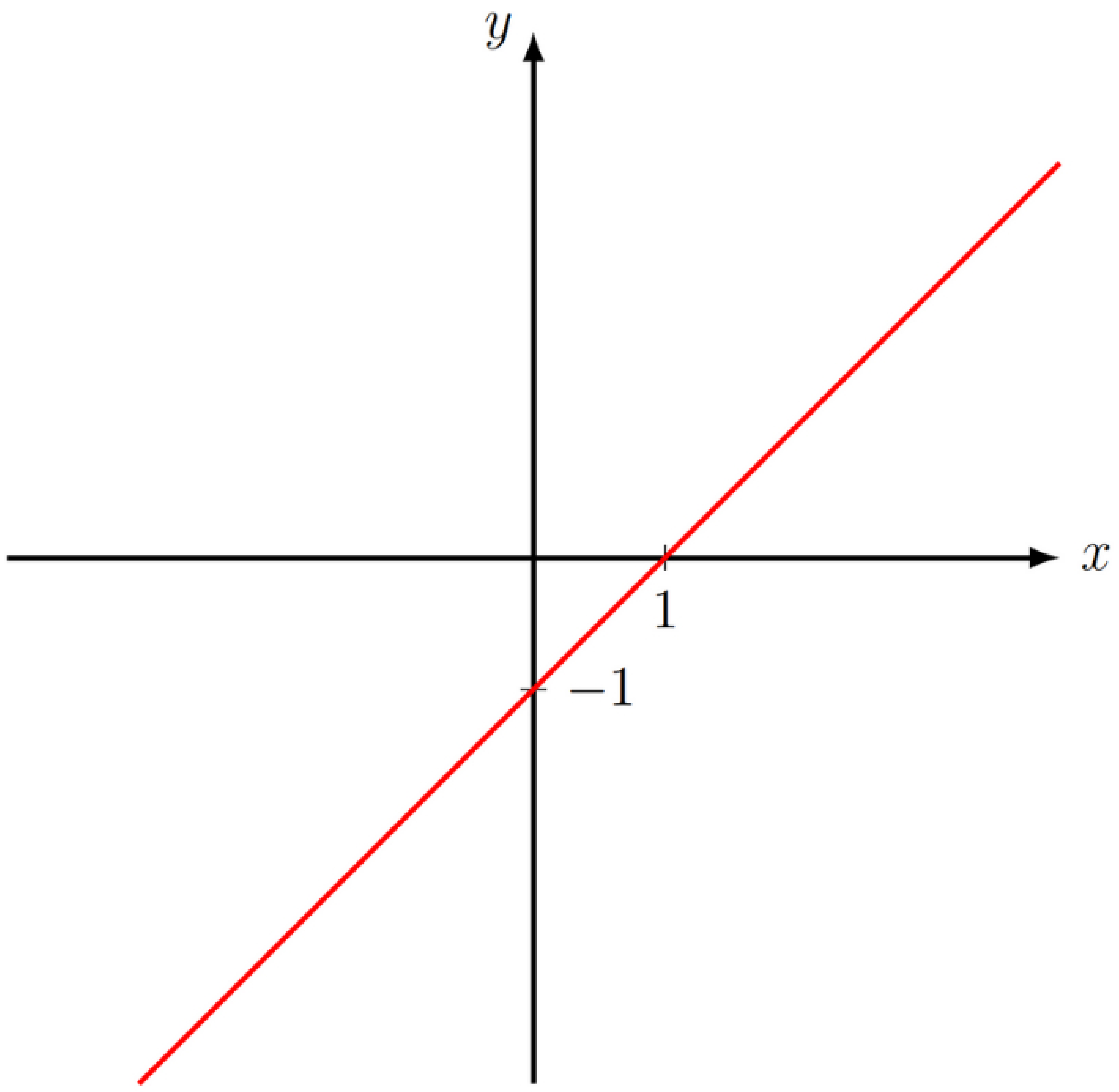
$x = y + 1.$

$\begin{cases} x = t \\ y = t - 1 \end{cases}, \; t \in \mathbb{R}.$

$\begin{cases} x = s \\ y = s - 1 \end{cases}, \; s \in \mathbb{R}.$

$(t, t-1), \quad t \in \mathbb{R}.$

$(x, x-1), \quad x \in \mathbb{R}.$



Todas as escritas acima descrevem a mesma reta! Basta observar que os pares (x, y) que são soluções em cada caso são sempre os mesmos.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

$y = x - 1.$

$y - x + 1 = 0.$

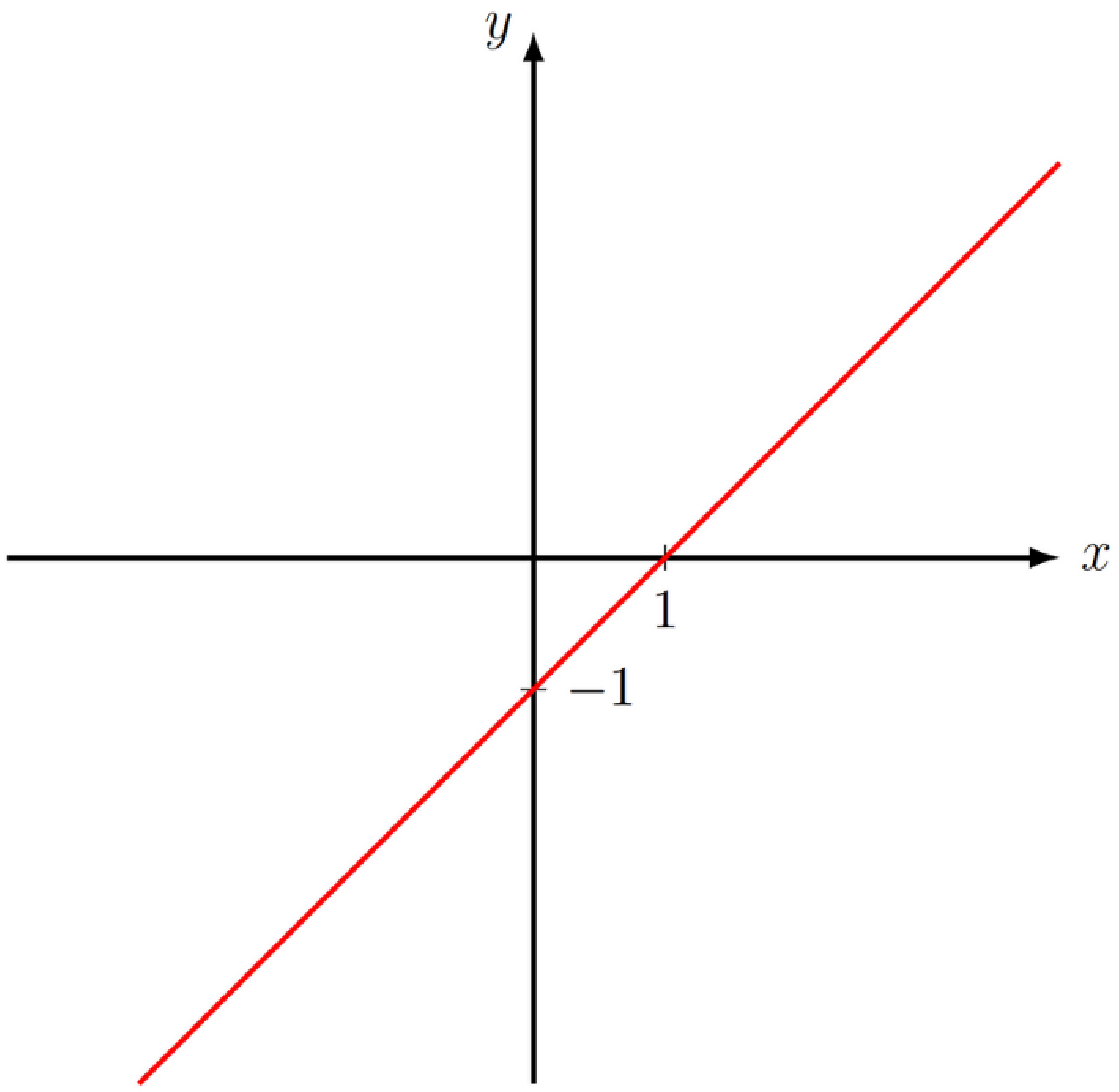
$x = y + 1.$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x & = & t \\ y & = & t - 1 \end{array} \right., \; t \in \mathbb{R}.$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x & = & s \\ y & = & s - 1 \end{array} \right., \; s \in \mathbb{R}.$$

$(t, t-1), \quad t \in \mathbb{R}.$

$(x, x-1), \quad x \in \mathbb{R}.$



Todas as escritas acima descrevem a mesma reta! Basta observar que os pares (x, y) que são soluções em cada caso são sempre os mesmos.

PRELIMINARES

Objetos geométricos e conjuntos.

$y = x - 1.$

$y - x + 1 = 0.$

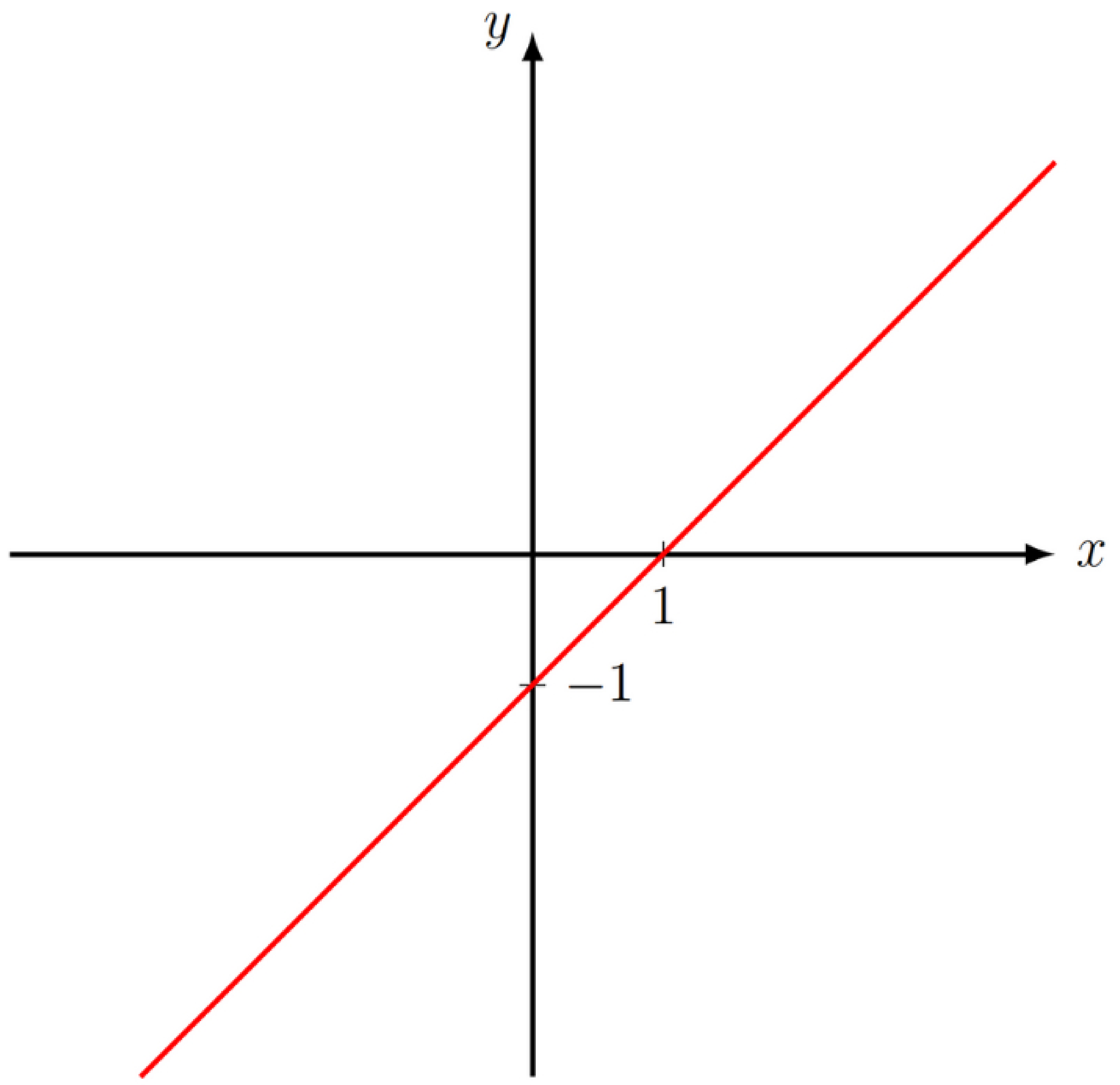
$x = y + 1.$

$$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & t \\ y & = & t - 1 \end{array}\right., \ t \in \mathbb{R}.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & s \\ y & = & s - 1 \end{array}\right., \ s \in \mathbb{R}.$$

$(t, t-1), \quad t \in \mathbb{R}.$

$(x, x-1), \quad x \in \mathbb{R}.$



Todas as escritas acima descrevem a mesma reta! Basta observar que os pares (x, y) que são soluções em cada caso são sempre os mesmos.

PRELIMINARES

Geometria Analítica da escola x nossa disciplina.

Na Geometria Analítica vista na escola, estudamos objetos geométricos no plano cartesiano: pontos e retas (às vezes algumas curvas).

Na nossa Geometria Analítica estudamos objetos geométricos no espaço: pontos, retas e planos (e mais algumas coisas).

Não faria sentido estudar planos na Geometria Analítica do colégio porque, no plano cartesiano, só há um plano.

Em $\mathbb{R}^3$, há infinitas retas e infinitos planos.

PRELIMINARES

Geometria Analítica da escola x nossa disciplina.

Na Geometria Analítica vista na escola, estudamos objetos geométricos no plano cartesiano: pontos e retas (às vezes algumas curvas).

Na nossa Geometria Analítica estudamos objetos geométricos no espaço: pontos, retas e planos (e mais algumas coisas).

Não faria sentido estudar planos na Geometria Analítica do colégio porque, no plano cartesiano, só há um plano.

Em $\mathbb{R}^3$, há infinitas retas e infinitos planos.

PRELIMINARES

Geometria Analítica da escola x nossa disciplina.

Na Geometria Analítica vista na escola, estudamos objetos geométricos no plano cartesiano: pontos e retas (às vezes algumas curvas).

Na nossa Geometria Analítica estudamos objetos geométricos no espaço: pontos, retas e planos (e mais algumas coisas).

Não faria sentido estudar planos na Geometria Analítica do colégio porque, no plano cartesiano, só há um plano.

Em $\mathbb{R}^3$, há infinitas retas e infinitos planos.

PRELIMINARES

Geometria Analítica da escola x nossa disciplina.

Na Geometria Analítica vista na escola, estudamos objetos geométricos no plano cartesiano: pontos e retas (às vezes algumas curvas).

Na nossa Geometria Analítica estudamos objetos geométricos no espaço: pontos, retas e planos (e mais algumas coisas).

Não faria sentido estudar planos na Geometria Analítica do colégio porque, no plano cartesiano, só há um plano.

Em $\mathbb{R}^3$, há infinitas retas e infinitos planos.

PRELIMINARES

Relembrando um pouco da Geometria Analítica da escola

Toda reta em $\mathbb{R}^2$ pode ser descrita por uma equação da forma $Ax + By + C = 0$, com $A, B, C \in \mathbb{R}$.

Retas não verticais em $\mathbb{R}^2$ podem ser descritas por uma equação da forma $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$. O número a é chamado de coeficiente angular e o número b é chamado de coeficiente linear da reta.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são paralelas exatamente quando $a = m$.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são perpendiculares exatamente quando $a \cdot m = -1$.

PRELIMINARES

Relembrando um pouco da Geometria Analítica da escola

Toda reta em $\mathbb{R}^2$ pode ser descrita por uma equação da forma $Ax + By + C = 0$, com $A, B, C \in \mathbb{R}$.

Retas não verticais em $\mathbb{R}^2$ podem ser descritas por uma equação da forma $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$. O número a é chamado de coeficiente angular e o número b é chamado de coeficiente linear da reta.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são paralelas exatamente quando $a = m$.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são perpendiculares exatamente quando $a \cdot m = -1$.

PRELIMINARES

Relembrando um pouco da Geometria Analítica da escola

Toda reta em $\mathbb{R}^2$ pode ser descrita por uma equação da forma $Ax + By + C = 0$, com $A, B, C \in \mathbb{R}$.

Retas não verticais em $\mathbb{R}^2$ podem ser descritas por uma equação da forma $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$. O número a é chamado de coeficiente angular e o número b é chamado de coeficiente linear da reta.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são paralelas exatamente quando $a = m$.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são perpendiculares exatamente quando $a \cdot m = -1$.

PRELIMINARES

Relembrando um pouco da Geometria Analítica da escola

Toda reta em $\mathbb{R}^2$ pode ser descrita por uma equação da forma $Ax + By + C = 0$, com $A, B, C \in \mathbb{R}$.

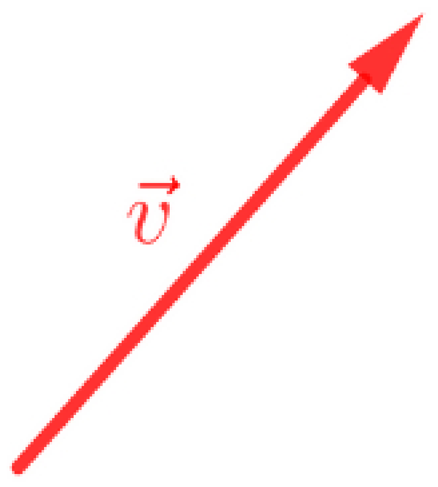
Retas não verticais em $\mathbb{R}^2$ podem ser descritas por uma equação da forma $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$. O número a é chamado de coeficiente angular e o número b é chamado de coeficiente linear da reta.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são paralelas exatamente quando $a = m$.

Duas retas dadas por equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$ são perpendiculares exatamente quando $a \cdot m = -1$.

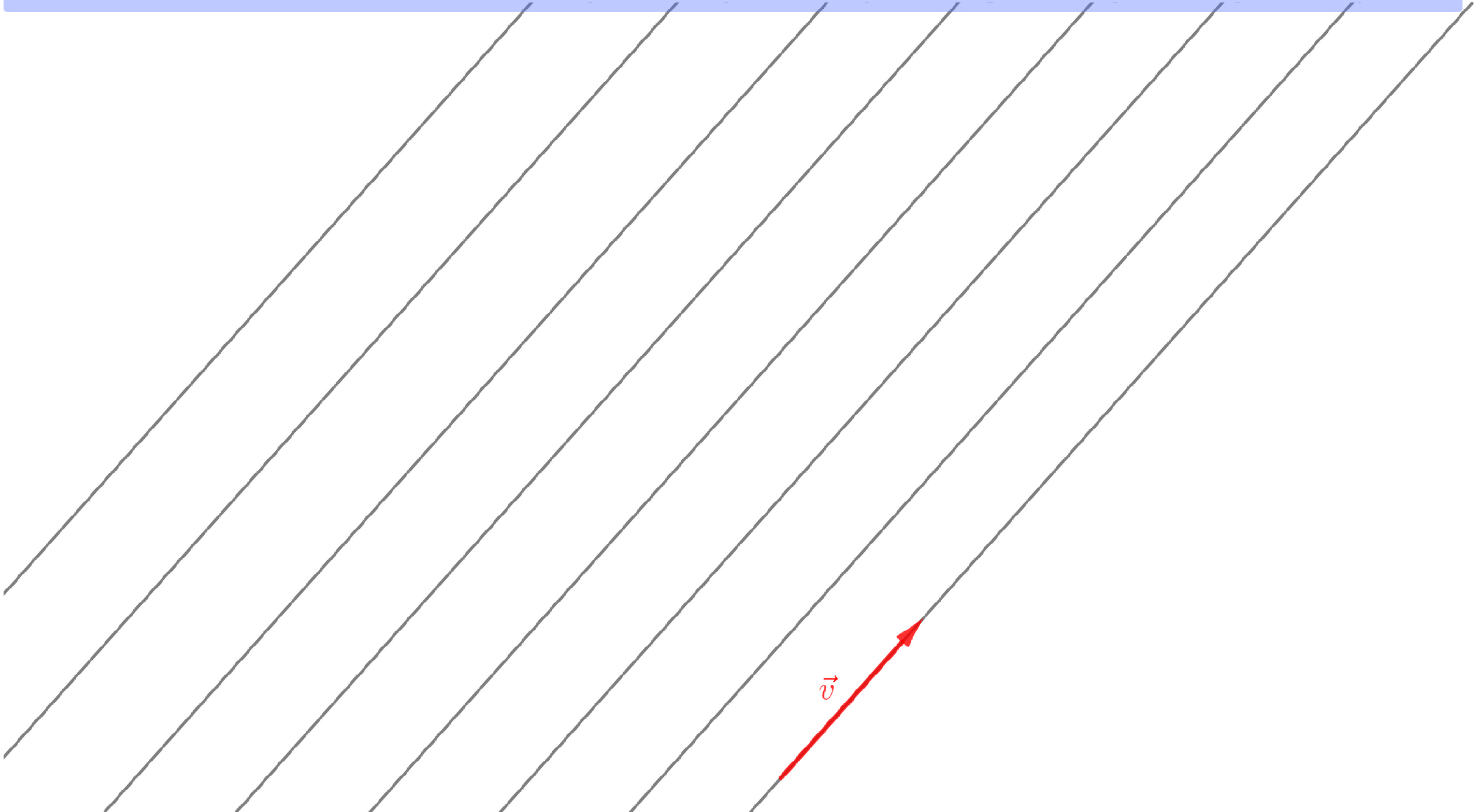
DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Fixemos um vetor $\vec{v}$ não nulo. Quantas retas paralelas a $\vec{v}$ existem?



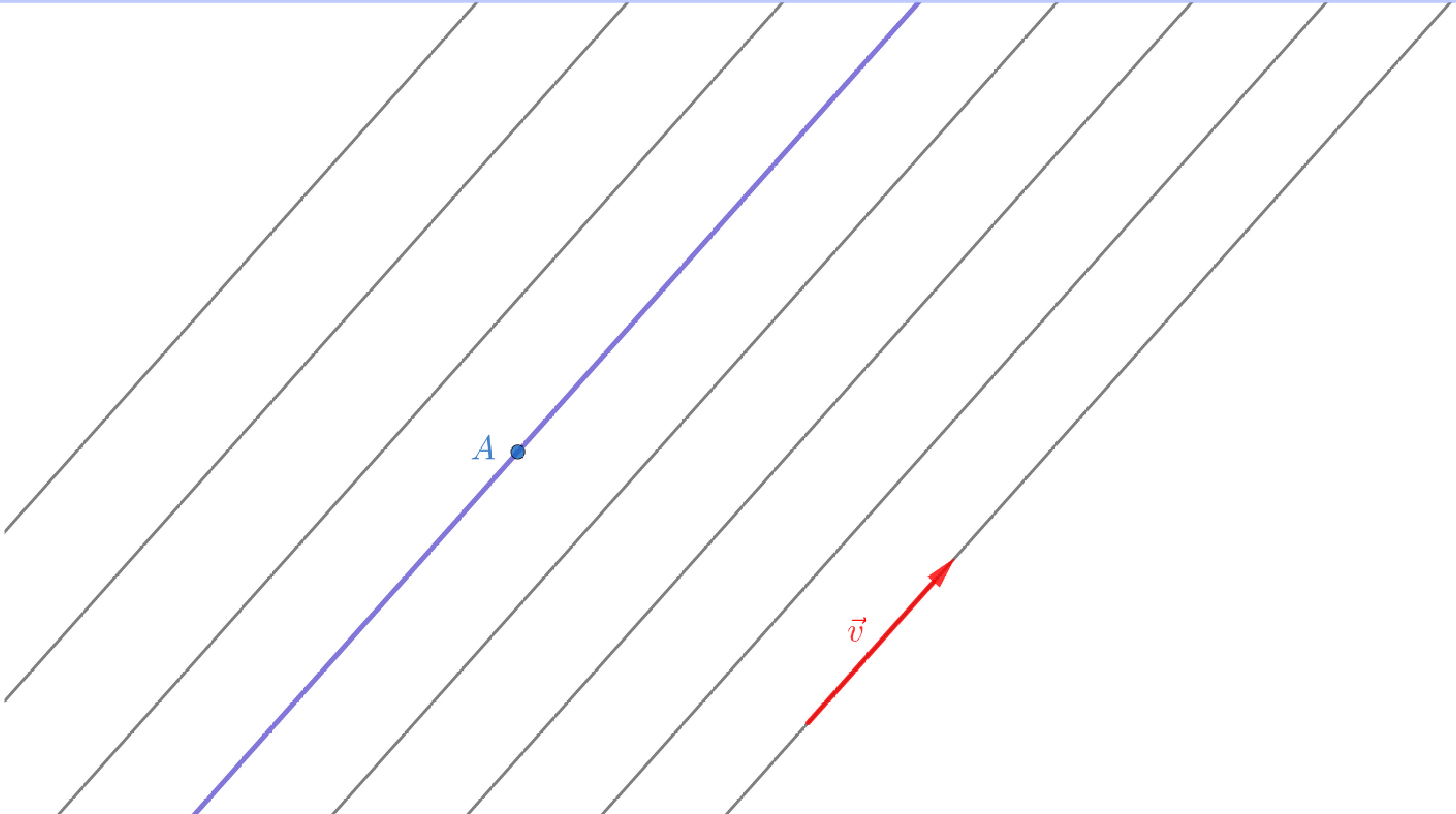
DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Existem infinitas! Mas, dessas infinitas retas, quantas passam por um ponto A fixado?



DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

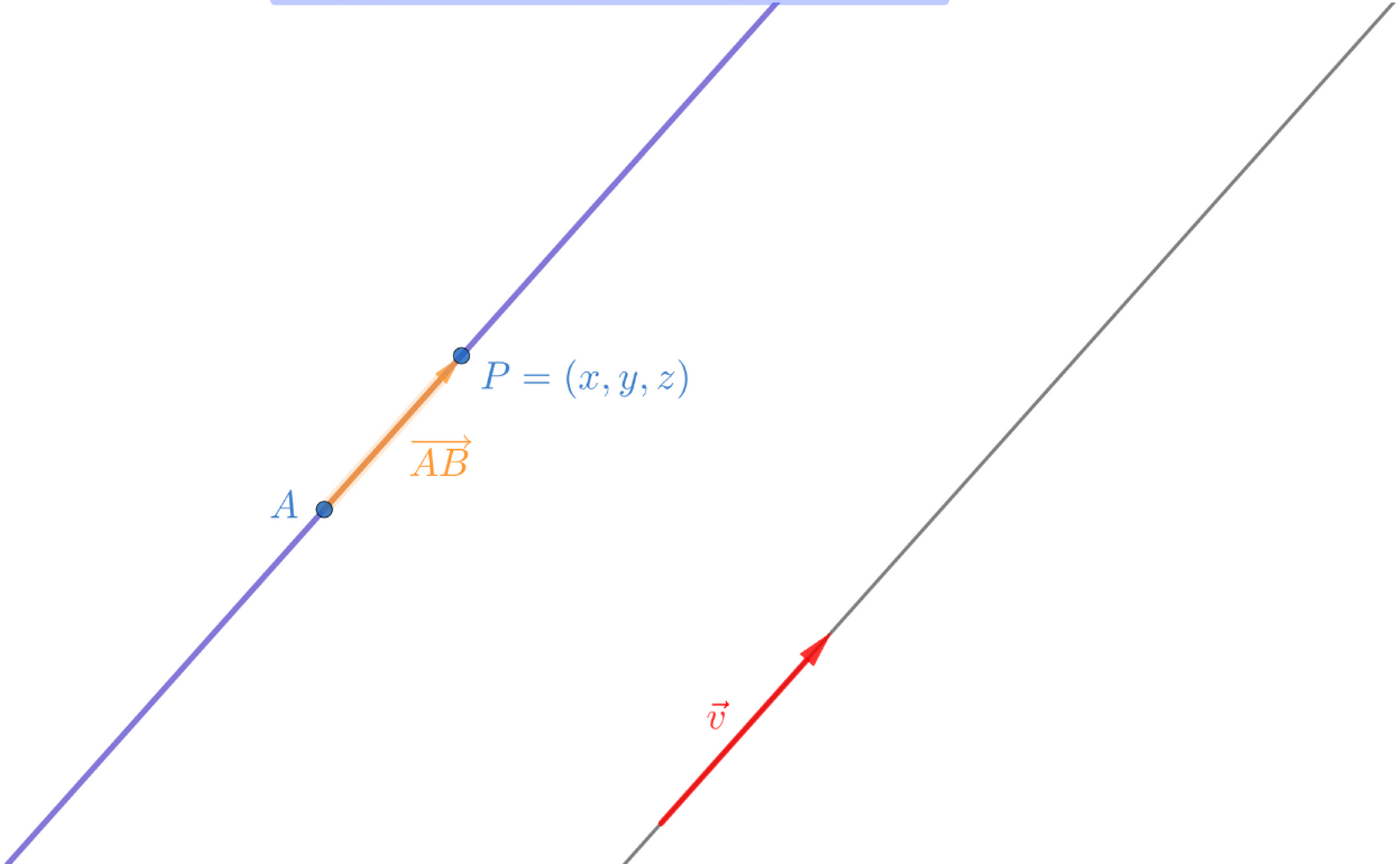
Agora apenas uma! Conclusão: fixando um vetor não nulo $\vec{v}$ e um ponto A, existe uma única reta que é paralela a $\vec{v}$ e que passa por A. A próxima pergunta é, como encontrar uma equação para a reta a partir de $\vec{v}$ e A?



DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Tomemos um ponto $P = (x, y, z)$ genérico sobre a reta. Observemos que o vetor $\overrightarrow{AP}$ é paralelo a $\vec{v}$.

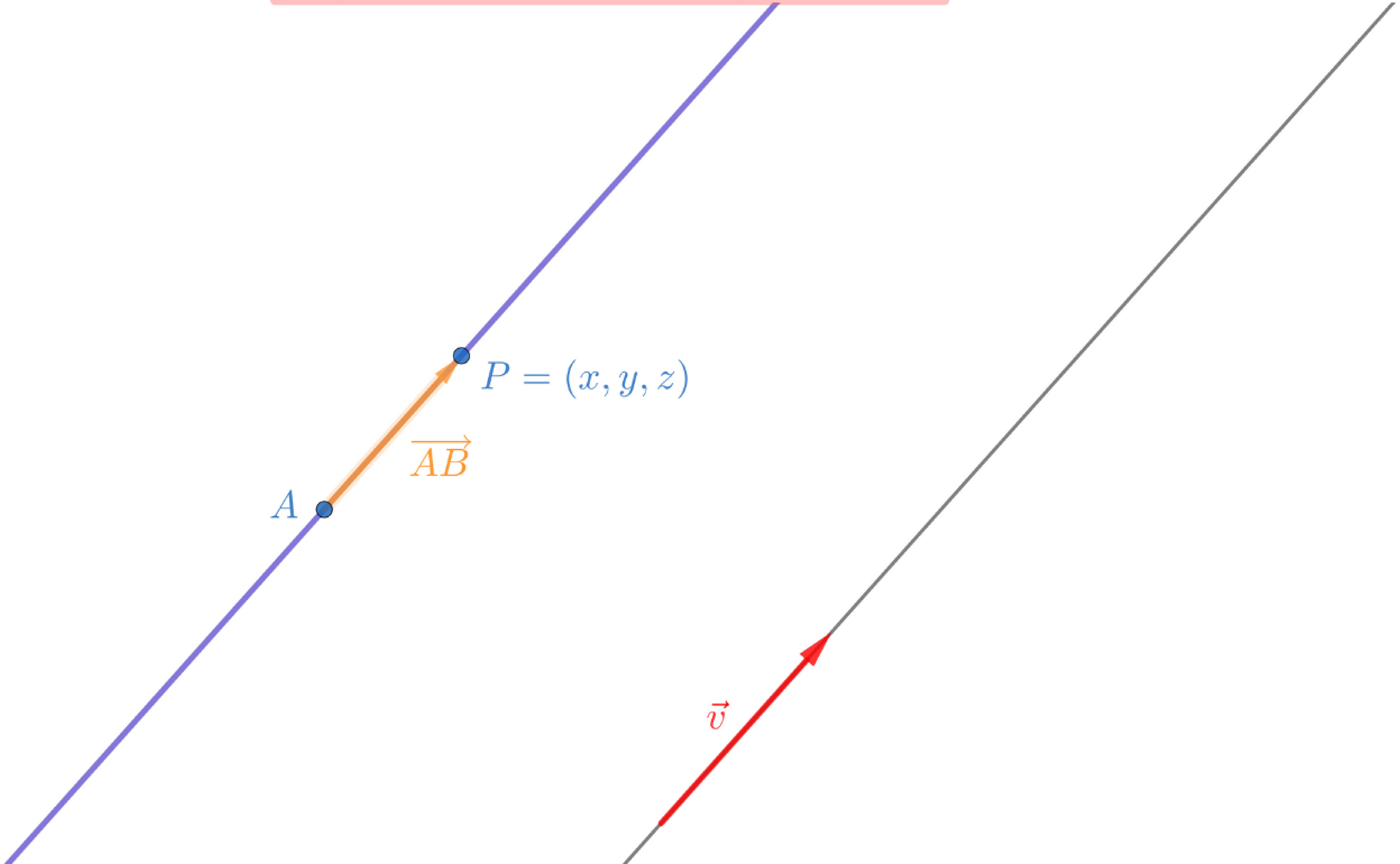
Logo, $\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$, para algum $t \in \mathbb{R}$.



DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Tomemos um ponto $P = (x, y, z)$ genérico sobre a reta. Observemos que o vetor $\overrightarrow{AP}$ é paralelo a $\vec{v}$.

Logo, $\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$, para algum $t \in \mathbb{R}$.



DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Tomemos um ponto $P = (x, y, z)$ genérico sobre a reta. Observemos que o vetor $\overrightarrow{AP}$ é paralelo a $\vec{v}$.

Logo, $\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$, para algum $t \in \mathbb{R}$.

$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

$$(x, y, z) = A + t\vec{v}$$

$$A = (x_0, y_0, z_0), \quad \vec{v} = (a, b, c)$$

$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$$

$\vec{v}$

DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Tomemos um ponto $P = (x, y, z)$ genérico sobre a reta. Observemos que o vetor $\overrightarrow{AP}$ é paralelo a $\vec{v}$.

Logo, $\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$, para algum $t \in \mathbb{R}$.

$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

$$(x, y, z) = A + t\vec{v}$$

$$A = (x_0, y_0, z_0), \quad \vec{v} = (a, b, c)$$

$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$$

$\vec{v}$

DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Tomemos um ponto $P = (x, y, z)$ genérico sobre a reta. Observemos que o vetor $\overrightarrow{AP}$ é paralelo a $\vec{v}$.

Logo, $\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$, para algum $t \in \mathbb{R}$.

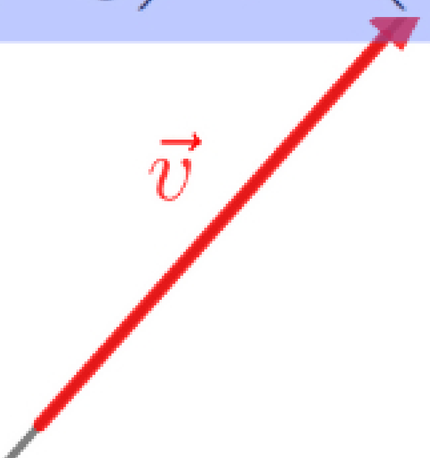
$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

$$(x, y, z) = A + t\vec{v}$$

$$A = (x_0, y_0, z_0), \quad \vec{v} = (a, b, c)$$

$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$$



DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Tomemos um ponto $P = (x, y, z)$ genérico sobre a reta. Observemos que o vetor $\overrightarrow{AP}$ é paralelo a $\vec{v}$.

Logo, $\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$, para algum $t \in \mathbb{R}$.

$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

$$(x, y, z) = A + t\vec{v}$$

$$A = (x_0, y_0, z_0), \quad \vec{v} = (a, b, c)$$

$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$$

$\vec{v}$

DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE UMA RETA

Tomemos um ponto $P = (x, y, z)$ genérico sobre a reta. Observemos que o vetor $\overrightarrow{AP}$ é paralelo a $\vec{v}$.

Logo, $\overrightarrow{AP} = t\vec{v}$, para algum $t \in \mathbb{R}$.

$$P - A = t\vec{v}$$

$$P = A + t\vec{v}$$

$$(x, y, z) = A + t\vec{v}$$

$$A = (x_0, y_0, z_0), \quad \vec{v} = (a, b, c)$$

$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$$

v é chamado de vetor diretor da reta e t é chamado de parâmetro da equação.

Equação vetorial da reta

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

(a) $r : (x, y, z) = A + t\vec{v} \implies r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1)$

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

(a) $r : (x, y, z) = A + t\vec{v} \quad \Longrightarrow \quad r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1)$

(b) Existem infinitos pontos pertencentes a r. Cada vez que atribuímos um valor a t, obtemos um ponto de r.

$$t = 0,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 0 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (0, 0, 0) = (1, 2, 3);$$
$$t = 1,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 1 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-2, 4, -1) = (-1, 6, 2);$$
$$t = 2,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 2 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-4, 8, -2) = (-3, 10, 1);$$
$$t = 3,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 3 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-6, 12, -3) = (-5, 14, 0);$$
$$t = -\frac{1}{2},\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + \left(1, -2, \frac{1}{2}\right) = \left(2, 0, \frac{7}{2}\right).$$

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

(a) $r : (x, y, z) = A + t\vec{v} \quad \Longrightarrow \quad r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1)$

(b) Existem infinitos pontos pertencentes a r. Cada vez que atribuímos um valor a t, obtemos um ponto de r.

$$t = 0,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 0 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (0, 0, 0) = (1, 2, 3);$$

$$t = 1,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 1 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-2, 4, -1) = (-1, 6, 2);$$

$$t = 2,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 2 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-4, 8, -2) = (-3, 10, 1);$$

$$t = 3,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 3 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-6, 12, -3) = (-5, 14, 0);$$

$$t = -\frac{1}{2},\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + \left(1, -2, \frac{1}{2}\right) = \left(2, 0, \frac{7}{2}\right).$$

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

(a) $r : (x, y, z) = A + t\vec{v} \qquad \Longrightarrow \qquad r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1)$

(b) Existem infinitos pontos pertencentes a r. Cada vez que atribuímos um valor a t, obtemos um ponto de r.

$$t = 0,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 0 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (0, 0, 0) = (1, 2, 3);$$

$$t = 1,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 1 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-2, 4, -1) = (-1, 6, 2);$$

$$t = 2,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 2 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-4, 8, -2) = (-3, 10, 1);$$

$$t = 3,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 3 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-6, 12, -3) = (-5, 14, 0);$$

$$t = -\frac{1}{2},\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + \left(1, -2, \frac{1}{2}\right) = \left(2, 0, \frac{7}{2}\right).$$

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

(a) $r : (x, y, z) = A + t\vec{v} \quad \Longrightarrow \quad r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1)$

(b) Existem infinitos pontos pertencentes a r. Cada vez que atribuímos um valor a t, obtemos um ponto de r.

$$t = 0,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 0 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (0, 0, 0) = (1, 2, 3);$$

$$t = 1,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 1 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-2, 4, -1) = (-1, 6, 2);$$

$$t = 2,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 2 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-4, 8, -2) = (-3, 10, 1);$$

$$t = 3,\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + 3 \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + (-6, 12, -3) = (-5, 14, 0);$$

$$t = -\frac{1}{2},\ (x, y, z) = (1, 2, 3) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2, 4, -1) = (1, 2, 3) + \left(1, -2, \frac{1}{2}\right) = \left(2, 0, \frac{7}{2}\right).$$

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

(a) $r : (x, y, z) = A + t\vec{v} \quad \Longrightarrow \quad r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1)$

(c) $(2, -1, 1) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1) \quad \Longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcr} 2 & = & 1 & - & 2t \\ -1 & = & 2 & + & 4t \\ 1 & = & 3 & - & t \end{array} \right. .$

Como o sistema não possui solução, então $B \notin r$.

(d) $(3, -2, 4) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1) \quad \Longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcr} 3 & = & 1 & - & 2t \\ -2 & = & 2 & + & 4t \\ 4 & = & 3 & - & t \end{array} \right. .$

Como $t = -1$ é solução do sistema, então $C \in r$.

EXEMPLO

(a) Determine uma equação vetorial para a reta r que tem vetor diretor $\vec{v} = (-2, 4, -1)$ e que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$.

(b) Encontre 5 pontos que pertencem à reta r.

(c) Verifique se o ponto $B = (2, -1, 1)$ pertence a r.

(d) Verifique se o ponto $C = (3, -2, 4)$ pertence a r.

(a) $r : (x, y, z) = A + t\vec{v} \quad \Longrightarrow \quad r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1)$

(c) $(2, -1, 1) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1) \quad \Longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcr} 2 & = & 1 & - & 2t \\ -1 & = & 2 & + & 4t \\ 1 & = & 3 & - & t \end{array} \right. .$

Como o sistema não possui solução, então $B \notin r$.

(d) $(3, -2, 4) = (1, 2, 3) + t(-2, 4, -1) \quad \Longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcr} 3 & = & 1 & - & 2t \\ -2 & = & 2 & + & 4t \\ 4 & = & 3 & - & t \end{array} \right. .$

Como $t = -1$ é solução do sistema, então $C \in r$.

RESUMO ATÉ AGORA

Fixados um vetor não nulo $\vec{v}$ e um ponto A, existe uma única reta r que é paralela a $\vec{v}$ e que passa por A.

$\vec{v}$ é chamado de vetor diretor de r.

Uma possível equação para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$ (chamada de equação vetorial). A variável t é chamada de parâmetro.

Para gerar pontos que pertencem a r, basta atribuir valores numéricos a t.

Para saber se um determinado ponto B pertence a r, basta substituir B no lugar de (x, y, z) na equação.

RESUMO ATÉ AGORA

Fixados um vetor não nulo $\vec{v}$ e um ponto A, existe uma única reta r que é paralela a $\vec{v}$ e que passa por A.

$\vec{v}$ é chamado de vetor diretor de r.

Uma possível equação para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$ (chamada de equação vetorial). A variável t é chamada de parâmetro.

Para gerar pontos que pertencem a r, basta atribuir valores numéricos a t.

Para saber se um determinado ponto B pertence a r, basta substituir B no lugar de (x, y, z) na equação.

RESUMO ATÉ AGORA

Fixados um vetor não nulo $\vec{v}$ e um ponto A, existe uma única reta r que é paralela a $\vec{v}$ e que passa por A.

$\vec{v}$ é chamado de vetor diretor de r.

Uma possível equação para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$ (chamada de equação vetorial). A variável t é chamada de parâmetro.

Para gerar pontos que pertencem a r, basta atribuir valores numéricos a t.

Para saber se um determinado ponto B pertence a r, basta substituir B no lugar de (x, y, z) na equação.

ACOSTUMANDO COM OUTRAS ESCRITAS

Considere a reta que tem vetor diretor $\vec{v} = (-1, -2, 1)$ e que passa por $A = (2, -1, 3)$.

Uma possível equação vetorial para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$.

A mesma equação se escreve como $(x, y, z) = (2, -1, 3) + t(-1, -2, 1)$.

E também como $(x, y, z) = (2 - t, -1 - 2t, 3 + t)$.

E se você olhar as equações em cada entrada separadas,

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & 2 & - & t \\ y & = & -1 & - & 2t \\ z & = & 3 & + & t \end{array}\right.$$

são obtidas *equações paramétricas* para a reta.

ACOSTUMANDO COM OUTRAS ESCRITAS

Considere a reta que tem vetor diretor $\vec{v} = (-1, -2, 1)$ e que passa por $A = (2, -1, 3)$.

Uma possível equação vetorial para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$.

A mesma equação se escreve como $(x, y, z) = (2, -1, 3) + t(-1, -2, 1)$.

E também como $(x, y, z) = (2 - t, -1 - 2t, 3 + t)$.

E se você olhar as equações em cada entrada separadas,

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & 2 & - & t \\ y & = & -1 & - & 2t \\ z & = & 3 & + & t \end{array}\right.$$

são obtidas *equações paramétricas* para a reta.

ACOSTUMANDO COM OUTRAS ESCRITAS

Considere a reta que tem vetor diretor $\vec{v} = (-1, -2, 1)$ e que passa por $A = (2, -1, 3)$.

Uma possível equação vetorial para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$.

A mesma equação se escreve como $(x, y, z) = (2, -1, 3) + t(-1, -2, 1)$.

E também como $(x, y, z) = (2 - t, -1 - 2t, 3 + t)$.

E se você olhar as equações em cada entrada separadas,

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

são obtidas *equações paramétricas* para a reta.

ACOSTUMANDO COM OUTRAS ESCRITAS

Considere a reta que tem vetor diretor $\vec{v} = (-1, -2, 1)$ e que passa por $A = (2, -1, 3)$.

Uma possível equação vetorial para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$.

A mesma equação se escreve como $(x, y, z) = (2, -1, 3) + t(-1, -2, 1)$.

E também como $(x, y, z) = (2 - t, -1 - 2t, 3 + t)$.

E se você olhar as equações em cada entrada separadas,

$$\begin{cases} x &= & 2 & - & t \\ y &= & -1 & - & 2t \\ z &= & 3 & + & t \end{cases}$$

são obtidas *equações paramétricas* para a reta.

ACOSTUMANDO COM OUTRAS ESCRITAS

Considere a reta que tem vetor diretor $\vec{v} = (-1, -2, 1)$ e que passa por $A = (2, -1, 3)$.

Uma possível equação vetorial para r é $(x, y, z) = A + t\vec{v}$.

A mesma equação se escreve como $(x, y, z) = (2, -1, 3) + t(-1, -2, 1)$.

E também como $(x, y, z) = (2 - t, -1 - 2t, 3 + t)$.

E se você olhar as equações em cada entrada separadas,

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

são obtidas *equações paramétricas* para a reta.

EXERCÍCIO

(a) Determine equações paramétricas para a reta r que passa pelo ponto $(-1, 0, 1)$ e possui vetor diretor $(0, -2, 3)$.

(b) Encontre dois pontos pertencentes a r.

(c) Verifique se $(1, 2, 3)$ pertence a r.

EXERCÍCIO

(a) Determine equações paramétricas para a reta r que passa pelo ponto $(-1, 0, 1)$ e possui vetor diretor $(0, -2, 3)$.

(b) Encontre dois pontos pertencentes a r.

(c) Verifique se $(1, 2, 3)$ pertence a r.

(a) Equação vetorial: $(x, y, z) = (-1, 0, 1) + t(0, -2, 3)$.

Equações simétricas: $\begin{cases} x &= -1 \\ y &= - 2t \\ z &= 1 + 3t \end{cases}$

(b) Já vimos que basta trocar t por números quaisquer.

(c) Como $\begin{cases} 1 &= -1 \\ 2 &= - 2t \\ 3 &= 1 + 3t \end{cases}$ não possui solução, então $(1, 2, 3) \notin r$.

EXERCÍCIO

(a) Determine equações paramétricas para a reta r que passa pelo ponto $(-1, 0, 1)$ e possui vetor diretor $(0, -2, 3)$.

(b) Encontre dois pontos pertencentes a r.

(c) Verifique se $(1, 2, 3)$ pertence a r.

(a) Equação vetorial: $(x, y, z) = (-1, 0, 1) + t(0, -2, 3)$.

Equações simétricas: $\begin{cases} x = -1 \\ y = \quad - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

(b) Já vimos que basta trocar t por números quaisquer.

(c) Como $\begin{cases} 1 = -1 \\ 2 = \quad - 2t \\ 3 = 1 + 3t \end{cases}$ não possui solução, então $(1, 2, 3) \notin r$.

EXERCÍCIO

(a) Determine equações paramétricas para a reta r que passa pelo ponto $(-1, 0, 1)$ e possui vetor diretor $(0, -2, 3)$.

(b) Encontre dois pontos pertencentes a r.

(c) Verifique se $(1, 2, 3)$ pertence a r.

(a) Equação vetorial: $(x, y, z) = (-1, 0, 1) + t(0, -2, 3)$.

Equações simétricas: $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

(b) Já vimos que basta trocar t por números quaisquer.

(c) Como $\begin{cases} 1 = -1 \\ 2 = -2t \\ 3 = 1 + 3t \end{cases}$ não possui solução, então $(1, 2, 3) \notin r$.

EXERCÍCIO

(a) Considere a reta $r : (x, y, z) = (2 + t, -1, 2t - 1)$. Determine um ponto que pertence a r e um vetor diretor de r.

(b) Considere a reta $s : \left\{ \begin{array}{rcrcr} x & = & -1 & + & t \\ y & = & & - & t \\ z & = & 1 & & \end{array} \right.$. Determine um ponto que pertence a s e um vetor diretor de s.

EXERCÍCIO

(a) Considere a reta $r : (x, y, z) = (2 + t, -1, 2t - 1)$. Determine um ponto que pertence a r e um vetor diretor de r.

(b) Considere a reta $s : \left\{ \begin{array}{lcrcl} x & = & -1 & + & t \\ y & = & & - & t \\ z & = & 1 & & \end{array} \right.$. Determine um ponto que pertence a s e um vetor diretor de s.

(a) $r : (x, y, z) = (2, -1, -1) + t(1, 0, 2)$. Assim, podemos escolher $A = (2, -1 - 1)$ e $\vec{v} = (1, 0, 2)$.

(b) $s : \left\{ \begin{array}{lcrcl} x & = & -1 & + & t \\ y & = & 0 & - & t \\ z & = & 1 & + & 0t \end{array} \right.$. Assim, podemos escolher $A = (-1, 0, 1)$ e $\vec{v} = (1, -1, 0)$.

EXERCÍCIO

(a) Considere a reta $r : (x, y, z) = (2 + t, -1, 2t - 1)$. Determine um ponto que pertence a r e um vetor diretor de r.

(b) Considere a reta $s : \left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & -1 & + & t \\ y & = & & - & t \\ z & = & 1 & & \end{array}\right.$. Determine um ponto que pertence a s e um vetor diretor de s.

(a) $r : (x, y, z) = (2, -1, -1) + t(1, 0, 2)$. Assim, podemos escolher $A = (2, -1 - 1)$ e $\vec{v} = (1, 0, 2)$.

(b) $s : \left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & -1 & + & t \\ y & = & 0 & - & t \\ z & = & 1 & + & 0t \end{array}\right.$. Assim, podemos escolher $A = (-1, 0, 1)$ e $\vec{v} = (1, -1, 0)$.

PERGUNTA

Existe mais de uma escolha para vetor diretor e ponto para criar uma equação para a reta? Se sim, como saber se duas equações são equações da mesma reta?

Façamos de conta que uma mesma reta r possua duas equações

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2.$$

Como $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos a r, então $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos. Além disso, como A_1 e A_2 pertencem a r, então $\overrightarrow{A_1A_2}$ também é paralelo a $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. Uma ideia semelhante mostra que o caminho contrário também é verdadeiro.

Conclusão:

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2$$

são equações da mesma reta exatamente quando os vetores $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos.

PERGUNTA

Existe mais de uma escolha para vetor diretor e ponto para criar uma equação para a reta? Se sim, como saber se duas equações são equações da mesma reta?

Façamos de conta que uma mesma reta r possua duas equações

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2.$$

Como $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos a r, então $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos. Além disso, como A_1 e A_2 pertencem a r, então $\overrightarrow{A_1A_2}$ também é paralelo a $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. Uma ideia semelhante mostra que o caminho contrário também é verdadeiro.

Conclusão:

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2$$

são equações da mesma reta exatamente quando os vetores $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos.

PERGUNTA

Existe mais de uma escolha para vetor diretor e ponto para criar uma equação para a reta? Se sim, como saber se duas equações são equações da mesma reta?

Façamos de conta que uma mesma reta r possua duas equações

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2.$$

Como $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos a r, então $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos. Além disso, como A_1 e A_2 pertencem a r, então $\overrightarrow{A_1A_2}$ também é paralelo a $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. Uma ideia semelhante mostra que o caminho contrário também é verdadeiro.

Conclusão:

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2$$

são equações da mesma reta exatamente quando os vetores $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos.

PERGUNTA

Existe mais de uma escolha para vetor diretor e ponto para criar uma equação para a reta? Se sim, como saber se duas equações são equações da mesma reta?

Façamos de conta que uma mesma reta r possua duas equações

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2.$$

Como $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos a r, então $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos. Além disso, como A_1 e A_2 pertencem a r, então $\overrightarrow{A_1A_2}$ também é paralelo a $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. Uma ideia semelhante mostra que o caminho contrário também é verdadeiro.

Conclusão:

$$(x, y, z) = A_1 + t\vec{v}_1 \qquad \text{e} \qquad (x, y, z) = A_2 + t\vec{v}_2$$

são equações da mesma reta exatamente quando os vetores $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos.

EXERCÍCIO

Verifique se algumas das retas r_1, r_2 e r_3 são iguais entre si.

$$r_1 : (x, y, z) = (1, -1, 0) + t(1, 1, -1);$$

$$r_2 : \begin{cases} x &= -1 - t \\ y &= -3 - t \\ z &= 2 + t \end{cases};$$

$$r_3 : (x, y, z) = (1 - t, -1 + 2t, 0).$$

EXERCÍCIO

$$r_1 : (x, y, z) = (1, -1, 0) + t(1, 1, -1);$$

$$r_2 : \begin{cases} x &= -1 - t \\ y &= -3 - t \\ z &= 2 + t \end{cases};$$

$$r_3 : (x, y, z) = (1 - t, -1 + 2t, 0).$$

Primeira tarefa: encontrar um ponto e um vetor diretor para cada reta.

$$r_1 : A_1 = (1, -1, 0),\ \vec{v}_1 = (1, 1, -1);$$

$$r_2 : A_2 = (-1, -3, 2),\ \vec{v}_2 = (-1, -1, 1);$$

$$r_3 : A_3 = (1, -1, 0),\ \vec{v}_3 = (-1, 2, 0).$$

Agora basta testar os paralelismos conforme visto anteriormente. Como $\vec{v}_3$ não é paralelo nem a $\vec{v}_1$ e nem a $\vec{v}_2$, então com certeza r_3 não é igual a r_1 e nem a r_2.

Observe que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos. Mas isso não garante que as retas são iguais. É necessário olhar para o vetor $\overrightarrow{A_1A_2}$. Como

$$\overrightarrow{A_1A_2} = A_2 - A_1 = (-1, -3, 2) - (1, -1, 0) = (-2, -2, 2)$$

que é paralelo a $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, então r_1 e r_2 são a mesma reta.

EXERCÍCIO

$$r_1 : (x, y, z) = (1, -1, 0) + t(1, 1, -1);$$

$$r_2 : \begin{cases} x = -1 - t \\ y = -3 - t \\ z = 2 + t \end{cases};$$

$$r_3 : (x, y, z) = (1 - t, -1 + 2t, 0).$$

Primeira tarefa: encontrar um ponto e um vetor diretor para cada reta.

$$r_1 : A_1 = (1, -1, 0),\ \vec{v}_1 = (1, 1, -1);$$

$$r_2 : A_2 = (-1, -3, 2),\ \vec{v}_2 = (-1, -1, 1);$$

$$r_3 : A_3 = (1, -1, 0),\ \vec{v}_3 = (-1, 2, 0).$$

Agora basta testar os paralelismos conforme visto anteriormente. Como $\vec{v}_3$ não é paralelo nem a $\vec{v}_1$ e nem a $\vec{v}_2$, então com certeza r_3 não é igual a r_1 e nem a r_2.

Observe que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos. Mas isso não garante que as retas são iguais. É necessário olhar para o vetor $\overrightarrow{A_1A_2}$. Como

$$\overrightarrow{A_1A_2} = A_2 - A_1 = (-1, -3, 2) - (1, -1, 0) = (-2, -2, 2)$$

que é paralelo a $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, então r_1 e r_2 são a mesma reta.

EXERCÍCIO

$$r_1 : (x, y, z) = (1, -1, 0) + t(1, 1, -1);$$

$$r_2 : \begin{cases} x &= -1 - t \\ y &= -3 - t \\ z &= 2 + t \end{cases};$$

$$r_3 : (x, y, z) = (1 - t, -1 + 2t, 0).$$

Primeira tarefa: encontrar um ponto e um vetor diretor para cada reta.

$$r_1 : A_1 = (1, -1, 0),\ \vec{v}_1 = (1, 1, -1);$$

$$r_2 : A_2 = (-1, -3, 2),\ \vec{v}_2 = (-1, -1, 1);$$

$$r_3 : A_3 = (1, -1, 0),\ \vec{v}_3 = (-1, 2, 0).$$

Agora basta testar os paralelismos conforme visto anteriormente. Como $\vec{v}_3$ não é paralelo nem a $\vec{v}_1$ e nem a $\vec{v}_2$, então com certeza r_3 não é igual a r_1 e nem a r_2.

Observe que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são paralelos. Mas isso não garante que as retas são iguais. É necessário olhar para o vetor $\overrightarrow{A_1A_2}$. Como

$$\overrightarrow{A_1A_2} = A_2 - A_1 = (-1, -3, 2) - (1, -1, 0) = (-2, -2, 2)$$

que é paralelo a $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, então r_1 e r_2 são a mesma reta.

OUTRA PERGUNTA

Todo mundo sabe que existe uma única reta que passa por dois pontos distintos A e B.
Como determinar uma equação para essa reta?

OUTRA PERGUNTA

Todo mundo sabe que existe uma única reta que passa por dois pontos distintos A e B. Como determinar uma equação para essa reta?

Obrigado por lembrar!

EXERCÍCIO

Determine uma equação para a reta que passa pelos pontos $A = (3, 1, 2)$ e $B = (1, 0, 0)$.

EXERCÍCIO

Determine uma equação para a reta que passa pelos pontos $A = (3, 1, 2)$ e $B = (1, 0, 0)$.

Conselho para a vida: quer determinar uma equação para uma reta, encontre um ponto que pertence a ela e um vetor diretor.

Como ponto da reta, conhecemos dois, basta escolher um deles: A ou B.

Para vetor diretor, devemos nos fazer a pergunta se, com as informações que temos, é possível gerar algum vetor paralelo à reta.

A resposta é sim, podemos gerar os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$.

Escolhendo $A = (3, 1, 2)$ e $\overrightarrow{AB} = B - A = (1, 0, 0) - (3, 1, 2) = (-2, -1, -2)$, a equação vetorial fica

$$(x, y, z) = (3, 1, 2) + t(-2, -1, -2).$$

EXERCÍCIO

Determine uma equação para a reta que passa pelos pontos $A = (3, 1, 2)$ e $B = (1, 0, 0)$.

Conselho para a vida: quer determinar uma equação para uma reta, encontre um ponto que pertence a ela e um vetor diretor.

Como ponto da reta, conhecemos dois, basta escolher um deles: A ou B.

Para vetor diretor, devemos nos fazer a pergunta se, com as informações que temos, é possível gerar algum vetor paralelo à reta.

A resposta é sim, podemos gerar os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$.

Escolhendo $A = (3, 1, 2)$ e $\overrightarrow{AB} = B - A = (1, 0, 0) - (3, 1, 2) = (-2, -1, -2)$, a equação vetorial fica

$$(x, y, z) = (3, 1, 2) + t(-2, -1, -2).$$

EXERCÍCIO

Determine uma equação para a reta que passa pelos pontos $A = (3, 1, 2)$ e $B = (1, 0, 0)$.

Conselho para a vida: quer determinar uma equação para uma reta, encontre um ponto que pertence a ela e um vetor diretor.

Como ponto da reta, conhecemos dois, basta escolher um deles: A ou B.

Para vetor diretor, devemos nos fazer a pergunta se, com as informações que temos, é possível gerar algum vetor paralelo à reta.

A resposta é sim, podemos gerar os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$.

Escolhendo $A = (3, 1, 2)$ e $\overrightarrow{AB} = B - A = (1, 0, 0) - (3, 1, 2) = (-2, -1, -2)$, a equação vetorial fica

$$(x, y, z) = (3, 1, 2) + t(-2, -1, -2).$$

EXERCÍCIO

Determine uma equação para a reta que passa pelos pontos $A = (3, 1, 2)$ e $B = (1, 0, 0)$.

Conselho para a vida: quer determinar uma equação para uma reta, encontre um ponto que pertence a ela e um vetor diretor.

Como ponto da reta, conhecemos dois, basta escolher um deles: A ou B.

Para vetor diretor, devemos nos fazer a pergunta se, com as informações que temos, é possível gerar algum vetor paralelo à reta.

A resposta é sim, podemos gerar os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$.

Escolhendo $A = (3, 1, 2)$ e $\overrightarrow{AB} = B - A = (1, 0, 0) - (3, 1, 2) = (-2, -1, -2)$, a equação vetorial fica

$$(x, y, z) = (3, 1, 2) + t(-2, -1, -2).$$

EXERCÍCIO

Determine uma equação para a reta que passa pelos pontos $A = (3, 1, 2)$ e $B = (1, 0, 0)$.

Conselho para a vida: quer determinar uma equação para uma reta, encontre um ponto que pertence a ela e um vetor diretor.

Como ponto da reta, conhecemos dois, basta escolher um deles: A ou B.

Para vetor diretor, devemos nos fazer a pergunta se, com as informações que temos, é possível gerar algum vetor paralelo à reta.

A resposta é sim, podemos gerar os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$.

Escolhendo $A = (3, 1, 2)$ e $\overrightarrow{AB} = B - A = (1, 0, 0) - (3, 1, 2) = (-2, -1, -2)$, a equação vetorial fica

$$(x, y, z) = (3, 1, 2) + t(-2, -1, -2).$$

Fim!

A lista de exercícios está esperando sua visita.