

## Exercício 1

a)

Queremos demonstrar que  $\Delta E = E^{\alpha'} - E^{\alpha} = \sum_{j=1}^N u(r_{nj}^{\alpha'}) - u(r_{nj}^{\alpha})$ . Para tal, usaremos o fato de que  $u_{ij}^{\alpha} = u_{ij}^{\alpha'}$  para todo  $i, j$  diferente de  $n$  e separaremos a soma de  $n$  das demais:

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \left( u(r_{ij}^{\alpha'}) - u(r_{ij}^{\alpha}) \right) \\ \Delta E &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i \neq n} \sum_{j \neq n, i} \left( u(r_{ij}^{\alpha'}) - u(r_{ij}^{\alpha}) \right) + \sum_{j \neq n} \left( u(r_{nj}^{\alpha'}) - u(r_{nj}^{\alpha}) \right) + \sum_{i \neq n} \left( u(r_{in}^{\alpha'}) - u(r_{in}^{\alpha}) \right) \right) \\ \Delta E &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i \neq n} \sum_{j \neq n, i} \left( u(r_{ij}^{\alpha'}) - u(r_{ij}^{\alpha}) \right) + \sum_{j \neq n} \left( u(r_{nj}^{\alpha'}) - u(r_{nj}^{\alpha}) \right) + \sum_{i \neq n} \left( u(r_{in}^{\alpha'}) - u(r_{in}^{\alpha}) \right) \right)\end{aligned}$$

O primeiro termo, como discutido acima, é zero. Já o segundo e terceiro termo são iguais, pois apenas a ordem da soma é alterada. Assim:

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{1}{2} \left( 2 \sum_{j \neq n} \left( u(r_{jn}^{\alpha'}) - u(r_{jn}^{\alpha}) \right) \right) \\ \Delta E &= \sum_{j \neq n} u(r_{jn}^{\alpha'}) - u(r_{jn}^{\alpha})\end{aligned}\tag{1}$$

No programa `me.f90` a energia foi calculada da maneira local, deduzida acima, e da maneira global. As duas maneiras podem ser vistas descomentando as subrotinas relevantes e os resultados são idênticos.

b)

Feito no programa `me.f90`.

c)

Na Figura 1 vemos a energia em função dos passos de Monte Carlo para  $T = 30K$ .

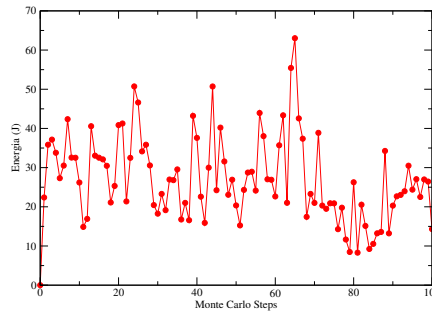


Figura 1: Distribuição de energia em função dos passos de Monte Carlo.

De modo a testar se o programa `correlacao.f90` está calculando tudo corretamente utilizamos a sequência de números aleatórios `random_seq.dat` da última lista. O  $C(i)$  calculado está na figura 2. Como pode ser visto, tudo parece estar em ordem, visto que temos um  $C(i)$  que começa em 1 e cai rapidamente para zero, como esperado.

Ao calcular o tempo de auto-correlação integrado  $2\tau$  foi encontrado um problema visto que alguns valores são negativos e a interpretação disto não foi encontrada. Portanto a análise da correlação em função de  $d_{max}$  foi feita utilizando diretamente o gráfico de  $C(i)$  visto na Figura 3.

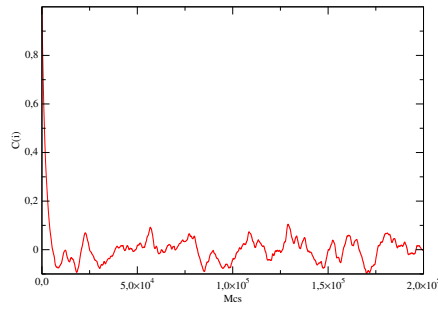


Figura 2: Distribuição de energia em função dos passos de Monte Carlo.

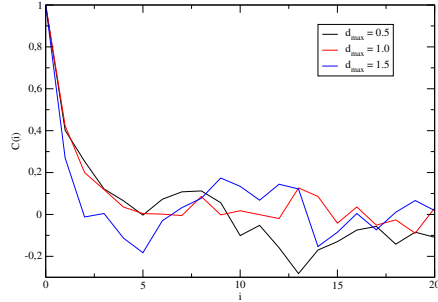


Figura 3:  $C(i)$  para três valores de  $d_{max}$ .

Como pode ser visto, para todos os valores de  $d_{max}$  temos o comportamento esperado, onde  $C(i)$  começa em 1 e oscila em torno de zero. No entanto é visível que para  $d_{max} = 1.5$  o valor de  $C(i)$  vai para zero mais rapidamente do que os demais. Assim sendo, este valor de  $d_{max}$  produz as energias mais decorrelacionadas e seria a escolha adequada.

d)

A energia média por partícula e o calor específico em função da temperatura pode ser visto na Figura 4.

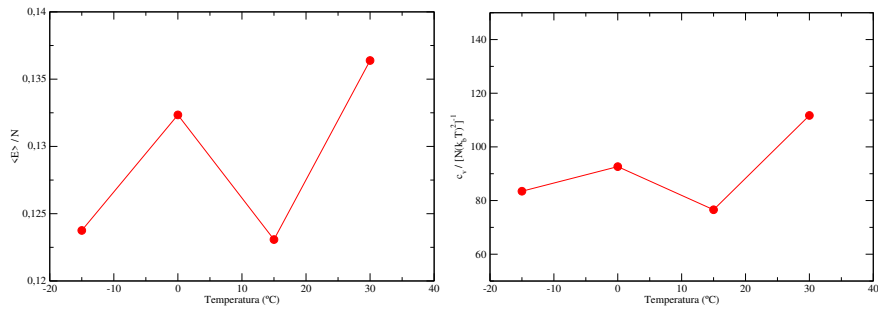


Figura 4: Energia média por partícula (esquerda) e calor específico (direita) em função da temperatura.

O histograma pode ser visto na Figura 5.

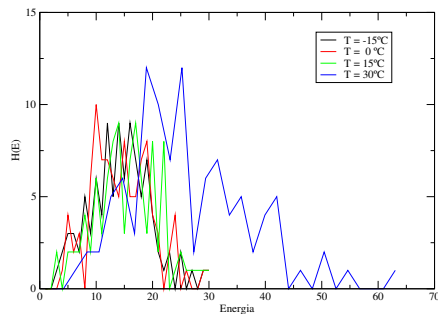


Figura 5: Histograma das energias em função da temperatura.