Exercício 1

a)

Na Figura 1 temos o fator de estrutura pedido.

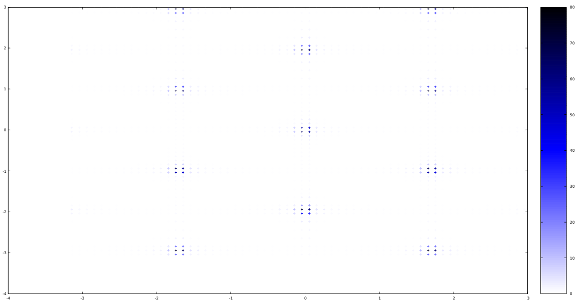

Figura 1: Fator de estrutura.

Exercício 2

a)

Os coeficientes a_n e b_n para a função $f(t) = \begin{cases} -7, t < t* \\ +7, t > t* \end{cases}$ são:

$$a_0 = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt = 0 \tag{1}$$

$$a_n = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(t)dt = \int_{-T/2}^{0} f(t)\cos(t)dt + \int_{0}^{T/2} f(t)\cos(t) = 0 \tag{2}$$

$$b_n = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(t)dt = \int_{-T/2}^{0} f(t)\sin(t)dt + \int_{0}^{T/2} f(t)\sin(t) = 2\int_{0}^{T/2} f(t)\sin(t)$$

$$b_n = \frac{-28}{T\omega_n}\cos(\omega_n t)\Big|_0^{T/2} = -\frac{14}{\pi n}\left[\cos(n\pi) - 1\right] \tag{3}$$

Ou $\begin{cases} b_2 n = 0 \\ b_{2n-1} = \frac{28}{(2n-1)\pi} \end{cases}$

Na Figura 2 está o gráfico da função $f(t)$ e as funções $f_M(t)$ para diversos M. Como esperado, quanto maior o M mais a função $f_M(t)$ se aproxima d $f(t)$ original. A comparação entre M = 3 (vermelho) e M = 55 (marrom) demonstra claramente como a adição de mais termos faz com que a aproximação seja muito melhor.

b)

Na Figura 3 foi plotado a função $f_{55}(t)$ para $-4T < t < 4T$. Como esperado, a função $f_{55}(t)$ é periódica, tendo período $T = 2\pi$

c)

Na Figura 4 temos a função $f(t)$ e as funções $f_M(t)$ para os parâmetros B = 2 e t* = $\pi/2$.

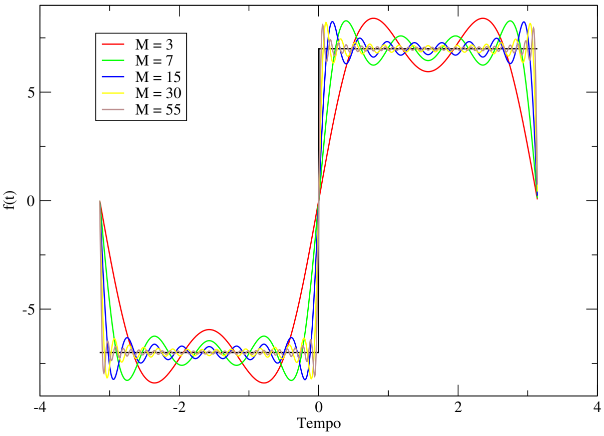

Figura 2: Funções $f_M(t)$ para vários M.

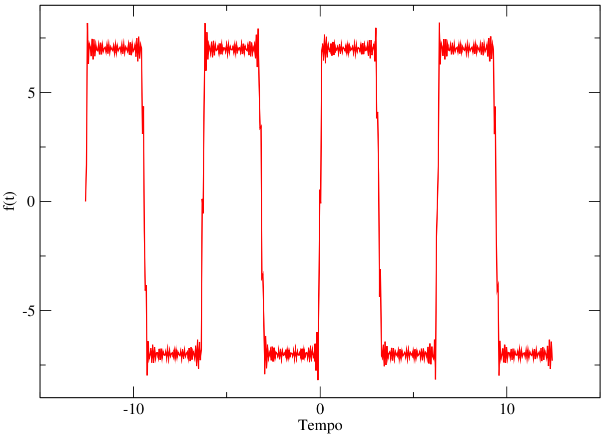

Figura 3: Função $f_{55}(t)$ no intervalo -4T ¡ t ¡ 4T.

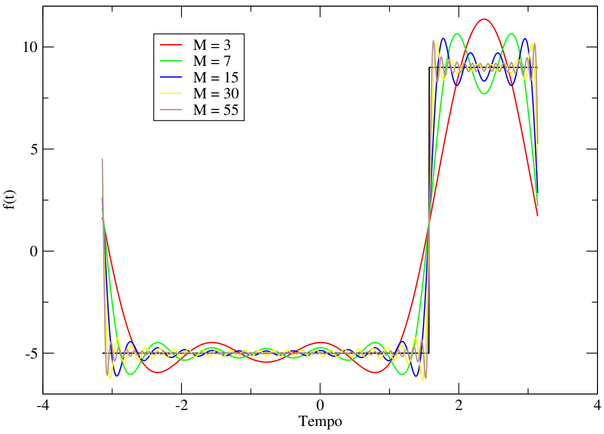

Figura 4: Funções $f_M(t)$ para diversos M com os parâmetros B = 2 e t* = $\pi/2$.

Exercício 3

a)

Na Figura 5 podemos ver a comparação do espectro de potência entre as séries 1 e 2 e entre as séries 3 e 4. As séries 1 e 2 possuem espectros de potência completamente diferentes, apesar da onda resultante ser muito parecida. A série 1 possui contribuições de várias frequências, ao passo que a série 2 possui contribuições somente de poucas frequências. Já as séries 3 e 4 possuem espectros muito semelhantes, apesar da série 3 possuir alguns picos perto de N = 20 que a série 4 não possui.

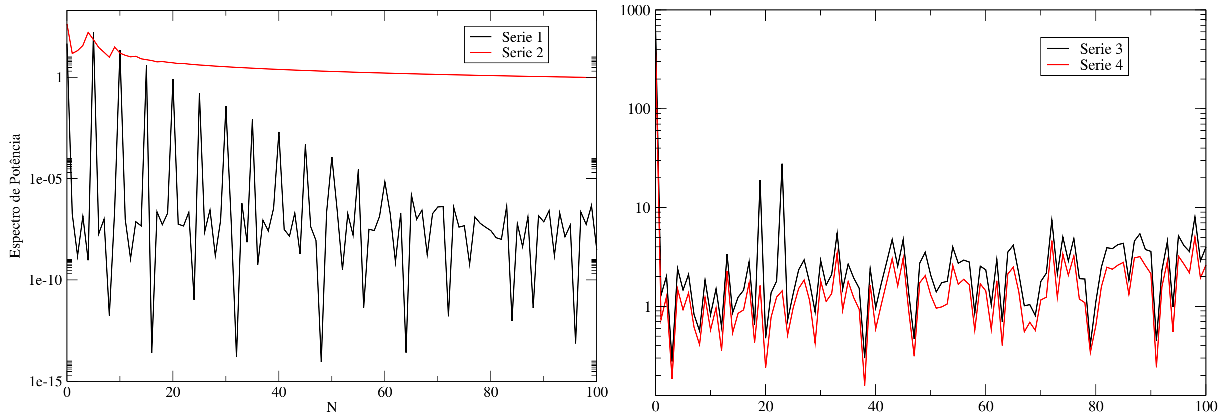

Figura 5: Comparação do espectro de potência entre as séries 1 e 2 (esquerda) e séries 3 e 4 (direita).

b)

A frequência de Nyquist, dada por $f_{nyquist} = \frac{1}{2\Delta}$, é a frequência máxima que pode ser obtida por uma transformada de Fourier. Ela está relacionada ao intervalo Δ entre os pontos experimentais. Um lado positivo é que caso se saiba que um sinal possui um limitante superior de frequência este sinal pode ser reconstruido a partir de um número finito de pontos.

Em nosso caso, temos $\Delta = 3.26 \times 10^{-4}$ para as séries 1 e 2 e $\Delta = 2.44 \times 10^{-3}$ para as séries 3 e 4. Assim, $f_{nyquist} = 1.5 \times 10^{3} Hz$ para as séries 1 e 2 e $f_{nyquist} = 2.0 \times 10^{2} Hz$ para as séries 3 e 4.

c)

N deve ser uma potência de 2. No nosso caso, $N = 1024 = 2^{10}$. Caso N não cumpra essa exigência a maneira mais fácil de contorna-la é adicionar zeros até que seja cumprida. O algoritmo da referência [2] não foi utilizado devido ao fato do programa enviar para subrotina um vetor de tamanho N e receber na subrotina um vetor de tamanho 1. Por não entender isto, foi utilizado o algoritmo da referência [3], que pode ser visto no programa fft.f90.

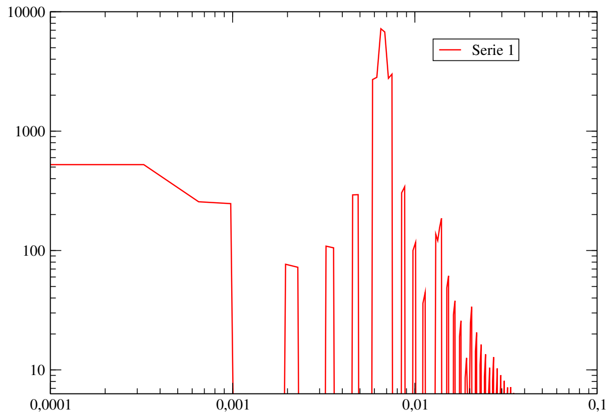

Figura 6: Comparação do espectro de potência entre as séries 1 utilizando o algoritmo descrito em [3].

O espectro obtido claramente não está de acordo com a Figura 5. Como a onda da série 1 parece ser uma onda de frequência constante esse espectro não parece fazer sentido e algum erro deve ter sido feito na implementação do programa.

Exercício 4

Na Figura 7 foi plotado J_k em função de t_k para vermos como é o comportamento qualitativo da função. Como pode ser observado a função parece tender a zero quando t tende a zero e a derivada de J_k claramente tende a zero quando $t \to \infty$.

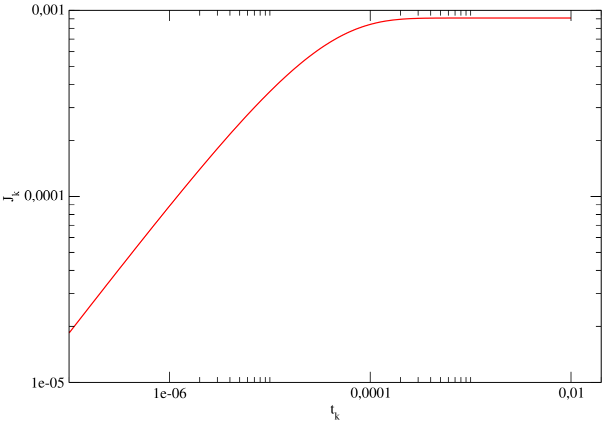

Figura 7: J_k em função de t_k.

a)

Na Figura 8 temos o comportamento das partes real e imaginária de J. As duas grandezas são negativas, portanto foi necessário multiplica-las por -1 para fazer o gráfico log-log.

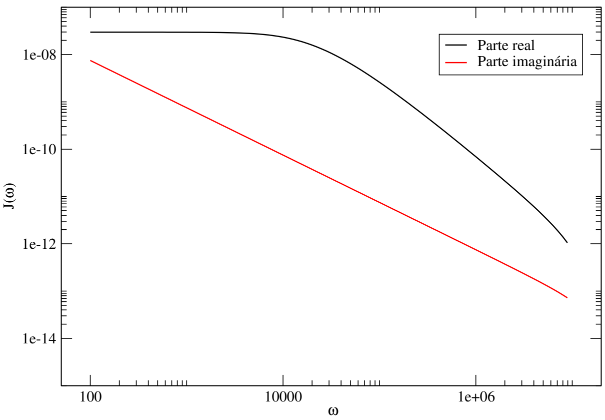

Figura 8: Módulo das partes reais e imaginárias de J.

b)

Na Figura 9 estão respresentadas as partes real e imaginária da função G(ω).

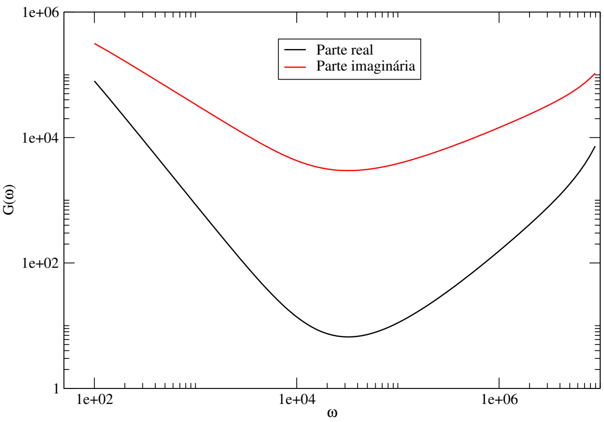

Figura 9: Parte real e imaginária de G(ω).