

## TRABALHO DE FIM DE CURSO – EA006

**SR\_LNLS: UM CÓDIGO PARA COMPUTAÇÃO DE PARÂMETROS DE DISPOSITIVOS DE INSERÇÃO COM APLICAÇÕES ÀS SIMULAÇÕES DE RAY-TRACING PARA LINHAS DE LUZ DE RAIOS-X DUROS.**

**ALUNO:**

RAFAEL RABELLO DE LIMA DE ALMEIDA CELESTRE <sup>a,b</sup> – RA 082568  
RAFAEL.CELESTRE@LNLS.BR

**ORIENTADOR:**

PROF. DR. EDUARDO GRANADO MONTEIRO DA SILVA <sup>c</sup>  
EGRANADO@IFI.UNICAMP.BR

**COORIENTADOR:**

ENG. BERND CHRISTIAN MEYER <sup>b</sup>  
BERND.MEYER@LNLS.BR

<sup>a</sup> FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO, UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

<sup>b</sup> GRUPO DE ÓPTICA, LABORATÓRIO NACIONAL DE LUZ SÍNCROTRON, CENTRO NACIONAL DE PESQUISAS EM ENERGIA E MATERIAIS

<sup>c</sup> DEPARTAMENTO DE ELETROÔNICA QUÂNTICA, INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN, UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS



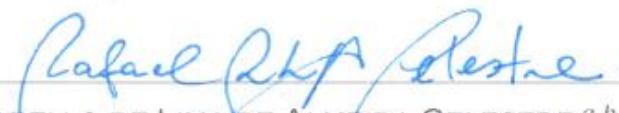
Laboratório Nacional  
de Luz Síncrotron

+ sirius

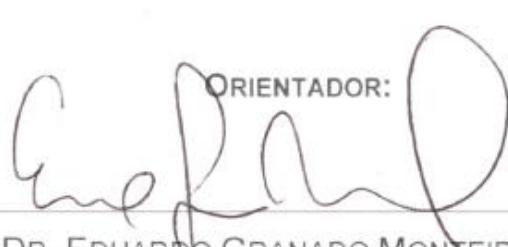


O LNLS integra o CNPEM, Organização Social qualificada pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI)  
Campus: Rua Giuseppe Máximo Scolfaro, 10.000 - Polo II de Alta Tecnologia  
Caixa Postal 6192 - 13083-970 - Campinas/SP - Fone: +55.19.3512.1010 | Fax: +55.19.3512.1004 | [www.lnls.br](http://www.lnls.br)

ALUNO:

  
RAFAEL RABELLO DE LIMA DE ALMEIDA CELESTRE <sup>a,b</sup> – RA 082568  
RAFAEL.CELESTRE@LNLS.BR

ORIENTADOR:

  
PROF. DR. EDUARDO GRANADO MONTEIRO DA SILVA <sup>c</sup>  
EGRANADO@IFI.UNICAMP.BR

COORIENTADOR:

  
ENG. BERND CHRISTIAN MEYER <sup>b</sup>  
BERND.MEYER@LNLS.BR

<sup>a</sup> FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO, UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

<sup>b</sup> GRUPO DE ÓPTICA, LABORATÓRIO NACIONAL DE LUZ SÍNCROTRON, CENTRO NACIONAL DE PESQUISAS EM ENERGIA E MATERIAIS

<sup>c</sup> DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA QUÂNTICA, INSTITUTO DE FÍSICA ‘GLEB WATAGHIN’, UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

## SUMÁRIO

---

ABSTRACT .....	6
RESUMO .....	7
OBJETIVO .....	8
INTRODUÇÃO .....	9
1. CARACTERÍSTICAS DA RADIAÇÃO SÍNCROTRON .....	11
1.1. RADIAÇÃO SÍNCROTRON .....	11
1.2. PARÂMETROS DO FEIXE DE ELÉTRONS .....	13
1.3. PARÂMETROS DO FEIXE DE FÓTONS .....	16
2. ONDULADORES .....	20
2.1. CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS .....	20
2.2. PROPRIEDADES DA RADIAÇÃO EMITIDA POR ONDULADORES PLANARES .....	25
2.3. ONDULADORES NÃO PLANARES E DISPOSITIVOS NÃO CONVENCIONAIS .....	32
3. MÉTODOS COMPUTACIONAIS .....	38
3.1. <i>RAY TRACING</i> .....	38
3.2. CÓDIGOS PARA CERTIFICAÇÃO .....	39
4. RESULTADOS .....	41
4.1. APRESENTAÇÃO DO CÓDIGO SR_LNLS .....	41
4.2. PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO .....	45
4.3. RESULTADOS OBTIDOS COM O CÓDIGO SR_LNLS .....	47
4.4. VALIDAÇÃO E CERTIFICAÇÃO DOS RESULTADOS .....	53
5. MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS .....	67
5.1. MEDIDAS DA DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO FLUXO DE FÓTONS .....	67
5.2. MEDIDAS DE EMITÂNCIA DO FEIXE DE FÓTONS .....	68
5.3. MEDIDAS DE COERÊNCIA DO FEIXE DE FÓTONS .....	69
5.4. CARACTERIZAÇÃO DA POLARIZAÇÃO DO FEIXE DE FÓTONS .....	69
6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	70
AGRADECIMENTOS .....	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	75
A. APÊNDICE: ASPECTOS ACERCA DA DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA .....	80
B. APÊNDICE: EQUAÇÃO DE MOVIMENTO NO ONDULADOR .....	82
C. APÊNDICE: EQUAÇÃO DO ONDULADOR .....	84

D. APÊNDICE: SISTEMA ÓPTICO DE MAGNIFICAÇÃO 1:1 .....	86
E. APÊNDICE: TABELAS DE COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	87

## ABSTRACT

---

Optical characteristics, i.e. photon flux, brightness, brilliance<sup>1</sup>, coherence, polarization, etc., as well as spatial and angular dimensions from the photon beam are parameters of great importance regarding ray-tracing simulations as they determine the quality of the X-ray source for photon experiments. Accurate computation of such parameters are of paramount importance for X-ray beamline projects from the new light source Sirius, Campinas, Brazil, where energy spread effects show great influence on the photon beam, being able to cause discrepancies between observed and simulated results.

The observation and systematic study of the energy spread effect on photon beams are quite recent, given that it is relevant only in low emittance (high brilliance) sources or at free electron lasers (FEL's) facilities. Aiming to address correctly to this effect at undulator insertion devices, a computer code that handles finite emittance effects and energy spread was proposed in order to aid the calculation of optical characteristics, spatial and angular profiles of the photon beam. Comparisons between the proposed code and already-established-codes that handle the energy spread effect were held for benchmarking.

---

<sup>1</sup> There is little agreement when it comes to defining what should be called brightness and what should be called brilliance. For a better insight, refer to (TALMAN, 2006).

## RESUMO

---

As características ópticas, isto é, fluxo de fótons, brilho, brilhância<sup>2</sup>, coerência, polarização, etc., bem como os perfis espaciais e angulares do feixe de fótons, são parâmetros importantes às simulações de *ray-tracing*<sup>3</sup> e determinam a qualidade da fonte de raios-X para experimentos. A computação correta de tais características é essencial para projetos de linhas de luz da nova fonte de luz síncrotron Sirius, em Campinas, São Paulo, onde os efeitos de dispersão de energia, no feixe de elétrons, têm grande influência no feixe de fótons, podendo causar divergências entre valores calculados e observados.

A observação do efeito de dispersão de energia no feixe de fótons e seu estudo sistemático é recente, uma vez que seu efeito é observável apenas em fontes de baixa emitância (alto brilho) e em fontes do tipo *laser* de elétrons livres (FEL's). Com o intuito de tratar corretamente esse efeito em dispositivos de inserção do tipo ondulador, é proposta a escrita de um código que leve em consideração efeitos de emitância e dispersão de energia na computação das características ópticas, perfis espaciais e angulares do feixe de fótons. Comparações entre as simulações com o código proposto e outros softwares que tratam o efeito de dispersão de energia serão feitas para validação do código escrito.

---

<sup>2</sup> Existe mais de uma definição para brilho e brilhância de um feixe de raios-X. Uma discussão mais aprofundada sobre o tema pode ser encontrada em (TALMAN, 2006).

<sup>3</sup> *Ray-tracing*, muitas vezes traduzido como “traçar de raios” é um jargão técnico da área de óptica e, portanto, não será traduzido para o português.

## OBJETIVO

---

Escrever um código em MATLAB® para a computação dos parâmetros da radiação gerada em dispositivos de inserção do tipo ondulador, com aplicação em simulações de *ray-tracing* para projetos ópticos de linhas de luz de raios-X duros. Os parâmetros simulados do feixe de fôtons são: tamanho e divergência natural do ondulador; tamanho e divergência do feixe de fôtons gerados pelo dispositivo; fluxo de fôtons por segundo e grandezas associadas ao fluxo, isto é, fluxo coerente, brilhância e brilho em função da energia (CLARKE, 2004). Esses parâmetros serão tratados levando-se em consideração o efeito de dispersão de energia como em (TANAKA & KITAMURA, 2009). Para validação do código, serão feitas comparações dos resultados com os obtidos e softwares que tratam esse efeito nos fôtons de raios-X. Os softwares escolhidos para validação são o *SPECTRA* (TANAKA & KITAMURA, 2001) e o *Synchrotron Radiation Workshop* (SRW) de (CHUBAR & ELLEAUME, 1998).

## INTRODUÇÃO

---

Radiação síncrotron, é aquela produzida por uma partícula carregada eletricamente movendo-se com velocidades relativísticas em uma trajetória curva, e que provê uma fonte de fótons intensa, sintonizável e brilhante com uma ampla região espectral, variando de alguns poucos elétrons-volts a centenas de quiloelétrons-volts (KIM, 1995). A radiação produzida por elétrons enquanto atravessam o campo magnético de um dipolo magnético era a fonte primária de radiação em síncrotrons. Contudo, com o rápido desenvolvimento de anéis de armazenamento de elétrons exclusivamente dedicados à produção de radiação síncrotron, um novo tipo de dispositivo de geração de fótons começou a ser instalado, denominado dispositivos de inserção (DI's).

DI's são classificados em duas grandes categorias: onduladores e *wigglers*<sup>4</sup>. A primeira é um dispositivo que faz com que o feixe de elétrons siga uma trajetória suave, periódica e ondulatória com a consequência de que as frentes de onda da radiação emitida sobreponham-se umas às outras, gerando padrões de interferência. Em alguns comprimentos de onda a interferência é construtiva, causando um grande aumento na intensidade observada, enquanto para outros comprimentos de onda, a interferência é destrutiva, gerando consequentemente regiões escuras no espectro. A segunda categoria é um dispositivo de inserção chamado *wiggler* e tem um efeito mais acentuado sobre a trajetória dos elétrons, fazendo com que oscilem de maneira mais forte, isto é, com maior amplitude. Isso previne que as frentes de onda sobreponham-se e consequentemente, nenhum efeito de interferência seja aparente (CLARKE, 2004).

Fontes modernas de radiação síncrotron, ou seja, fontes de terceira geração com baixa emitância (anéis de armazenamento limitados por difração), como por exemplo, as fontes MAX-IV, na Suécia (LEEMANN ET AL., 2009) e Sirius no Brasil (LIU ET AL., 2014b), além de lasers de elétrons livres (HUANG & KIM, 2007), fontes de quarta geração, fazem uso extensivo de onduladores como seu principal dispositivo de inserção. Com o uso de onduladores de muitos períodos magnéticos e, consequentemente longos, a dispersão de energia do feixe de elétrons tem um efeito não mais desprezível no tamanho natural e na divergência natural do feixe de fótons e por consequência, efeitos grandes nos cálculos dos tamanhos e divergências do feixe de fótons do ondulador e seu brilho (TANAKA & KITAMURA, 2009). É importante ressaltar que esse efeito é observável apenas para fontes com emitância próxima

---

<sup>4</sup> *Wiggle* é um verbo da língua inglesa que significa mover-se para cima e para baixo (ou de um lado para o outro) de maneira rápida e com pequenas amplitudes. Sua tradução, serpear, é pouco usada na língua corrente, causando mais confusão do que bom entendimento do termo.

ao limite de difração, um desenvolvimento muito recente e por isso, pouco abordado tanto na literatura quanto nos *softwares* de simulação.

O tratamento correto do efeito de dispersão de energia em simulações de *ray-tracing* e de propagação de onda é um problema em aberto para a comunidade de projetos de linhas de luz para sincrotrons e, por isso, o interesse em escrever códigos que tratem de maneira correta e sistemática tal fenômeno.

## **1. CARACTERÍSTICAS DA RADIAÇÃO SÍNCROTRON**

---

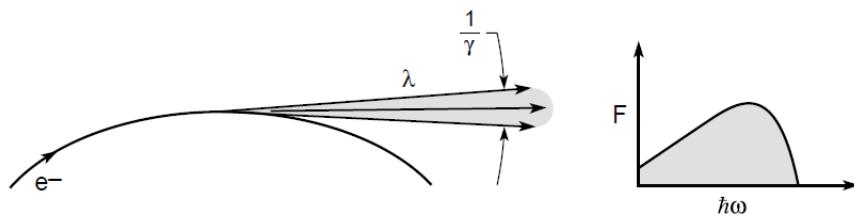
Nesta secção serão discutidos brevemente os conceitos fundamentais para o desenvolvimento do trabalho: a natureza da radiação síncrotron, parâmetros do feixe de elétrons no anel de armazenamento, conceitos de fluxo e brilho do feixe de fótons, além de ferramentas matemáticas para tal.

### **1.1. RADIAÇÃO SÍNCROTRON**

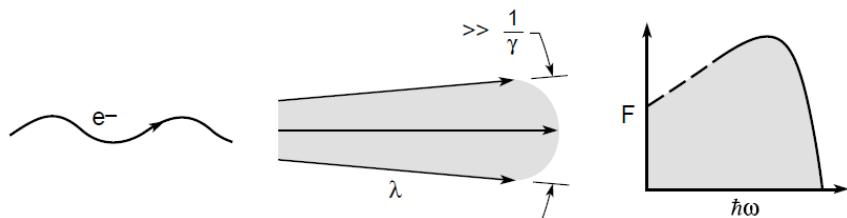
É gerada abundantemente quando partículas relativísticas, leves, carregadas são sujeitas a acelerações transversais às suas trajetórias. Sendo assim, a radiação síncrotron é gerada a partir de elétrons relativísticos sob a ação de fortes campos magnéticos em anéis de armazenamento. Esses prerrequisitos determinam as características que tornam a radiação síncrotron tão vantajosa. De acordo com (PEATMAN, 1997):

- 1) O espectro contínuo emitido dos dipolos magnéticos, que vai desde o infravermelho até os raios-X duros (figura 1.1). No caso dos dispositivos de inserção, o espectro não é contínuo, mas sim, fortemente pontiagudo, dependendo do campo magnético presente no mesmo (figura 1.2 e figura 1.3, respectivamente);
- 2) A radiação emitida é altamente direcional e emana de uma fonte muito pequena: o feixe de elétrons. No caso dos dipolos magnéticos, a radiação é emitida em um leque (figura 1.1). Para os dispositivos de inserção, a emissão apresenta altos graus de colimação dependendo, novamente, do campo magnético aplicado (figura 1.2 e figura 1.3, respectivamente);
- 3) A radiação síncrotron apresenta uma estrutura temporal bem definida. Os elétrons dentro do anel de armazenamento são agrupados em pacotes, que são síncronos à cavidade de radiofrequência usada para restaurar a energia perdida pela emissão de radiação;
- 4) Altos graus de polarização no plano do anel de armazenamento são obtidos a partir dos dipolos magnéticos e dos dispositivos de inserção planares. Dispositivos de inserção especiais podem ser projetados para obtenção de polarização elíptica.

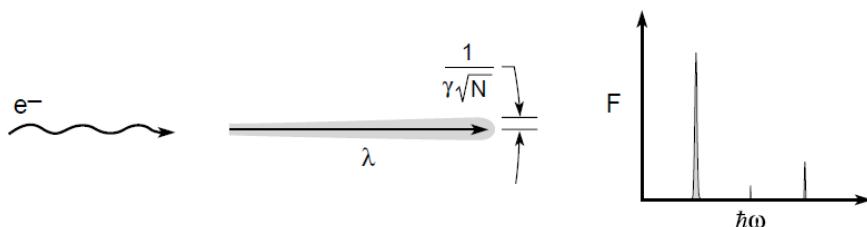
São as características que tornam a radiação síncrotron uma fonte que se aproxima à uma fonte ideal: fonte pontual com alta direcionalidade.



**Figura 1.1** Radiação de dipolo magnético ocorre quando um elétron relativístico atravessa um campo magnético uniforme, executando um movimento circular com aceleração apontada em direção ao centro de rotação. A radiação é apontada tangencialmente para fora em um estreito cone de radiação. O espectro irradiado é muito amplo e o ângulo de emissão é tipicamente da ordem de  $1/\gamma$ , onde  $\gamma$  é o fator de Lorentz<sup>5</sup> (ATTWOOD, 2007).



**Figura 1.2** A radiação de *wiggler* é gerada por uma estrutura periódica com um alto campo magnético aplicado ao feixe de elétrons. Como a excursão dos elétrons é grande, a radiação gerada é consideravelmente mais ampla que o cone natural de emissão de radiação  $1/\gamma$ . O espectro proveniente de um *wiggler* é amplo e similar ao de um dipolo. A radiação gerada possui, todavia, fluxo de fótons e potência mais altos (ATTWOOD, 2007).



**Figura 1.3** A radiação proveniente de onduladores é gerada a partir de elétrons relativísticos atravessando uma estrutura magnética periódica, assim como em *wigglers*. No regime do ondulador, o campo magnético é relativamente baixo, gerando excursões menores do que a largura do cone natural de radiação,  $1/\gamma$ , normalmente associado à radiação síncrotron (ATTWOOD, 2007).

<sup>5</sup> O fator adimensional de Lorentz para Síncrotrons é dado por:  $\gamma = \frac{\epsilon}{mc^2}$ , onde  $\epsilon$  é a energia do anel de armazenamento,  $m$  é a massa de repouso do elétron e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo (WILLMOTT, 2001). Para a fonte Sirius, em Campinas, São Paulo,  $\gamma = 5871$  e  $1/\gamma = 170$  [ $\mu$ rad] (LIU ET AL., 2014b).

## 1.2. PARÂMETROS DO FEIXE DE ELÉTRONS

As dimensões laterais horizontal e vertical do feixe de elétrons em um anel de armazenamento,  $\sigma_{eh}$  e  $\sigma_{ev}$ , assim como, as divergências angulares horizontal e vertical do feixe em relação à órbita ideal,  $\sigma'_{eh}$  e  $\sigma'_{ev}$ , variam ao longo da órbita em torno do anel, isto é, ao longo da dimensão 's'. Para serem determinadas, é necessário ter conhecimento dos parâmetros de Twiss:  $\alpha(s)$ ,  $\beta(s)$  e  $\gamma(s)$ , assim como, da emitância natural do feixe  $\varepsilon$ , fator de acoplamento  $C$ , a dispersão  $\eta(s)$  e o momento (dispersão de energia do feixe de elétrons  $\sigma_E$ )  $\frac{\delta E}{E_0}$  (PEATMAN, 1997).

Os parâmetros de Twiss relacionam-se da seguinte forma (COURANT & SNYDER, 1957):

$$\alpha_x(s) = -\frac{1}{2} \frac{d\beta_x(s)}{ds} \quad (1.1)$$

$$\gamma_x(s) = \frac{1 + \alpha_x(s)^2}{\beta_x(s)} \quad (1.2)$$

As funções beta refletem as características de focalização da rede magnética de um anel de armazenamento e são, em geral, apresentadas como na figura 1.4. A função de dispersão  $\eta_x(s)$  é mostrada na figura 1.5. As características do feixe de elétrons são obtidas dos parâmetros de Twiss a partir das seguintes relações:

$$\sigma_{eh}(s) = \sqrt{\varepsilon_x \beta_x + \left( \eta_x \frac{\delta E}{E_0} \right)^2} \quad (1.3)$$

$$\sigma'_{eh}(s) = \sqrt{\varepsilon_x \gamma_x + \left( \eta'_x \frac{\delta E}{E_0} \right)^2} \quad (1.4)$$

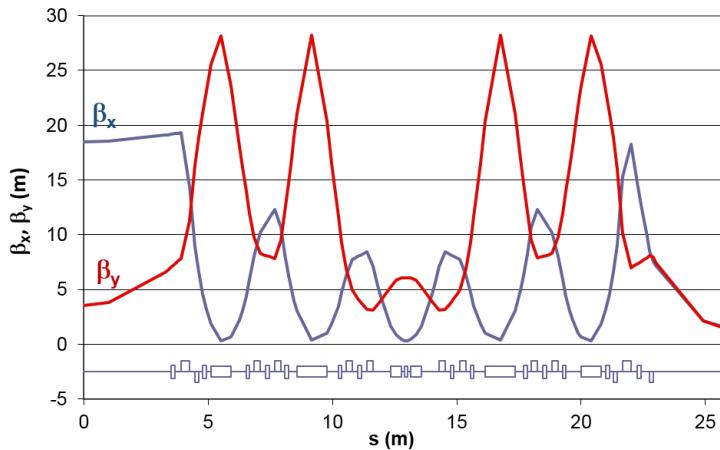
Expressões análogas podem ser obtidas para  $\sigma_{ev}$  e  $\sigma'_{ev}$  trocando os índices  $x$  pelos índices  $y$ . Os índices  $h$  e  $x$  são equivalentes, assim como  $x'$  e  $\theta$ . Estes são sempre associados a grandezas no plano horizontal. O mesmo vale para os pares  $v$  e  $y$  e  $y'$  e  $\phi$ , que referem-se a grandezas do plano vertical.

Como as duas direções ortogonais do feixe são fracamente acopladas, são definidas duas emitâncias para o feixe, respectivamente, emitância horizontal ( $\varepsilon_x$ ) e emitância vertical ( $\varepsilon_y$ ):

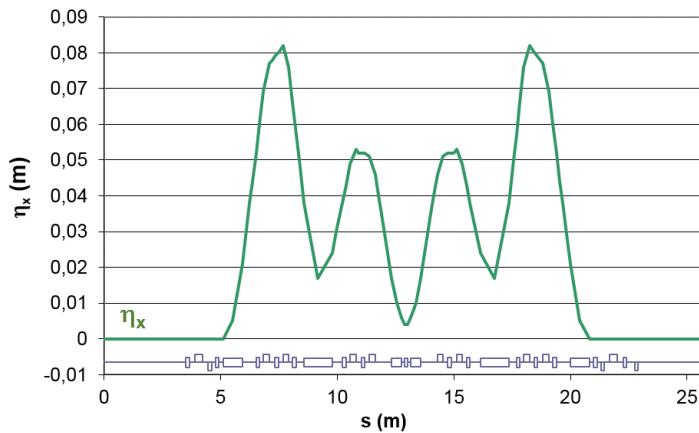
$$\varepsilon_y = \varepsilon \frac{C}{1 + C} \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon \frac{1}{1 + C} \quad (1.6)$$

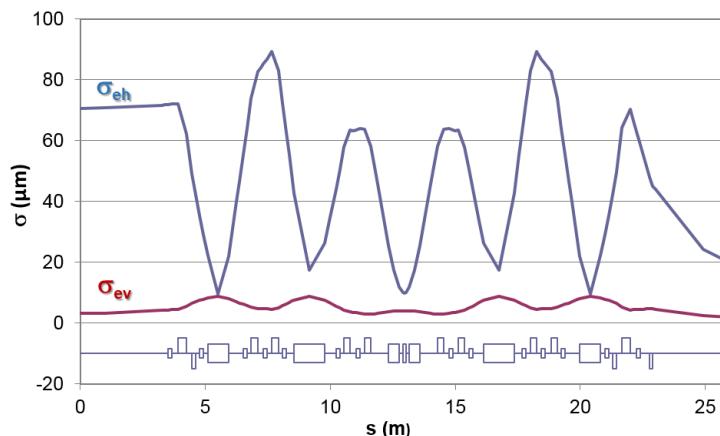
Onde emitância natural do feixe  $\varepsilon$  e o fator de acoplamento  $C$  são invariantes do sistema (PEATMAN, 1997).



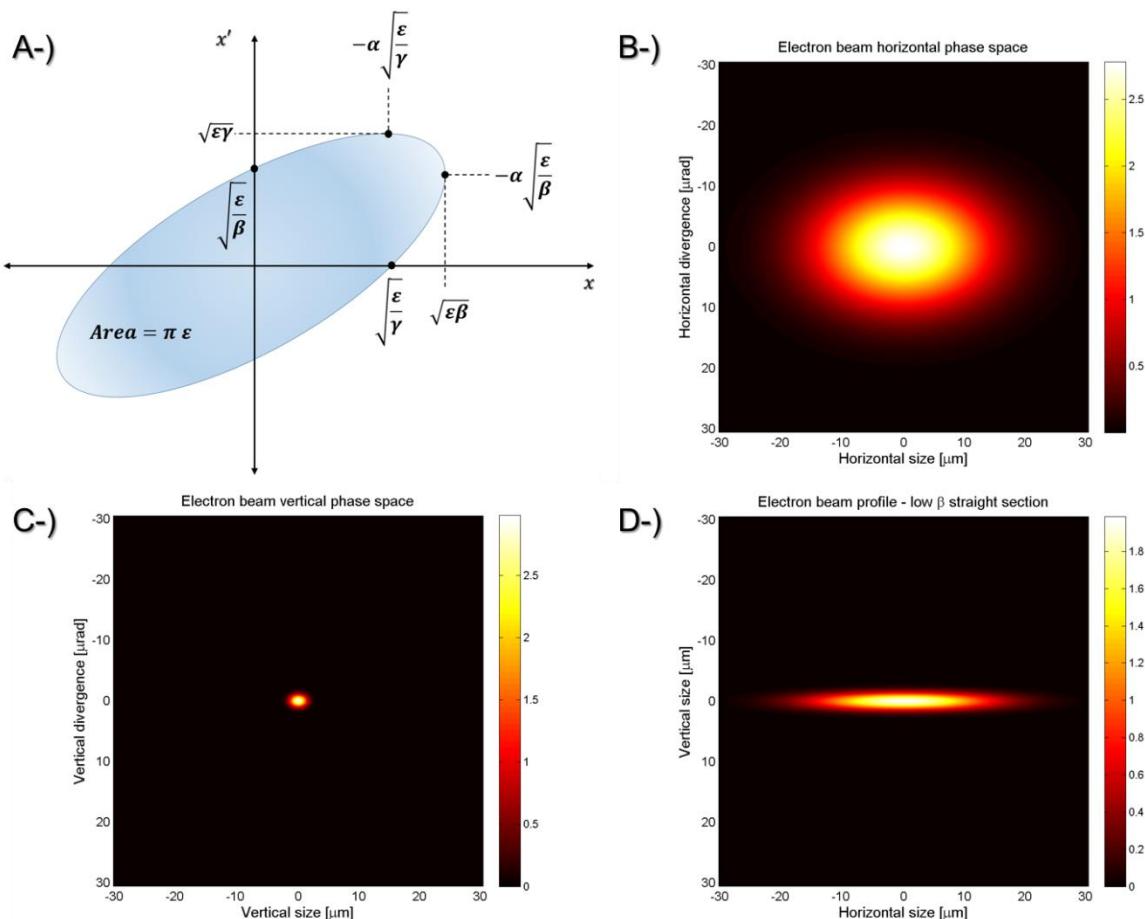
**Figura 1.4** Funções beta para meio período da malha magnética 5BA (*5-bent-achromat*) proposta para a fonte Sirius, Campinas, Brasil (LIU ET AL., 2014a). O período completo consiste na célula acima refletida na posição zero. Os retângulos na parte inferior do gráfico representam a óptica do feixe de elétrons (LIU ET AL., 2014b).



**Figura 1.5** Função de dispersão horizontal para meio período da malha magnética 5BA (*5-bent-achromat*) proposta para a fonte Sirius, Campinas, Brasil (LIU ET AL., 2014a). O período completo consiste na célula acima refletida na posição zero. Os retângulos na parte inferior do gráfico representam a óptica do feixe de elétrons (LIU ET AL., 2014b).



**Figura 1.6** Tamanhos horizontal e vertical do feixe de elétrons para meio período da malha magnética 5BA (*5-bent-achromat*) proposta para a fonte Sirius, Campinas, Brasil (LIU ET AL., 2014a). O período completo consiste na célula acima refletida na posição zero. Os retângulos na parte inferior do gráfico representam a óptica do feixe de elétrons (LIU ET AL., 2014b).



**Figura 1.7** A área da elipse<sup>6</sup> do espaço de fases e, portanto, da emitância do feixe, é invariante ao longo do deixo de propagação  $s$  do feixe de elétrons (WILLE, 2000). A figura a-) mostra o espaço de fases e as relações entre os parâmetros de Twiss. Espaço de fases b-) horizontal e c-) vertical do feixe de elétrons na secção reta de baixo  $\beta$ . O feixe de elétrons da fonte Sirius tem  $\sigma_{eh} = 20,36$  [ $\mu\text{m}$ ],  $\sigma'_{eh} = 13,57$  [ $\mu\text{rad}$ ],  $\sigma_{ev} = 1,97$  [ $\mu\text{m}$ ],  $\sigma'_{ev} = 1,41$  [ $\mu\text{rad}$ ] na secção reta de baixo  $\beta$  onde os onduladores IVU19 serão instalados. A figura d-) apresenta o perfil espacial do feixe de elétrons no centro secção reta de baixo beta da malha magnética 5BA (5-bent-achromat).

<sup>6</sup> Devido ao número gigante de partículas contidas em um feixe de elétrons, é conveniente representar feixes por funções de distribuição. Feixes que possuem forma elíptica são especialmente apropriados, porque apesar dos tamanhos, proporções e orientações variarem como função do eixo de propagação  $s$ , suas formas continuam elípticas.(TALMAN, 2006)

### 1.3. PARÂMETROS DO FEIXE DE FÓTONS

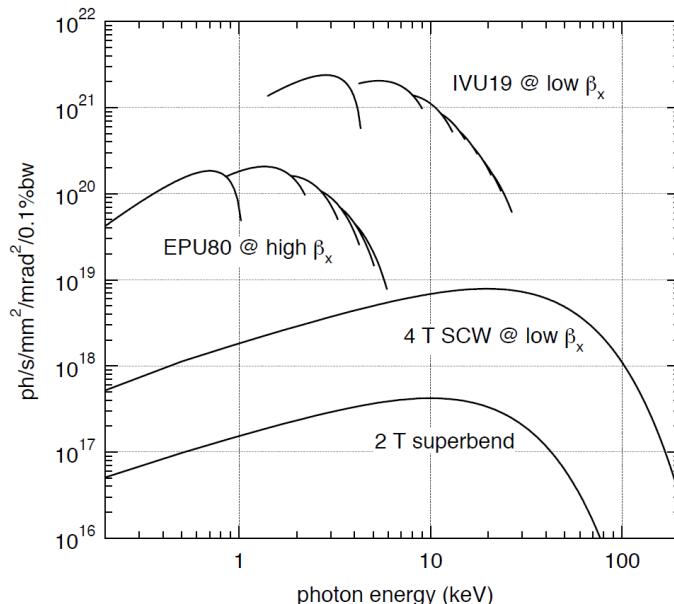
A seguir, são descritas de maneira sucinta como em (KIM, 1995) e (TALMAN, 2006) as principais características da radiação síncrotron que serão calculadas pelo código proposto.

#### A. FLUXO DE FÓTONS E BRILHÂNCIA

Uma característica fundamental de uma fonte de radiação é a densidade de fluxo de fótons no espaço de fases. As coordenadas no espaço de fases são dadas pelos pares  $(x, y)$  e  $(\phi, \psi)$  onde o primeiro par representa coordenadas de posição e o segundo, de direção.

As coordenadas  $x$  e  $y$  representam respectivamente as posições vertical e horizontal. O par  $\phi$  e  $\psi$  (também representados como  $x'$  e  $y'$ ) representam os ângulos vertical e horizontal, respectivamente. A distribuição do fluxo de fótons  $\mathcal{F}$  no espaço de fases é chamada de função de brilhância e é dada por:

$$\mathfrak{B}(x, y, \phi, \psi) = \frac{d^4\mathcal{F}}{dx dy d\phi d\psi} \quad (1.7)$$



**Figura 1.8** Brilhância das fontes de radiação da fonte Sirius incluindo efeitos de emitância e dispersão de energia no feixe de fótons para uma corrente total de 500 [mA]. IVU19: Ondulador em vácuo para raios-X duros com período magnético de 19 [mm] de entreferro magnético variável. Harmônicas ímpares até a décima quinta estão plotadas. 4 [T] SCW: *wiggler* supercondutor de 4 [T] operando na região do UVX. EPU80: ondulador de polarização elíptica com período magnético de 80 [mm] para o caso planar (LIU ET AL., 2014b).

A função de brilhância avaliada na origem é simplesmente chamada de brilhância  $\mathfrak{B}$ . Ela caracteriza de maneira única a fonte de radiação porque é invariante à propagação por elementos ópticos.

Integrando a função de brilhância sobre  $(x, y)$  ou sobre  $(\phi, \psi)$  tem-se:

$$\frac{d^2\mathcal{F}}{d\phi \, d\psi} = \int \mathfrak{B}(x, y, \phi, \psi) \, dx \, dy \quad (1.8)$$

$$\frac{d^2\mathcal{F}}{dx \, dy} = \int \mathfrak{B}(x, y, \phi, \psi) \, d\phi \, d\psi \quad (1.9)$$

Finalmente, é possível obter-se o fluxo total por integração:

$$\mathcal{F} = \int \frac{d^2\mathcal{F}}{dx \, dy} \, dx \, dy = \int \frac{d^2\mathcal{F}}{d\phi \, d\psi} \, d\phi \, d\psi = \int \mathfrak{B}(x, y, \phi, \psi; z) \, dx \, dy \, d\phi \, d\psi \quad (1.10)$$

Os vários fluxos diferenciais acima devem ser entendidos como quantidades espectrais, isto é, fluxos em uma pequena banda passante em torno de uma frequência dada. Para ser preciso, então,  $\mathfrak{B}$  deveria ser chamado de brilho espectral,  $d^2\mathcal{F}/d\phi \, d\psi$  de densidade angular de fluxo espectral e assim por diante. Contudo, o adjetivo “espectral” é muitas vezes omitido por uma questão de concisão.

Para razões práticas, as seguintes unidades para o fluxo espectral e brilhância são comumente usadas:

$$\mathcal{F} = \frac{\text{número de fótons}}{(s)(0,1\% \text{ de banda passante})} \quad (1.11)$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{número de fótons}}{(s)(mm^2)(mrad^2)(0,1\% \text{ de banda passante})} \quad (1.12)$$

A figura 1.8 mostra o brilho espectral para diversas fontes de radiação síncrotron do projeto Sirius. Para os onduladores, cada curva apresentada é o envelope dos picos produzidos, que podem ser ajustados por mudanças no tamanho do entreferro magnético (KIM, 1995).

### BRILHO VERSUS BRILHÂNCIA

Lamentavelmente, há pouco consenso no uso dos termos “brilho” (*brightness*) e “brilhância” (*brilliance*). Diferentes autores adotam diferentes definições e pouco ou nenhum padrão é encontrado nas publicações pertinentes ao assunto. O leitor deve sempre se atentar às unidades de grandeza, que são sempre inequívocas, em detrimento dos nomes empregados para saber que propriedade é discutida. O presente trabalho adota as definições contidas em (TALMAN, 2006), que estão compiladas na tabela 1.1.

Tabela 1.1 Medidas de intensidade de raios-X (TALMAN, 2006). A sigla BW refere-se à banda passante.

Parâmetro	Unidade	Invariante
Potência	W	Sim
Fluxo	Fótons/s/0,1%BW	Sim
Brilho (densidade de fluxo)	Fótons/s/mm <sup>2</sup> /0,1%BW	Não
Brilhância	Fótons/s/mm <sup>2</sup> /mrad <sup>2</sup> /0,1%BW	Sim

## B. COERÊNCIA

O tempo requerido para que a fase entre duas senóides diferindo em frequência de  $\Delta\nu$  varie de  $2\pi$  radianos é simplesmente  $1/\Delta\nu$  e é chamado de tempo de coerência longitudinal,  $\Delta\tau_c^{(l)}$ . Durante esse tempo a onda eletromagnética propagou uma distância  $l_c^{(l)} = c.\Delta\tau_c^{(l)}$  chamada comprimento de coerência longitudinal (ou temporal), onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da radiação.

$$l_c^{(l)} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (1.13)$$

Define-se também o comprimento de coerência transversal (ou espacial)  $l_c^{(t)}$  causado pela interferência entre ondas de mesmo comprimento de onda  $\lambda$ , mas em diferentes direções de propagação. Isso ocorre porque todas as fontes de radiação tem um tamanho finito com uma divergência  $\Delta\theta$  não nula. Nesse caso:

$$l_c^{(t)} = \frac{\lambda}{2\Delta\theta} = \frac{\lambda R}{2D}, \quad (1.14)$$

onde  $D$  é a extensão lateral da fonte finita e  $R$  é a distância da fonte até o ponto de observação  $D$  (WILLMOTT, 2001).

Fótons dentro do espaço de fases de área  $\lambda/2$  são transversalmente coerentes. Como há duas dimensões, o fluxo transversalmente coerente (fluxo coerente) é dado por (KIM, 1995):

$$\mathcal{F}_{\text{coer.}} = \mathfrak{B}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \quad (1.15)$$

## C. POLARIZAÇÃO

Conforme dito anteriormente, uma importante característica da radiação síncrotron é sua polarização. A radiação síncrotron pode apresentar uma variedade de polarizações, dependendo da geometria do dispositivo de inserção adotado. Essa variedade será discutida de maneira mais aprofundada, posteriormente.

## D. POTÊNCIA

A brilhância e o fluxo são quantidades relevantes para o planejamento de experimento com fótons. No momento em que se projeta um sistema de transporte óptico de uma fonte de radiação até a cabana experimental, isto é, uma linha de luz, é importante conhecer a potência de saída integrada sobre todas as frequências da radiação. Essa quantidade será denotada doravante como potência  $P$ . A distribuição angular de potência é denotada por  $dP/d\phi d\psi$  (KIM, 1995).

## 2. ONDULADORES

---

São, em geral, colocados em secções retas entre segmentos de arco dos dipolos magnéticos. DI's produzem significativamente mais fluxo que os dipolos magnéticos. Eles operam forçando o feixe de elétrons a executar um caminho oscilatório no plano do anel de armazenamento (figura 2.1). Há dois tipos de dispositivos de inserção, que distinguem-se pelo grau em que os elétrons são forçados a mudar sua trajetória. Essa diferença sutil, entretanto, tem influência fundamental no tipo de radiação produzida.

Para excursões angulares maiores que o ângulo natural de abertura  $\gamma^{-1}$  a radiação de cada ondulação não se sobrepõe, portanto, as intensidades são somadas. Esse DI é chamado de *wiggler*. Para excursões mais suaves e da ordem de  $\gamma^{-1}$ , o DI é chamado de ondulador. Nesse caso, os cones de radiação, emitida por elétrons, interferem entre si (WILLMOTT, 2001).

### 2.1. CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS

Primeiramente, é necessário introduzir a expressão que relaciona o comprimento de onda da radiação gerada no dispositivo,  $\lambda_n$ , com as características de construção do ondulador: período magnético  $\lambda_u$  e o parâmetro adimensional K. A expressão<sup>7</sup>, retirada de (CLARKE, 2004), é:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right) \quad (2.1)$$

Onde  $n$  é o número da harmônica ímpar<sup>8</sup> do ondulador,  $\gamma$  é o fator de Lorentz e  $\theta$  é o ângulo de observação. O parâmetro adimensional K, também denominado parâmetro de deflexão, é definido<sup>9</sup> como:

$$K = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi mc} \quad (2.2)$$

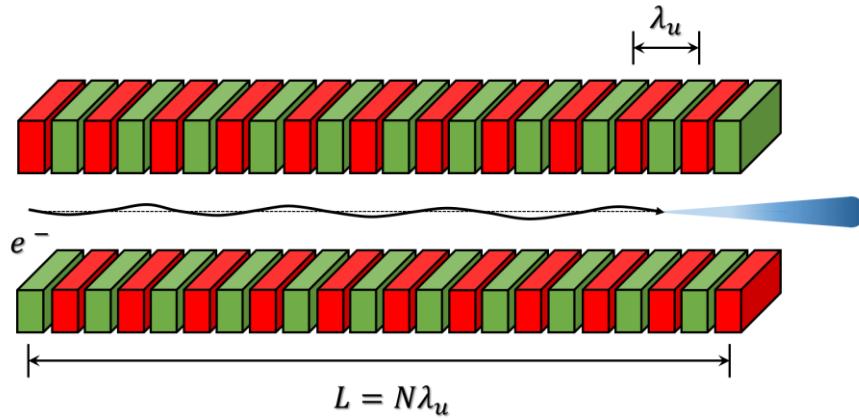
Sendo  $e$  a carga do elétron,  $B_0$  o campo magnético do ondulador,  $m$  a massa de repouso do elétron e  $c$ , velocidade da luz no vácuo.

---

<sup>7</sup> Consultar “C APÊNDICE: EQUAÇÃO DO ONDULADOR” para a dedução da expressão.

<sup>8</sup> Há uma importante distinção entre harmônicas ímpares ( $n = 1, 3, 5, \dots$ ) e pares ( $n = 2, 4, 6, \dots$ ) em um ondulador. Na direção radial, isto é,  $\theta = 0$ , somente harmônicas ímpares são observadas. Afastando-se do eixo de propagação, harmônicas pares também são esperadas. Estas contém, todavia, propriedades espectrais inferiores. Em projetos de onduladores, em geral, as harmônicas pares são desconsideradas sem causar danos à qualidade dos mesmos. Mais informações podem ser obtidas em (CLARKE, 2004) e em (SCHMÜSER ET AL., 2014).

<sup>9</sup> Consultar “B APÊNDICE: EQUAÇÃO DE MOVIMENTO NO ONDULADOR” para a dedução da expressão.

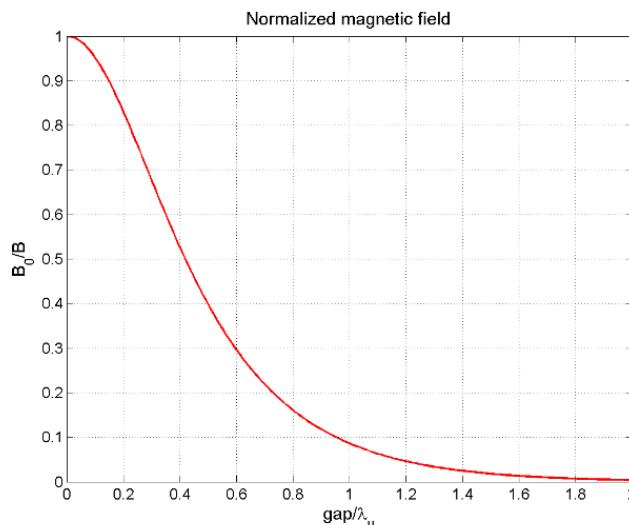


**Figura 2.1** Ilustração mostrando a estrutura de um ondulador planar de magnetos permanentes. A figura mostra como são definidos os períodos magnéticos  $\lambda_u$  e o comprimento  $L$  do ondulador em função do número de períodos magnéticos  $N$ . As cores alternadas indicam a orientação dos campos magnéticos no dispositivo.

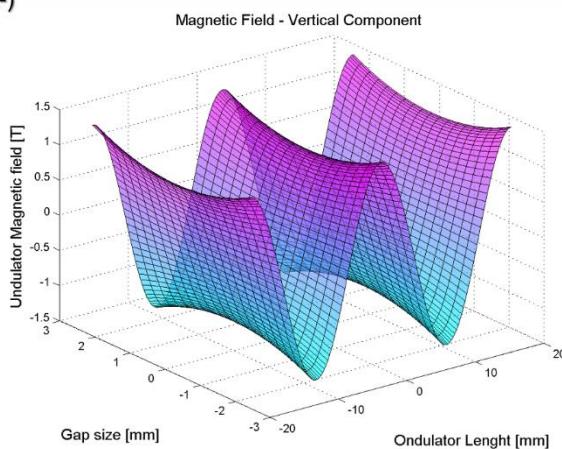
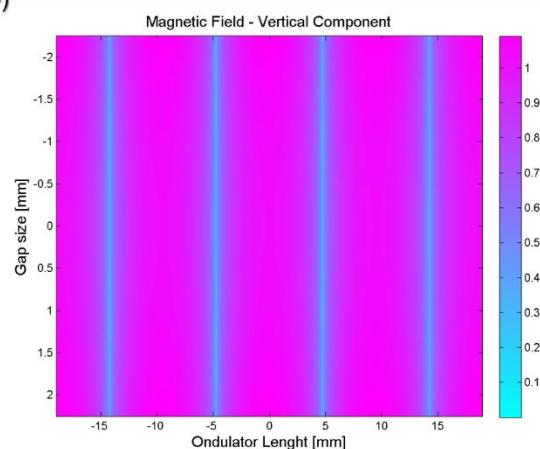
O campo magnético no centro do ondulador,  $B_0$ , é função do campo magnético nominal na face da sapata polar,  $B$ , do entreferro magnético  $g$ , que é a distância entre faces das sapatas polares, e do período magnético do ondulador (WILLE, 2000):

$$B_0 = \frac{B}{\cosh\left(\pi \frac{g}{\lambda_u}\right)} \quad (2.3)$$

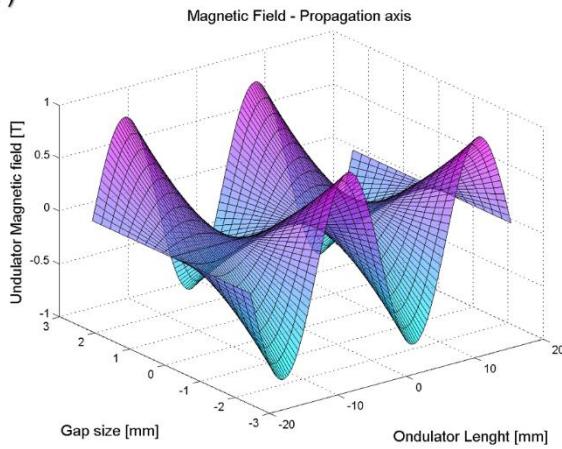
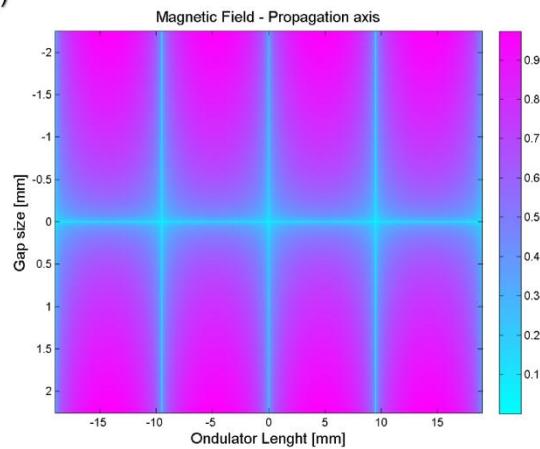
Dessa expressão, torna-se evidente que o campo magnético decai rapidamente com o aumento do entreferro magnético (figura 2.2).



**Figura 2.2** Valor de pico relativo do campo magnético no eixo do feixe de elétrons como função da razão  $g/\lambda_u$ . Figura adaptada de (WILLE, 2000). Simulações feitas com o SR\_LNLS.

**A-)**

**B-)**


**Figura 2.3** Campo magnético vertical do ondulador IVU19. Fica evidenciado que no centro do ondulador o campo magnético é mínimo e tem valor de 1,15 [T]. A figura a direita apresenta correção gama para melhor visualização dos contrastes em baixos campos magnéticos e por isso não apresenta valores negativos. As simulações acima foram feitas para dois períodos magnéticos do ondulador IVU19. Simulações feitas com o SR\_LNLS.

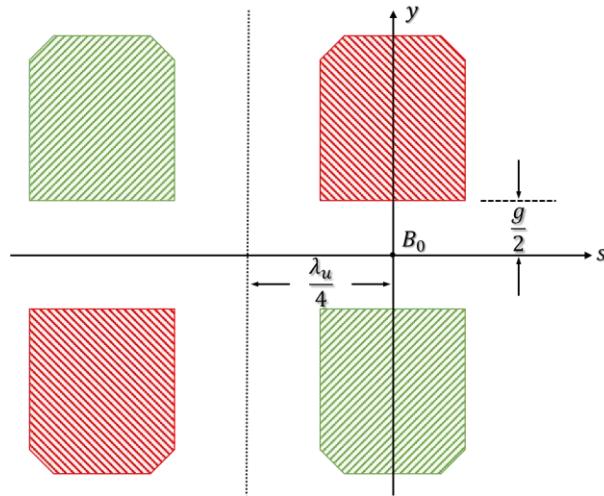
**A-)**

**B-)**


**Figura 2.4** Campo magnético na direção do eixo de propagação  $s$  do ondulador IVU19. Fica evidenciado que no centro do ondulador,  $g = 0$  [mm], o campo magnético é nulo. A figura a direita apresenta correção gama para melhor visualização dos contrastes em baixos campos magnéticos e por isso não apresenta valores negativos. As simulações acima foram feitas para dois períodos magnéticos do ondulador IVU19. Simulações feitas com o SR\_LNLS.

Os campos magnéticos vertical e na direção de propagação do feixe de elétrons para um ondulador planar são respectivamente dados por (figura 2.4):

$$B_y(s, y) = \frac{B}{\cosh\left(\pi \frac{g}{\lambda_u}\right)} \cosh(k_u y) \cos(k_u s) \quad (2.4)$$

$$B_s(s, y) = \frac{B}{\cosh\left(\pi \frac{g}{\lambda_u}\right)} \sinh(k_u y) \sin(k_u s) \quad (2.5)$$



**Figura 2.5** Esquema ilustrativo do polo magnético de um dispositivo de inserção. Ênfase é dada para a definição do entreferro magnético, assim como os eixos de coordenadas usados. As cores alternadas indicam polaridades alternadas.

É importante ponderar brevemente as implicações da equação do ondulador – equação (2.1). A primeira e mais explícita é que um ondulador com período magnético de alguns poucos milímetros produz radiação com comprimento de onda na ordem de ångströms por causa do elevado fator  $\gamma^2$ . Fica evidenciado, também, que o comprimento de onda da radiação produzida no ondulador é função não só do período magnético, mas também varia com o parâmetro de deflexão K e com o ângulo de observação  $\theta$ . O parâmetro K, por sua vez é função do valor de pico do campo magnético e do valor do período magnético, também (CLARKE, 2004). Uma curva de sintonia para o ondulador pode ser obtida variando o parâmetro de deflexão do dispositivo, cobrindo assim, uma vasta gama de energias.

Agora, seguindo o desenvolvimento descrito em (KIM, 1995), é possível supor uma distribuição gaussiana<sup>10</sup> do módulo ao quadrado do campo elétrico,  $|E|^2$ , do feixe de fôtons. Se a energia for fixada na enésima harmônica, a distribuição angular tem um cone estreito na direção de propagação<sup>11</sup>, isto é,  $\theta = 0$ . O valor *rms*<sup>12</sup> da divergência angular do cone central é dado por:

$$\sigma'_{r0} = \sqrt{\frac{\lambda_n}{2L}} \quad (2.6)$$

<sup>10</sup> Na realidade, a aproximação gaussiana na caracterização da radiação síncrotron não está provada ser válida para todos os casos – especialmente fora da ressonância, não sendo claras, então a exatidão nem confiabilidade dessa abordagem (CHUBAR ET AL., 1999). A Figura 2.9 mostra o perfil espacial do feixe de fôtons para um ondulador em três pontos distintos: com energia abaixo da ressonância, energia de ressonância e energia acima da ressonância.

<sup>11</sup> A escolha do centro do ondulador como posição nominal da fonte de radiação é aceitável para cálculos de fluxo na região de campo distante (ILINSKI, 1998).

<sup>12</sup> *rms* (*root mean square*) é o valor quadrático médio de uma função dado por:  $f_{rms}(t) = \sqrt{\frac{1}{T_2-T_1} \int_{T_1}^{T_2} [f(t)]^2 dt}$

O valor *rms* do tamanho da fonte limitada por difração é, portanto, dado por:

$$\sigma_{r0} = \frac{\sqrt{2L\lambda_n}}{4\pi} \quad (2.7)$$

Sendo  $L$  o comprimento do ondulador, que é dado pelo produto do período magnético  $\lambda_u$  pelo número de períodos magnéticos  $N$  (figura 2.1).

Às expressões apresentadas anteriormente aplicam-se dois fatores de correção descritos em (TANAKA & KITAMURA, 2009). Estes fatores corrigem as expressões anteriores levando em consideração o efeito de dispersão de energia. Tem-se então:

$$\sigma'_r = Q_a \sigma'_{r0} \quad (2.8)$$

$$\sigma_r = Q_s \sigma_{r0} \quad (2.9)$$

Os fatores de crescimento são definidos como:

$$Q_a(x) = \left[ \frac{2x}{-1 + \exp(-2x^2) + (2\pi)^{1/2} x \operatorname{erf}(2^{1/2}x)} \right]^2 \quad (2.10)$$

$$Q_s(x) = 2[Q_a(x/4)]^{\frac{2}{3}} \quad (2.11)$$

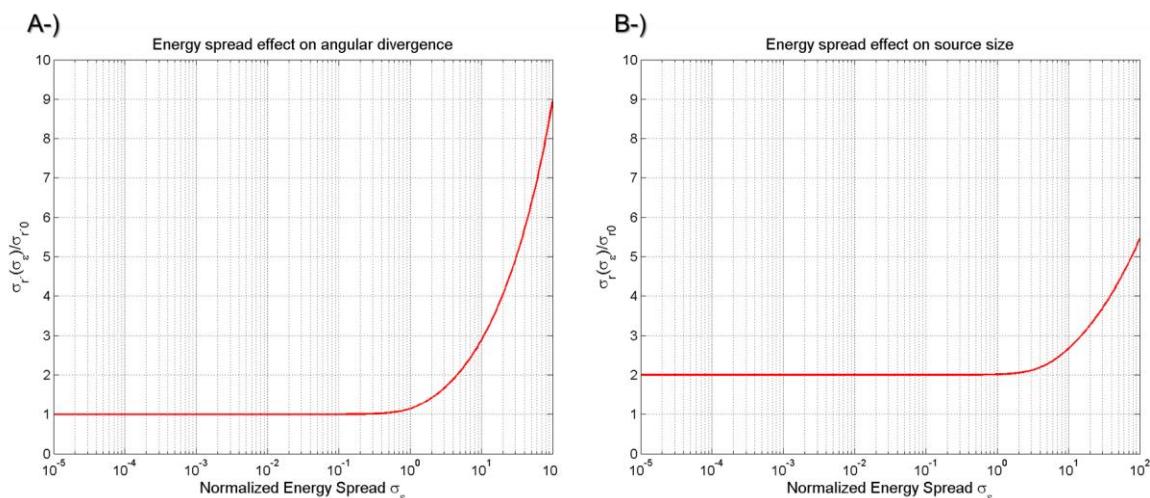
Onde  $\operatorname{erf}(x)$  é a função de erro Gaussiana. As equações (2.8) e (2.9) podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$\sigma'_r = Q_a(\sigma_\epsilon) \sigma'_{r0} \quad (2.12)$$

$$\sigma_r = Q_s(\sigma_\epsilon) \sigma_{r0} \quad (2.13)$$

Onde  $\sigma_\epsilon$  é chamada de dispersão de energia normalizada, relacionando-se com a dispersão de energia do feixe de elétrons  $\sigma_E$  da seguinte maneira:

$$\sigma_\epsilon = 2\pi n N \sigma_E \quad (2.14)$$



**Figura 2.6** Efeitos devido à dispersão de energia do feixe de elétrons na a-) divergência angular e no b-) tamanho natural da fonte. Figuras adaptada de (TANAKA & KITAMURA, 2009). Simulações feitas com o SR\_LNLS.

## EFEITO DA DISPERSÃO DE ENERGIA NOS PERFIS ESPACIAL E ANGULAR DA RADIAÇÃO

Sabe-se que o tamanho do feixe de fótons proveniente de um ondulador é a convolução do tamanho do feixe de elétrons do anel de armazenamento com o tamanho natural, já corrigido, do ondulador. O mesmo vale para sua divergência (KIM, 1995). Usando as expressões apresentadas na secção anterior, obtém-se (TANAKA & KITAMURA, 2009):

$$\Sigma_\phi^2 = \sigma_\phi^2 + (Q_a(\sigma_\epsilon) \sigma'_{r0})^2 \quad (2.15)$$

$$\Sigma_x^2 = \sigma_x^2 + (Q_s(\sigma_\epsilon) \sigma_{r0})^2 \quad (2.16)$$

As expressões para  $\Sigma_\phi$  e  $\Sigma_y$  são análogas às descritas acima, trocando  $x$  por  $y$  e  $\phi$  por  $\psi$ .

## 2.2. PROPRIEDADES DA RADIAÇÃO EMITIDA POR ONDULADORES PLANARES

As características ópticas e de potência do ondulador planar são apresentadas de maneira resumida a seguir. As características ópticas – fluxo de fótons, brilhância, coerência e polarização determinam a qualidade da fonte de fótons para uso experimental. As características de potência determinam a carga térmica dos elementos de uma linha de luz.

Nesta secção serão apenas apresentadas suscintamente as expressões implementadas no código proposto. Para um melhor entendimento acerca da física por trás das equações e suas deduções, consultar (KIM, 1986), (CLARKE, 2004) e (TALMAN, 2006).

### A. FLUXO DE FÓTONS E BRILHÂNCIA

Em um dispositivo de inserção com um valor de  $K$  moderado, isto é, valor perto da unidade, a radiação sofre interferência, produzindo proeminentes picos de radiação em harmônicas ímpares. A largura de banda relativa da enésima harmônica é dada por (LBNL, 2009):

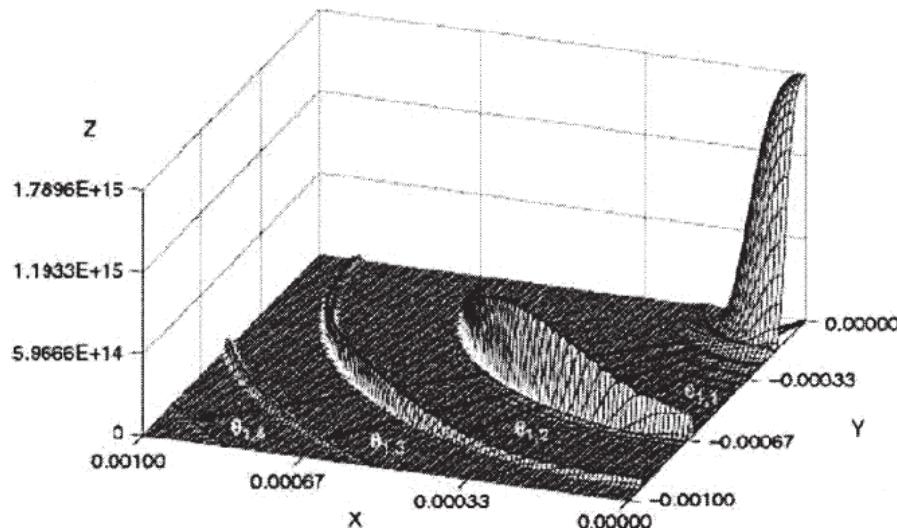
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_n} \approx \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \approx \frac{1}{nN} \quad (2.17)$$

Onde  $\omega$ , frequência fundamental no eixo de propagação ( $\phi = \psi = 0$ ) é dada:

$$\omega_1(0) = \frac{2\gamma^2}{1 + K^2/2} \omega_u \quad (2.18)$$

Onde  $\omega_u = 2\pi c/\lambda_u$ . Fora do eixo de propagação, isto é, em um ângulo de observação dado por  $\theta^2 = \phi^2 + \psi^2$ , a frequência  $\omega$  é dada por:

$$\omega_1(\theta) = \omega_1(0) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2 \theta^2}{1 + K^2/2}}} \quad (2.19)$$



**Figura 2.7** Distribuição angular da harmônica fundamental ( $n = 1$ ) de um ondulador genérico. Imagem retirada de (LBNL, 2009).

A distribuição angular de fôtons da enésima harmônica é concentrada em um cone estreito de largura angular  $\sigma'_{r0}$  e em anéis de mesma frequência (figura 2.7), que aparecem em distâncias angulares dadas por (KIM, 1995):

$$\theta_{nl} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\left[ \frac{l}{n} \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right) \right]}, \quad l = (1, 2, 3, \dots) \quad (2.20)$$

Sendo assim, a intensidade da enésima harmônica é dada por:

$$\left. \frac{d^2 \mathcal{F}_n}{d\phi d\psi} \right|_0 = \begin{cases} \alpha N^2 \gamma^2 \frac{\Delta\omega I}{\omega e} F_n(K), & n = (1, 3, 5, \dots) \\ 0, & n = (2, 4, 6, \dots) \end{cases} \quad (2.21)$$

Onde  $\alpha$  é constante de estrutura fina<sup>13</sup> e  $F_n(K)$ , mostrada na figura 2.8a, é dada por:

$$F_n(K) = \frac{K^2 n^2}{(1 + K^2/2)^2} \left\{ J_{\frac{n-1}{2}} \left[ \frac{nK^2}{4(1 + K^2/2)^2} \right] - J_{\frac{n+1}{2}} \left[ \frac{nK^2}{4(1 + K^2/2)^2} \right] \right\}^2 \quad (2.22)$$

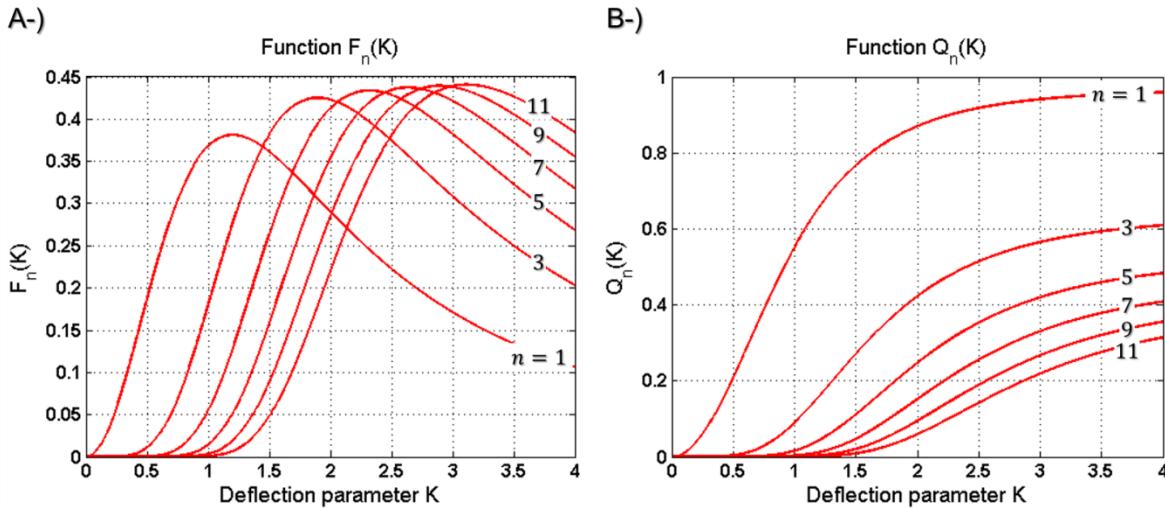
Onde os  $J$  na equação acima indicam a função de Bessel. Em unidades práticas, isto é, [fôtons/s/mrad<sup>2</sup>/0.1%BW], a equação (2.22) é dada por:

$$\left. \frac{d^2 \mathcal{F}_n}{d\phi d\psi} \right|_0 = 1,744 \cdot 10^{14} N^2 \varepsilon^2 [GeV] I[A] F_n(K) \quad (2.23)$$

O fluxo de fôtons contido no cone central é dado pela integração da equação (2.21) sobre o cone central:

$$\mathcal{F}_n = \frac{\pi}{2} \alpha N \gamma^2 \frac{\Delta\omega I}{\omega e} Q_n(K) \quad (2.24)$$

<sup>13</sup> A constante de estrutura fina, introduzida por A. Sommerfeld, é dada por:  $\alpha = e^2 / (2c h \epsilon_0)$ , onde  $e$  é a carga do elétron,  $c$  é a velocidade da luz,  $h$  é a constante de Plank e  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo.



**Figura 2.8** Comportamento das funções a-)  $F_n(K)$  e b-)  $Q_n(K)$  para as seis primeiras harmônicas ímpares em função do parâmetro de deflexão  $K$  do ondulador. Simulações feitas com o SR\_LNLS.

Onde o fator  $Q_n(K)$ , mostrado na figura 2.8b, é dado por:

$$Q_n(K) = \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \frac{F_n(K)}{n} \quad (2.25)$$

Em unidades práticas, isto é, [fótons/s/0.1%BW], a equação (2.24) é dada por (KIM, 1995):

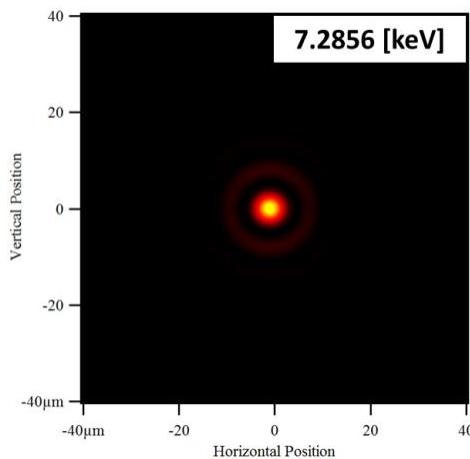
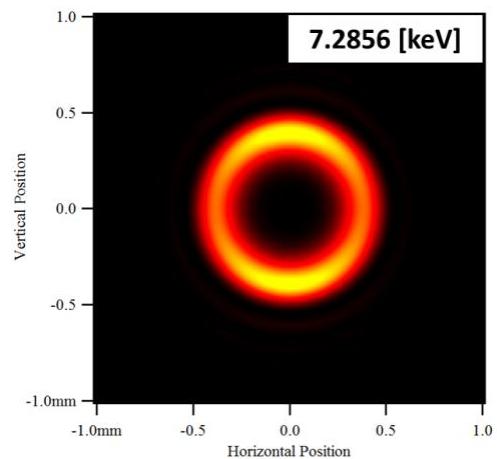
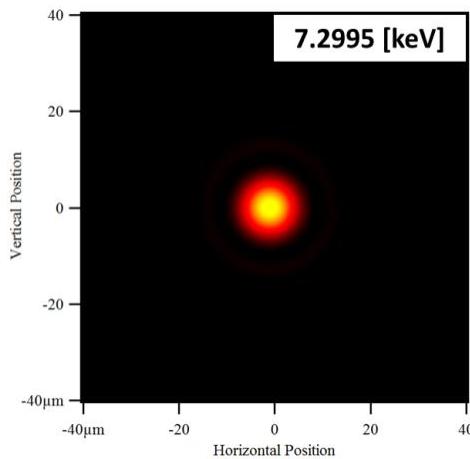
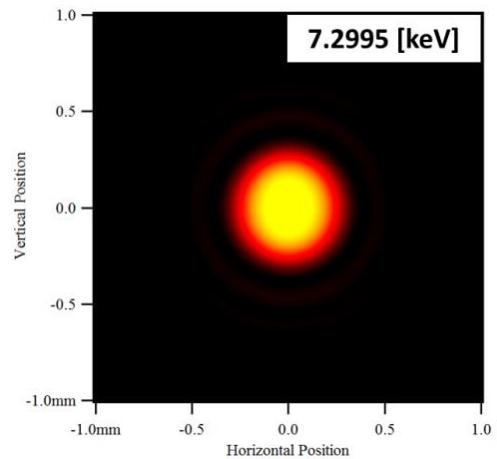
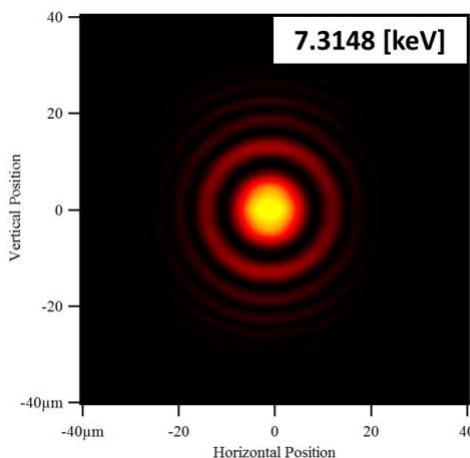
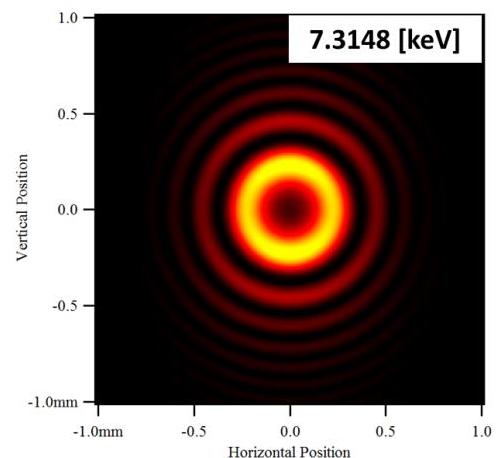
$$\mathcal{F}_n = 0,716 \cdot 10^{14} NI[A] Q_n(K) \quad (2.26)$$

Deve ser salientado que a expressão (2.24), retirada de (KIM, 1995), difere das expressões contidas em (CLARKE, 2004) e em (LBNL, 2009) por um fator de 0,5. Paradoxalmente, o valor de pico do fluxo de fótons produzido por um ondulador não ocorre na frequência exata da harmônica, mas sim em torno do comprimento de onda  $\lambda_{pico}$ , que é levemente dessintonizado do comprimento de onda harmônico  $\lambda_n$  (CLARKE, 2004):

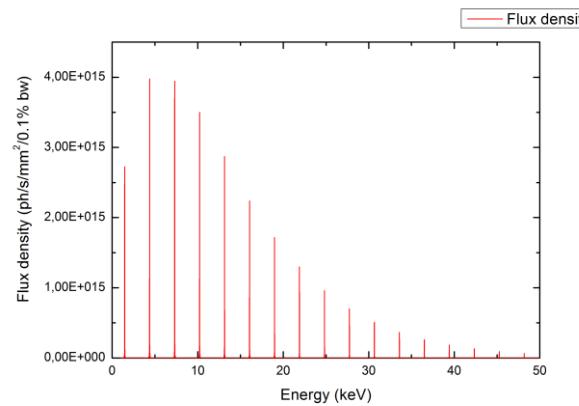
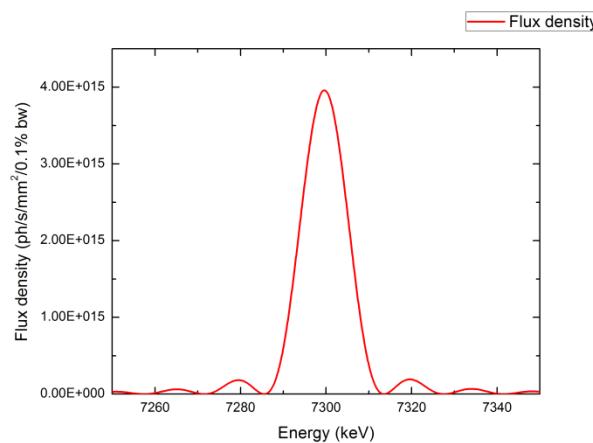
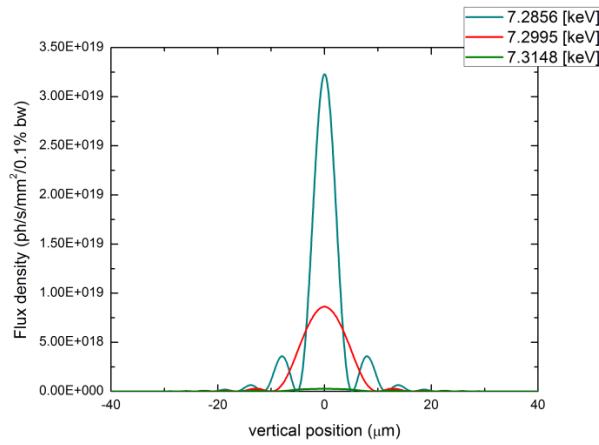
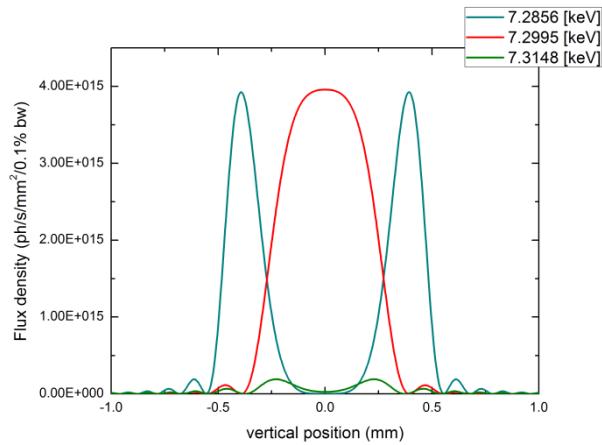
$$\lambda_{pico} = \frac{\lambda_n}{\left(1 - \frac{1}{nN}\right)} \quad (2.27)$$

O harmônico exato  $\lambda_n$  apresenta metade do fluxo de fótons no cone central quando comparada com o fluxo apresentado pela fonte dessintonizada (KIM, 1995). As figura 2.9 e figura 2.10 mostram os perfis espaciais da densidade de fluxo para o ondulador IVU19, assim como a distribuição energética das harmônicas geradas pelo dispositivo de inserção.

A densidade de fluxo de fótons no espaço de fases é a definição de brilhância, conforme discutido na secção 1.3.A. Essa grandeza é frequentemente encontrada em óptica geométrica, onde é amplamente usada, porque assim como o fluxo, é uma grandeza invariante em um sistema de transporte óptico, isto é, não possui variação com a coordenada  $s$  (CLARKE, 2004).

**A-) Perfil de intensidade no campo próximo.**

**B-) Perfil de intensidade no campo distante.**

**C-) Perfil de intensidade no campo próximo.**

**D-) Perfil de intensidade no campo distante.**

**E-) Perfil de intensidade no campo próximo.**

**F-) Perfil de intensidade no campo distante.**


**Figura 2.9** Perfis espaciais para emissão de radiação por um ondulador planar (IVU19 – quinta harmônica). Os perfis são apresentados em dois pontos distintos: campo próximo e campo distante, que foram calculados em torno da energia de ressonância da quinta harmônica ( $E_{5^{\text{a}}} = 7,2995\text{[keV]}$ ). Repare que apenas na energia de ressonância o perfil espacial é gaussiano tanto no campo próximo quanto no distante, o que não é verdade para outras energias (COISSON, 1988; CHUBAR ET AL., 1999; CHUBAR, 2013). Simulações feitas com SRW (CHUBAR & ELLEAUME, 1998).

**A-) Espectro de emissão de radiação para o ondulador IVU19.**

**B-) Espectro de emissão de radiação da 5ª harmônica para o ondulador IVU19.**

**C-) Perfil de intensidade no campo próximo.**

**D-) Perfil de intensidade no campo distante.**


**Figura 2.10** a-) Espectro de emissão de radiação do ondulador IVU19 para harmônicas ímpares (dezessete primeiras harmônicas ímpares). b-) espectro de emissão da quinta harmônica do ondulador em detalhes. Perfis de intensidade calculados em dois pontos distintos: c-) campo próximo e d-) campo distante. Os perfis foram calculados em torno da energia de ressonância da quinta harmônica do ondulador ( $E_{5^{\text{a}}} = 7,2995 \text{ [keV]}$ ). Repare que apenas na energia de ressonância o perfil espacial é próximo de ser gaussiano tanto no campo próximo quanto no distante, o que não é verdade para outras energias. Fica evidente, também, que o pico de densidade de fluxo no campo próximo está fora da ressonância, como discutido em (HOFMANN & MÉOT, 1982; CHUBAR ET AL., 1999). Simulações feitas com SRW (CHUBAR & ELLEAUME, 1998).

Assume-se que as contribuições das emitâncias horizontal e vertical podem ser aproximadas pela convolução de duas distribuições gaussianas, o que é válido somente para a energia de ressonância (JOHO, 1996). A brilhância  $\mathfrak{B}$  do ondulador, é dada pelo fluxo de fôtons no cone central  $\mathcal{F}_n$  dividido pelo volume do espaço de fases efetivo da fonte (TANAKA & KITAMURA, 2009). A expressão que leva em consideração os efeitos de dispersão de energia é dada por:

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathcal{F}_n}{4\pi^2 \Sigma_x \Sigma_y \Sigma_\phi \Sigma_\psi} \quad (2.28)$$

Onde os  $\Sigma_x$ ,  $\Sigma_y$ ,  $\Sigma_\phi$  e  $\Sigma_\psi$  são dados pelas equações (2.15) e (2.16).

É muito importante ressaltar que a brilhância é apenas uma aproximação (CLARKE, 2004) e há expressões alternativas à equação (2.28) na literatura (JOHO, 1996). As diferenças residem nas definições do tamanho natural  $\sigma_{r0}$  e divergência natural  $\sigma'_{r0}$  do ondulador. Uma abordagem numérica para encontrar um equivalente gaussiano para o tamanho e divergência feixe de fôtons é apresentada em (COISSON, 1988), onde é mostrado que a menor emitância do feixe de fôtons encontra-se na energia de ressonância.

## B. COERÊNCIA

Conforme discutido na seção 1.3.B, a coerência deve ser estudada em duas frentes: a temporal (longitudinal) e a espacial (transversal). A primeira forma de coerência depende da monocromaticidade da radiação produzida. Reproduzindo a equação (1.13):

$$l_c^{(l)} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (2.29)$$

Fica evidente que é possível aumentar, caso necessário, o comprimento de coerência diminuindo a banda passante por algum elemento monocromador com o custo da redução do fluxo de fôtons (CLARKE, 2004).

Para encontrar quanto do fluxo proveniente de um ondulador é espacialmente coerente, calcula-se quanto do fluxo é emitido pela área  $\varepsilon$  limitada por difração do espaço de fases. Segue, então, que o fluxo coerente é dado pelo produto da brilhância  $\mathfrak{B}$  pelo volume do espaço de fases (CLARKE, 2004):

$$\mathcal{F}_{coer.} = \frac{\mathcal{F}_n}{4\pi^2 \Sigma_x \Sigma_y \Sigma'_x \Sigma'_y} \left(\frac{\lambda_n}{2}\right)^2 = \mathfrak{B} \left(\frac{\lambda_n}{2}\right)^2 \quad (2.30)$$

Outra medida de interesse é a fração coerente, ou grau de coerência (HUANG, 2013):

$$\zeta = \frac{\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2}{\Sigma_x \Sigma_y \Sigma'_x \Sigma'_y} \quad (2.31)$$

### C. POLARIZAÇÃO

As componentes horizontal e vertical do campo elétrico possuem a mesma fase, o que implica em polarização linear em todos os ângulos de observação para um ondulador planar ( $B_x = 0$ ). A Polarização é orientada quase que completamente no plano horizontal para as harmônicas ímpares na proximidade do eixo de propagação  $s$  (CLARKE, 2004).

### D. POTÊNCIA

A distribuição angular de potência irradiada de um ondulador com parâmetro de deflexão  $K$  é dada por (KIM, 1995):

$$\frac{d^2P}{d\phi \, d\psi} = \left. \frac{d^2P}{d\phi \, d\psi} \right|_0 \cdot f_K(\phi, \psi) \quad (2.32)$$

A densidade de potência no cone central é dada por:

$$\left. \frac{d^2P}{d\phi \, d\psi} \right|_0 = \left( \frac{7}{64\pi \epsilon_0 c} \frac{e^2}{\gamma^4 \omega_u} \frac{I}{e} K \right) G(K) \quad (2.33)$$

Sendo  $G(K)$  definida por:

$$G(K) = \frac{K \left( K^6 + \frac{27}{7} K^4 + 4K^2 + \frac{16}{7} \right)}{(1 + K^2)^{\frac{7}{2}}} \quad (2.34)$$

Repare que a função  $G(K)$  atinge valores muito próximos ao da unidade para  $K \gtrsim 2$ , como mostrado na figura 2.11 (KIM, 1995). A equação (2.33) pode ser reescrita em unidades práticas, isto é, em W/mrad<sup>2</sup>:

$$\left. \frac{d^2P}{d\phi \, d\psi} \right|_0 = 10,84 B_0 [T] \mathcal{E}^4 [GeV] I [A] N G(K) \quad (2.35)$$

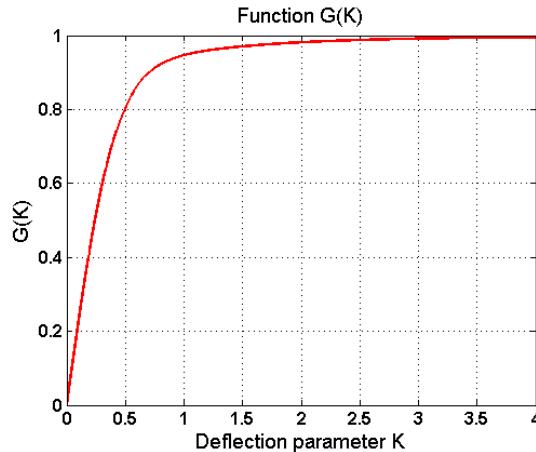
A função  $f_K(\phi, \psi)$  é uma função angular definida por:

$$f_K(\phi, \psi) = \frac{16K}{7\pi G(K)} \int_{-\pi}^{\pi} d\xi \frac{\sin^2(\xi)}{D^5} [(1 + X^2 - Y^2)^2 + 4X^2Y^2] \quad (2.36)$$

Onde  $X = \gamma\psi$ ,  $Y = K\cos(\xi) - \gamma\phi$  e  $D = 1 + X^2 + Y^2$ .

Integrando a expressão (2.32) sobre o ângulo sólido para obter a potência total, obtém-se:

$$P = \frac{N}{6} \frac{e^2}{\epsilon_0 c} \gamma^2 \omega_u \frac{I}{e} K^2 \quad (2.37)$$



**Figura 2.11** Função  $G(K)$  representando o efeito de interferência na distribuição angular de potência de um ondulador planar. Simulações feitas com o SR\_LNLS.

Que pode ser reescrita em unidades práticas como:

$$P [\text{kW}] = 0,63B_0^2[T]\mathcal{E}^2[\text{GeV}]I[\text{A}]L[\text{m}] \quad (2.38)$$

Onduladores em instalações modernas de terceira geração são uma fonte intensa de potência térmica – em geral, da ordem de dezenas de quilowatts em uma fração de poucos miliradianos de ângulo sólido (KIM, 1995).

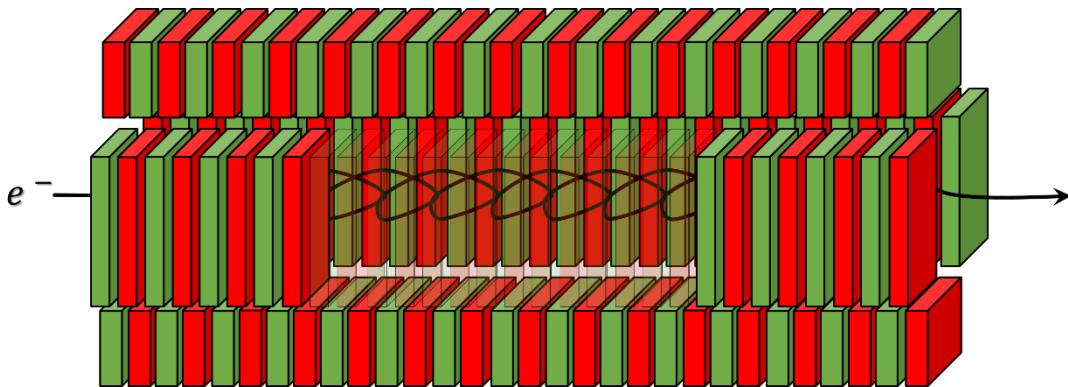
### 2.3. ONDULADORES NÃO PLANARES E DISPOSITIVOS NÃO CONVENCIONAIS

Nesta secção serão abordados dispositivos usados para gerar polarizações variáveis, assim como alguns dispositivos não convencionais que provêm alguma vantagem sobre os onduladores tradicionais. Este subcapítulo é voltado apenas ao tratamento matemático e aos aspectos da radiação gerada. Para um aprofundamento em aspectos construtivos dos dispositivos, assim como possíveis implementações diferentes, consultar (CLARKE, 2004).

#### A. ONDULADORES HELICOIDAIS

Possuem dois pares de conjuntos magnéticos em quadratura, sendo assim, apresentam campos magnéticos nos eixos vertical e horizontal defasados de  $\pi/2$  [rad], isto é, um quarto de período magnético ( $\lambda_u/4$ ). Esse arranjo provê o ondulador com um grau de radiação circular. Os campos magnéticos em um ondulador helicoidal são dados por:

$$\mathbf{B} = \left( B \cos\left(\frac{2\pi s}{\lambda_0}\right), B \sin\left(\frac{2\pi s}{\lambda_0}\right), 0 \right) \quad (2.39)$$



**Figura 2.12** Ilustração esquemática de uma implementação genérica de um ondulador helicoidal (ou elíptico) de magnetos permanentes. As cores alternadas indicam a direção dos campos magnéticos, que somados podem ser descritos pela equação (2.39), no caso de um ondulador helicoidal e equação (2.41) no caso de um ondulador elíptico.

O comprimento de onda gerado pelo ondulador helicoidal é dado por:

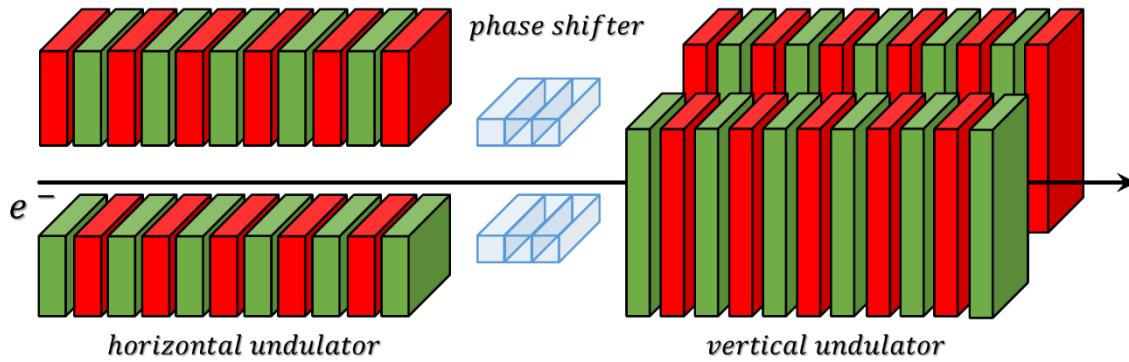
$$\lambda_1 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} (1 + K^2 + \gamma^2 \theta^2) \quad (2.40)$$

Onde o parâmetro  $K$  é o parâmetro de deflexão definido pela equação (2.2). Repare na similaridade com a expressão adotada para o ondulador planar. Como os módulos dos campos magnéticos horizontal e vertical são idênticos, a trajetória dos elétrons é perfeitamente circular dentro do dispositivo de inserção. Em contraste com o ondulador planar, o helicoidal não produz harmônicos na direção de propagação. Há diversos tipos de onduladores helicoidais distribuídos pelo mundo, diferindo na implementação magnética (KIM, 1995; CLARKE, 2004).

## B. ONDULADORES CRUZADOS

São dois onduladores planares, ambos linearmente polarizados, colocados ortogonalmente em série na secção reta da rede magnética com um elemento modulador de fase entre eles (figura 2.13). Polarizações variando de helicoidal até puramente linear podem ser geradas pela variação da fase entre as duas secções.

Se o número de sapatas magnéticas  $N$  for igual para ambos onduladores, pode-se afirmar que na energia de ressonância do ondulador o estado de polarização depende apenas da diferença de fase  $\Psi$  introduzida pelo modulador de fase. A polarização varia suavemente de linear à 45°, circular com orientação para direita, linear à 135°, circular com orientação para esquerda, chegando novamente à linear em 45°. O ondulador cruzado é bastante sensível à emitância da fonte e pode ter seu estado de polarização facilmente degradado (TANAKA & KITAMURA, 1997; ELLEAUME, 2003b; CLARKE, 2004).



**Figura 2.13** Esboço do conceito de onduladores cruzados. À esquerda há o primeiro ondulador horizontal, no meio os elementos moduladores de fase e à direita, um ondulador vertical. Essa configuração de onduladores pode mudar rapidamente a forma de polarização da radiação emitida. As cores alternadas indicam a direção dos campos magnéticos.

Uma vantagem sobre o ondulador helicoidal é que diferentemente deste, o ondulador cruzado produz harmônicas da radiação no eixo de propagação. Entretanto, se polarizações lineares vertical ou horizontal são necessárias, ambos onduladores devem ser rotacionados de 45° em volta do eixo de propagação dos elétrons (CLARKE, 2004).

### C. ONDULADORES ELÍPTICOS

Onduladores helicoidais têm grande restrição sobre a energia de radiação em que podem gerar, dado que produzem apenas radiação na energia fundamental na direção de propagação dos elétrons, isto é, em  $\theta = 0$ . Onduladores cruzados podem apresentar estados de polarização inesperados devido à sua grande sensibilidade à emitância do feixe de elétrons no anel de armazenamento.

Com o intuito de superar essas desvantagens, usa-se um dispositivo que pode ser considerado uma generalização do ondulador helicoidal: o ondulador elíptico. O vetor de campo magnético varia de forma helicoidal ao longo do eixo  $s$  com diferentes campos magnéticos nos eixos horizontal e vertical:

$$\mathbf{B} = \left( B_x \sin\left(\frac{2\pi s}{\lambda_0} + \phi\right), B_y \sin\left(\frac{2\pi s}{\lambda_0}\right), 0 \right) \quad (2.41)$$

Um elétron relativístico atravessando tal dispositivo desenha uma órbita helicoidal confinada na superfície de um cilindróide elíptico. A radiação proveniente de tal dispositivo apresenta polarização elíptica e presença de harmônicas (YAMAMOTO ET AL., 1989).

O comprimento de onda gerado pelo dispositivo é dado por:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left( 1 + \frac{K_x^2}{2} + \frac{K_y^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right) \quad (2.42)$$

Onde os parâmetros de deflexão são calculados como na equação (2.2) usando as amplitudes dos campos magnéticos descritos na equação (2.41). Uma observação importante da equação (2.42) é que o comprimento de onda gerado pelo ondulador elíptico ideal não depende da fase introduzida  $\phi$  entre os campos magnéticos horizontal e vertical. Outra observação importante é que quando  $K_x = K_y$  e  $\phi = \pi/2$  o ondulador elíptico comporta-se exatamente como o ondulador helicoidal (ELLEAUME, 2003a; b; CLARKE, 2004). Uma implementação genérica do dispositivo é apresentada na figura 2.12.

Seguindo um procedimento similar ao adotado na secção 2.2.A, dessa vez, levando-se em consideração ambas componentes do campo magnético dadas pela equação (2.41), a distribuição angular espectral, equação (2.21), pode ser estendida à:

$$\left. \frac{d^2 F_n}{d\phi d\psi} \right|_0 = \alpha N^2 \gamma^2 \frac{\Delta\omega I}{\omega e} F_n(K_x, K_y) \quad (2.43)$$

Onde  $\alpha$  é constante de estrutura fina e  $F_n(K_x, K_y)$  é dado por:

$$F_n(K_x, K_y) = \frac{n^2}{\left( 1 + \frac{K_x^2}{2} + \frac{K_y^2}{2} \right)^2} \left\{ K_x^2 \left[ J_{\frac{n+1}{2}}(Y) + J_{\frac{n-1}{2}}(Y) \right]^2 + K_y^2 \left[ J_{\frac{n+1}{2}}(Y) - J_{\frac{n-1}{2}}(Y) \right]^2 \right\} \quad (2.44)$$

Sendo que  $Y$  é dado por:

$$Y = \frac{n(K_x^2 + K_y^2)}{4 \left( 1 + \frac{K_x^2}{2} + \frac{K_y^2}{2} \right)^2} \quad (2.45)$$

E os  $J$  na equação acima indicam a função de Bessel. Em unidades práticas, isto é, [fótons/s/mrad<sup>2</sup>/0.1%BW], a equação (2.43) é dada por:

$$\left. \frac{d^2 F_n}{d\phi d\psi} \right|_0 = 1,744 \cdot 10^{14} N^2 \epsilon^2 [GeV] I[A] F_n(K_x, K_y) \quad (2.46)$$

O fluxo de fótons contido no cone central é dado pela integração da equação (2.43) sobre o cone central:

$$F_n = \frac{\pi}{2} \alpha N \gamma^2 \frac{\Delta\omega I}{\omega e} Q_n(K_x, K_y) \quad (2.47)$$

Onde o fator  $Q_n(K_x, K_y)$  é dado por:

$$Q_n(K_x, K_y) = \left(1 + \frac{K_x^2}{2} + \frac{K_y^2}{2}\right) \frac{F_n(K_x, K_y)}{n} \quad (2.48)$$

Em unidades práticas, isto é, [fótons/s/0.1%BW], a equação (2.47) é dada por (CLARKE, 2004):

$$\mathcal{F}_n = 0,716 \cdot 10^{14} NI[A] Q_n(K_x, K_y) \quad (2.49)$$

Deve ser salientado que a expressão (2.49) difere das expressões contidas em (CLARKE, 2004) e por um fator de 0,5, pelos mesmos motivos discutidos na secção 2.2.A.

Em um processo análogo ao feito até então para o desenvolvimento do equacionamento do ondulador elíptico, onde é possível definir um parâmetro de deflexão  $K_{\text{efetivo}}^2 = K_x^2 + K_y^2$ , define-se um campo magnético efetivo  $B_{\text{efetivo}}^2 = |\mathbf{B}|^2 = B_x^2 + B_y^2$ . A potência total pode ser calculada de forma simplificada por:

$$P = 0.6328 \mathcal{E}^2 I \int_0^L B_{\text{efetivo}}^2(s) ds \quad (2.50)$$

Em unidades práticas a equação (2.50) pode ser dada em quilowatts pela expressão (CLARKE, 2004):

$$P [\text{kW}] = 0,63 B_{\text{efetivo}}^2 [T] \mathcal{E}^2 [\text{GeV}] I[A] L[\text{m}] \quad (2.51)$$

Um estudo mais aprofundado sobre onduladores não planares pode ser encontrado em (CLARKE, 2004; HOFMANN, 2004).

#### D. ONDULADORES EXÓTICOS

Até o presente ponto foram examinados os tipos mais comuns e abundantes de onduladores presentes em instalações destinadas a produção de radiação síncrotron. Em particular: onduladores planares lineares (cruzados ou não) e onduladores elípticos (ou helicoidais) para a geração de estados de polarização diversos.

Uma diversidade de outros dispositivos que apresentam algum tipo de vantagem sobre as implementações convencionais foi proposta. Dentre as questões tratadas estão: supressão de altos harmônicos, baixa potência na direção de propagação dos elétrons ( $\theta = 0$ ) e produção de diferentes estados de polarização em diferentes conteúdos espectrais, isto é, em diferentes harmônicas (CLARKE, 2004).

Entre outros, os dispositivos de inserção tidos como exóticos incluem (CLARKE, 2004) os onduladores: quase-periódicos (CHAVANNE ET AL.; SASAKI ET AL., 1995); tipo “figura em 8” (TANAKA & KITAMURA, 1996; TANAKA ET AL., 1998); de fase ajustável (CARR, 1991; CARR & NUHN, 1992); de matriz escalonada (OHNISHI ET AL., 1998; MASUDA ET AL., 2001; CHANG ET AL.,

2002); multionduladores e revólveres (BACHRACH ET AL., 1985; ISOYAMA ET AL., 1989); e microonduladores (RAMIAN ET AL., 1986; PAULSON, 1990). Essa lista não é, de forma alguma, uma lista exaustiva de todos os tipos de onduladores disponíveis.

### **3. MÉTODOS COMPUTACIONAIS**

---

Recentes progressos em tecnologias e teoria de aceleradores de partículas tornaram possível a geração de um feixe de elétrons cuja emitância está próxima ao limite de difração (TANAKA, 2014a). Com o advento das fontes de alta brilhância com alto grau de coerência, ferramentas de simulação de radiação síncrotron, *ray-tracers* e propagadores de onda estão com alta demanda (SHI ET AL., 2014).

A descrição precisa da fonte de radiação é de suma importância para uma boa precisão nas simulações de *ray-tracing* (PEATMAN, 1997), porém a maior parte dos novos métodos computacionais concentra-se na descrição mais precisa dos elementos ópticos (SHI ET AL., 2014) em detrimento da descrição mais precisa de métodos numéricos para a radiação síncrotron (TANAKA, 2014a).

Um efeito de grande importância em fontes limitadas por difração é o efeito de dispersão de energia do feixe de elétrons e no de fótons. Este efeito está presente em dispositivos de inserção do tipo ondulador. A dispersão de energia e métodos numéricos para seu tratamento estão contidos em (TANAKA & KITAMURA, 2009), mas da vasta gama de softwares disponíveis para *ray-tracing* ou propagação de onda, poucos tratam o efeito.

De fato, dos softwares de ampla distribuição, apenas dois tratam explicitamente o efeito de dispersão de energia dos elétrons no feixe de fótons: o *SPECTRA* (TANAKA & KITAMURA, 2001), que é um software que trata apenas a fonte de radiação síncrotron e o SRW (CHUBAR & ELLEAUME, 1998), um programa de propagação de onda. Ambos códigos foram selecionados para a validação e certificação do código proposto, por serem de amplo uso em laboratórios síncrotrons ao redor do mundo.

Esta seção tem por objetivo tratar a importância de uma definição precisa da fonte de radiação para simulações de *ray-tracing*, assim como, dar uma breve introdução aos códigos usados para certificação e validação dos resultados obtidos.

#### **3.1. RAY TRACING**

O primeiro passo antes de se construir um sistema de raios-X como uma linha de luz, por exemplo, é um projeto óptico conceitual preciso. O feixe de raios-X deve ser transportado para um plano de imagem dado, geralmente na posição da amostra, e suas características (seus parâmetros, que são o fluxo, densidade de fluxo, resolução de energia, tamanho e divergência do feixe) devem ser adaptados aos requerimentos experimentais em termos de

fluxo, monocromatização, focalização (perfil espacial) entre outros parâmetros. O objetivo do projetista de linhas de luz não é somente verificar a observância de um conjunto mínimo de requerimentos, mas também, otimizar a correspondência entre a fonte e o *étendue*<sup>14</sup> (produto área-ângulo) óptico, com a finalidade de obter o maior fluxo de fótons possível (CELESTRE & MEYER, 2014).

Para o projeto de qualquer sistema óptico, é essencial que a fonte de radiação esteja bem caracterizada, isto é, seus parâmetros precisamente definidos. Em geral, além dos dados do anel de armazenamento (energia e corrente do anel, além dos parâmetros de Twiss para a rede magnética) o projetista de linhas de luz deve fornecer os tamanhos efetivos da fonte, e valores efetivos das divergências nos planos horizontal e vertical, para com isso poder caracterizar por completo a fonte emissora de radiação (PEATMAN, 1997).

### 3.2. CÓDIGOS PARA CERTIFICAÇÃO

Para a validação do código proposto, foram adotados dois softwares de distribuição gratuita e amplamente adotados em centros de pesquisa em radiação síncrotron pelo mundo: o *SPECTRA*, que teve seu *debut* em meados de 1998 (versão 5) e o SRW, cujo primeiro lançamento data de 1997.

#### A. *SPECTRA*

É um software de aplicação para calcular propriedades ópticas de radiação síncrotron emitida por dipolos magnéticos, *wigglers* (convencionais e elípticos) e onduladores (convencionais, helicoidais, elípticos e “figura em 8”). Cálculos da radiação proveniente de fontes arbitrárias também estão disponíveis. Os parâmetros do feixe de elétrons e fonte de radiação podem ser completamente editados pelo intermédio de interfaces gráficas (GUI's) (TANAKA & KITAMURA, 2001; TANAKA, 2014b).

A versão usada para validação e certificação do código proposto é a versão 10.0.1, que pode ser adquirida gratuitamente em (TANAKA, 2014b). Essa versão conta com uma rigorosa estimativa da brilhância baseada em funções de Wigner, (TANAKA, 2014a), em contraponto às estimativas tradicionais baseadas em aproximações gaussianas. Entre outras funcionalidades, estão cálculos dos principais parâmetros relacionados ao fluxo de fótons, o

---

<sup>14</sup> O *étendue* é uma propriedade da luz em um sistema óptico que quantifica o quanto a luz é distribuída em termos de área e ângulo.

tratamento do efeito da dispersão de energia do feixe de elétrons no feixe de fótons como descrito em (TANAKA & KITAMURA, 2009), cálculo do perfil espacial do feixe de fótons de uma fonte de radiação em sua origem, por propagação reversa para a fonte emissora, aproximação de campo distante para rápida avaliação da radiação e maior precisão para estimativas de campo próximo (TANAKA, 2014b).

#### B. SYNCHROTRON RADIATION WORKSHOP (SRW)

É um código de óptica otimizado para simulação de emissão e propagação de radiação síncrotron coerente e parcialmente coerente (CHUBAR & ELLEAUME, 1998). O código apresenta duas partes que podem ser usadas independentemente. Uma parte é dedicada ao cálculo do campo elétrico, intensidade, características espectro-angulares, características da radiação emitida por elétrons relativísticos em dipolos magnéticos e dispositivos de campo magnético periódico, como dispositivos de inserção lineares, elípticos, “figura em 8”, cônicos, entre outros. A computação inclui o tratamento do efeito de dispersão de energia do feixe de elétrons no feixe de fótons, assim como efeitos de emitância nos regimes de campo próximo e distante. A outra parte do código implementa a parte óptica por meio de propagação de frentes de ondas com base em óptica de Fourier (CHUBAR ET AL., 2002). A frente de onda gerada pode ser propagada por espaços de deriva (*drift spaces*), lentes (espelhos, refrativas, de Fresnel), aberturas ou elementos 2D arbitrários para modulação de fase (ESRF, 2014).

A versão usada para validação e verificação do código proposto é a versão 3.76, que pode ser adquirida gratuitamente em (ESRF, 2014). O pré- e pós-processamento dos dados é feito pela interface gráfica *IgorPro*, que pode ser adquirida em (WAVEMETRICS, 2014).

Dentre todos os métodos computacionais usados para estudos da radiação síncrotron, o código do SRW é de longe o programa melhor desenvolvido para simular radiação síncrotron parcialmente coerente (SHI ET AL., 2014).

## 4. RESULTADOS

---

Esta secção tem o intuito de familiarizar o leitor com o código escrito, sua interface gráfica e suas potencialidades de cálculo, podendo funcionar não como um pequeno manual, mas sim, um “guia rápido” do mesmo. O ondulador planar IVU19, caso de estudo deste trabalho, é brevemente descrito e seus parâmetros de construção, mostrados. Em seguida, são apresentados os parâmetros ópticos simulados para o ondulador com o uso do SR\_LNLS. Por fim, é apresentada uma série de comparações do SR\_LNLS com códigos *SPECTRA* e SRW, ambos de amplo uso em simulações de raios-X, para validação e certificação do SR\_LNLS.

### 4.1. APRESENTAÇÃO DO CÓDIGO SR\_LNLS

O código SR\_LNLS foi proposto para calcular os parâmetros ópticos do feixe de raios-X do ondulador IVU19, dispositivo de inserção previsto para operar nas linhas de raios-X duros da nova fonte de radiação síncrotron Sirius. O programa, que conta com interface gráfica, foi implementado no ambiente de programação MATLAB. A escolha desse ambiente de desenvolvimento deveu-se ao fato da familiaridade do autor com o mesmo, estuda-se, contudo, a implementação do código em uma linguagem de programação de livre distribuição, para maior alcance e penetração do programa.

O programa é muito intuitivo e de fácil uso pelo usuário, uma vez que todos os parâmetros necessários para simulações são dados por meio de uma interface gráfica (figura 4.1), com caixas de texto agrupadas em seis categorias distintas: parâmetros da fonte (*Storage Ring Parameters*), parâmetros do ondulador (*Undulator Parameters*), parâmetros do feixe de elétrons (*Electron Beam Parameters* – o usuário não tem acesso externamente), tipo de cálculo (*Calculations*) a ser executado, tipo de arquivo de saída (*Output files*) e posição do espaço onde os cálculos serão feitos (*Simulation parameters*).

#### A. PARÂMETROS DA FONTE

Caracterizam o anel de armazenamento de uma fonte de radiação síncrotron. São a energia do anel de armazenamento (*Ring energy*), corrente do anel (*Ring current*), fator de Lorentz (*Lorentz factor*) – este não é um parâmetro de entrada, mas sim uma constante calculada a partir da energia do anel, emitância natural (*Natural emittance*), fator de acoplamento (*Coupling factor*), fator de dispersão de energia (*Energy spread*), função betatron

horizontal (*Horizontal betatron function*) e vertical (*Vertical betatron function*), repare que como o software calcula os parâmetros ópticos de onduladores, as funções bétatron são dadas para os pontos no centro das secções retas das malhas magnéticas. Os parâmetros inseridos na caixa de “PARÂMETROS DA FONTE” são usados para gerar os “PARÂMETROS DO FEIXE DE ELÉTRONS” e em cálculos presentes em “TIPOS DE CÁLCULOS”.

#### B. PARÂMETROS DO FEIXE DE ELÉTRONS

Não são entradas do programa, mas sim, características calculadas a partir das funções de Twiss dadas no centro das secções retas da malha magnética (definidos em “1.2 PARÂMETROS DO FEIXE DE ELÉTRONS”), entradas dadas em “PARÂMETROS DA FONTE”. Os parâmetros calculados são os tamanhos horizontal e vertical do feixe, além de suas divergências horizontal e vertical. Os valores gerados são usados em cálculos presentes em “TIPOS DE CÁLCULOS”.

#### C. PARÂMETROS DO ONDULADOR

São os que definem o dispositivo de inserção e têm grande influência na radiação gerada por eles. São o campo magnético no centro do ondulador (*Magnetic field*), período magnético  $\lambda_u$  (*Magnetic period*), entreferro magnético (*Gap*), número de períodos magnético (*Number of periods*), número de harmônicas ímpares (*Number of odd harmonics*), tamanho do ondulador (*Undulator lenght*) – que não é um parâmetro de entrada, mas sim um valor calculado pelo programa, parâmetro de deflexão K (*Deflexion parameter K*), valor mínimo de K (*Minimun K value*), valor da energia da primeira harmônica (*1<sup>st</sup> harmonic energy*) e potência total irradiada (*Total Power*), ambos valores calculados pelo programa e mostrados na interface gráfica. Os valores de entrada dados em “PARÂMETROS DO ONDULADOR” são usados em cálculos presentes em “TIPOS DE CÁLCULOS”.

#### D. TIPOS DE CÁLCULOS

São divididos em três grandes categorias de cálculos: cálculos dos perfis magnéticos, do feixe de elétrons e do feixe de fôtons. A primeira categoria (*Magnetic profiles*) inclui cálculos dos perfis magnéticos horizontal e vertical (figura 4.3). A segunda categoria calcula os espaços de fase horizontal e vertical, assim como o perfil espacial do feixe de elétrons (*E-beam profile*), mostrados na figura 4.4. A terceira categoria abrange as características ópticas

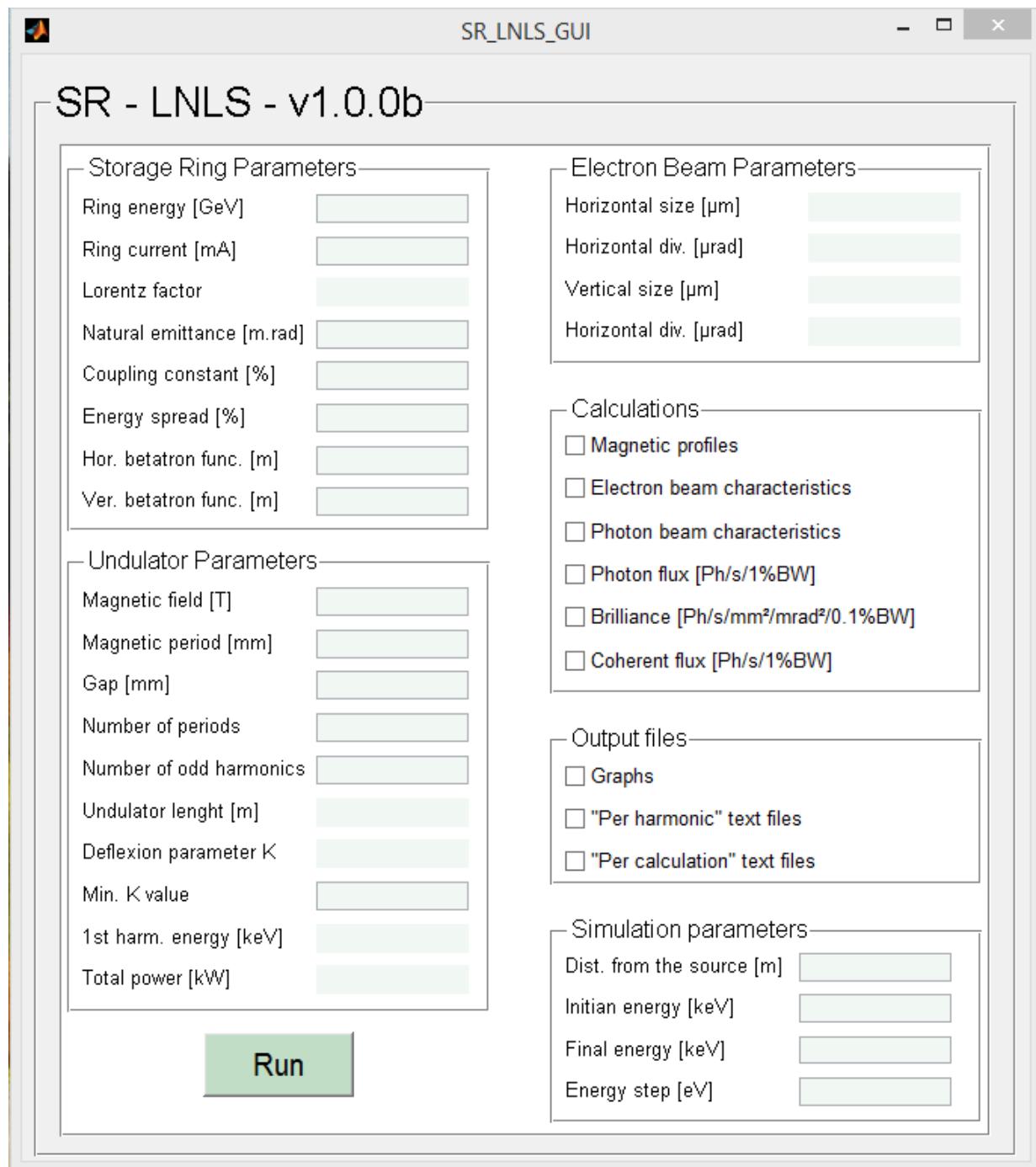
do feixe de fótons (figura 4.5 e figura 4.6): perfis horizontal e vertical (*Photon beam characteristics*), fluxo de fótons (*Photon flux*), brilhância (*Brilliance*) e fluxo coerente (*Coherent Flux*). Os capítulos “2.1 CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS” e “2.2 PROPRIEDADES DA RADIAÇÃO EMITIDA POR ONDULADORES PLANARES” exploram as equações usadas nos cálculos.

#### E. ARQUIVOS DE SAÍDA

São gerados em todas as simulações feitas com o SR\_LNLS. São divididas em três categorias: “*Graphs*”, onde arquivos de imagem em formato *tif* são gerados, “*Per harmonic text files*”, arquivos em formato de texto com cabeçalho gerados para cada harmônica simulada, contendo todos os cálculos selecionados em “TIPOS DE CÁLCULOS” e por fim, “*Per calculations text files*”, arquivos em formato de texto com cabeçalho gerados para cada tipo de cálculo selecionado em “TIPOS DE CÁLCULOS”, onde cada arquivo contém todas as harmônicas simuladas.

#### F. PARÂMETROS DA SIMULAÇÃO.

São a distância da fonte (centro do ondulador) até o ponto de observação (*Distance from the source*), que permite propagar o feixe até algum ponto desejado sem elementos ópticos no meio, somente espaço livre, energia inicial (*Initial energy*), energia final (*Final energy*) e passo em energia (*Energy step*). A escolha de um intervalo muito grande ou um passo em energia muito pequeno implicam em arquivos muito grandes e alto tempo de computação.



**Figura 4.1** Interface gráfica do código SR\_LNLS. Os parâmetros para simulação são dados por meio das caixas de texto e são agrupadas em seis categorias distintas: parâmetros da fonte (*Storage Ring Parameters*), parâmetros do ondulador (*Undulator Parameters*), parâmetros do feixe de elétrons (*Electron Beam Parameters* – o usuário não tem acesso externamente), tipo de cálculo (*Calculations*) a ser executado, tipo de arquivo de saída (*Output files*) e posição do espaço onde os cálculos serão feitos (*Simulation parameters*).

## 4.2. PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

É importante ressaltar que, como o ondulador IVU19 está em fase de projeto conceitual durante a elaboração desse trabalho. Os parâmetros aqui apresentados, por mais atuais que sejam, podem não ser os mesmos à época da prototipagem, tampouco os mesmos à época de instalação do dispositivo. A validação e certificação do software é imune às alterações de projetos do ondulador, uma vez que o programa é focado em onduladores planos e lineares genéricos. Os parâmetros compilados a seguir foram retirados de (LIU ET AL., 2014a; WESTFAHL JR, 2014b).

### A. PARÂMETROS DO ANEL DE ARMAZENAMENTO

A seguir, tabela contendo os principais parâmetros do anel de armazenamento da fonte Sirius (v500: AC10 6). Para mais detalhes, consultar (LIU ET AL., 2014a).

**Tabela 4.1** Parâmetros do anel de armazenamento

Energia do anel:	3,00	[GeV]
Corrente do anel:	500	[mA]
Fator de Lorentz:	5870,8543	[ ]
Emitância natural:	2,72e-010	[m.rad]
Constante de acoplamento:	1	[%]
Dispersão de energia:	8,30e-002	[%]
Função bétatron horizontal:	1,5	[m]
Função bétatron vertical:	1,4	[m]

### B. PARÂMETROS DO FEIXE DE ELÉTRONS

Os parâmetros mostrados a seguir podem ser calculados a partir dos dados apresentados na tabela 4.1, entretanto, nem todos os softwares usados para simulações aceitam os parâmetros de Twiss como entrada, sendo necessária a inserção dos dados do feixe de elétrons conforme a tabela 4.2.

**Tabela 4.2** Parâmetros do feixe de elétrons

Tamanho horizontal:	2.009877e+001	[μm]
Divergência horizontal:	1.339918e+001	[μrad]
Tamanho vertical:	1.941725e+000	[μm]
Divergência vertical:	1.386947e+000	[μrad]

### C. PARÂMETROS DO ONDULADOR IVU19

Seguem os valores inicialmente propostos para o projeto do ondulador planar em vácuo para as linhas de luz previstas para a primeira fase de operação da nova fonte síncrotron Sirius: Carnaúba (nanodifração), Ema (micro-XAFS), Ingá (espalhamento inelástico de raios-X), Cateretê (SAXS coerente) e Manacá (cristalografia de proteínas); (LIU ET AL., 2014b; WESTFAHL JR, 2014b).

**Tabela 4.3** Parâmetros do ondulador IVU19

Campo magnético:	1,15	[T]
Período magnético:	19	[mm]
Entreferro magnético:	5	[mm]
Número de períodos:	105	[ ]
Comprimento do ondulador:	2	[m]
Parâmetro de deflexão máximo:	2,040198	[ ]
Parâmetro de deflexão mínimo:	0,3	[ ]
Energia da primeira harmônica:	1,460468	[keV]
Potência total:	7,511786	[kW]
Número de harmônicas ímpares:	6	[ ]

#### 4.3. RESULTADOS OBTIDOS COM O CÓDIGO SR\_LNLS

Serão apresentados graficamente ao longo das próximas subsecções os resultados obtidos para as simulações do ondulador IVU19.

##### A. PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO DO IVU19

Os parâmetros usados para as simulações no SR\_LNLS são salvos em um arquivo de texto comum chamado “*parameters.txt*” (figura 4.2), independentemente da ação do usuário. O arquivo contém, além dos parâmetros de simulação, a data e o horário em que os cálculos foram feitos e serve para facilitar a organização dos dados gerados com o programa.

```
27-Oct-2014 14:31:31

Planar Undulator Calculations

Storage Ring Parameters:
  Ring Energy:      3.00 [GeV]
  Ring Current:    500 [mA]
  Gamma:           5870.8543
  Natural emittance: 2.720000e-010 [m.rad]
  Coupling factor:   1 [%]
  Energy spread:    8.300000e-002 [%]
  Hor_beta:         1.500000e+000 [m]
  Ver_beta:         1.400000e+000 [m]

E-beam parameters (sigma):
  Hor_size:        2.009877e+001 [um]
  Hor_div:          1.339918e+001 [urad]
  Ver_size:         1.941725e+000 [um]
  Ver_div:          1.386947e+000 [urad]

Undulator parameters:
  Magnetic field:   1.150000e+000 [T]
  Magnetic period:  19 [mm]
  Number of periods: 105 [ ]
  Undulator Length: 1.995000e+000 [m]
  1st harmonic energy: 1.460468e+000 [keV]
  K max:            2.040198e+000 [ ]
  K min:            3.000000e-001 [ ]
  Total Power:      7.511786e+000 [kW]

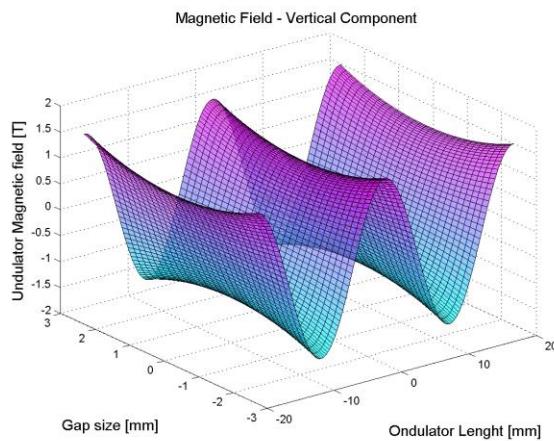
Simulation parameters:
  Dist. to the source: 0.00 [m]
  Initial energy:     1.00 [keV]
  Final Energy:       100.00 [keV]
  Energy step:        0.50 [ev]
```

**Figura 4.2** Arquivo de saída das simulações do SR\_LNLS. O arquivo contém todos os parâmetros de entrada e serve para que o usuário possa ter um registro dos parâmetros usados em sua simulação. O arquivo é salvo em formato de texto comum (.txt) e é para cada simulação que o usuário roda.

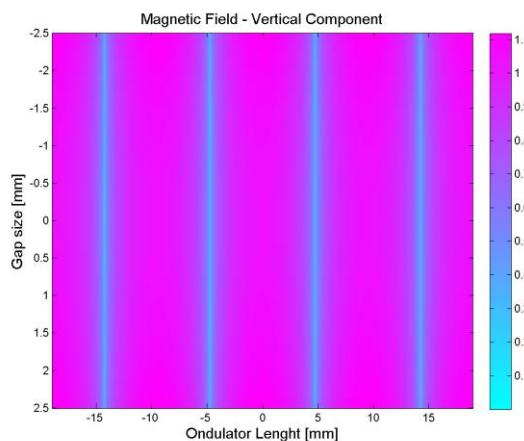
## B. PERFIS MAGNÉTICOS DO IVU19

São calculados conforme o formalismo descrito em “2.1 CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS” com as equações (2.4) e (2.5). O código calcula os campos magnéticos para apenas dois períodos magnéticos (figura 4.3), para que os gráficos não fiquem poluídos com muita informação, isso, contudo, não afeta os resultados, uma vez que tanto o campo vertical (eixo  $y$  da figura 2.5) quanto o campo magnético horizontal na direção de propagação  $s$  (figura 2.5) são periódicos, sendo que o último é nulo para o centro do ondulador, conforme discutido.

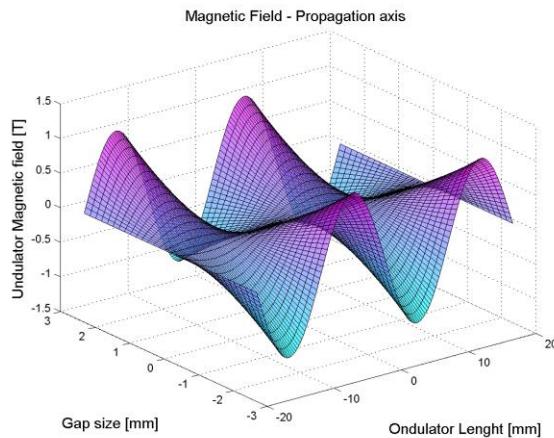
**A-) Componente vertical do campo magnético.**



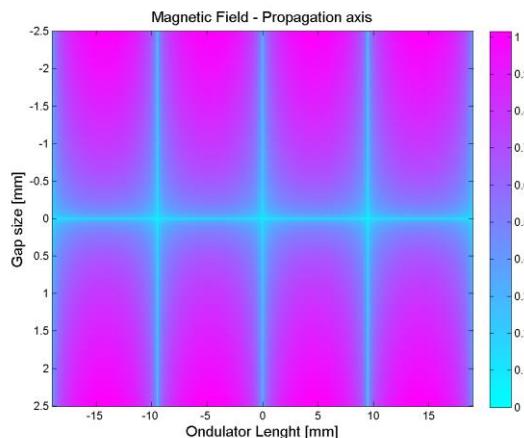
**B-) Componente vertical do campo magnético.**



**C-) Componente horizontal do campo magnético.**



**D-) Componente horizontal do campo magnético.**

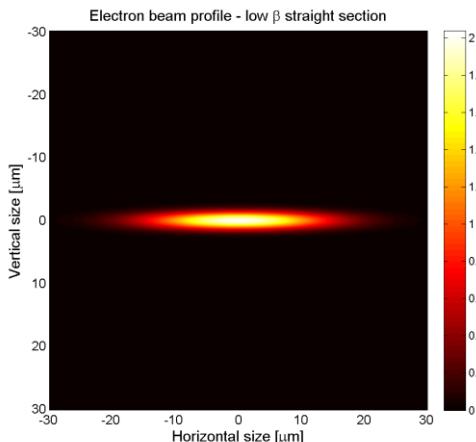


**Figura 4.3** Perfis magnéticos calculados para o ondulador IVU19. As figuras a-) e b-) mostram o campo magnético vertical ao qual o feixe de elétrons é submetido. As figuras c-) e d-) mostram o campo na direção de propagação  $s$ . Fica claro que o campo magnético na direção do eixo de propagação do feixe de elétrons é nulo, conforme previsto pelas equações (2.4) e (2.5). As figuras foram obtidas habilitando, no painel de cálculos (*Calculations*), os cálculos do perfil magnético no ondulador (*Magnetic profiles*). Por clareza, as ilustrações mostram apenas dois períodos magnéticos do ondulador.

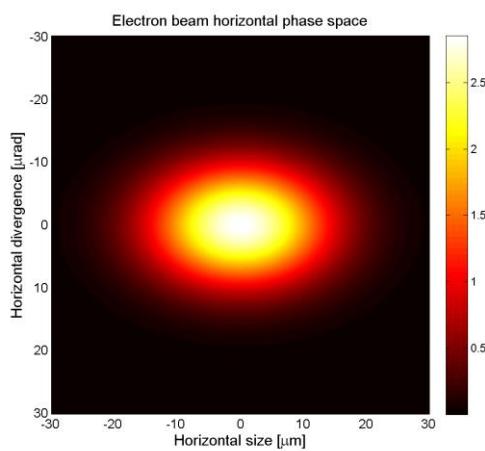
### C. CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE ELÉTRONS

São o perfil espacial, espaço de fases horizontal e espaço de fases vertical (figura 4.4). O perfil espacial, assim como o do espaço de fases do feixe de elétrons é gaussiano (WILLE, 2000), o que permite calcular os perfis do feixe de elétrons como distribuições gaussianas bidimensionais, cujos desvios padrão são os tamanhos e divergências em valores *rms* do feixe de elétrons. Os perfis calculados com o SR\_LNLS são para o feixe de elétrons no centro da secção reta da malha magnética do anel de armazenamento, onde dispositivos de inserção são comumente instalados e as funções de dispersão  $\eta(s)$  têm valor nulo, como mostrado na figura 1.5 em “1.2 PARÂMETROS DO FEIXE DE ELÉTRONS”.

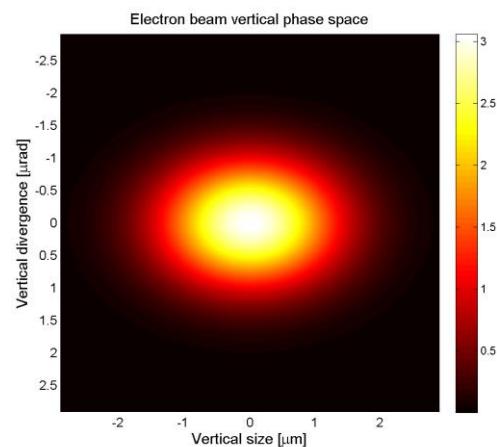
**A-) Perfil do feixe de elétrons no centro da secção de baixo  $\beta$ .**



**B-) Espaço de fases do feixe de elétrons.**



**C-) Espaço de fases do feixe de elétrons.**

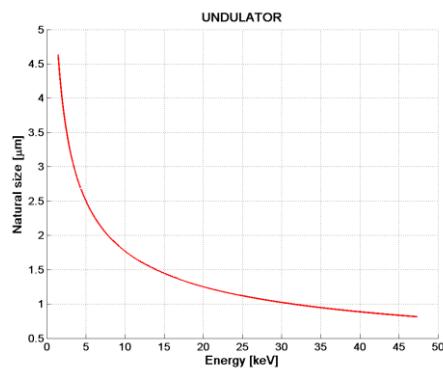


**Figura 4.4** a-) perfil espacial do feixe de elétrons no centro da secção reta de baixo  $\beta$ , b-) espaço de fases horizontal para o feixe de elétrons e c-) espaço de fases vertical do feixe de elétrons. As figuras foram obtidas habilitando, no painel de cálculos (*Calculations*), os cálculos do perfil do feixe de elétrons (*Electron beam characteristics*).

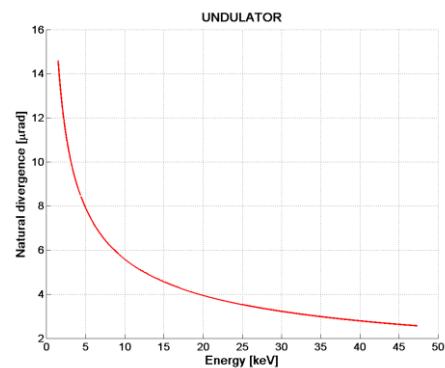
## D. CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS

O SR\_LNLS fornece ao usuário os tamanhos e divergências naturais do ondulador, assim como os tamanhos e divergências horizontal e vertical do cone central para qualquer ponto do eixo de propagação levando em consideração efeitos de dispersão de energia no feixe de fótons (figura 4.5) com o tratamento dado em “2.1 CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS”.

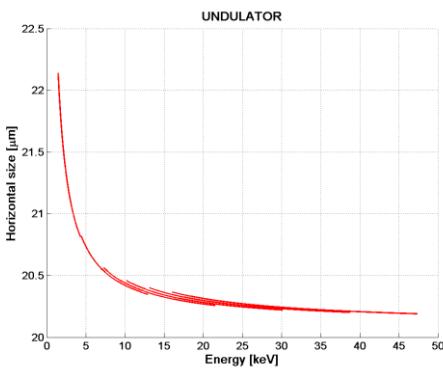
**A-) Tamanho natural do feixe de fótons.**



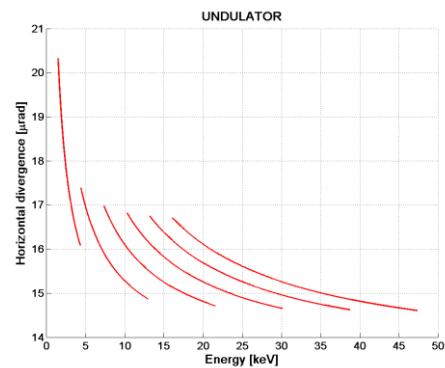
**B-) Divergência natural do feixe de fótons.**



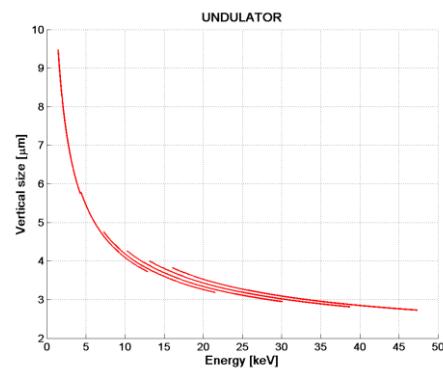
**C-) Tamanho horizontal do feixe de fótons.**



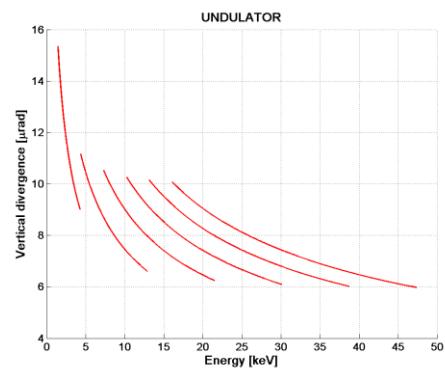
**D-) Divergência horizontal do feixe de fótons.**



**E-) Tamanho vertical do feixe de fótons.**



**F-) Divergência vertical do feixe de fótons.**



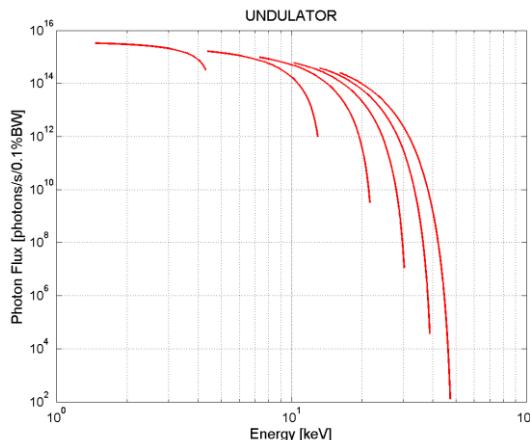
**Figura 4.5** Cálculos dos a-) tamanhos e b-) divergências naturais, c-) tamanhos e d-) divergências horizontais, assim como os e-) tamanhos e f-) divergências verticais do feixe de fótons obtidos habilitando-se no painel de cálculos (*Calculations*) a opção (*Photon beam characteristics*).

## E. PROPRIEDADES DA RADIAÇÃO EMITIDA

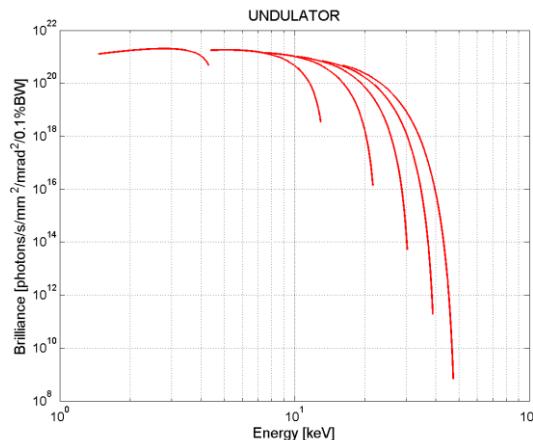
São o fluxo de fótons, brilhância, fluxo coerente e fração coerente de radiação (figura 4.6).

Os procedimentos para os cálculos estão descritos em “2.2 PROPRIEDADES DA RADIAÇÃO EMITIDA POR ONDULADORES PLANARES” e levam em consideração os efeitos de dispersão de energia do feixe de elétrons no feixe de fótons, tratados em “2.1 CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS”, uma vez que usam os valores corrigidos das características do feixe de fótons. Os cálculos são feitos levando-se em consideração o cone central de radiação. É possível calcular as grandezas com dependência das características do feixe de fótons propagadas por espaço livre (vácuo).

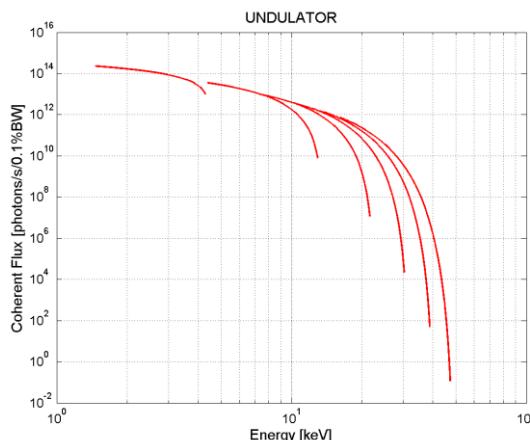
**A-) Fluxo de fótons para o IVU19.**



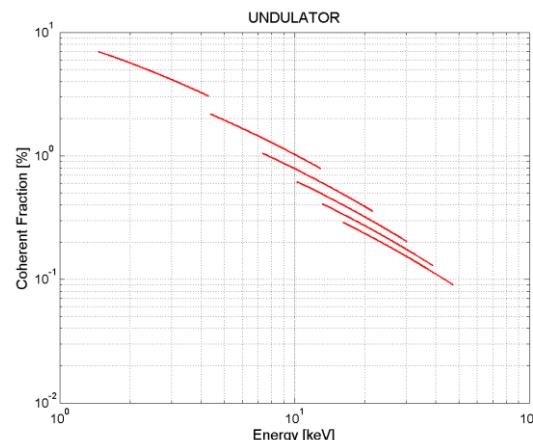
**B-) Brilhância para o IVU19.**



**C-) Fluxo coerente para o IVU19.**



**D-) Fração coerente para o IVU19.**

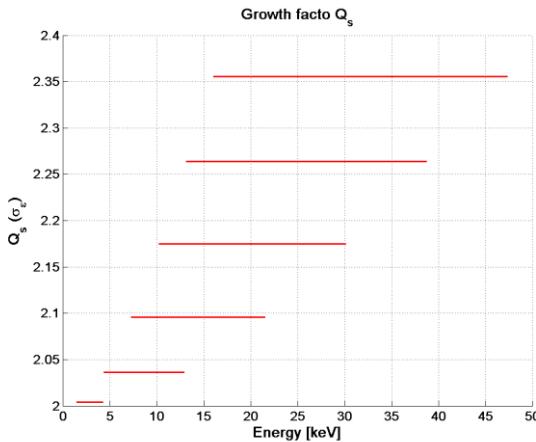


**Figura 4.6** Cálculos das propriedades ópticas obtidos habilitando-se no painel de cálculos (*Calculations*) as opções a-) fluxo de fótons (*Photon Flux*) e b-) brilhância (*Brilliance*). O c-) fluxo coerente e d-) fração coerente estão ambos sob a opção (*Coherent flux*).

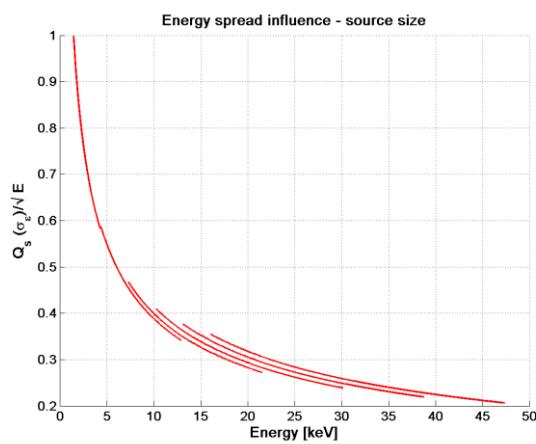
## F. DISPERSÃO DE ENERGIA

Os fatores de crescimento associados ao efeito de dispersão de energia são calculados e usados internamente no SR\_LNLS, entretanto, não são disponibilizados externamente ao usuário, uma vez que em geral, são de pouco uso ou interesse. Para o presente trabalho, contudo, é importante ter conhecimentos sobre o comportamento do efeito de dispersão de energia e com esse intuito, uma pequena alteração foi feita no código para permitir a extração de tais informações. A figura 4.7 apresenta os valores dos fatores de crescimento para as seis primeiras harmônicas ímpares, assim como suas influências relativas.

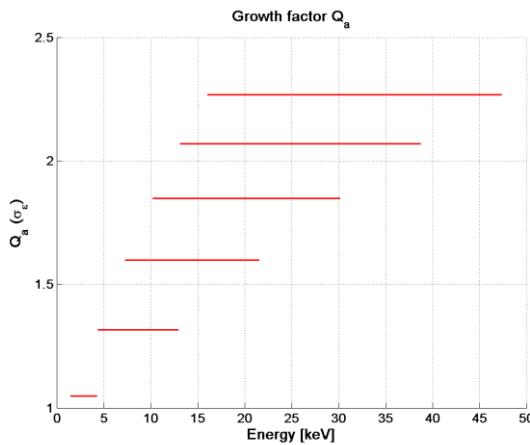
**A-) Fator de crescimento  $Q_s$ .**



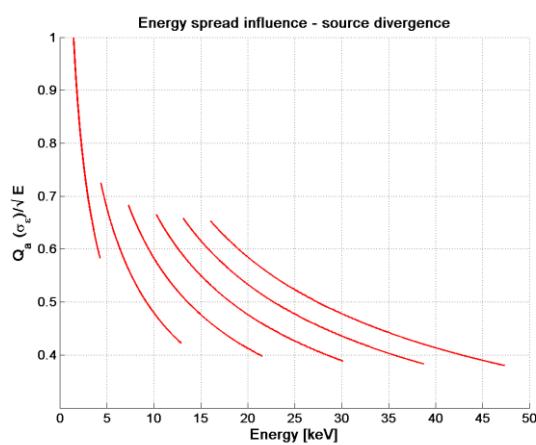
**B-) Influência do fator de crescimento  $Q_s$ .**



**C-) Fator de crescimento  $Q_a$ .**



**D-) Influência do fator de crescimento  $Q_a$ .**



**Figura 4.7** a-) Fator de crescimento do tamanho natural do ondulador IVU19 e b-) influência relativa no tamanho natural das harmônicas do dispositivo de inserção. c-) Fator de crescimento da divergência natural do ondulador IVU19 e d-) influência relativa na divergência natural das harmônicas do dispositivo de inserção. Fica claro que os efeitos de dispersão de energia são mais acentuados para baixas energias, mesmo tendo fatores de crescimento menores que harmônicas mais altas. Para o IVU19 a observa-se que a divergência natural é mais fortemente afetada pela dispersão de energia do que o tamanho natural é.

#### 4.4. VALIDAÇÃO E CERTIFICAÇÃO DOS RESULTADOS

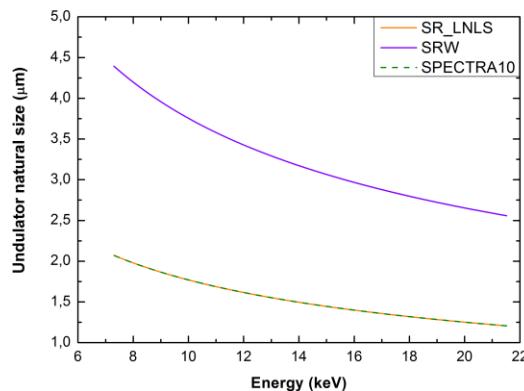
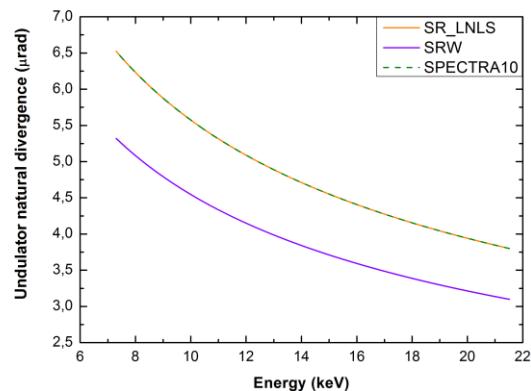
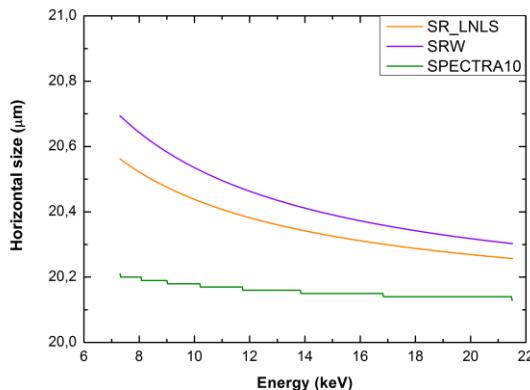
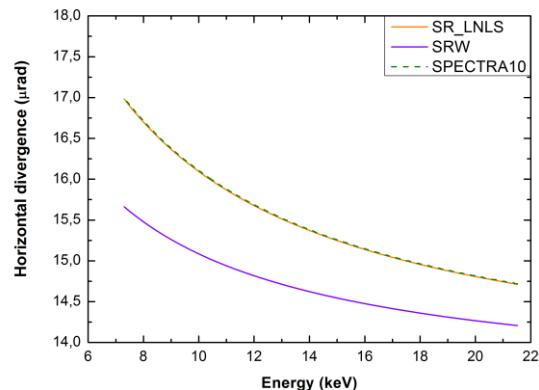
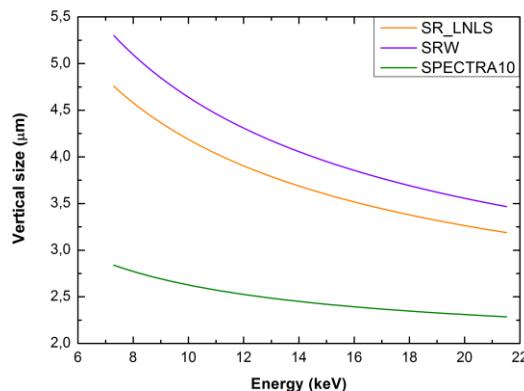
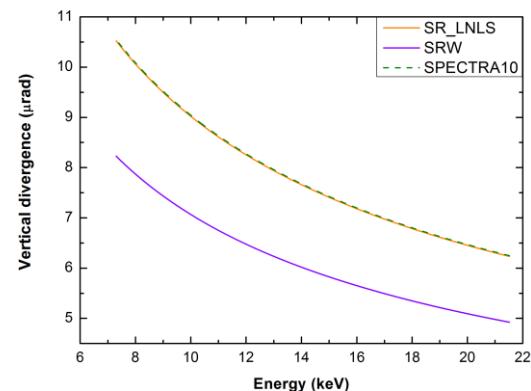
Três abordagens são adotadas para a certificação e validação do código: comparações diretas entre valores calculados com os softwares *SPECTRA*, SRW e SR\_LNLS; simulações da brilhância do ondulador pela função de Wigner (TANAKA, 2014a) e propagação reversa do feixe de fótons para o centro do ondulador por meio de um sistema óptico de imageamento 1 : 1 (CHUBAR, 2013). A quinta harmônica, variando em energia de  $E_{5^a}|_{K=2.04} = 7,230[\text{keV}]$  a  $E_{5^a}|_{K=0,3} = 21,523[\text{keV}]$ , será estudada em detalhes a seguir. A metodologia apresentada no estudo da quinta harmônica é a mesma aplicada às outras cinco primeiras harmônicas ímpares (harmônicas 1<sup>a</sup> até a 11<sup>a</sup>) para a certificação e validação do código SR\_LNLS. Os resultados estão apresentados em forma de gráficos e tabelas.

##### A. COMPARAÇÕES DIRETAS

Foram as primeiras formas de certificação e validação dos resultados obtidos com o código SR\_LNLS, por oferecerem resultados diretos. Cada programa tem uma opção que permite calcular as características do feixe de fótons e as propriedades da radiação emitida em forma de curvas de sintonia, isto é, excursionando os valores de K no intervalo entre um  $K_{\min}$  arbitrário e um  $K_{\max}$  definido pelos parâmetros do ondulador.

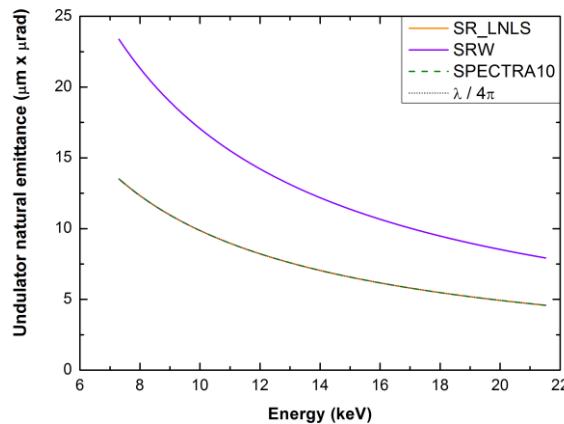
A figura 4.8 mostra as comparações entre valores calculados para os tamanhos e divergências do feixe de fótons, onde pode-se notar grande discrepância nos cálculos no tamanho natural do feixe de fótons e no tamanho vertical do feixe de fótons. Para os outros cálculos a diferença relativa entre eles está abaixo de 20% (essa observação vale para todas as harmônicas). O SRW não fornece diretamente o tamanho nem a divergência natural do feixe de fótons, mas podem ser facilmente inferidos a partir dos tamanhos e divergências do feixe. O produto do tamanho natural pela divergência natural define uma emitância natural, conforme discutido em (KIM, 1995). A comparação das emitâncias naturais com uma emitância de uma fonte limitada por difração é dada pela figura 4.9. As propriedades da radiação produzida pelo ondulador IVU19 são comparadas na figura 4.10. As comparações foram feitas apenas para o fluxo de fótons, grandeza básica, e para a brilhância, grandeza que é derivada do fluxo de fótons e do espaço de fases do feixe. Essas comparações são suficientes para caracterizar o comportamento do SR\_LNLS em relação aos outros códigos.

O capítulo “E APÊNDICE: TABELAS DE COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS” apresenta as comparações para os valores extremos das seis primeiras harmônicas ímpares do ondulador IVU19.

**A-) Tamanho natural do feixe de fótons.**

**B-) Divergência natural do feixe de fótons.**

**C-) Tamanho horizontal do feixe de fótons.**

**D-) Divergência horizontal do feixe de fótons.**

**E-) Tamanho vertical do feixe de fótons.**

**F-) Divergência vertical do feixe de fótons.**


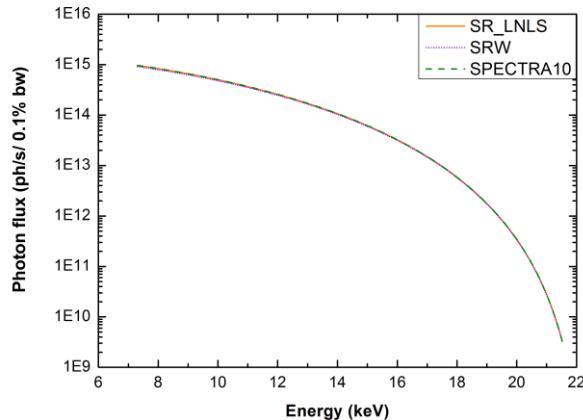
**Figura 4.8** Comparações dos cálculos das características ópticas do ondulador IVU19. a-) tamanhos e b-) divergências naturais, c-) tamanhos e d-) divergências horizontais, assim como os e-) tamanhos e f-) divergências verticais do feixe de fótons obtidos com os programas SR\_LNLS (em laranja), SRW (em violeta) e SPECTRA10 (em verde).

### Emitância natural do feixe de fótons.

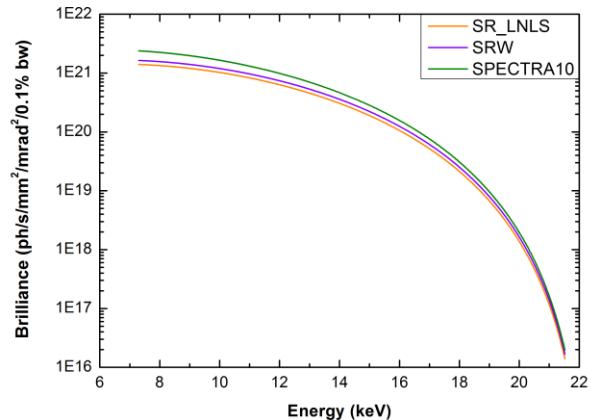


**Figura 4.9** Comparação das emitâncias naturais do feixe de fótons do ondulador IVU19 usando os dados extraídos dos softwares SR\_LNLS (em laranja), SRW (em violeta) e SPECTRA10 (em verde) com a emitância natural teórica (em chumbo) de um feixe de fótons limitado por difração. As curvas referentes aos resultados obtidos com o SR\_LNLS, SPECTRA10 e emitância natural teórica sobrepõem-se. A emitância natural teórica limitada por difração considera o perfil do feixe perfeitamente gaussiano, conforme descrito em (KIM, 1995).

**A-) Fluxo de fótons para o IVU19.**



**B-) Brilhância para o IVU19.**



**Figura 4.10 a-) Comparações entre o fluxo de fótons no cone central do ondulador IVU19 calculado pelos programas SR\_LNLS (em laranja), SRW (em violeta) e SPECTRA10 (em verde). O cálculo do fluxo de fótons é imune à maneira com que o efeito de dispersão de energia é tratado e por isso, todos os cálculos concordam perfeitamente, sobrepondo-se no gráfico. b-) A brilhância é fortemente influenciada pelos valores das propriedades ópticas do feixe e do fluxo de fótons. Para baixas energias, onde o efeito da dispersão de energia é mais proeminente, os valores obtidos com os programas apresentam maior discordância.**

## B. CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE WIGNER COM O *SPECTRA10*

Métodos numéricos para caracterização da radiação síncrotron baseados na distribuição de quase-probabilidade de Wigner são um avanço implementado muito recentemente no cálculo das propriedades da radiação síncrotron (TANAKA, 2014a). Um estudo e revisão da função de Wigner e suas aplicações à representação da radiação síncrotron no espaço de fases está fora do escopo desse trabalho, mas pode ser encontrado em (BAZAROV, 2012).

O procedimento para o cálculo da brilhância, dos tamanhos e divergências naturais, assim como os tamanhos e divergências do feixe de fótons foi baseado nos desenvolvimentos contidos em (BAZAROV, 2012; TANAKA, 2014a), que mostram que a função de Wigner, função de quase-probabilidade do espaço de fases, é a definição genérica da brilhância, isto é:

$$\mathcal{B}(x, \phi) \equiv W(x, \phi) \quad (4.1)$$

Portanto, calculando a função de Wigner para o feixe de fótons gerado no ondulador IVU19, obtém-se não só o valor da brilhância, como também, valores das características ópticas. É importante lembrar que a distribuição de Wigner é a convolução do espaço de fases do feixe de elétrons com a função de Wigner calculada para um único elétron, como mostra a figura 4.12.

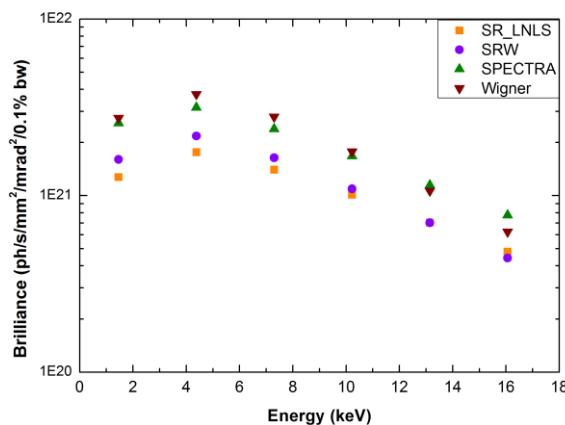
As funções de Wigner foram calculadas em duas etapas com o programa *SPECTRA10*: primeiramente, foram feitas simulações da função de Wigner sem considerar os efeitos de emitância do feixe de elétrons, isto, é, considerando apenas a emissão proveniente de um único elétron (figura 4.12). Esse procedimento foi feito para estimar os tamanhos e divergências naturais da radiação gerada pelo ondulador, aproximando cortes verticais e horizontais por gaussianas, conforme mostrado na figura 4.13 para tamanhos e divergências horizontais e na figura 4.14, para as propriedades verticais. Apesar das funções de Wigner não serem gaussianas, as aproximações têm coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$ ) acima de 95% para todos os casos estudados.

Na segunda etapa, foram simuladas as funções de Wigner para um feixe de fótons proveniente de um feixe de elétrons, levando-se em consideração os efeitos de emitância e de dispersão de energia, para estimar as características do feixe de fótons (figura 4.12). O mesmo tratamento matemático de aproximação por gaussianas mostrado nas figura 4.13 (para as propriedades horizontais) e figura 4.14 (para as propriedades verticais) foi adotado, dessa vez com coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$ ) acima de 98% para todos os casos estudados.

Os resultados obtidos da maneira descrita acima encontram-se disponíveis na figura 4.15. De maneira geral, pode-se dizer que os valores calculados com a distribuição de Wigner são menores do que os calculados com os programas SR\_LNLS, SPECTRA10 e SRW. A brilhância foi calculada no ponto em que  $x = x' = y = y' = 0$ , isto é, no centro do eixo de propagação da radiação gerada no ondulado IVU19. A comparação entre os valores calculados pela função de Wigner com os outros softwares encontra-se na figura 4.11. É importante ressaltar que a função de Wigner apresenta valores mais altos de brilhância que os programas SR\_LNLS, SPECTRA10 (para baixas energias) e SRW calculam. As discrepâncias entre os valores encontrados com o método proposto e os calculados com os softwares serão discutidas no capítulo “6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS”.

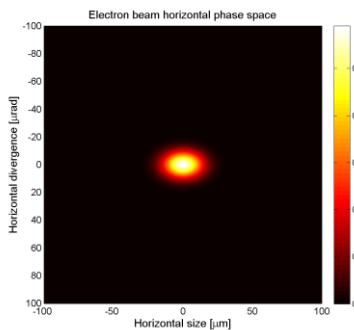
O capítulo “E APÊNDICE: TABELAS DE COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS” apresenta as comparações para os valores calculados com  $K = 2,04$  para as seis primeiras harmônicas ímpares do ondulador IVU19, além dos valores coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$ ).

Brilhância do feixe de fótons

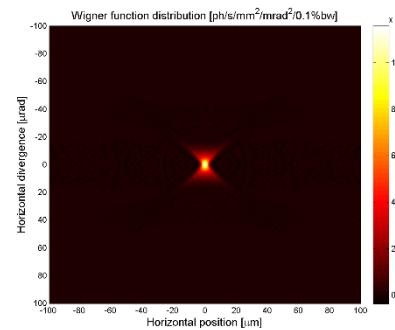


**Figura 4.11** Comparações entre a brilhância no cone central do ondulador IVU19 calculado pelos programas SR\_LNLS (em laranja), SRW (em violeta), SPECTRA10 (em verde) e pela função de Wigner (em vinho). A brilhância é fortemente influenciada pelos valores das propriedades ópticas do feixe e do fluxo de fótons. Para baixas energias, onde o efeito da dispersão de energia é mais proeminente, os valores obtidos com os programas apresentam maior discordância.

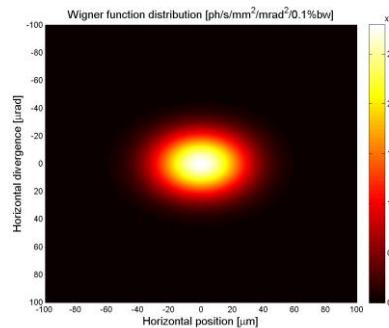
**A-) Espaço de fases do feixe de elétrons.**



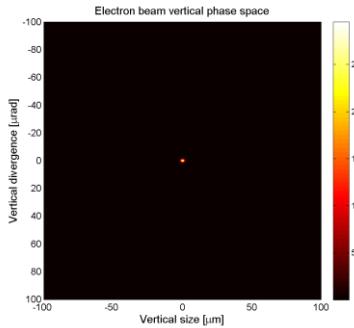
**B-) Função de Wigner (zero emitância).**



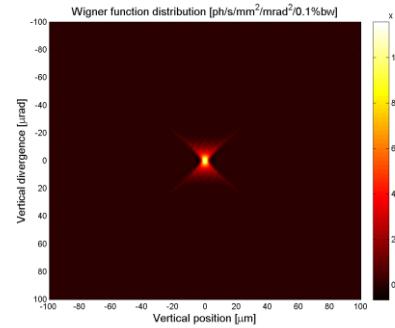
**C-) Função de Wigner.**



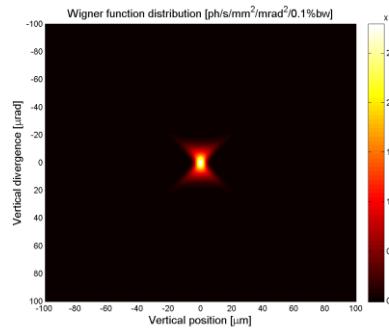
**D-) Espaço de fases do feixe de elétrons.**



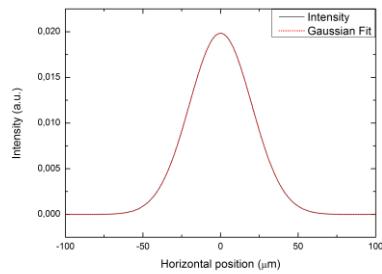
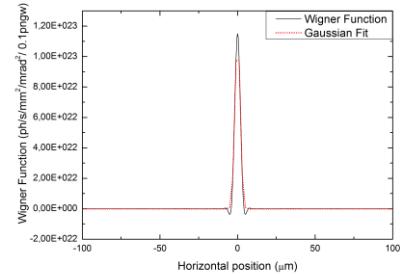
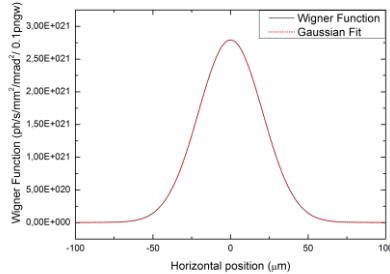
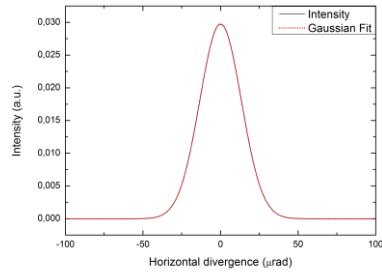
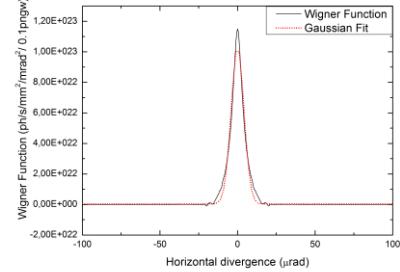
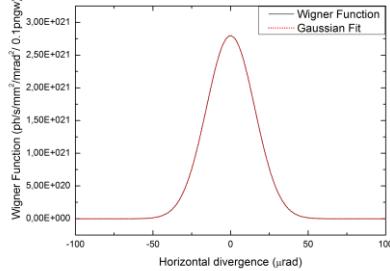
**E-) Função de Wigner (zero emitância).**



**F-) Função de Wigner.**

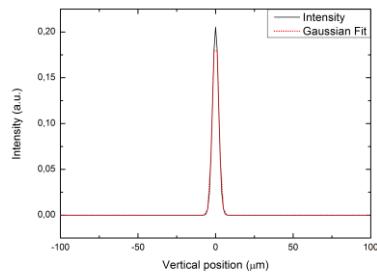


**Figura 4.12** a-) Espaço de fases horizontal (ou d-) vertical para o feixe de elétrons no centro do ondulador IVU19. b-) Função de Wigner horizontal (ou e-) vertical calculada para o feixe de fôtons sem efeitos de emitância. c-) Função de Wigner horizontal (ou f-) vertical para o feixe de fôtons. O perfil espacial do feixe de fôtons é a convolução do espaço de fases do feixe de elétrons com a função de Wigner calculada sem efeitos de emitância.

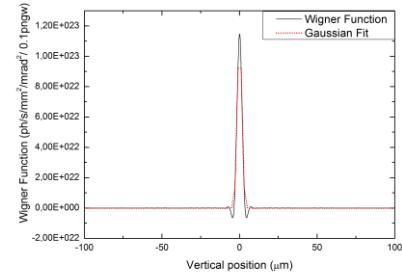
**A-) Espaço de fases do feixe de elétrons  $x' = 0$ .**

**B-) Função de Wigner (zero emitância)  $x' = 0$ .**

**C-) Função de Wigner  $x' = 0..$** 

**D-) Espaço de fases do feixe de elétrons  $x = 0$ .**

**E-) Função de Wigner (zero emitância)  $x = 0$ .**

**F-) Função de Wigner  $x = 0$ .**


**Figura 4.13 a-)** Perfil do tamanho horizontal do feixe de fôtons junto com as aproximações gaussianas do b-) perfil do tamanho horizontal do feixe de fôtons sem efeitos de emitância e c-) do tamanho horizontal a partir da função de Wigner. d-) Perfil da divergência horizontal do feixe de fôtons junto com as aproximações gaussianas do e-) perfil da divergência do feixe de fôtons sem efeitos de emitância e f-) da divergência horizontal a partir da função de Wigner. O perfil espacial do feixe de fôtons é a convolução do espaço de fases do feixe de elétrons com a função de Wigner calculada sem efeitos de emitância.

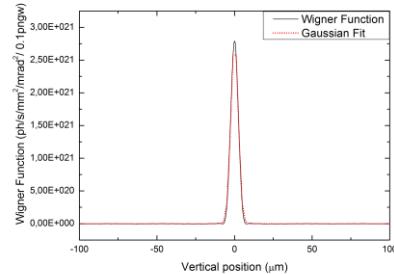
**A-) Espaço de fases do feixe de elétrons  $y' = 0$ .**



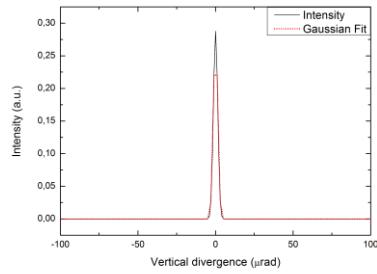
**B-) Função de Wigner (zero emitância)  $y' = 0$ .**



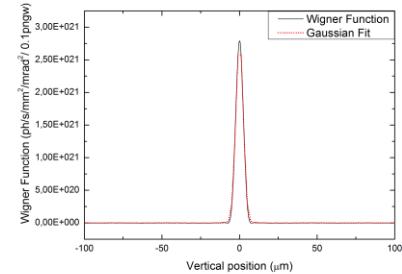
**C-) Função de Wigner  $y' = 0..$**



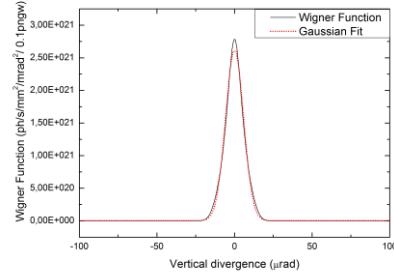
**D-) Espaço de fases do feixe de elétrons  $y = 0$ .**



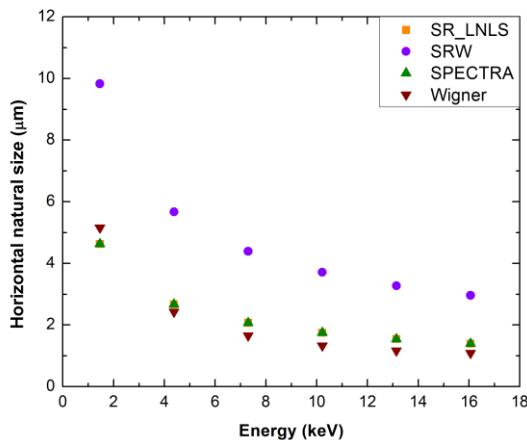
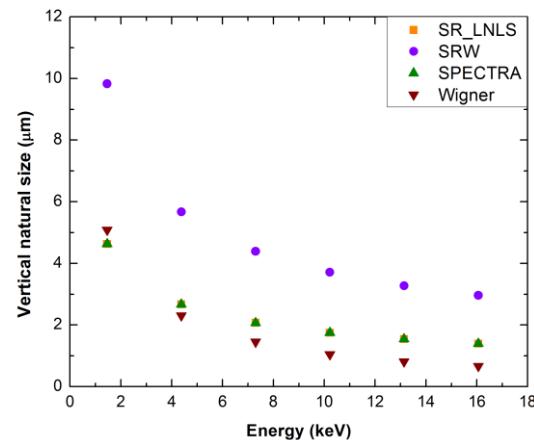
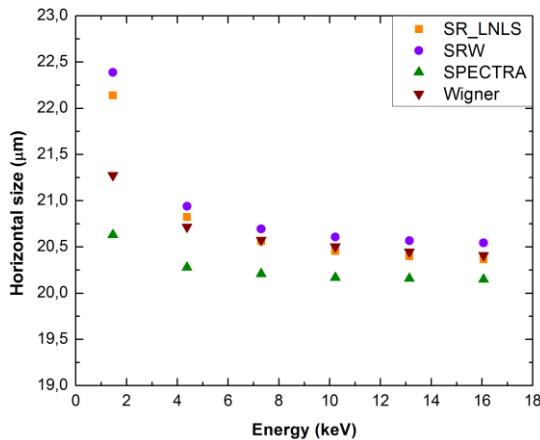
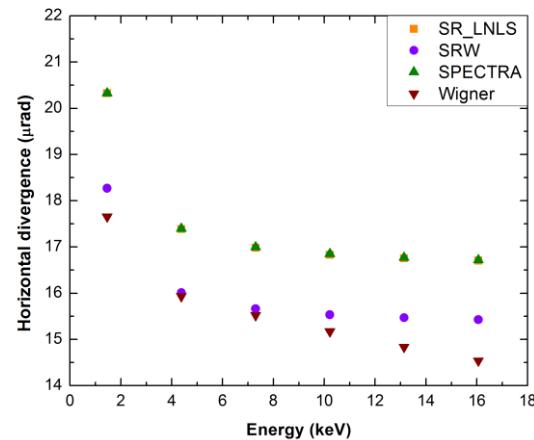
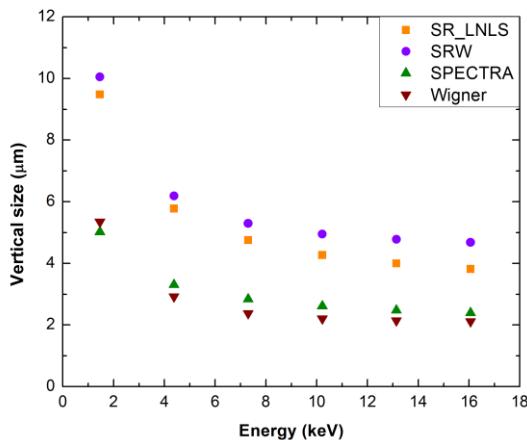
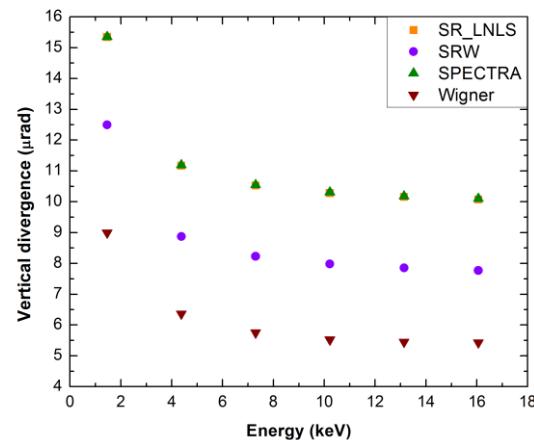
**E-) Função de Wigner (zero emitância)  $y = 0$ .**



**F-) Função de Wigner  $y = 0$ .**



**Figura 4.14** a-) Perfil do tamanho vertical do feixe de fôtons junto com as aproximações gaussianas do b-) perfil do tamanho vertical do feixe de fôtons sem efeitos de emitância e c-) do tamanho vertical a partir da função de Wigner. d-) Perfil da divergência vertical do feixe de fôtons junto com as aproximações gaussianas do e-) perfil da divergência do feixe de fôtons sem efeitos de emitância e f-) da divergência vertical a partir da função de Wigner. O perfil espacial do feixe de fôtons é a convolução do espaço de fases do feixe de elétrons com a função de Wigner calculada sem efeitos de emitância.

**A-) Tamanho natural da fonte.**

**B-) Tamanho natural da fonte.**

**C-) Tamanho horizontal do feixe.**

**D-) Divergência horizontal do feixe.**

**E-) Tamanho vertical do feixe.**

**F-) Divergência vertical do feixe.**


**Figura 4.15** Comparações dos cálculos das características ópticas do ondulador IVU19. a-) tamanhos e b-) divergências naturais, c-) tamanhos e d-) divergências horizontais, assim como os e-) tamanhos e f-) divergências verticais do feixe de fôtons obtidos com os programas SR\_LNLS (em laranja), SRW (em violeta), SPECTRA10 (em verde) e com a função de Wigner (em vinho).

### C. SIMULAÇÕES DE PROPAGAÇÃO REVERSA COM O SRW

É o nome dado ao conjunto de simulações que visam mimetizar as propriedades ópticas de um feixe de fótons em seu ponto de emissão. O método escolhido para simular o tamanho e divergência do feixe de fótons do ondulador IVU19 para certificação do programa SR\_LNLS é o imageamento da fonte emissora de fótons por um sistema de magnificação 1: 1, comumente usado em óptica aplicada (CHUBAR, 2013; WESTFAHL JR, 2014a).

As simulações usam dois sistemas: um para observação do campo distante (figura 4.16 a) e um para observação do campo próximo (figura 4.16 b). O primeiro sistema é apenas um espaço livre com o observador à uma distância  $d = 30$  [m] da fonte emissora e é usado para calcular a divergência do feixe de fótons a partir de relações trigonométricas e do tamanho do feixe calculado com o segundo sistema.

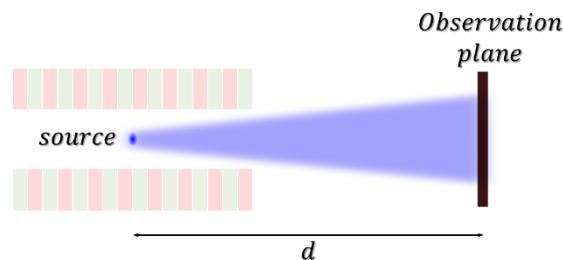
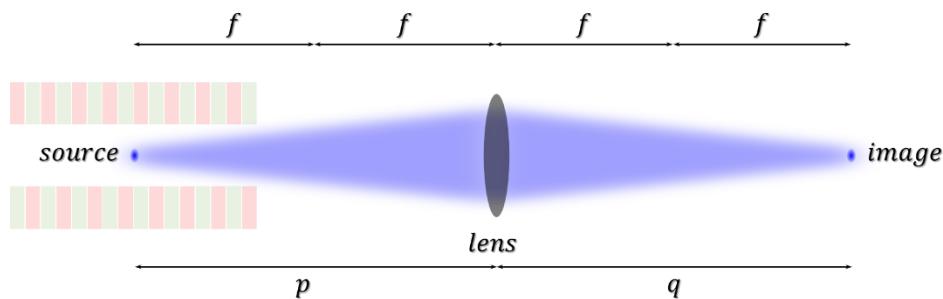
O sistema de campo próximo conta com um espaço de livre de distância  $p = 30$  [m], onde encontra-se uma lente fina ideal com distância focal  $f = 15$  [m] e um segundo espaço livre de distância  $q = 30$  [m], onde o feixe é observado. Essa configuração óptica, valores para distâncias percorridas e distâncias focais garantem uma magnificação 1: 1 do feixe de fótons na posição inicial do sistema óptico, garantindo a preservação das propriedades ópticas com tamanho e divergência do feixe. A dedução dos valores usados nessa simulação encontram-se em “D APÊNDICE: SISTEMA ÓPTICO DE MAGNIFICAÇÃO 1: 1”.

Os perfis obtidos com os sistemas descritos anteriormente encontram-se nas figura 4.17 (simulações feitas para estimativa dos tamanhos e divergências naturais) e figura 4.18 (simulações feitas para estimativa dos tamanhos e divergências do feixe de fótons). Esses perfis foram aproximados por distribuições gaussianas e após um tratamento matemático, os valores calculados para as características ópticas foram comparados com os valores calculados pelos softwares SR\_LNLS, SPECTRA10 e SRW (figura 4.19).

Simulações desconsiderando o efeito de emitância do feixe de elétrons foram feitas para estimativa dos tamanhos e divergências naturais (figura 4.17). É importante ressaltar que o SRW não faz propagação de onda levando em consideração efeitos de dispersão de energia, portanto, os tamanhos e divergências (calculados levando-se em consideração efeitos de emitância) apresentados na figura 4.19 são diferentes dos valores esperados para o IVU19.

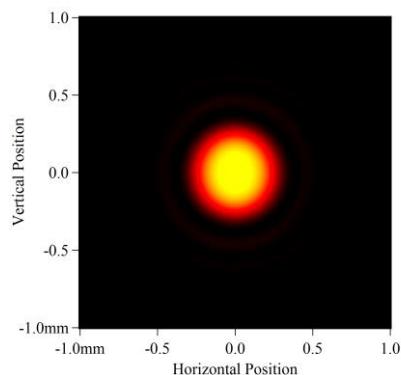
As discrepâncias entre os valores encontrados com o método proposto e os calculados com os softwares serão discutidas no capítulo “6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS”.

O capítulo “E APÊNDICE: TABELAS DE COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS” apresenta as comparações para os valores calculados com  $K = 2,04$  para as seis primeiras harmônicas ímpares do ondulador IVU19.

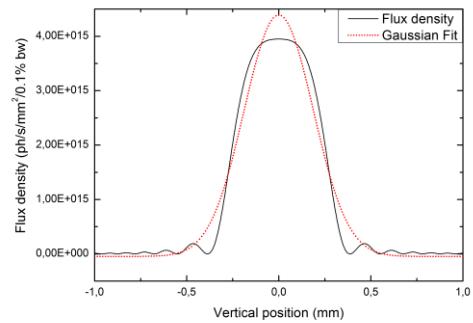
**A-) Observação do campo distante.**

**B-) Observação do campo próximo.**


**Figura 4.16** Esquemático experimental para a-) medição das dimensões do feixe de raios-X após um espaço de propagação de distância  $d = 30[\text{m}]$  e b-) um sistema de imageamento de magnificação 1:1, onde as características do feixe no centro do ondulador são preservadas.

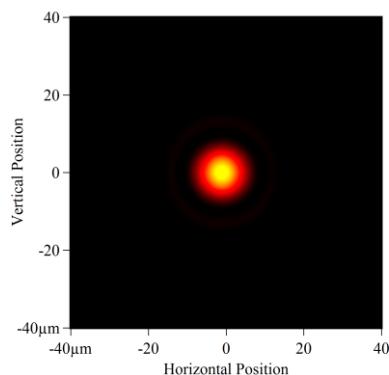
**A-) Perfil de intensidade em  $s = 30 [\text{m}]$  e  $x = 0$ .**



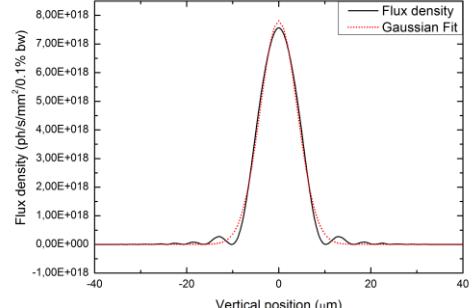
**B-) Perfil de intensidade em  $s = 30 [\text{m}]$  e  $x = 0$ .**



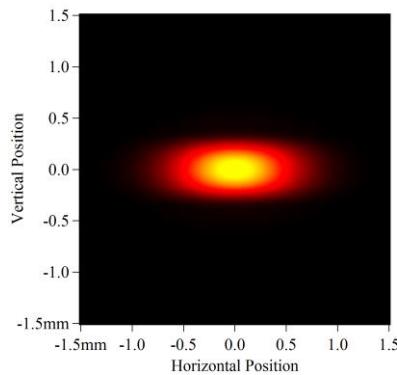
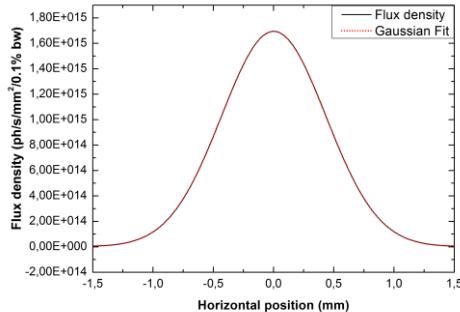
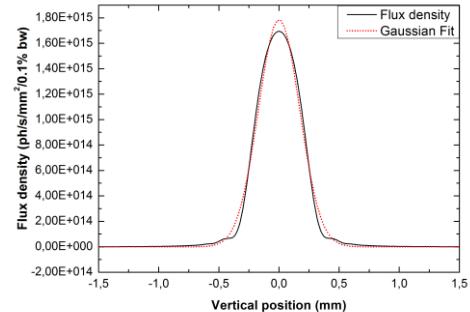
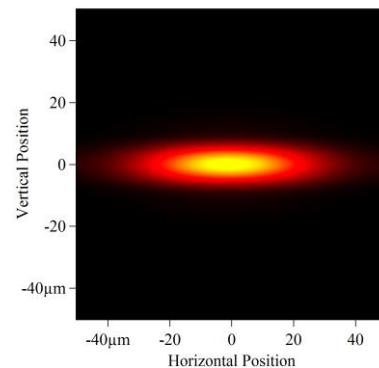
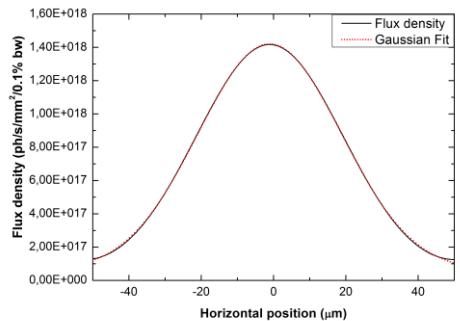
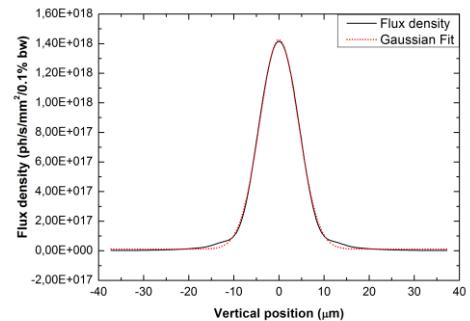
**C-) Perfil de intensidade em  $s = 60 [\text{m}]$  e  $x = 0$ .**



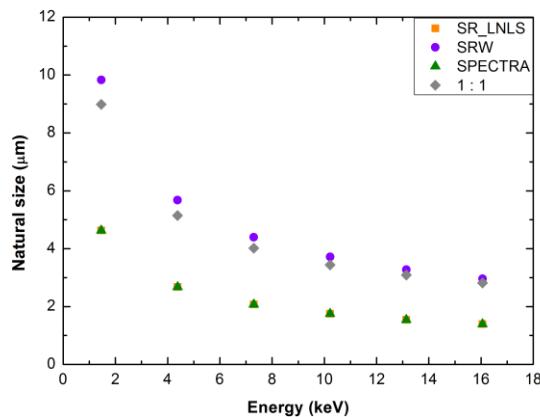
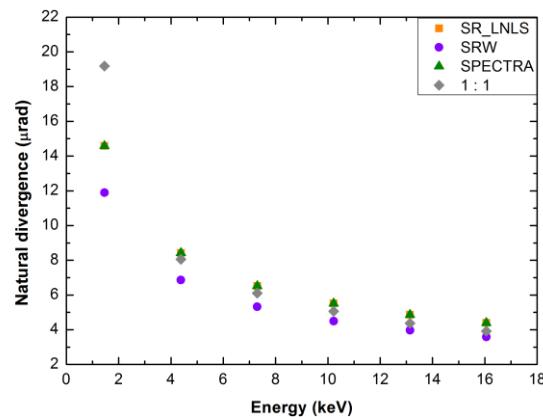
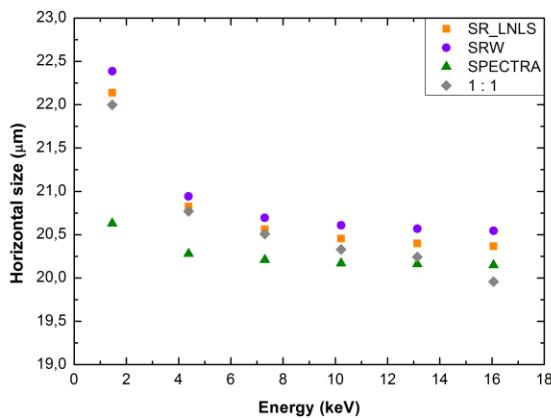
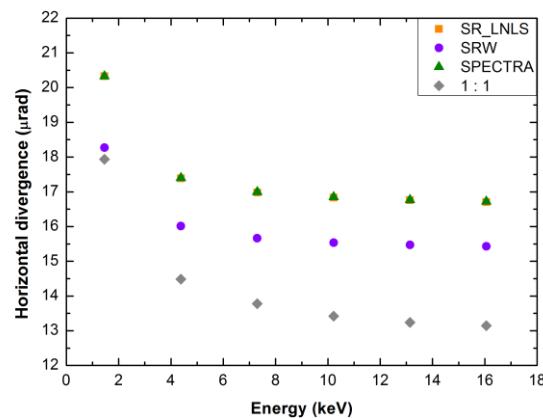
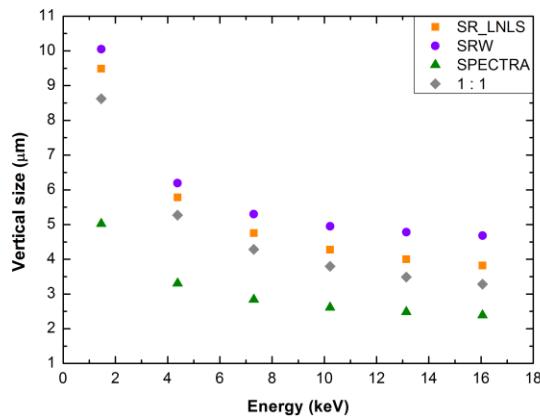
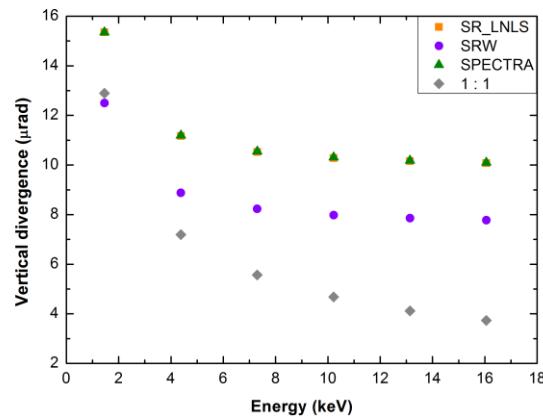
**D-) Perfil de intensidade em  $s = 60 [\text{m}]$  e  $x = 0$ .**



**Figura 4.17** a-) Perfil espacial de intensidade do feixe de fôtons à 30[m] do centro do ondulador e b-) sua aproximação gaussiana. c-) Perfil espacial de intensidade do feixe de fôtons focalizado à 60[m] do centro do ondulador e d-) sua aproximação gaussiana. Ambos perfis foram gerados sem efeitos de emitância para cálculo do tamanho e divergência natural do feixe de fôtons.

**A-) Perfil de intensidade em  $s = 30$  [m].**

**B-) Perfil horizontal em  $s = 30$  [m] e  $y = 0$ .**

**C-) Perfil vertical em  $s = 30$  [m] e  $x = 0$ .**

**D-) Perfil de intensidade em  $s = 60$  [m].**

**E-) Perfil horizontal em  $s = 60$  [m] e  $y = 0$ .**

**F-) Perfil vertical em  $s = 60$  [m] e  $x = 0$ .**


**Figura 4.18** a-) Perfil espacial de intensidade do feixe de fótons à 60[m] do centro do ondulador e suas aproximações gaussianas no eixo b-) horizontal e no eixo c-) vertical. d-) Perfil espacial de intensidade do feixe de fótons à 60[m] do centro do ondulador e suas aproximações gaussianas no eixo e-) horizontal e no eixo f-) vertical. Ambos perfis foram gerados considerando efeitos de emitância e por conta disso, não possuem mais simetria radial.

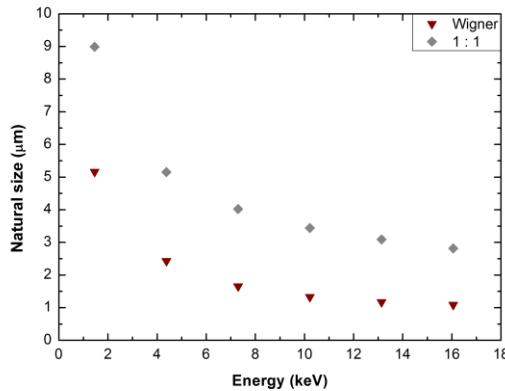
**A-) Tamanho natural da fonte.**

**B-) Divergência natural da fonte.**

**C-) Tamanho horizontal do feixe.**

**D-) Divergência horizontal do feixe.**

**E-) Tamanho vertical do feixe.**

**F-) Divergência vertical do feixe.**


**Figura 4.19** Comparações dos cálculos das características ópticas do ondulador IVU19. a-) tamanhos e b-) divergências naturais, c-) tamanhos e d-) divergências horizontais, assim como os e-) tamanhos e f-) divergências verticais do feixe de fôtons obtidos com os programas SR\_LNLS (em laranja), SRW (em violeta), SPECTRA10 (em verde) e com o sistema óptico de magnificação 1:1 sem efeito de dispersão de energia (em cinza).

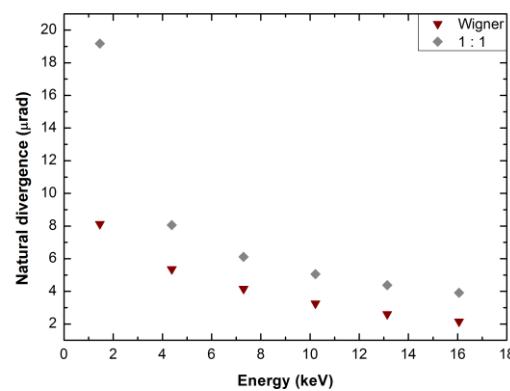
#### D. COMPARAÇÕES ENTRE FUNÇÕES DE WIGNER E PROPAGAÇÃO REVERSA

Para a validação dos métodos de certificação apresentados anteriormente, foram feitas comparações entre as simulações com a função de Wigner e propagação reversa. Os resultados, figura 4.20, serão retomados no capítulo “6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS”.

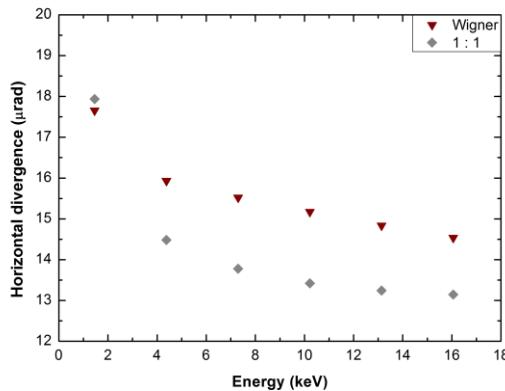
**A-) Tamanho natural da fonte.**



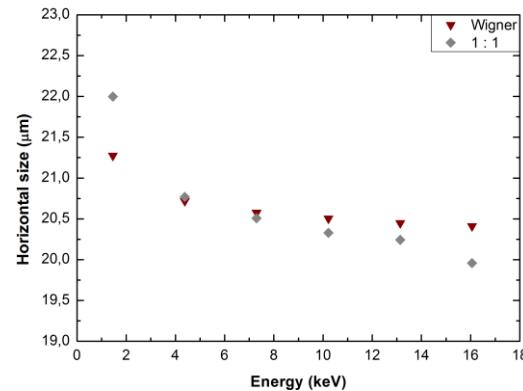
**B-) Divergência natural da fonte.**



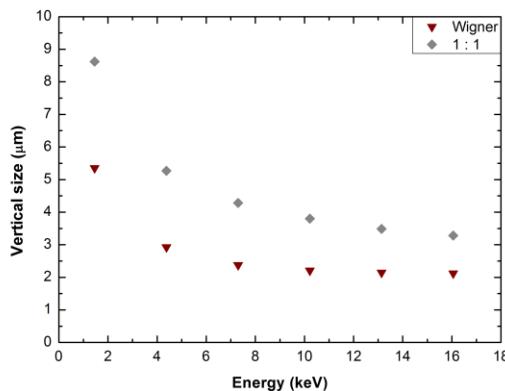
**C-) Tamanho horizontal do feixe.**



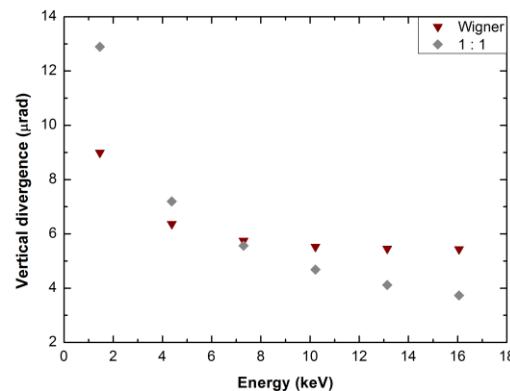
**D-) Divergência horizontal do feixe.**



**E-) Tamanho vertical do feixe.**



**F-) Divergência vertical do feixe.**



**Figura 4.20** Comparações entre as simulações com a função de Wigner e propagação reversa.

## 5. MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

---

Serão apresentados métodos experimentais que podem ser adotados para caracterização das propriedades ópticas do feixe de radiação gerado por um ondulador, isto é, fluxo de fótons, brilho, brilhância, coerência, polarização, etc., bem como os perfis espaciais e angulares do feixe de fótons. O confronto entre dados experimentais e simulados tem grande apelo para a validação da teoria envolvida nesse trabalho. Os métodos apresentados doravante são sugestões que podem ser aplicadas durante a fase de comissionamento da fonte Sirius, com o intuito de investigar de maneira mais profunda as propriedades da radiação gerada por dispositivos do tipo ondulador.

### 5.1. MEDIDAS DA DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO FLUXO DE FÓTONS

Para a caracterização das propriedades ópticas do feixe de fótons é necessária uma medição da intensidade do feixe, dada, preferencialmente, em fótons por segundo. Dispositivos que atendem à essa função são denominados detectores. As tecnologias de detecção vêm migrando para dispositivos de estado sólido (GRAAFSMA, 2014), que conferem maior precisão nas medidas, entretanto, outras tecnologias, como câmaras de ionização e cintiladores, ainda são de amplo uso.

Contar cada fóton individualmente, de fato, seria o melhor método para quantificar o fluxo de fótons em uma fonte de radiação, uma vez que a incerteza na contagem reside apenas na aleatoriedade<sup>15</sup> fundamental da chegada de um fóton em um detector. Entretanto, contar fótons individualmente em fontes síncrotron modernas de alto fluxo não é algo possível de ser implementado (OWEN ET AL., 2009). Uma discussão detalhada sobre tecnologia de detectores está fora do escopo do trabalho, serão, contudo, apresentados a seguir dois conceitos básicos e de amplo uso em medidas de fluxo de fótons em fontes modernas de alto brilho.

Duas classes de dispositivos são amplamente usadas para aferição de fluxo de fótons: câmaras de gás ionizante e dispositivos de estado sólido (entre eles, o fotodiodo de silício é o mais amplamente adotado) (LBNL, 2009). Ambos estão sob o grande grupo de dispositivos de contagem e dão informação quantitativa sobre o fluxo de fótons. Cintiladores e câmaras CCD (*charge coupled device*) não serão abordados aqui, mas são bastante usados para imageamento do feixe de fótons (radiografia numérica).

---

<sup>15</sup> A chegada de um fóton em um dispositivo de contagem tem distribuição estatística de Poisson, para qual uma contagem de  $N$  fótons em um dado tempo apresenta incertezas da ordem de  $\sqrt{N}$  (OWEN ET AL., 2009). Contar por tempos longos irá acumular mais fótons e melhorar a relação entre sinal e ruído da medida.

Os dispositivos de estado sólido como, por exemplo, *Mythen* (SCHMITT ET AL., 2003), um detector com arranjo linear de *pixels* que opera em modo de contagem de eventos únicos (*single-photon counting*), *PILATUS* (KRAFT ET AL., 2009), um detector de área multipropósito, que também opera em modo de contagem de eventos únicos e o *Medipix3RX* (BALLABRIGA ET AL., 2013), detector de área de eventos únicos que também pode ser usado para detecção resolvida em energia (espectrometria), este último ainda em fase de desenvolvimento e comissionamento, são os usados por padrão no Laboratório Nacional de Luz Síncrotron, em Campinas, Brasil (RINKEL, 2014).

A tecnologia hibrida, isto é, sensores tipicamente de silício e eletrônica especial de leitura e tratamento dos dados, presentes em detectores como *PILATUS*, *Mythen* e *Medipix*, tornam as medidas de fluxo de fótons e de intensidades relativas medidas de fácil acesso para o usuário de instalações síncrotrons, fornecendo medidas diretas do fluxo de fótons e sua distribuição espacial, no caso de detectores de área, além de fornecer informações sobre a distribuição energética dos fótons, fornecem também a distribuição espacial (BERGAMASCHI ET AL., 2014; PENNICKARD ET AL., 2014).

É importante reiterar que esse não é um trabalho extensivo sobre detectores e tecnologia de detecção, mas sim uma breve introdução que tem por intuito tornar mais transparente ao leitor como podem ser feitas medidas de intensidade e de fluxo de fótons, que serão importantes para as próximas subsecções. Para mais detalhes e informações em tecnologia de detectores, consultar (HEALD, 2005; RINKEL, 2012; SRN, 2014).

## 5.2. MEDIDAS DE EMITÂNCIA DO FEIXE DE FÓTONS

Os métodos a sugeridos para caracterização da emitância são sugestões retiradas de (KOHMURA ET AL., 2000) com o formalismo das definições contidas em (MADSEN, 1989) para fontes denominadas de microfoco. Às referências anteriores, acrescenta-se o desenvolvimento recente de monocromadores de alta resolução descritos em (ISHIKAWA ET AL., 2005; MARX ET AL., 2013).

O texto não é, de forma alguma, um estudo aprofundado sobre caracterização de fontes de emissão de radiação sincrotron. Para um entendimento mais aprofundado do tema, assim como entendimento dos métodos utilizados, recomenda-se a consulta das referências citadas.

### 5.3. MEDIDAS DE COERÊNCIA DO FEIXE DE FÓTONS

A coerência do feixe de fótons de raios-X deve ser estuda à luz dos métodos descritos em (CHANG ET AL., 2000; PATERSON ET AL., 2001; SINGER, 2012).

### 5.4. CARACTERIZAÇÃO DA POLARIZAÇÃO DO FEIXE DE FÓTONS

Para caracterização da polarização serão sugeridas técnicas de polarimetria de alta precisão em raios-X descrita por (MARX ET AL., 2011, 2013). As técnicas descritas não diferem muito do princípio de medição do estado de polarização usado em óptica clássica: um polarizador é colocado em série com um analisador e mede-se a intensidade transmitida em função da posição relativa do analisador em relação ao polarizador.

## **6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

---

O programa SR\_LNLS apresenta resultados satisfatórios e pode ser usado para o cálculo dos parâmetros de dispositivos de inserção do tipo ondulador planar, uma vez que o código fonte tem implementadas as equações descritas nas seções “2.1 CARACTERÍSTICAS DO FEIXE DE FÓTONS” e “2.2 PROPRIEDADES DA RADIAÇÃO EMITIDA POR ONDULADORES PLANARES”, que são expressões encontradas na literatura relevante à área de radiação síncrotron, apesar dos valores encontrados diferirem dos resultados obtidos com os métodos de certificação. É possível excluir possíveis erros de implementação e codificação, uma vez que o código passou por extensa revisão e várias atualizações no período de desenvolvimento, visando sempre sanar erros no código e pequenas instabilidades de execução.

Antes de iniciar a análise dos resultados, é necessário retomar o efeito de dispersão de energia do feixe de elétrons no feixe de fótons (exemplificado nas figura 2.6 e figura 4.7). De toda a discussão feita em (TANAKA & KITAMURA, 2009), é importante ter claro duas características importantes do efeito de dispersão de energia: dada uma determinada harmônica ímpar, os fatores de crescimento  $Q_s$  e  $Q_a$  são constantes, independentemente da energia (ou do parâmetro  $K$ ) em que a análise é feita (figura 4.7.A e figura 4.7.C); o efeito de dispersão de energia no feixe de fótons é mais acentuado para as baixas energias e menos proeminente para as altas, independentemente da harmônica analisada como mostram as figura 4.7.B e figura 4.7.D. Fica evidente que a divergência natural é mais fortemente afetada. Outra observação importante é que esses efeitos só são perceptíveis para anéis de armazenamento perto do limite de difração, onde os tamanhos e divergências do feixe de elétrons são comparáveis aos tamanhos e divergências naturais, o que é corroborado pelas equações (2.15) e (2.16).

Os resultados dispostos em “COMPARAÇÕES DIRETAS”, na secção 4.4, são o ponto de partida para a discussão da validação do SR\_LNLS. Para o cálculo do tamanho e divergência naturais do feixe os resultados encontrados mostram concordância total entre os valores obtidos com o SR\_LNLS e os encontrados com o SPECTRA10, onde as diferenças são inferiores à 0,05%, o que é esperado, uma vez que ambos programas usam a mesma referência para o cálculo: (KIM, 1995). Os resultados, quando comparados com os encontrados com o uso do SRW, divergem fortemente: diferença média de 112% para valores do tamanho natural e de -18,5% para a divergência natural. Infelizmente, não foi encontrada referência de como os cálculos são feitos pelo SRW, mas podem-se excluir imediatamente erros referentes ao uso das equações contidas em (KIM, 1986) ou (LBNL, 2009), que diferem

por um fator de  $1/\sqrt{2}$  para o tamanho natural e  $\sqrt{2}$  para a divergência natural das expressões contidas em (KIM, 1995) e (TANAKA & KITAMURA, 2009).

As diferenças contidas nos cálculos do tamanho horizontal são mínimas quando comparadas com os valores obtidos com o *SPECTRA10* (< 7%) ou com valores encontrados com o SRW (< 1,2%). A boa concordância entre os códigos deve-se ao fato de que no eixo horizontal o feixe de elétrons (gaussiano) é aproximadamente cinco vezes maior que o tamanho natural da fonte de radiação. Quando ambos são convoluidos, o peso do tamanho natural é muito baixo e quaisquer variações no tratamento do efeito de dispersão de energia ou na definição de tamanho natural são mascarados. O mesmo ocorre, em menor escala, para a divergência horizontal, onde a proximidade entre os valores encontrados com o *SPECTRA10* é muito grande, com erros da ordem de 0,1%. O SRW apresenta valores 10% menores para baixas energias e 3% menores para as mais altas, fato que pode ser explicado pela diferença do tratamento da dispersão de energia, que tem efeitos mais acentuados em baixas energias e efeitos mais amenos para energias maiores. As diferenças no tratamento desse efeito são mais proeminentes do que no caso do tamanho horizontal.

No cálculo dos tamanhos e divergências verticais, os softwares apresentam maior discordância entre si, o que é esperado, já que o feixe de elétrons tem tamanho e divergência vertical comparáveis com o tamanho e divergência natural do ondulador. Pequenas variações no tratamento dessas grandezas ficam explícitas quando calculam-se as características verticais do feixe de fôtons (convolução das características do feixe de elétrons com as características naturais da fonte). O *SPECTRA10* tem, para tamanho vertical, valores com variação de -48% para baixas energias indo para -22% nas mais altas, o que é muito surpreendente, uma vez que o Dr. Takahashi Tanaka, responsável pela manutenção e atualização do *SPECTRA*, usa as mesmas referências que o autor usou para escrever o SR\_LNLS, o que leva a acreditar que há diferença entre as referências adotadas e as expressões implementadas. A divergência vertical apresenta valores que concordam perfeitamente com os extraídos do SR\_LNLS, conforme esperado. O desempenho do programa SRW é razoável: valores em torno de 20% (no caso mais extremo) acima dos calculados para o tamanho vertical e -22% para a divergência vertical, quando comparado com o SR\_LNLS. As diferenças encontradas no cálculo do tamanho natural diminuem com a energia, conforme esperado, mas aumentam conforme a harmônica.

O fluxo de fôtons calculado tanto pelo SR\_LNLS quanto pelos *SPECTRA10* e SRW apresenta valores bem próximos, onde os erros podem ser desconsiderados para as harmônicas mais baixas. A brilhância, contudo, apresenta erros muito maiores (102% para o *SPECTRA10* e 26% para o SRW ambos em baixa energia), que podem ser facilmente

explicados devido às diferenças entre os valores encontrados para os tamanhos e divergências do feixe de fótons. Fica evidente que as diferenças encontradas no cálculo da brilhância tendem a diminuir para as energias mais altas (figura 4.10), o que confirma, mais uma vez, que a fonte das divergências entre os valores pode residir no tratamento dos efeitos de dispersão de energia.

Das simulações da função de Wigner para o IVU19 foram obtidos valores para a brilhância do feixe de fótons, além de seus tamanhos e divergências horizontal e vertical. O tamanho natural do feixe de fótons também foi simulado. Os espaços de fases obtidos com as simulações passaram por um tratamento, para que as informações pertinentes fossem extraídas, conforme descrito em “4.4 CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE WIGNER COM O SPECTRA10”. Os valores da brilhância calculados com o SR\_LNLS foram sistematicamente subestimados, quando comparados aos obtidos pelo cálculo da função de Wigner, apesar dessa diferença diminuir para altas energias. As diferenças encontradas entre os valores variam entre > 115% para a energias baixas até < 30% para as mais altas.

Apesar da função de Wigner não ser necessariamente gaussiana (em especial para feixes perto do limite de difração, como é o caso do perfil vertical do feixe de fótons mostrado na figura 4.12), as aproximações por curvas gaussianas dos perfis (figura 4.13 e figura 4.14) tiveram boa concordância: coeficientes de determinação ajustado,  $R^2$ , com valores superiores à 95%. Os valores, contudo, não concordam com os calculados com o SR\_LNLS, com diferenças muito acentuadas nos valores de divergência natural e nos tamanhos e divergências verticais do feixe de fótons (figura 4.15). Não foi encontrado um padrão no comportamento das diferenças, como por exemplo, diminuir em função das energias.

O método de propagação reversa, apresentado em “4.4 SIMULAÇÕES DE PROPAGAÇÃO REVERSA COM O SRW”, foi feito a princípio para determinação dos tamanhos e divergências naturais, mas foi estendido para o cálculo dos tamanhos e divergências horizontal e vertical do feixe de fótons, apesar do fato de que o SRW não faz propagação de ondas considerando o efeito de dispersão de energia. Os mesmos procedimentos adotados para extração dos resultados calculados com a função de Wigner foram empregados (figura 4.17 e figura 4.18) e apesar do perfil de intensidade não ser necessariamente gaussiano, bons valores para os coeficientes de determinação ajustado,  $R^2$ , foram encontrados (> 99%). A alta qualidade das aproximações gaussianas, contudo, não implicou em concordância com os resultados obtidos com o SR\_LNLS. O tamanho natural da fonte calculado pelo método descrito é, em média, duas vezes maior do que o calculado usando as expressões contidas em (KIM, 1995), entretanto, a divergência natural não apresenta nenhuma relação de proporcionalidade que preserve a emitância teórica de um feixe gaussiano limitado por difração ( $\lambda/4\pi$ ). Os

tamanhos e divergências do feixe de fótons, por não conterem o tratamento do efeito de dispersão de energia, naturalmente divergem dos encontrados com o SR\_LNLS, apesar da natureza das diferenças não ser clara.

É interessante retomar os gráficos contidos na figura 4.20, “4.4 COMPARAÇÕES ENTRE FUNÇÕES DE WIGNER E PROPAGAÇÃO REVERSA”, para deixar claro que os métodos apresentados para validação do código por meio indireto não concordam entre si. Poucos estudos foram feitos na direção de certificação dos softwares usados para computação de radiação síncrotron, portanto, é prematuro apontar erros ou falta de validade em um ou outro método.

No que tange o projeto, isto é, cálculo de parâmetros de dispositivos de inserção com aplicação às simulações de *ray-tracing* para linhas de luz de raios-X duros, conclui-se que para os cálculos das características e propriedades dos feixes de fótons os cálculos diretos são muito bons, porque conferem resultados satisfatórios, ainda que aproximações com erros, dentro de um tempo de computação aceitável e são a mais rápida forma de geração de parâmetro de entrada para programas de *ray-tracing*.

O cálculo da função de Wigner é tido como o método mais rigoroso para a estimativa de brilhância e das características ópticas do feixe de fótons (TANAKA, 2014a), contudo, sua computação para uma energia bem definida leva tempo de computação considerável e demanda muitos bastantes computacionais, o que a torna pouco competitiva para ser usada para geração de entradas para programas de *ray-tracing*, já que também não fornece diretamente os valores necessários de entrada, tendo que ser tratada matematicamente, conforme método descrito em “CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE WIGNER COM O SPECTRA10” na seção 4.4. A função de Wigner leva em consideração efeitos de emitância e dispersão de energia, uma vantagem sobre o método de propagação reversa.

O método de propagação reversa, apresentado em “SIMULAÇÕES DE PROPAGAÇÃO REVERSA COM O SRW”, é o método mais fraco para geração de entradas para programas de *ray-tracing*, uma vez que demanda muito tempo, é trabalhoso e, assim como o cálculo da função de Wigner, não fornece diretamente os dados de interesse. Outro fato que conta contra o método de propagação reversa é que no SRW o efeito de dispersão de energia não é implementado para propagação de ondas.

Os resultados e comparações discutidos encontram-se disponíveis em “E APÊNDICE: TABELAS DE COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS”.

## **AGRADECIMENTOS**

---

O autor agradece ao Prof. Eduardo Granado Monteiro da Silva e ao Eng. Bernd Christian Meyer por terem orientado o trabalho de conclusão de curso. O apoio dado foi imprescindível para a realização deste relatório.

O autor agradece, também, aos colegas do Laboratório Nacional de Luz Síncrotron do Centro Nacional de Pesquisas em Energia e Materiais, em especial aos que contribuíram diretamente para a realização do projeto de pesquisa: Dr. Harry Westfahl Jr., coordenador das linhas de luz do projeto Sirius, pelo apoio, incentivo, indicação de bibliografia e discussão dos resultados; ao Dr. Antonio Ricardo Droher Rodrigues, coordenador dos aceleradores do projeto Sirius, pelas inúmeras discussões na fase inicial do trabalho; à Dr.<sup>a</sup> Liu Lin e Dr.<sup>a</sup> Natália Milas, do departamento de física de aceleradores, pelo fornecimento de tabelas com os parâmetros atualizados da fonte Sirius.

Agradece, também, ao revisor ortográfico e gramatical deste ensaio: Marcello Salvatore Celestre.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- ATTWOOD, D.** (2007). "Undulator Equation and Radiated Power Undulator Radiated Power" Berkeley, United States of America: Undulator Equation and Radiated Power - EE290F.
- BACHRACH, R., BRINGANS, R., PATE, B., & CARR, R.** (1985). *International Conference on Insertion Devices for Synchrotron Sources*. **582**, 251–267.
- BALLABRIGA, R., ALOZY, J., BLAJ, G., CAMPBELL, M., FIEDERLE, M., FROJDH, E., HEIJNE, E., LLOPART, X., PICOTKA, M., PROCZ, S., ET AL.** (2013). *Journal of Instrumentation*. **8**, C02016–C02016.
- BAZAROV, I. V.** (2012). *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. **15**, 050703.
- BERGAMASCHI, A., CARTIER, S., DINAPOLI, R., GREIFFENBERG, D., JOHNSON, I., MEZZAA, D., MOZZANICA, A., SCHMITT, B., SHI, X., JUNGMANN-SMITH, J., ET AL.** (2014). *Synchrotron Radiation News - Detectors*. **27**, 3–8.
- CARR, R.** (1991). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **306**, 391–396.
- CARR, R. & NUHN, H.-D.** (1992). *Review of Scientific Instruments*. **63**, 347–351.
- CELESTRE, R. & MEYER, B.** (2014). Simulações de ray-tracing para linhas de luz de raios-X duros. Laboratório Nacional de Luz Síncrotron.
- CHANG, C., NAULLEAU, P., ANDERSON, E., & ATTWOOD, D.** (2000). *Optics Communications*. **182**, 25–34.
- CHANG, C., WANG, C., HWANG, C., FAN, T., & LUO, G.** (2002). *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. **239**, 363–366.
- CHAVANNE, J., ELLEAUME, P., & VAN VAERENBERGH, P.** *Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference*. 2213–2215.
- CHUBAR, O.** (2013). "Introduction to ' Synchrotron Radiation Workshop '" Grenoble, France: Synchrotron Optics Simulations: 3-Codes Tutorial.
- CHUBAR, O. & ELLEAUME, P.** (1998). *Proceedings of the EPAC98*, pp. 1177–1179.
- CHUBAR, O., ELLEAUME, P., KUZNETSOV, S., & SNIGIREV, A.** (2002). *Optical Design and Analysis Software II - Proceedings of SPIE*. **4769**, 145–151.
- CHUBAR, O., ELLEAUME, P., & SNIGIREV, A.** (1999). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **435**, 495–508.
- CLARKE, J.** (2004). "The science and technology of undulators and wigglers" Oxford University Press.

Coïsson, R. (1988). *Optical Engineering*. **27**, 250–252.

COURANT, E. D. & SNYDER, H. S. (1957). *Annals of Physics*. **3**, 1–48.

ELLEAUME, P. (2003a). “CERN accelerator school: ‘Insertion Devices’” Brunnen, Switzerland: CERN Accelerator School.

ELLEAUME, P. (2003b). “CERN accelerator school: ‘Variable polarisation and other exotic Insertion Devices’” Brunnen, Switzerland: CAS on Synchrotron Radiation and Free Electron Lasers.

ESRF (2014). “Synchrotron Radiation Workshop (SRW) home page”

<http://www.esrf.eu/Accelerators/Groups/InsertionDevices/Software/SRW>.

GRAAFSMA, H. (2014). *Synchrotron Radiation News - Detectors*. **27**, 2.

HEALD, S. (2005). “Basics of Synchrotron Radiation Beamlines and Detectors” Chicago, United States of America: APS XAFS School.

HOFMANN, A. (2004). “The Physics of Synchrotron Radiation” Cambridge University Press.

HOFMANN, A. & MÉOT, F. (1982). *Nuclear Instruments and Methods*. **203**, 483–493.

HUANG, Z. (2013). *SLAC National Accelerator Laboratory Internal Report*. **SLAC-PUB-1**, 1–5.

HUANG, Z. & KIM, K.-J. (2007). *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. **10**, 034801.

ILINSKI, P. (1998). “Undulator A: Diagnostics at the Advanced Photon Source.”

ISHIKAWA, T., TAMASAKU, K., & YABASHI, M. (2005). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*. **547**, 42–49.

ISOYAMA, G., YAMAMOTO, S., SHIOYA, T., OHKUMA, H., SASAKI, S., MITSUHASHI, T., YAMAKAWA, T., & KITAMURA, H. (1989). *Review of Scientific Instruments*. **60**, 1863–1866.

JOHO, W. (1996). *Swiss Light Source Internal Report*. **SLS-Note 4**.

KIM, K.-J. (1986). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*. **246**, 71–76.

KIM, K.-J. (1995). *Optical Engineering*. **34**, 342–352.

KOHMURA, Y., SUZUKI, Y., AWAJI, M., TANAKA, T., HARA, T., GOTO, S., & ISHIKAWA, T. (2000). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **452**, 343–350.

KRAFT, P., BERGAMASCHI, A., BROENNIMANN, C., DINAPOLI, R., EIKENBERRY, E., HENRICH, B., JOHNSON, I., MOZZANICA, A., SCHLEPÜTZ, C., WILLMOTT, P., ET AL. (2009). *Journal of Synchrotron Radiation*. **16**, 368–375.

**LBNL** (2009). "X-Ray data booklet" Center for X-Ray Optics and Advanced Light Source.

**LEEMANN, S., ANDERSSON, Å., ERIKSSON, M., LINDGREN, L., WALLÉN, E., BENGTSSON, J., & STREUN, A.** (2009). *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. **12**, 120701.

**LIU, L., MILAS, N., MUKAI, A., RESENDE, X., & SÁ, F.** (2014a). "Parameters Sirius v500: AC10 6."

**LIU, L., MILAS, N., MUKAI, A., RESENDE, X., & SÁ, F.** (2014b). *Journal of Synchrotron Radiation*. 1–21.

**MADSEN, J.** (1989). *NDT International*. **22**, 292–296.

**MARX, B., SCHULZE, K., USCHMANN, I., KÄMPFER, T., LÖTZSCH, R., WEHRHAN, O., WAGNER, W., DETLEFS, C., ROTH, T., HÄRTWIG, J., ET AL.** (2013). *Physical Review Letters*. **110**, 254801.

**MARX, B., USCHMANN, I., HÖFER, S., LÖTZSCH, R., WEHRHAN, O., FÖRSTER, E., KALUZA, M., STÖHLKER, T., GIES, H., DETLEFS, C., ET AL.** (2011). *Optics Communications*. **284**, 915–918.

**MASUDA, K., KITAGAKI, J., DONG, Z., KII, T., YAMAZAKI, T., & YOSHIKAWA, K.** (2001). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **475**, 608–612.

**MESCHEDE, D.** (1999). "Optik, Licht und Laser" Stuttgart: B. G. Teubner.

**OHNISHI, M., SHIMADA, S., KITAGAKI, J., OKADA, K., SOBAJIMA, M., MASUDA, K., YAMAMOTO, Y., TOKU, H., & YOSHIKAWA, K.** (1998). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **407**, 434–438.

**OWEN, R., HOLTON, J., SCHULZE-BRIESE, C., & GARMAN, E.** (2009). *Journal of Synchrotron Radiation*. **16**, 143–151.

**PATERSON, D., ALLMAN, B., McMAHON, P., LIN, J., MOLDOVAN, N., NUGENT, K., McNULTY, I., CHANTLER, C., RETSCH, C., IRVING, T., ET AL.** (2001). *Optics Communications*. **195**, 79–84.

**PAULSON, K.** (1990). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **296**, 624–630.

**PEATMAN, W. B.** (1997). "Gratings, Mirrors and Slits: Beamline Design for Soft X-Ray Synchrotron Radiation Sources" Gordon and Breach Science Publishers.

**PENNICKARD, D., BECKER, J., ALLAIGHOLI, A., BIANCO, L., DINAPOLI, R., GOETTLICHER, P., GRAAFSMA, H., GREIFFENBERG, D., HIRSEMANN, H., JACK, S., ET AL.** (2014). *Synchrotron Radiation News - Detectors*. **27**, 9–13.

**RAMIAN, G., ELIAS, L., & KIMEL, I.** (1986). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **250**, 125–133.

**RINKEL, J.** (2012). "Imagerie quantitative en radiographie numérique" CEA-LETI 2012.

**RINKEL, J.** (2014). "Private communication" LNLS.

**Ross, S.** (2010). "A first course in probability" Prentice Hall.

**SASAKI, S., KOBAYASHI, H., TAKAO, M., MIYAHARA, Y., & HASHIMOTO, S.** (1995). *Review of Scientific Instruments*. **66**, 1953–1955.

**SCHMITT, B., BRÖNNIMANN, C., EIKENBERRY, E., GOZZO, F., HÖRMANN, C., HORISBERGER, R., & PATTERSON, B.** (2003). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. **501**, 267–272.

**SCHMÜSER, P., DOHLUS, M., ROSSBACH, J., & BEHRENS, C.** (2014). “Free-Electron Lasers in the Ultraviolet and X-Ray Regime” Springer International Publishing.

**SERWAY, R. & JEWETT, J.** (2004). “Physics for Scientists and Engineers” Thomson Brooks.

**SHI, X., REININGER, R., SANCHEZ DEL RIO, M., & ASSOUFID, L.** (2014). *Journal of Synchrotron Radiation*. **21**, 669–678.

**SIEGMAN, A. E.** (1998). *DPSS (Diode Pumped Solid State) Lasers: Applications and Issues*. **17**, MQ1.

**SINGER, A.** (2012). Coherence properties of third and fourth generation x-ray sources . Theory and experiment. Universität Hamburg.

**SRN** (2014). *Synchrotron Radiation News - Detectors*. **24**.

**TALMAN, R.** (2006). “Accelerator X-Ray Sources” WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.

**TANAKA, T.** (2014a). *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. **17**, 060702.

**TANAKA, T.** (2014b). “SPECTRA home page” <http://radian.riken.go.jp/spectra>.

**TANAKA, T. & KITAMURA, H.** (1996). *Journal of Synchrotron Radiation*. **3**, 47–52.

**TANAKA, T. & KITAMURA, H.** (1997). *Journal of Synchrotron Radiation*. **4**, 193–198.

**TANAKA, T. & KITAMURA, H.** (2001). *Journal of Synchrotron Radiation*. **8**, 1221–1228.

**TANAKA, T. & KITAMURA, H.** (2009). *Journal of Synchrotron Radiation*. **16**, 380–386.

**TANAKA, T., MARÉCHAL, X. M., HARA, T., TANABE, T., & KITAMURA, H.** (1998). *Journal of Synchrotron Radiation*. **5**, 412–413.

**WAVEMETRICS** (2014). “WaveMetrics home page”

<http://www.wavemetrics.com/products/igorpro>.

**WESTFAHL JR, H.** (2014a). “Private communication” LNLS.

**WESTFAHL JR, H.** (2014b). “Sirius Project - Overview of the current status” LNLS.

**WILLE, K.** (2000). “The Physics of Particle Accelerators - an introduction” Oxford University Press.

**WILLMOTT, P.** (2001). "An Introduction to Synchrotron Radiation: Techniques and Application" John Wiley and Sons, Ltd.

**YAMAMOTO, S., SHIOYA, T., SASAKI, S., & KITAMURA, H.** (1989). *Review of Scientific Instruments*. **60**, 1834.

## A. APÊNDICE: ASPECTOS ACERCA DA DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA

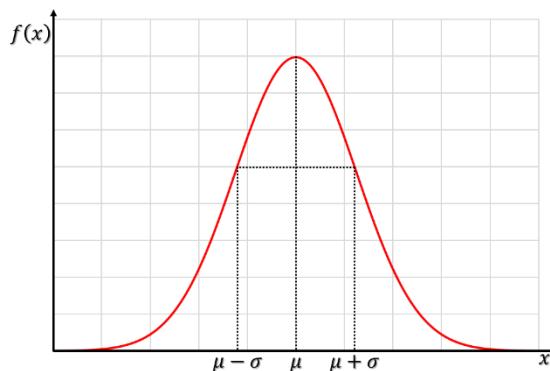
---

O objetivo desta secção é familiarizar o leitor com a distribuição normal e sua aplicação nas definições dos perfis espacial e angular dos feixes de elétrons e fótons. Serão apresentadas diversas definições e será apontada a usada no desenvolvimento desta monografia.

Diz-se que  $X$  é uma variável aleatória normal, ou simplesmente que  $X$  tem distribuição normal, com valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  se sua densidade de probabilidade é dada por (Ross, 2010):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (\text{A.1})$$

A função de densidade de probabilidade descrita acima, introduzida pelo matemático francês Abraham DeMoivre em 1733<sup>16</sup>, tem forma de sino (Figura A.1) e é simétrica com relação ao seu valor médio  $\mu$ . A distribuição normal também é conhecida como distribuição gaussiana.



**Figura A.1** Distribuição gaussiana da variável aleatória  $X$ . A figura, com forma de sino, é simétrica em relação ao seu valor médio  $\mu$ .

A questão central em desenvolver uma medida significativa de qualidade de feixe para uso rotineiro em óptica passa por definir uma medida significativa, prática e reproduzível para o tamanho do perfil de um feixe, dado sua distribuição média no tempo de seu perfil de irradiação  $I(x, y)$  em qualquer plano de observação (SIEGMAN, 1998).

O valor adotado neste trabalho para definição dos perfis espacial e angular dos feixes de elétrons e fótons é o desvio padrão,  $\sigma$ , também conhecido como valor quadrático médio da distribuição gaussiana (valor *rms*), é simplesmente a raiz quadrada da variância da

---

<sup>16</sup> Para uma discussão sobre as origens históricas da distribuição normal, consultar p.207-208 de (Ross, 2010).

distribuição gaussiana. As relações entre o desvio padrão  $\sigma$  e a área sob a curva  $f(x)$  é apresentada na Tabela A.1, (PEATMAN, 1997):

**Tabela A.1** Relações entre o desvio padrão  $\sigma$  e a área sob a curva  $f(x)$  retirada de (PEATMAN, 1997).

Intervalo	Área
$\mu \pm \sigma$	68,3%
$\mu \pm \frac{2,35}{2} \sigma$	76,0%
$\mu \pm 2\sigma$	95,4%
$\mu \pm 3\sigma$	99,7%

Outras definições medidas do perfil espacial de um feixe para uso em óptica foram propostos, dentre eles os mais usados são (SIEGMAN, 1998):

- Largura à meia altura (FWHM), que para feixes gaussianos é dada por  $2,35\sigma$ , é um valor frequentemente encontrado como medida do tamanho dos perfis do feixe;
- Largura ou meia largura dos primeiros zeros de intensidade;
- Larguras em  $1/e$  ou  $1/e^2$  em intensidade;
- Diâmetro “D86”, contendo 86% da energia total do feixe.

Dentre tantas outras definições. Para concluir esta secção, cita-se uma frase dita por Mark Sasnett: “*tentar definir uma única medida para a largura de um feixe irregular é algo como tentar medir o diâmetro de uma bola de algodão com um paquímetro.*” (SIEGMAN, 1998).

## B. APÊNDICE: EQUAÇÃO DE MOVIMENTO NO ONDULADOR

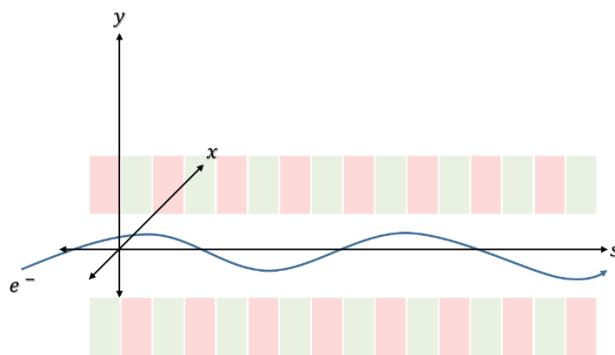
---

Ao moverem-se pelos polos do ondulador, os elétrons sofrem a atuação da força de Lorentz:

$$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}} = m\gamma\dot{\mathbf{v}} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{B.1})$$

Os campos elétricos são relativamente fracos e podem ser aproximados a zero (ATTWOOD, 2007). Obtém-se, então, a forma reduzida:

$$m\gamma\dot{\mathbf{v}} = -e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{B.2})$$



**Figura B.1** Definição do eixo de coordenadas usado para dedução das equações de movimento em um ondulador planar.

Assumindo que o ondulador tem uma extensão horizontal infinita, pode-se negligenciar a componente  $B_x$  do campo magnético. Para um ondulador planar não há componente magnético na direção de propagação do feixe de elétrons, tendo assim,  $B_s = 0$ . A componente vertical da velocidade, isto é,  $v_y$  será considerada nula, também (WILLE, 2000):

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} 0 \\ B_y \\ 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{v} &= \begin{pmatrix} v_x \\ 0 \\ v_s \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Segue das equações (B.2) e (B.3) que:

$$\dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m\gamma} \begin{pmatrix} -v_s B_y \\ 0 \\ v_x B_y \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Fazendo  $\dot{x} = v_x$  e  $\dot{s} = v_s$ , obtém-se as equações de movimento acopladas no plano  $s - x$ :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \dot{s} \frac{e}{m\gamma} B_y(s) \\ \ddot{s} &= -\dot{x} \frac{e}{m\gamma} B_y(s) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Enquanto a partícula move-se por uma estrutura magnética, sua posição  $s$  é definida de maneira única para qualquer tempo  $t$ . Isto propicia a mudança das derivadas temporais pelas derivadas com respeito a coordenada espacial  $s$ , como segue:

$$\dot{x} = \frac{dx}{ds} \frac{ds}{dt} = x' \dot{s} \quad (\text{B.6})$$

$$\ddot{x} = \dot{x}' \dot{s} + x'' \ddot{s} = x'' \dot{s}^2 + x' \ddot{s} \quad (\text{B.7})$$

Como  $\dot{s} = v_s \simeq c$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $\ddot{s} \simeq 0$  (WILLE, 2000) e o campo magnético no ondulador é senoidal, com período magnético  $\lambda_u$  e pode ser escrito como (CLARKE, 2004):

$$B_y = B_0 \cos\left(\frac{2\pi s}{\lambda_u}\right) \quad (\text{B.8})$$

Chega-se à seguinte equação de movimento para um ondulador planar ideal:

$$x''(s) = \frac{e}{mc\gamma} B_0 \cos\left(\frac{2\pi s}{\lambda_u}\right) \quad (\text{B.9})$$

Integra-se, então,  $x''(s)$  com respeito à  $s$  ( $0 \leq s \leq N\lambda_u$ ) para a obtenção de  $x'(s)$ :

$$x'(s) = \int \frac{e}{mc\gamma} B_0 \cos\left(\frac{2\pi s}{\lambda_u}\right) ds \quad (\text{B.10})$$

$$x'(s) = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi mc\gamma} \sin\left(\frac{2\pi s}{\lambda_u}\right) \quad (\text{B.11})$$

Como  $x'$  é o ângulo de deflexão horizontal do ondulador em relação ao eixo  $s$ , do resultado acima obtém-se a máxima deflexão do feixe de elétrons em um ondulador planar (CLARKE, 2004):

$$\Theta_{max} = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi mc\gamma} = \frac{K}{\gamma} \quad (\text{B.12})$$

$$K \equiv \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi mc} \quad (\text{B.13})$$

Onde  $K$  é o parâmetro adimensional de deflexão (excursão) do ondulador.

## C. APÊNDICE: EQUAÇÃO DO ONDULADOR

---

Segue de (ATTWOOD, 2007)<sup>17</sup> que em um campo magnético o fator de Lorentz  $\gamma$  é constante. Sendo assim:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2 + v_s^2}{c^2}}} \quad (\text{C.1})$$

Portanto:

$$\frac{v_s^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{v_x^2}{c^2} \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{v_s^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{K^2}{\gamma^2} \sin^2\left(\frac{2\pi s}{\lambda_u}\right) \quad (\text{C.3})$$

Aplicando a raiz quadrada e usando uma aproximação de primeira ordem em torno do parâmetro  $K/\gamma$ :

$$\frac{v_s}{c} = 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{2\gamma^2} \sin^2\left(\frac{2\pi s}{\lambda_u}\right) \quad (\text{C.4})$$

Usando a expressão trigonométrica:  $\sin^2(k_u s) = (1 - \cos(2k_u s))/2$ , onde  $k_u$  é o número de onda definido como  $k_u = 2\pi/\lambda_u$ :

$$\frac{v_s}{c} = 1 - \frac{1 + \frac{K^2}{2}}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2} \cos\left(\frac{4\pi s}{\lambda_u}\right) \quad (\text{C.5})$$

Os dois primeiros termos mostram uma redução na velocidade axial devido a um campo magnético finito ( $K$ ). O último termo indica a presença de movimento harmônico e por consequência, presença de frequências harmônicas na radiação produzida.

Fazendo uma média da velocidade no sentido de propagação  $s$  sobre um ciclo (ou  $N$  ciclos), obtém-se:

$$\frac{\bar{v}_s}{c} = 1 - \frac{1 + \frac{K^2}{2}}{2\gamma^2} \quad (\text{C.6})$$

O que leva à definição de um fator de Lorentz efetivo  $\gamma^*$  na direção radial:

$$\gamma^* \equiv \frac{\gamma}{\sqrt{1 + \frac{K^2}{2}}} \quad (\text{C.7})$$

O elétron enxerga um período magnético contraído, relativisticamente, pelo fator de Lorentz efetivo:

---

<sup>17</sup> Para essa dedução,  $v_s$  não será aproximado à  $c$ , como feito no apêndice B. Isso introduz à equação (B.11) um fator multiplicativo  $c$ , isto é (ATTWOOD, 2007):  $v_x = \frac{Kc}{\gamma} \sin\left(\frac{2\pi s}{\lambda_u}\right)$ .

$$\lambda' = \frac{\lambda_u}{\gamma^*} \quad (\text{C.8})$$

E emite radiação em seu referencial na frequência:

$$f' = \frac{c\gamma^*}{\lambda_u} \quad (\text{C.9})$$

Quando observada no referencial do laboratório<sup>18</sup>, a radiação sofre efeito Doppler e tem sua frequência dada por:

$$f = \frac{f'}{\gamma^*(1 - \beta^* \cos \theta)} = \frac{c}{\lambda_u(1 - \beta^* \cos \theta)} \quad (\text{C.10})$$

Usando a expansão para cossenos de ângulos pequenos<sup>19</sup>:

$$f = \frac{c}{\lambda_u \left[ 1 - \beta^* \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} + \dots \right) \right]} \quad (\text{C.11})$$

Após algum algebrismo<sup>20</sup>, obtém-se:

$$f = \frac{2\gamma^{*2}c}{\lambda_u(1 + \gamma^{*2}\theta^2)} \quad (\text{C.12})$$

O comprimento de onda observado no referencial do laboratório é dado, portanto, por:

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}} (1 + \gamma^{*2}\theta^2) \quad (\text{C.13})$$

Substituindo o fator de Lorentz efetivo (equação (C.7)) na equação (C.13):

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right) \left( 1 + \frac{\gamma^2}{1 + \frac{K^2}{2}} \theta^2 \right) \quad (\text{C.14})$$

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2\theta^2 \right) \quad (\text{C.15})$$

Essa é a equação do ondulador, que descreve a geração de comprimentos de onda curtos por elétrons relativísticos atravessando um campo magnético periódico, exibindo efeito Doppler para a radiação fora de eixo, isto é, para  $\theta \neq 0$ .

<sup>18</sup> Referencial do laboratório trata-se do referencial onde a radiação é observada na cabana experimental.

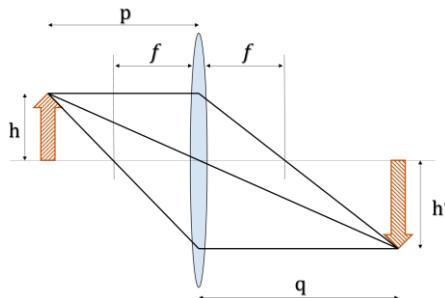
<sup>19</sup> Para  $\theta \neq 0$ ,  $\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} + \dots$

<sup>20</sup> Por definição:  $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ;  $\gamma^2 = \frac{1}{(1-\beta)(1+\beta)} \simeq \frac{1}{2(1-\beta)}$ .

## D. APÊNDICE: SISTEMA ÓPTICO DE MAGNIFICAÇÃO 1: 1

---

Define-se a distância  $p$  (posição do objeto) como distância do objeto à lente que fará sua imagem – no caso, distância do centro do ondulador à uma lente fina ideal –  $q$  (posição da imagem) como distância entre a lente e a posição da imagem produzida (conforme Figura D.1).



**Figura D.1** Construção convencional de um sistema de formação de imagens por uma lente fina com as principais distâncias do sistema. (imagem adaptada de (MESCHEDE, 1999)).

Define-se, também, uma figura de mérito chamada magnificação  $M$  do sistema óptico, que é dada por:

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \quad (\text{D.1})$$

Onde  $h'$  e  $h$  são, respectivamente, o tamanho da imagem e o tamanho do objeto (vide Figura D.1). O sinal negativo aparece devido ao fato da imagem estar invertida em relação ao objeto (SERWAY & JEWETT, 2004). Arbitrariamente escolhendo a magnificação como unitária, para preservação das características ópticas da fonte emissora, tem-se necessariamente que as distâncias entre a posição do objeto e a posição da imagem são iguais, isto é,  $p = q = d$ , sendo  $d$  uma distância arbitrária. Aplica-se, então, esse resultado à equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad (\text{D.2})$$

onde determina-se que:

$$d = 2f \quad (\text{D.3})$$

Sendo  $f$  é a distância focal da lente. Adotando-se  $d = 30[\text{m}]$ , tem-se que  $p = q = 30[\text{m}]$  e a distância focal da lente deve ser  $f = 15[\text{m}]$ .

## E. APÊNDICE: TABELAS DE COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

---

A seguir, compilação dos resultados obtidos com os programas SR\_LNLS, SRW e SPECTRA10, além das funções de Wigner e propagação reversa para o ondulador IVU19.

**Tabela E.1** Características do feixe de fótons calculadas pelo programa SR\_LNLS.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	1.4600	4.6322	14.5890	22.1390	20.3270	9.4844	15.3490
	4.3045	2.6977	8.4964	20.8130	16.0870	5.7448	9.0098
3 <sup>a</sup>	4.3800	2.6744	8.4229	20.8240	17.3880	5.7818	11.1680
	12.9140	1.5575	4.9054	20.3470	14.8720	3.7189	6.6011
5 <sup>a</sup>	7.3000	2.0716	6.5243	20.5620	16.9820	4.7563	10.5250
	21.5230	1.2065	3.7997	20.2570	14.7120	3.1882	6.2324
7 <sup>a</sup>	10.2200	1.7508	5.5142	20.4560	16.8330	4.2741	10.2820
	30.1310	1.0196	3.2113	20.2210	14.6540	2.9474	6.0932
9 <sup>a</sup>	13.1400	1.5441	4.8630	20.4000	16.7550	3.9984	10.1540
	38.7410	0.8992	2.8321	20.2020	14.6240	2.8131	6.0200
11 <sup>a</sup>	16.0590	1.3967	4.3988	20.3660	16.7070	3.8204	10.0750
	47.3500	0.8134	2.5617	20.1900	14.6050	2.7279	5.9750

**Tabela E.2** Características do feixe de fótons calculadas pelo programa SR\_LNLS (continuação).

Harmônica	E [keV]	Fluxo de fótons	Brilhância
1 <sup>a</sup>	1.4600	3.2899E+15	1.2720E+21
	4.3045	3.1659E+14	4.6274E+20
3 <sup>a</sup>	4.3800	1.6239E+15	1.7593E+21
	12.9140	9.7975E+11	3.3407E+18
5 <sup>a</sup>	7.3000	9.6734E+14	1.4017E+21
	21.5230	3.2728E+09	1.3999E+16
7 <sup>a</sup>	10.2200	6.0453E+14	1.0120E+21
	30.1310	1.1084E+07	5.2757E+13
9 <sup>a</sup>	13.1400	3.8549E+14	7.0364E+20
	38.7410	3.7620E+04	1.9047E+11
11 <sup>a</sup>	16.0590	2.4848E+14	4.8057E+20
	47.3500	1.2831E+02	6.7621E+08

As diferenças percentuais apresentadas nas tabelas a seguir são calculadas sempre com base nos valores encontrados com o SR\_LNLS, mostrado a seguir:

$$\text{Diferença percentual} = \frac{\text{Valor}_{\text{Calculado}} - \text{Valor}_{\text{SR\_LNLS}}}{\text{Valor}_{\text{SR\_LNLS}}} \cdot 100\% \quad (\text{E.1})$$

**Tabela E.3** Características do feixe de fótons calculadas pelo programa SRW.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	1.4599	9.8289	11.8992	22.3878	18.2700	10.0515	12.4974
	4.3046	5.7238	6.9296	20.9030	15.2267	6.0628	7.3649
3 <sup>a</sup>	4.3797	5.6744	6.8699	20.9405	16.0117	6.1907	8.8750
	12.9137	3.3040	4.0007	20.3880	14.3386	3.9356	5.2901
5 <sup>a</sup>	7.2996	4.3952	5.3214	20.6946	15.6629	5.2999	8.2290
	21.5229	2.5590	3.0986	20.3027	14.2073	3.4667	4.9231
7 <sup>a</sup>	10.2194	3.7144	4.4973	20.6084	15.5345	4.9522	7.9820
	30.1320	2.1622	2.6188	20.2729	14.1594	3.2877	4.7832
9 <sup>a</sup>	13.1392	3.2755	3.9662	20.5676	15.4684	4.7800	7.8526
	38.7412	1.9068	2.3095	20.2588	14.1349	3.2001	4.7100
11 <sup>a</sup>	16.0590	2.9626	3.5874	20.5449	15.4282	4.6812	7.7730
	47.3504	1.7245	2.1424	20.2510	14.1199	3.1502	4.6651

**Tabela E.4** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas pelo programa SRW.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	-0.6164%	112.1873%	-18.4371%	1.1238%	-10.1195%	5.9793%	-18.5784%
	0.0019%	112.1733%	-18.4409%	0.4324%	-5.3478%	5.5351%	-18.2569%
3 <sup>a</sup>	-0.0062%	112.1744%	-18.4377%	0.5595%	-7.9152%	7.0713%	-20.5321%
	-0.0023%	112.1367%	-18.4439%	0.2015%	-3.5866%	5.8281%	-19.8611%
5 <sup>a</sup>	-0.0062%	112.1624%	-18.4380%	0.6449%	-7.7676%	11.4284%	-21.8148%
	-0.0005%	112.0991%	-18.4505%	0.2256%	-3.4305%	8.7347%	-21.0073%
7 <sup>a</sup>	-0.0059%	112.1555%	-18.4417%	0.7450%	-7.7140%	15.8656%	-22.3695%
	0.0033%	112.0646%	-18.4520%	0.2567%	-3.3752%	11.5461%	-21.4989%
9 <sup>a</sup>	-0.0061%	112.1330%	-18.4410%	0.8216%	-7.6789%	19.5466%	-22.6654%
	0.0005%	112.0453%	-18.4513%	0.2812%	-3.3445%	13.7560%	-21.7606%
11 <sup>a</sup>	0.0000%	112.1143%	-18.4461%	0.8784%	-7.6543%	22.5304%	-22.8485%
	0.0008%	112.0154%	-16.3695%	0.3021%	-3.3215%	15.4789%	-21.9238%

**Tabela E.5** Características do feixe de fótons calculadas pelo programa *SRW* (continuação).

Harmônica	E [keV]	Fluxo de fótons	Brilhância
1 <sup>a</sup>	1.4599	3.2522E+15	1.6033E+21
	4.3046	3.1351E+14	5.5878E+20
3 <sup>a</sup>	4.3797	1.5830E+15	2.1766E+21
	12.9137	9.7190E+11	4.0449E+18
5 <sup>a</sup>	7.2996	9.1409E+14	1.6379E+21
	21.5229	3.2434E+09	1.6689E+16
7 <sup>a</sup>	10.2194	5.4652E+14	1.0940E+21
	30.1320	1.0950E+07	6.1446E+13
9 <sup>a</sup>	13.1392	3.3074E+14	7.0155E+20
	38.7412	3.7094E+04	2.1770E+11
11 <sup>a</sup>	16.0590	2.0158E+14	4.4271E+20
	47.3504	1.2578E+02	7.5821E+08

**Tabela E.6** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas pelo programa *SRW* (continuação).

Harmônica	E [keV]	Fluxo de fótons	Brilhância
1 <sup>a</sup>	-0.6164%	-1.1471%	26.0440%
	0.0019%	-0.9732%	20.7540%
3 <sup>a</sup>	-0.0062%	-2.5217%	23.7202%
	-0.0023%	-0.8016%	21.0788%
5 <sup>a</sup>	-0.0062%	-5.5048%	16.8510%
	-0.0005%	-0.8986%	19.2128%
7 <sup>a</sup>	-0.0059%	-9.5957%	8.0978%
	0.0033%	-1.2053%	16.4700%
9 <sup>a</sup>	-0.0061%	-14.2037%	-0.2975%
	0.0005%	-1.3974%	14.2962%
11 <sup>a</sup>	0.0000%	-18.8756%	-7.8775%
	0.0008%	-1.9710%	12.1263%

**Tabela E.7** Características do feixe de fótons calculadas pelo programa *SPECTRA10*.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	1.4599	4.6320	14.5900	20.6300	20.3300	5.0230	15.3500
	4.3046	2.6980	8.4960	20.2800	16.0900	3.3240	9.0140
3 <sup>a</sup>	4.3797	2.6740	8.4230	20.2800	17.4000	3.3050	11.1900
	12.9137	1.5580	4.9050	20.1600	14.8800	2.4890	6.6120
5 <sup>a</sup>	7.2995	2.0720	6.5250	20.2100	17.0000	2.8390	10.5500
	21.5228	1.2060	3.8000	20.1300	14.7200	2.2860	6.2460
7 <sup>a</sup>	10.2193	1.7510	5.5140	20.1700	16.8500	2.6150	10.3100
	30.1319	1.0200	3.2110	20.1200	14.6600	2.1930	6.1080
9 <sup>a</sup>	13.1391	1.5440	4.8630	20.1600	16.7700	2.4810	10.1800
	38.7410	0.8992	2.8320	20.1200	14.6300	2.1400	6.0350
11 <sup>a</sup>	16.0589	1.3970	4.3990	20.1500	16.7200	2.3920	10.1000
	47.3502	0.8134	2.5620	20.1200	14.6100	2.1050	5.9910

**Tabela E.8** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas pelo programa *SPECTRA10*.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	-0.0068%	-0.0043%	0.0069%	-6.8160%	0.0148%	-47.0393%	0.0065%
	0.0014%	0.0111%	-0.0047%	-2.5609%	0.0186%	-42.1390%	0.0466%
3 <sup>a</sup>	-0.0066%	-0.0150%	0.0012%	-2.6124%	0.0690%	-42.8379%	0.1970%
	-0.0023%	0.0321%	-0.0082%	-0.9191%	0.0538%	-33.0716%	0.1651%
5 <sup>a</sup>	-0.0066%	0.0193%	0.0107%	-1.7119%	0.1060%	-40.3107%	0.2375%
	-0.0009%	-0.0414%	0.0079%	-0.6269%	0.0544%	-28.2981%	0.2182%
7 <sup>a</sup>	-0.0068%	0.0114%	-0.0036%	-1.3981%	0.1010%	-38.8175%	0.2723%
	0.0030%	0.0392%	-0.0093%	-0.4995%	0.0409%	-25.5954%	0.2429%
9 <sup>a</sup>	-0.0068%	-0.0065%	0.0000%	-1.1765%	0.0895%	-37.9502%	0.2561%
	0.0000%	-0.0044%	-0.0035%	-0.4059%	0.0410%	-23.9273%	0.2492%
11 <sup>a</sup>	-0.0006%	0.0215%	0.0045%	-1.0606%	0.0778%	-37.3888%	0.2481%
	0.0004%	0.0012%	0.0117%	-0.3467%	0.0342%	-22.8344%	0.2678%

**Tabela E.9** Características do feixe de fótons calculadas pelo programa *SPECTRA10* (continuação).

Harmônica	E [keV]	Fluxo de fótons	Brilhância
1 <sup>a</sup>	1.4599	3.2890E+15	2.5770E+21
	4.3046	3.1660E+14	8.2030E+20
3 <sup>a</sup>	4.3797	1.6260E+15	3.1570E+21
	12.9137	9.7980E+11	5.0280E+18
5 <sup>a</sup>	7.2995	9.6890E+14	2.3860E+21
	21.5228	3.2730E+09	1.9590E+16
7 <sup>a</sup>	10.2193	6.0570E+14	1.6750E+21
	30.1319	1.1080E+07	7.1020E+13
9 <sup>a</sup>	13.1391	3.8630E+14	1.1460E+21
	38.7410	3.7690E+04	2.5110E+11
11 <sup>a</sup>	16.0589	2.4900E+14	7.7470E+20
	47.3502	1.2850E+02	8.7790E+08

**Tabela E.10** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas pelo programa *SPECTRA10* (continuação).

Harmônica	E [keV]	Fluxo de fótons	Brilhância
1 <sup>a</sup>	-0.0068%	-0.0274%	102.5943%
	0.0014%	0.0032%	77.2702%
3 <sup>a</sup>	-0.0066%	0.1293%	79.4464%
	-0.0023%	0.0051%	50.5074%
5 <sup>a</sup>	-0.0066%	0.1613%	70.2219%
	-0.0009%	0.0061%	39.9386%
7 <sup>a</sup>	-0.0068%	0.1935%	65.5138%
	0.0030%	-0.0361%	34.6172%
9 <sup>a</sup>	-0.0068%	0.2101%	62.8674%
	0.0000%	0.1861%	31.8318%
11 <sup>a</sup>	-0.0006%	0.2093%	61.2044%
	0.0004%	0.1481%	29.8265%

**Tabela E.11** Características do feixe de fótons calculadas pela função de Wigner.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	Brilhância
1 <sup>a</sup>	1.4600	5.1222	99.47%	8.1131	99.71%	2.7523E+21
3 <sup>a</sup>	4.3800	2.3674	99.56%	5.3089	99.25%	3.7470E+21
5 <sup>a</sup>	7.3000	1.5530	99.52%	4.1349	98.08%	2.7918E+21
7 <sup>a</sup>	10.2200	1.1885	99.48%	3.3353	97.23%	1.7735E+21
9 <sup>a</sup>	13.1400	0.9930	99.46%	2.7905	96.59%	1.0630E+21
11 <sup>a</sup>	16.0590	0.8765	99.38%	2.4213	96.22%	6.2378E+20

**Tabela E.12** Características do feixe de fótons calculadas pela função de Wigner (continuação).

Harmônica	E [keV]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>
1 <sup>a</sup>	1.4600	21.2751	100.00%	17.6545	99.99%	5.3521	99.13%	8.9938	99.84%
3 <sup>a</sup>	4.3800	20.7176	100.00%	15.9316	100.00%	2.9255	99.77%	6.3629	99.86%
5 <sup>a</sup>	7.3000	20.5755	100.00%	15.5212	100.00%	2.3796	99.96%	5.7504	99.62%
7 <sup>a</sup>	10.2200	20.5048	100.00%	15.1722	100.00%	2.2060	99.99%	5.5259	99.45%
9 <sup>a</sup>	13.1400	20.4487	100.00%	14.8331	100.00%	2.1435	100.00%	5.4513	99.34%
11 <sup>a</sup>	16.0590	20.4101	100.00%	14.5383	100.00%	2.1176	100.00%	5.4302	99.27%

**Tabela E.13** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas pela função de Wigner.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	Brilhância
1 <sup>a</sup>	1.4600	10.5777%	—	-44.3891%	—	116.3719%
3 <sup>a</sup>	4.3800	-11.4794%	—	-36.9708%	—	112.9824%
5 <sup>a</sup>	7.3000	-25.0348%	—	-36.6230%	—	99.1689%
7 <sup>a</sup>	10.2200	-32.1147%	—	-39.5140%	—	75.2470%
9 <sup>a</sup>	13.1400	-35.6933%	—	-42.6182%	—	51.0716%
11 <sup>a</sup>	16.0590	-37.2485%	—	-44.9552%	—	29.7990%

**Tabela E.14** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas pela função de Wigner (continuação).

Harmônica	E [keV]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>
1 <sup>a</sup>	1.4600	-3.902%	—	-13.147%	—	-43.569%	—	-41.404%	—
3 <sup>a</sup>	4.3800	-0.511%	—	-8.376%	—	-49.402%	—	-43.026%	—
5 <sup>a</sup>	7.3000	0.066%	—	-8.602%	—	-49.971%	—	-45.365%	—
7 <sup>a</sup>	10.2200	0.239%	—	-9.867%	—	-48.387%	—	-46.257%	—
9 <sup>a</sup>	13.1400	0.239%	—	-11.471%	—	-46.391%	—	-46.314%	—
11 <sup>a</sup>	16.0590	0.217%	—	-12.981%	—	-44.571%	—	-46.102%	—

**Tabela E.15** Características do feixe de fótons calculadas por propagação reversa.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	1.4600	8.9884	99.52%	19.1791
3 <sup>a</sup>	4.3800	5.1491	99.51%	8.0547
5 <sup>a</sup>	7.3000	4.0192	99.52%	6.1094
7 <sup>a</sup>	10.2200	3.4369	99.49%	5.0578
9 <sup>a</sup>	13.1400	3.0887	99.47%	4.3770
11 <sup>a</sup>	16.0590	2.8146	99.41%	3.9148

**Tabela E.16** Características do feixe de fótons calculadas por propagação reversa (continuação).

Harmônica	E [keV]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	1.4600	21.9983	100.00%	17.9357	8.6222	99.85%	12.8906
3 <sup>a</sup>	4.3800	20.7679	100.00%	14.4824	5.2695	99.87%	7.1950
5 <sup>a</sup>	7.3000	20.5077	99.98%	13.7791	4.2840	99.90%	5.5655
7 <sup>a</sup>	10.2200	20.3289	100.00%	13.4224	3.7983	99.93%	4.6811
9 <sup>a</sup>	13.1400	20.2430	100.00%	13.2409	3.4857	99.95%	4.1148
11 <sup>a</sup>	16.0590	19.9567	99.99%	13.1428	3.2833	99.95%	3.7326

**Tabela E.17** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas por propagação reversa.

Harmônica	E [keV]	$\sigma_{r0}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\sigma'_{r0}$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	1.4600	94.04%	—	31.46%
3 <sup>a</sup>	4.3800	92.53%	—	-4.37%
5 <sup>a</sup>	7.3000	94.01%	—	-6.36%
7 <sup>a</sup>	10.2200	96.31%	—	-8.28%
9 <sup>a</sup>	13.1400	100.03%	—	-9.99%
11 <sup>a</sup>	16.0590	101.52%	—	-11.00%

**Tabela E.18** Diferença percentual das características do feixe de fótons calculadas por propagação reversa (continuação).

Harmônica	E [keV]	$\Sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_x$ [ $\mu\text{rad}$ ]	$\Sigma_y$ [ $\mu\text{m}$ ]	Adj. R <sup>2</sup>	$\Sigma'_y$ [ $\mu\text{rad}$ ]
1 <sup>a</sup>	1.4600	-0.64%	—	-11.76%	-9.09%	—	-16.02%
3 <sup>a</sup>	4.3800	-0.27%	—	-16.71%	-8.86%	—	-35.57%
5 <sup>a</sup>	7.3000	-0.26%	—	-18.86%	-9.93%	—	-47.12%
7 <sup>a</sup>	10.2200	-0.62%	—	-20.26%	-11.13%	—	-54.47%
9 <sup>a</sup>	13.1400	-0.77%	—	-20.97%	-12.82%	—	-59.48%
11 <sup>a</sup>	16.0590	-2.01%	—	-21.33%	-14.06%	—	-62.95%