

Aula 5 - Prova por Indução

Rafael Castro - rafaelcgs10.github.io/coq

07/05/2018

Elemento neutro da soma pela direita - Tentativa 1

- Já provamos que zero é o elemento neutro da soma apenas utilizando simplificação.
- Que tal prova que zero também é um elemento neutro se for o segundo argumento da função $+$?
- n é um número arbitrário, não podemos realizar a computação.

```
Theorem plus_n_0_firsttry : forall n:nat,
  n = n + 0.
```

```
Proof.
```

```
  intros n.
```

```
  simpl.
```

```
Abort.
```

Elemento neutro da soma pela direita - Tentativa 2

- A tática *destruct* nos leva para um pouco mais longe, mas no segundo caso não há informação suficiente no contexto para avançar.

```
Theorem plus_n_0_secondtry : forall n:nat,
  n = n + 0.
```

```
Proof.
```

```
  intros n. destruct n as [| n'].
  - (* n = 0 *)
    reflexivity.
  - (* n = S n' *)
    simpl.
```

```
Abort.
```

Prova por Indução Informalmente

- Se $P(n)$ é uma proposição sobre números naturais e queremos provar que P é verdade para todos os naturais, então fazemos o seguinte:
 - ① Mostra-se que $P(0)$ é verdade;
 - ② Mostra-se que para qualquer n' arbitrário, se $P(n')$ é verdade então $P(S n')$ é verdade;
 - ③ Conclui-se que $P(n)$ é verdade para todos os n .

Prova por Indução em Coq

- Os passos são exatamente os mesmos da ideia informal.
- Aplicar a tática *induction* gera dois sub-objetivos:
 - 1 Provar $P(0)$;
 - 2 Provar $(P(n') \rightarrow P(S\ n'))$.
- A tática *induction* é utilizada exatamente da mesma maneira que a tática *destruct*.

Elemento neutro da soma pela direita - Tentativa 3

Theorem plus_n_0 : forall n:nat, n = n + 0.

Proof.

intros n. induction n as [| n' IHn'].

- (* n = 0 *) reflexivity.

- (* n = S n' *) simpl. rewrite <- IHn'. reflexivity.

Qed.

Subtração n por n

Theorem minus_diag : forall n,
 minus n n = 0.

Proof.

(* WORKED IN CLASS *)

intros n. induction n as [| n' IHn'].

- (* n = 0 *)

simpl. reflexivity.

- (* n = S n' *)

simpl. rewrite -> IHn'. reflexivity. Qed.

Multiplicação por zero na direita

Exercício realizado em sala

Theorem mult_0_r : forall n:nat,
 $n * 0 = 0$.

Proof.

Admitted.