

Nome: Rafael Corradini da Cunha Número: 9424322

Projeto Final da Disciplina Modelagem Computacional em Grafos

Estruturas Auxiliares:

Foram usadas neste projeto duas estruturas auxiliares, um mapa e uma lista. A lista é duplamente encadeada, e seus nós tem como elemento um ponteiro vazio, para que possa ser usada para armazenar qualquer tipo de elemento, de forma genérica. A estrutura foi usada na lista de vértices, lista de arestas e na listas de adjacências dos vértices. A lista tem quatro funções:

- `initList()` – Inicializa e retorna uma lista, a alocando na memória. $O(1)$
- `freeList(L, n)` – Sendo “L” a lista e “n” o nó “head”. Desaloca todos os nós da lista e a própria lista, destruindo-a. $O(n)$
- `insertList(L)` – Insere um nó no final da lista “L” e o retorna para que seu elemento possa ser modificado. $O(1)$
- `removeList(L, n)` – Remove o nó “n” da lista “L”. $O(1)$

O mapa usado tem como base uma árvore de busca binária. Parte desse mapa foi reaproveitado de um trabalho entregue em Estrutura de Dados semestre passado. A estrutura foi usada para armazenar as referências aos vértices e as arestas do grafo(dois mapas, um para vértices, outro para arestas), com seus respectivos identificadores. O mapa tem as funções descritas abaixo:

- `define()` - Inicializa o mapa, aloca-o na memória, e o retorna. $O(1)$
- `searchMap(M, id)` - Retorna o elemento referente ao id do mapa “M”, caso exista. Caso contrário, retorna elemento nulo. $O(n)$ ou $O(m)$
- `insertMap(M, x)` – Insere o elemento x no mapa “M” e retorna `true(1)`, caso não exista elemento em “M” com a mesma chave de “x”. Se já existir

- elemento em M com a mesma chave de “x”, retorna false(0). $O(n)$ ou $O(m)$
- `replaceMap(M, x)` - Substitui por “x” o elemento do mapa “M” com a mesma chave de “x”, se tal elemento existe em “M”, retornando true(1). Caso contrário retorna false(0). $O(n)$ ou $O(m)$
 - `removeMap(M, id)` - Remove e retorna o elemento do id, caso ele exista no mapa “M”. Caso contrário retorna um elemento nulo. $O(n)$ ou $O(m)$
 - `removeEdgesMap(M, id)` - Remove as arestas incidentes ao vértice do id. $O(n^2)$
 - `distVector(M, D, P)` – Inicializa os vetores “D” e “P”, colocando as distâncias entre os vértices adjacentes em “D” e os parentescos entre esses vértices. $O(m)$
 - `printMap(M, op)` - Imprime a árvore na tela todos os elementos do mapa “M”. $O(n)$ ou $O(m)$
 - `freeNodesMap(M)` – Desaloca todos os nós do mapa “M”(Não desaloca a árvore, a mesma deve ser desalocada em seguida). $O(n)$ ou $O(m)$
 - `getLastMap(T)` – Retorna o maior identificador armazenado na árvore. $O(1)$

Obs: As complexidades são apresentadas como $O(n)$ ou $O(m)$ porque no projeto usou-se o mapa em duas ocasiões: no armazenamento dos identificadores dos vértices, e dos identificadores das arestas, portanto no primeiro caso essas operações seriam $O(n)$ e no segundo caso $O(m)$. Se tem a complexidade $O(n)$ porque a árvore usada não é balanceada, portanto, como os elementos são inseridos sempre com seus identificadores em ordem crescente, a árvore se desencadeia em uma lista.

Estrutura do grafo:

O grafo consiste na manipulação de duas listas, a de vértices e a de arestas, as quais são referenciadas pelo elemento(struct) principal da estrutura chamado “Graph”.

A lista de vértices armazena elementos nomeados de “Vertex”, cada “Vertex”

armazena um inteiro “value” e faz referência a uma lista de adjacências. As listas de adjacências armazenam elementos do tipo “AdjVertex”, que representam os vértices adjacentes ao vértice que armazena a lista, o elemento “AdjVertex” armazena uma referência a esse vértice adjacente e outra referência a aresta que incide nos dois. A lista de arestas armazena elementos nomeados de “Edge”, cada “Edge” armazena um double “value” que representa o peso da aresta, e quatro ponteiros: dois ponteiros que fazem referência aos nós da lista de vértices onde se encontram os vértices nos quais a aresta incide(v_1 e v_2), e dois ponteiros(adj_v_1 e adj_v_2) que fazem referência aos mesmos vértices, porém nas listas de adjacências.

Operações do TAD grafo:

- `initGraph()` - A função aloca o grafo, a lista de arestas e a lista de vértices na heap, utilizando `malloc` e a função `initList()` do TAD lista, então retorna um ponteiro que faz referência ao grafo. $O(1)$
- `freeGraph(G)` – Desaloca a lista de arestas do grafo “G” e tudo que ela armazena, após faz o mesmo com todas as listas de adjacências de todos os vértices e com a lista de vértices do grafo. Todas as listas são desalocadas da heap com o auxílio da função `freeList()` do TAD lista. $O(m+n(\text{degree}(n))+n)$
- `opposite(G, v, e)` – Verifica se um dos ponteiros passados é nulo, se não for retorna o vértice oposto a “v”, através da aresta “e”. $O(1)$
- `areAdjacent(G, v, w)` – Compara o tamanho das duas lista de adjacências, de “v” e de “w”, e então percorre a menor delas em busca de um elemento que faça referência ao vértice que seria adjacente ao vértice “dono” da lista, retorna 1 se encontrar o vértice, caso contrário retorna 0. $O(\min(\text{deg}(v), \text{deg}(w)))$
- `replaceVertex(G, v, o)` – Verifica se o ponteiro passado é nulo, se não for substitui o valor do campo “value” do vértice “v” por “o”. $O(1)$
- `replaceEdge(G, e, o)` – Análogo ao anterior, substitui o “value” da aresta “e”. $O(1)$

- `insertVertex(G, o)` – Insere um vértice na lista de vértices do grafo, alocando-o na heap, usando o `insertList` do TAD lista, aloca também o elemento “Vertex” referenciado pelo nó da lista e atribui o valor “o” ao campo “value” do mesmo, e aloca a lista de adjacências do vértice. $O(1)$
- `insertEdge(G, v, w, o)` – Verifica se os ponteiros passados não são nulos, se forem nulos retorna nulo, caso contrário insere uma aresta na lista de arestas do grafo, alocando-a na heap, usando o `insertList` do TAD lista, aloca também o elemento “Edge” referenciado pelo nó da lista, atribui então “o” ao “value” da aresta, “v” ao campo “v1” do elemento e “w” ao campo “v2”. Então, insere um nó na lista de adjacências de “w”, este nó tem um ponteiro que faz referência ao vértice “v”, e atribui o endereço desse novo nó ao campo “adj_v1”. Faz o processo análogo para o vértice “v”, adicionando-o na lista de adjacências do vértice “w”, atribuindo o endereço desse ao campo “adj_v2” da aresta. Retorna um ponteiro que faz referência a aresta inserida. $O(1)$
- `removeVertex(G, v)` - Verifica se o ponteiro passado não é nulo, se for retorna -1 encerrando, se não for prossegue e então remove todas as arestas que incidem no vértice “v” e, usando a função `freeList()` do TAD lista, desaloca a lista de adjacências do vértice. A seguir, remove o vértice da lista de vértices do grafo “G”, usando a função `removeList()` do TAD lista, desalocando-o, e desaloca também o elemento “Vertex” da heap usando a função `free()` . Retorna o campo “value” antes armazenado em “v”. $O(\deg(v))$
- `removeEdge(G, e)` - Verifica se o ponteiro passado não é nulo, se for retorna -1 encerrando, se não for prossegue e remove os vértices das listas de adjacências referenciados pelos campos “adj_v1” e “adj_v2”, do elemento armazenado em “e”, deslocando-os utilizando a função `removeList()` do TAD lista e desalocando os elementos “AdjVertex”, armazenados pelos mesmos, utilizando a função `free()`. Retorna o campo “value” antes armazenados em “e”. $O(1)$
- `vertexValue(G, v)` – retorna o valor do campo “value” referente ao elemento “Vertex” armazenado no endereço “v”. $O(1)$
- `edgeValue(G, e)` – retorna o valor do campo “value” referente ao elemento

“Edge” armazenado no endereço “e”. $O(1)$

- `numVertices(G)` – Retorna a quantidade de vértices armazenados na lista de vértices do grafo “G”, valor que é armazenado na estrutura do TAD lista, no campo `count`. $O(1)$
- `numVertices(G)` – Retorna a quantidade de arestas armazenados na lista de arestas do grafo “G”, valor que é armazenado na estrutura do TAD lista, no campo `count`. $O(1)$