Nota sobre a resolução de Sistema de Equações Lineares com R.

Theo Antunes* Rafael de Acypreste[†]

30/12/2020

Contents

1 Sistema de equações lineares

1

1 Sistema de equações lineares

Um dos pacotes para a solução de sistemas de equações lineares é o **matlib**, cuja compatibilidade está, atualmente, ajustada para o R versão 4.0.0 ou mais recente.

```
# install.packages("matlib")
library(matlib)
```

Os exemplos estão baseados no livro de Boldrini et al. (1980). Um possível sistema com duas equações é dado por:

```
A <- matrix(c(2,-7,1,4,-1,-10,-5,16), nrow= 4, ncol = 2)
b <- matrix(c(3,-12,1,8),ncol = 1)
showEqn(A,b) # Mostra a estrutura do sistema de equações
```

```
## 2*x1 - 1*x2 = 3

## -7*x1 - 10*x2 = -12

## 1*x1 - 5*x2 = 1

## 4*x1 + 16*x2 = 8
```

^{*}Doutor em Economia pela Universidade de Brasília. Pode ser contatado em theosantunes@gmail.com.

[†]Doutorando em Economia pela Universidade de Brasília. Pode ser contatado em rafaeldeacyprestemr@g mail.com.

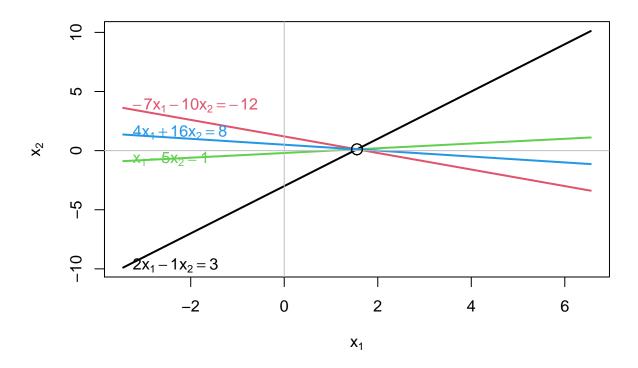
plotEqn(A,b) # Desenha as retas num gráfico com duas variáveis

```
## 2*x[1] - 1*x[2] = 3

## -7*x[1] - 10*x[2] = -12

## x[1] - 5*x[2] = 1

## 4*x[1] + 16*x[2] = 8
```



De onde se pode perceber que há duas equações que são combinações lineares das demais.

Também é possível elaborar um sistema com três variáveis e fazer sua representação gráfica:

```
A <- matrix(c(1,2,1,4,5,-3,3,4,-2), ncol = 3)
b <- c(1,4,5)
showEqn(A,b) # Mostra a estrutura do sistema de equações</pre>
```

```
## 1*x1 + 4*x2 + 3*x3 = 3
## 2*x1 + 5*x2 + 4*x3 = 4
## 1*x1 - 3*x2 - 2*x3 = 5
```

```
ampliada <- cbind(A,b)</pre>
                                             # Matriz ampliada do sistema
echelon(ampliada, verbose = T, fractions = T) # Resolve por eliminação gaussiana
##
## Initial matrix:
##
## [1,] 1 4
               3 1
## [2,]
         2 5 4 4
## [3,] 1 -3 -2 5
##
## row: 1
##
## exchange rows 1 and 2
##
                 b
## [1,]
         2 5
              4 4
## [2,]
         1
           4 3
## [3,] 1 -3 -2 5
##
## multiply row 1 by 1/2
##
                    b
## [1,]
          1 5/2
                  2
                      2
## [2,]
                  3
                      1
          1
              4
## [3,]
          1 -3
                -2
##
## subtract row 1 from row 2
##
                    b
## [1,]
          1 5/2
                  2
                      2
## [2,]
          0 3/2
                  1
                     -1
## [3,]
          1 -3 -2
##
## subtract row 1 from row 3
##
                          b
## [1,]
                        2
                5/2
                              2
## [2,]
            0
                3/2
                             -1
                        1
## [3,]
            0 -11/2
                       -4
                              3
##
## row: 2
##
## exchange rows 2 and 3
##
                          b
## [1,]
                5/2
                        2
                              2
            1
## [2,]
            0 -11/2
                              3
                       -4
## [3,]
                3/2
                             -1
            0
                        1
##
```

```
multiply row 2 by -2/11
##
##
## [1,]
                5/2
                        2
                               2
            1
## [2,]
            0
                  1
                     8/11 -6/11
## [3,]
                3/2
            0
                        1
##
## multiply row 2 by 5/2 and subtract from row 1
##
                          b
## [1,]
                     2/11 37/11
            1
                  0
## [2,]
            0
                  1
                     8/11 -6/11
                3/2
## [3,]
            0
                        1
##
## multiply row 2 by 3/2 and subtract from row 3
##
## [1,]
                    2/11 37/11
            1
## [2,]
            0
                  1 8/11 -6/11
## [3,]
            0
                  0 -1/11 -2/11
##
## row: 3
##
## multiply row 3 by -11
##
                          b
## [1,]
                     2/11 37/11
            1
## [2,]
            0
                  1
                    8/11 -6/11
## [3,]
            0
                  0
                        1
##
## multiply row 3 by 2/11 and subtract from row 1
##
                          b
## [1,]
            1
                        0
                  0
## [2,]
            0
                  1
                     8/11 -6/11
## [3,]
            0
                  0
                        1
                              2
##
## multiply row 3 by 8/11 and subtract from row 2
##
                 b
## [1,]
         1
            0
               0 3
## [2,]
        0 1 0 -2
## [3,] 0 0 1 2
plotEqn3d(A,b) # Desenha as retas num gráfico em três dimensões numa popup
```

Outra forma de resolver o sistema se dá com o comando **solve**, desde que o sistema seja possível e determinado:

```
A <- matrix(c(1,2,1,4,5,-3,3,4,-2), ncol = 3)
b <- c(1,4,5)
```

solve(A,b)

[1] 3 -2 2

References

Boldrini, J. L., Costa, S. I. R., Figueiredo, V. L., and Wetzler, H. G. (1980). *Algebra Linear*. Harper & Row do Bra, São Paulo - BRA, 3a edition.