TRABALHO FINAL DE REGRESSÃO LINEAR



Maria Luiza B. Quirino (190113456), Poliana Matos (190115670) e Rafael de Acypreste (200060023)

Professora Maria Theresa



Table of contents

IN	trodu	Ição	3
1	Obj	etivos	4
2	Met	odologia	5
	2.1	Seleção de variáveis	5
	2.2	Pressupostos de um modelo linear	5
	2.3	Estimação dos parâmetros	6
		2.3.1 Testes de ausência de regressão e de significância dos parâmetros .	6
	2.4	Validação do modelo	6
3	Res	ultados	7
	3.1	Modelo Completo e Seleção de Variáveis	7
		3.1.1 Seleção de Variáveis	11
Re	ferê	ncias	29

Introdução



O Estudo sobre a Eficácia do Controle de Infecções Hospitalares (SENIC, Study on the Efficacy of Nosocomial Infection Control, em inglês) buscou avaliar se programas de controle e vigilância contra infecções reduziram as taxas de infecção hospitalar nos Estados Unidos. Também se desejou avaliar a relação entre algumas características dos hispitais e pacientes nas mudanças de taxa de infecção.

O estudo foi realizado entre 1975-76. Para este trabalho, será utilizada uma amostra aleatória de 113 hospitais, dos 338 hospitais que participaram do estudo.

Os dados coletados ajudarão a responder as seguintes perguntas:

- 1. O número de enfermeiros está relacionado às instalações e serviços do hospital e com a região? Em caso afirmativo, como?
- 2. A duração da internação está associada a quais fatores? Características do paciente, seu tratamento e hospital têm qual implicação?

Para responder a essas perguntas, será utilizado o arcabouço estatístico de regressões lineares, explicado na Seção 2.

10bjetivos



O objetivo geral do trabalho é avaliar como questões de estrutura dos hospitais se relacionaram com as infeções hospitalares em hospitais dos Estados Unidos no período de 1975-1976.

Os objetivos específicos são:

- Avaliar a relação entre o número de enfermeiros com respeito às instalações e região do hospital;
- Estudar se a duração da internação está associada a características do paciente, seu tratamento e as características do próprio hospital;
- Descrever o uso de modelos de regressão linear para a análise dos dados coletados na pesquisa.

2Metodologia



As principais fórmulas adotadas têm sua fundamentação especialmente determinada em Kutner et al. (2004).

Para o cumprimento dos objetivos de pesquisa, será usado o arcabouço teórico estatístico relacionado aos modelos de regressão linear. Em síntese, os modelos de regressão linear são modelos que buscam quantificar e qualificar as relações entre uma variável depentente — a ser explicada — e uma ou mais variáveis independentes, que auxiliam na explicação da variável dependente.

Como se trata de uma relação de dependência no sentido estatístico, não há necessariamente uma relação de causalidade entre as variáveis. Ainda assim, a relação de dependência pode ser usada para a previsão de valores da variável dependente, a partir de valores conhecidos das variáveis independentes.

A estrutura geral de um modelo de regressão linear é dada pela equação:

$$Y_{i} = \beta_{0} + \beta_{1} X_{1i} + \beta_{2} X_{2i} + \dots + \beta_{n} X_{ni} + \varepsilon_{i}$$
 (2.1)

em que y é a variável dependente, x_1,x_2,\ldots,x_n são as variáveis independentes, $\beta_0,\beta_1,\ldots,\beta_n$ são os parâmetros do modelo e ε_i é o erro aleatório.

2.1 Seleção de variáveis

2.2 Pressupostos de um modelo linear

Um modelo de regressão linear apresenta alguns pressupostos, que devem ser verificados para que o modelo seja considerado adequado. São eles:

- 1. Linearidade: a relação entre as variáveis deve ser linear. Caso contrário, é necessário transformar as variáveis para que a relação se torne linear;
- 2. Normalidade: os erros devem ser normalmente distribuídos, o que se pode verificar ao analisar os resíduos do modelo;
- 3. Homocedasticidade: os erros devem ter variância constante, o que se pode verificar ao analisar os resíduos do modelo em relação às variáveis independentes; e
- 4. Independência: os erros devem ser independentes, o que também se pode verificar ao analisar os resíduos do modelo em relação às variáveis independentes;
- 5. Ausência de multicolinearidade entre as variáveis: as variáveis independentes não devem ser correlacionadas entre si, o que se pode verificar ao analisar a matriz de correlação entre as variáveis independentes. O caso da multicolinearidade perfeita pode fazer com que o modelo tenha múltiplas soluções, o que torna a estimação sem validade. O caso da multicolinearidade imperfeita pode fazer com que o modelo tenha solução, mas com variâncias muito grandes com elevada chance de não rejeição da hipótese nula de parâmetro zero, estimativas com sinais em desacordo com toda a literatura existente, o que torna a estimação também problemática.



2.3 Estimação dos parâmetros

- 2.3 Testes de ausência de regressão e de significância dos parâmetros
- 2.4 Validação do modelo

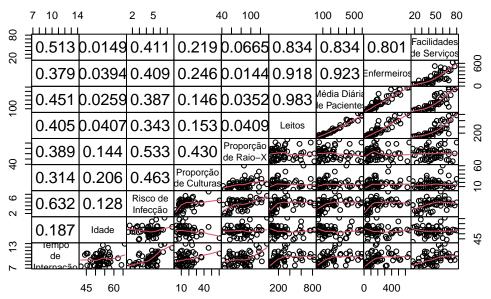
3Resultados



3.1 Modelo Completo e Seleção de Variáveis

Nesta etapa da pesquisa, realizou-se a análise preliminar das variáveis em estudo e a construção do modelo de regressão linear múltipla para investigar os fatores associados à duração da internação hospitalar. A abordagem foi enriquecida pela exploração de relações de segunda ordem, com foco específico na influência do número de enfermeiros(as) nas instalações e serviços disponíveis. Além disso, foram incorporadas variáveis regionais para examinar possíveis variações geográficas na duração da internação. Essa abordagem permite uma compreensão mais abrangente dos fatores que contribuem para a complexidade do tempo de internação hospitalar, considerando não apenas características individuais do paciente, mas também aspectos relacionados ao tratamento e ao contexto hospitalar.

Na avaliação das correlações entre variáveis quantitativas, foram observadas associações positivas e significativas entre a duração da internação e variáveis como risco de infecção, número de leitos, média diária de pacientes, quantidade de enfermeiros(as) e a disponibilidade de facilidades e serviços hospitalares. Essas correlações sugerem a possível influência dessas variáveis na variabilidade da duração da internação.



Ao explorar a relação entre a idade média dos pacientes e o tempo internação, foi observada uma associação modesta de 0.187, o que sugere, em geral, que pacientes mais idosos podem demandar internações mais prolongadas. O risco de infecção mostrou uma correlação substancial (0.632), o que indica que hospitais com maiores índices de risco infeccioso podem enfrentar internações mais extensas. A análise das proporções de culturas de rotina (0.314) e Raio-X de Tórax de rotina (0.389) revelou associações interessantes. Hospitais que realizam mais culturas de rotina e exames de Raio-X de Tórax de rotina parecem enfrentar internações mais longas, o que sugere uma possível relação entre a extensão das investigações diagnósticas e a duração do tratamento.

Destaca-se que a disponibilidade de leitos, o número de enfermeiros(as) e o percentual de facilidades e serviços apresentaram correlações positivas e consistentes (de 0.405, 0.379 e 0.513 respectivamente) com a duração da internação. Esses resultados ressaltam a importância crítica desses fatores na gestão eficaz do tempo de internação, evidenciando a necessidade de estruturas hospitalares adequadas e recursos humanos suficientes. Alem disso, a média diária de pacientes apresentou uma correlação positiva de 0,451 com o



tempo de internação, o que indica um aumento no tempo das internações em hospitais que apresentam maior demanda diária.

Call:

```
lm(formula = t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas +
    prop_raiox + leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes +
    enfermeiros + facilidades_servicos + enfermeiros * regiao +
    I(enfermeiros^2) + I(facilidades_servicos^2), data = base_new)
```

Residuals:

```
Min 1Q Median 3Q Max -1.78601 -0.49401 -0.00211 0.50312 3.00704
```

Coefficients:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                                                2.139 0.03829 *
                          5.287e+00 2.472e+00
idade
                          3.311e-02 3.621e-02
                                                0.915
                                                      0.36566
                          5.010e-01 1.923e-01
                                                2.605 0.01265 *
r_infeccao
                         -1.522e-02 1.992e-02 -0.764 0.44912
prop_culturas
prop_raiox
                          1.301e-02 9.214e-03 1.412 0.16541
leitos
                          2.181e-03 4.584e-03
                                                0.476 0.63674
                         -3.578e-01 5.622e-01 -0.636 0.52802
escola medicinaNão
regiaoNC
                         -4.494e-01 6.944e-01 -0.647
                                                      0.52102
regiaoS
                         -7.418e-01 6.350e-01 -1.168 0.24933
regiaoW
                         -2.651e+00 7.544e-01 -3.515 0.00107 **
                          1.321e-03 6.113e-03
                                                0.216 0.82994
m_dia_pacientes
enfermeiros
                          3.344e-03 7.329e-03
                                                0.456 0.65057
facilidades_servicos
                         -2.125e-02 6.879e-02 -0.309 0.75890
I(enfermeiros^2)
                         -9.917e-06 9.757e-06 -1.016 0.31529
I(facilidades_servicos^2)
                         2.925e-04 7.257e-04
                                                0.403 0.68890
regiaoNC:enfermeiros
                         -1.280e-03 2.913e-03 -0.440
                                                      0.66252
regiaoS:enfermeiros
                         -1.562e-03 2.695e-03 -0.580 0.56518
regiaoW:enfermeiros
                          3.008e-03 2.803e-03
                                                1.073 0.28947
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 1.036 on 42 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.6971, Adjusted R-squared: 0.5746 F-statistic: 5.687 on 17 and 42 DF, p-value: 2.271e-06

Ao considerar a influência de variáveis relacionadas ao paciente, tratamento e hospital na duração da internação, o modelo de regressão linear múltipla fornece insights valiosos. Esse modelo, embora seja mais simples por não incorporar interações ou termos de segunda ordem, é notável em sua capacidade de explicar 67.55% da variação na duração da internação. Isso sugere que, mesmo sem levar em conta complexidades adicionais nas relações entre as variáveis, as características básicas do paciente, seu tratamento e o ambiente hospitalar desempenham um papel crucial na determinação da duração da internação.

UnB

3.1.0.1 colocar equação?//

O modelo inicial ressalta a relevância de certas variáveis na explicação da duração da internação. Por exemplo, o coeficiente associado à idade não é estatisticamente significativo (p-valor: 0.529426), sugerindo que a idade média dos pacientes não está fortemente associada à duração da internação.

Em contrapartida, o coeficiente para o Risco de Infecção é estatisticamente significativo (p-valor: 0.001043), indicando que um aumento no risco de infecção está associado a um aumento na duração da internação. Além disso, os coeficientes negativos para as Regiões (regiaoNC, regiaoS, regiaoW) indicam que essas regiões têm internações mais curtas em comparação com a região NE. As demais variáveis do modelo não apresentam significância estatística uniforme, ressaltando a importância de variáveis específicas, como o Risco de Infecção, na explicação da variação na duração da internação.

Considerando a complexidade das relações entre variáveis, foi incorporarado ao modelo interacões e termos de segunda ordem. Essa abordagem visa explorar nuances que podem ser negligenciadas em um modelo linear. A consideração específica da interação entre enfermeiros e a região W, por exemplo, apresenta um coeficiente negativo significativo (-2.651), o que indica que a região W demonstra uma associação substancial entre o aumento do número de enfermeiros e a redução mais acentuada na duração da internação em comparação com outras regiões geográficas.

O termo quadrático para o número de enfermeiros (X^2_{i10}) apresenta um coeficiente negativo, sugerindo a possibilidade de saturação no impacto positivo do aumento no número de enfermeiros, indicando que, após um certo ponto, um aumento adicional pode não ter o mesmo efeito positivo na redução da duração da internação. Por outro lado, o termo quadrático para facilidades e servicos disponíveis (X^2_{i11}) não demonstra significância estatística (p-valor: 0.68890), sugerindo que a relação quadrática entre essa variável e a duração da internação não é estatisticamente robusta.

Na avaliação global do modelo, o coeficiente de determinação (R^2) de 0.6971 destaca sua eficácia ao explicar aproximadamente 69.71% da variabilidade na duração da internação, evidenciando sua robusta capacidade preditiva. No âmbito específico do modelo, destacase que o risco de infecção apresenta uma associação positiva e estatisticamente significativa (coeficiente: 0.501, p-valor: 0.01265) com a duração da internação. Essa constatação sugere que um aumento no risco de infecção está relacionado a um período mais longo de internação.

Em contraste, variáveis como idade e filiação a escola de medicina não apresentaram significância estatística, indicando que a idade média dos pacientes e a vinculação à escola de medicina não estão fortemente associadas à duração da internação. Além disso, outras variáveis, como proporção de culturas, leitos e facilidades e servicos diponíveis, também não apresentaram significância estatística uniforme, sugerindo que sua inclusão no modelo pode não contribuir significativamente para explicar a variabilidade observada na duração da internação.

Entretanto, surge a necessidade de uma análise mais profunda para assegurar a robustez do modelo. Questões sobre a presença de multicolinearidade entre as variáveis independentes são pertinentes, considerando o potencial impacto na precisão das estimativas. A multicolinearidade, oriunda da alta correlação entre variáveis independentes, pode dificultar a identificação de seus efeitos individuais, comprometendo a interpretação dos resultados.

Dessa forma, a etapa seguinte compreenderá a condução de diagnósticos específicos para avaliar a multicolinearidade e, se necessário, efetuar ajustes no modelo. Paralelamente,

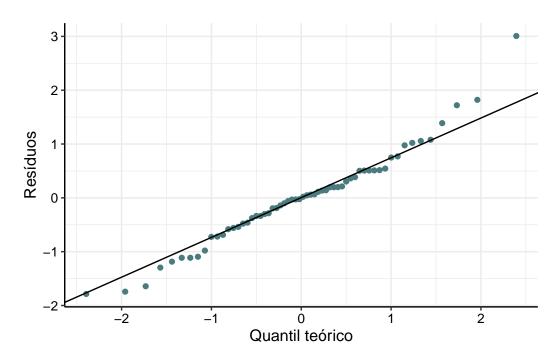


serão realizadas análises dos pressupostos da regressão linear múltipla, tais como a normalidade dos resíduos, homocedasticidade e independência, visando garantir a validade das inferências.

Continuando a análise do modelo combinado, foram realizados testes importantes para verificar a adequação dos resíduos ao pressuposto da normalidade e homocedasticidade.

Shapiro-Wilk normality test

data: modelo_combinado\$residuals
W = 0.96745, p-value = 0.1094



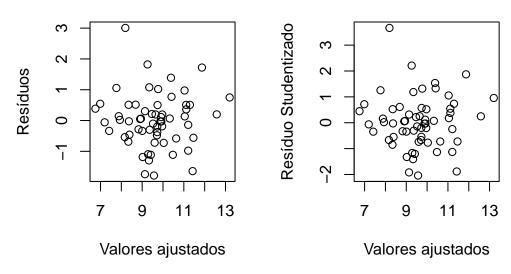
studentized Breusch-Pagan test

data: modelo_combinado
BP = 17.172, df = 17, p-value = 0.4428

O teste de normalidade de Shapiro-Wilk foi aplicado aos resíduos do modelo combinado, resultando em uma estatística W de 0.96745 e um p-valor de 0.1094. O valor de W próximo a 1 e o p-valor superior a 0.05 sugerem que não há evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula de normalidade dos resíduos. Assim, os resíduos do modelo parecem seguir uma distribuição normal.

Além disso, foi realizado o teste de Breusch-Pagan para avaliar a homocedasticidade dos resíduos. O teste resultou em uma estatística BP de 17.172, com 17 graus de liberdade e um p-valor de 0.4428. O p-valor maior que 0.05 indica que não há evidências significativas para rejeitar a hipótese nula de homocedasticidade. Portanto, os resíduos parecem exibir homocedasticidade, indicando que a variância dos erros é constante em diferentes níveis de preditores.





A análise do gráfico reforça que a independência dos resíduos foi atendida, consolidando a confiabilidade dos resultados obtidos no modelo. A confirmação da normalidade, homocedasticidade e independência dos resíduos fortalece a robustez do modelo, oferecendo suporte à validade das inferências derivadas.

3.1 Seleção de Variáveis

Na presente seção, a análise das variáveis do modelo será aprofundada, visando à seleção criteriosa do modelo reduzido que melhor se adequa à explicação do tempo de internação. Métodos de seleção de variáveis serão utilizados com o intuito de assegurar uma abordagem mais precisa e refinada na identificação dos fatores mais relevantes para o tempo de internação.

3.1.1.1 tabela de variáveis?//

3.1.1.2 tabela dos modelos e estatísticas?//

```
Start: AIC=18.81
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + enfermeiros +
    facilidades_servicos + enfermeiros * regiao + I(enfermeiros^2) +
    I(facilidades_servicos^2)
```

	Df	Sum of Sq	RSS	AIC
- regiao:enfermeiros	3	2.9477	47.998	16.609
- m_dia_pacientes	1	0.0501	45.101	16.873
- facilidades_servicos	1	0.1024	45.153	16.942
- I(facilidades_servicos^2)	1	0.1743	45.225	17.038
- leitos	1	0.2428	45.293	17.129
- escola_medicina	1	0.4343	45.485	17.382
- prop_culturas	1	0.6262	45.677	17.634
- idade	1	0.8971	45.948	17.989
- I(enfermeiros^2)	1	1.1080	46.158	18.264
<none></none>			45.050	18.806
- prop_raiox	1	2.1376	47.188	19.588
- r_infeccao	1	7.2797	52.330	25.794

Step: AIC=16.61



```
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + enfermeiros +
    facilidades_servicos + I(enfermeiros^2) + I(facilidades_servicos^2)
                           Df Sum of Sq
                                          RSS
                                                 AIC
- I(facilidades_servicos^2)
                                0.0006 47.999 14.610
- enfermeiros
                                 0.0024 48.001 14.612
- facilidades servicos
                                0.0173 48.015 14.631
                            1
                            1
                                0.0440 48.042 14.664
- m_dia_pacientes
- leitos
                            1
                                0.1791 48.177 14.832
- I(enfermeiros^2)
                                0.2206 48.219 14.884
                          1
- idade
                            1
                                0.5467 48.545 15.289
- prop_culturas
                           1
                                0.7951 48.793 15.595
- escola_medicina
                          1 1.0388 49.037 15.894
- prop_raiox
                           1 1.2257 49.224 16.122
                                       47.998 16.609
<none>
+ regiao:enfermeiros
                         3 2.9477 45.050 18.806
- r_infeccao
                          1
                               8.4900 56.488 24.381
                           3
                               17.3565 65.355 29.129
- regiao
Step: AIC=14.61
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + enfermeiros +
    facilidades_servicos + I(enfermeiros^2)
                           Df Sum of Sq
                                          RSS
                                                 AIC
- enfermeiros
                                0.0042 48.003 12.615
- m_dia_pacientes
                            1
                                0.0436 48.042 12.664
                                0.1877 48.186 12.844
- leitos
                            1
facilidades_servicos
                                0.2563 48.255 12.929
                                0.2693 48.268 12.945
- I(enfermeiros^2)
                            1
- idade
                          1
                                0.5475 48.546 13.290
                           1 0.7956 48.794 13.596
- prop_culturas
                           1
- escola_medicina
                                1.0977 49.096 13.967
                           1 1.2339 49.233 14.133
- prop_raiox
<none>
                                       47.999 14.610
+ I(facilidades_servicos^2) 1 0.0006 47.998 16.609
+ regiao:enfermeiros 3 2.7740 45.225 17.038
                           1
                               8.5046 56.503 22.397
- r_infeccao
- regiao
                           3 17.4328 65.432 27.200
Step: AIC=12.62
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + facilidades_servicos +
    I(enfermeiros^2)
                           Df Sum of Sa
```

	DΙ	Sum or Sq	RSS	AIC
- m_dia_pacientes	1	0.0397	48.043	10.665
- leitos	1	0.2186	48.222	10.888
- facilidades_servicos	1	0.2966	48.300	10.985
- idade	1	0.5901	48.593	11.348
- prop_culturas	1	0.9558	48.959	11.798
- escola medicina	1	1.2677	49.271	12.179



```
- prop_raiox
                            1 1.3873 49.390 12.325
<none>
                                       48.003 12.615
- I(enfermeiros^2)
                          1
                                1.9218 49.925 12.970
+ enfermeiros
                                0.0042 47.999 14.610
                            1
+ I(facilidades_servicos^2) 1
                               0.0024 48.001 14.612
                           1 10.0704 58.073 22.042
- r_infeccao
                            3 18.0275 66.031 25.746
- regiao
Step: AIC=10.66
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + facilidades_servicos +
    I(enfermeiros^2)
                           Df Sum of Sq
                                          RSS
                                                  AIC
- facilidades_servicos
                            1
                                0.2920 48.335 9.0282
                                0.5691 48.612 9.3712
- idade
                            1
- prop_culturas
                           1
                                1.1919 49.235 10.1351
                               1.3482 49.391 10.3252
- prop_raiox
                           1
- escola_medicina
                            1
                                1.4804 49.523 10.4856
<none>
                                       48.043 10.6647
                        1
                                1.8833 49.926 10.9718
- I(enfermeiros^2)
- leitos
                                2.0067 50.049 11.1199
                            1
+ m_dia_pacientes
                          1
                               0.0397 48.003 12.6151
+ enfermeiros
                           1
                                0.0003 48.042 12.6643
+ I(facilidades servicos^2) 1
                               0.0000 48.043 12.6647
                           1 13.3172 61.360 23.3447
- r_infeccao
                            3
                               21.9945 70.037 27.2809
- regiao
Step: AIC=9.03
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + I(enfermeiros^2)
                           Df Sum of Sq
                                          RSS
                                                  AIC
- idade
                            1
                                0.6086 48.943 7.7790
- prop_culturas
                                 1.2845 49.619 8.6020
                            1
- prop_raiox
                                1.3533 49.688 8.6851
<none>
                                       48.335 9.0282
- I(enfermeiros^2)
                          1
                                2.1174 50.452 9.6008
- escola_medicina
                            1
                                2.1559 50.491 9.6464
+ facilidades_servicos
                          1 0.2920 48.043 10.6647
+ I(facilidades_servicos^2) 1
                                0.2639 48.071 10.6998
+ enfermeiros
                          1 0.0683 48.266 10.9434
+ m_dia_pacientes
                          1
                                0.0351 48.300 10.9847
                               4.4524 52.787 12.3153
- leitos
                           1
- r_infeccao
                          1 14.1692 62.504 22.4530
                            3 24.3458 72.680 27.5036
- regiao
Step: AIC=7.78
t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox + leitos +
    escola_medicina + regiao + I(enfermeiros^2)
                           Df Sum of Sq
                                          RSS
                                                  AIC
- prop_raiox
                            1
                                 1.6345 50.578 7.7500
```



```
48.943 7.7790
<none>
                   1 1.9624 50.906 8.1377
1 1.9779 50.921 8.1560
1 2.4045 51.348 8.6566
1 0.6086 48.335 9.0282
- I(enfermeiros^2)
- escola_medicina
- prop_culturas
+ idade
+ enfermeiros
                        1 0.0152 48.928 9.7604
+ m_dia_pacientes 1 0.0148 48.928 9.7609
- leitos
                         1 4.3344 53.278 10.8704
- r_infeccao
                        1 15.5036 64.447 22.2897
                         3 27.1215 76.065 28.2344
- regiao
```

Step: AIC=7.75

t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + leitos + escola_medicina +
 regiao + I(enfermeiros^2)

	Df	Sum of Sq	RSS	AIC
- I(enfermeiros^2)	1	1.6771	52.255	7.7072
<none></none>			50.578	7.7500
+ prop_raiox	1	1.6345	48.943	7.7790
- prop_culturas	1	1.7667	52.344	7.8100
- escola_medicina	1	2.1252	52.703	8.2195
+ idade	1	0.8898	49.688	8.6851
+ I(facilidades_servicos^2)	1	0.4644	50.113	9.1965
+ facilidades_servicos	1	0.3468	50.231	9.3371
+ enfermeiros	1	0.0827	50.495	9.6518
- leitos	1	3.4475	54.025	9.7064
+ m_dia_pacientes	1	0.0190	50.559	9.7275
- regiao	3	27.9339	78.512	28.1341
- r_infeccao	1	26.4002	76.978	30.9505

Step: AIC=7.71

t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + leitos + escola_medicina +
 regiao

	DΦ	C	Daa	ATO
	DΙ	Sum of Sq	RSS	AIC
<none></none>			52.255	7.707
+ I(enfermeiros^2)	1	1.6771	50.578	7.750
+ enfermeiros	1	1.5884	50.666	7.855
- escola_medicina	1	1.9778	54.233	7.936
- prop_culturas	1	1.9907	54.245	7.950
- leitos	1	2.0282	54.283	7.992
+ prop_raiox	1	1.3492	50.906	8.138
+ idade	1	0.6870	51.568	8.913
+ facilidades_servicos	1	0.5599	51.695	9.061
+ I(facilidades_servicos^2)	1	0.5267	51.728	9.099
+ m_dia_pacientes	1	0.1070	52.148	9.584
- regiao	3	29.0340	81.289	28.220
- r_infeccao	1	28.9259	81.181	32.140

Call:



```
lm(formula = t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + leitos +
    escola_medicina + regiao, data = base_new)
```

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max -1.95948 -0.47967 -0.03284 0.50181 2.93722

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) 7.967780 0.751259 10.606 1.31e-14 *** (Intercept) r_infeccao prop_culturas leitos 0.001121 0.000789 1.421 0.16138 escola_medicinaNão -0.601445 0.428710 -1.403 0.16658 regiaoNC -0.724846 0.367959 -1.970 0.05419 . regiaoS regiaoW ___

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.002 on 52 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.6487, Adjusted R-squared: 0.6014 F-statistic: 13.72 on 7 and 52 DF, p-value: 6.689e-10

Start: AIC=18.81

t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
 leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + enfermeiros +
 facilidades_servicos + enfermeiros * regiao + I(enfermeiros^2) +
 I(facilidades_servicos^2)

Call:

lm(formula = t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas +
 prop_raiox + leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes +
 enfermeiros + facilidades_servicos + enfermeiros * regiao +
 I(enfermeiros^2) + I(facilidades_servicos^2), data = base_new)

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max -1.78601 -0.49401 -0.00211 0.50312 3.00704

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	5.287e+00	2.472e+00	2.139	0.03829 *
idade	3.311e-02	3.621e-02	0.915	0.36566
r_infeccao	5.010e-01	1.923e-01	2.605	0.01265 *
prop_culturas	-1.522e-02	1.992e-02	-0.764	0.44912
prop_raiox	1.301e-02	9.214e-03	1.412	0.16541
leitos	2.181e-03	4.584e-03	0.476	0.63674
escola_medicinaNão	-3.578e-01	5.622e-01	-0.636	0.52802
regiaoNC	-4.494e-01	6.944e-01	-0.647	0.52102
regiaoS	-7.418e-01	6.350e-01	-1.168	0.24933
regiaoW	-2.651e+00	7.544e-01	-3.515	0.00107 **



```
0.216 0.82994
m_dia_pacientes
                          1.321e-03 6.113e-03
                          3.344e-03 7.329e-03
enfermeiros
                                                 0.456 0.65057
facilidades_servicos
                         -2.125e-02 6.879e-02 -0.309 0.75890
I(enfermeiros^2)
                         -9.917e-06 9.757e-06 -1.016 0.31529
I(facilidades_servicos^2) 2.925e-04 7.257e-04
                                                 0.403 0.68890
regiaoNC:enfermeiros
                         -1.280e-03 2.913e-03 -0.440 0.66252
regiaoS:enfermeiros
                         -1.562e-03 2.695e-03 -0.580 0.56518
regiaoW:enfermeiros
                          3.008e-03 2.803e-03 1.073 0.28947
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 1.036 on 42 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.6971, Adjusted R-squared: 0.5746
F-statistic: 5.687 on 17 and 42 DF, p-value: 2.271e-06
Start: AIC=18.81
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + enfermeiros +
    facilidades_servicos + enfermeiros * regiao + I(enfermeiros^2) +
    I(facilidades_servicos^2)
                           Df Sum of Sq
                                           RSS
- regiao:enfermeiros
                            3
                                 2.9477 47.998 16.609
- m_dia_pacientes
                                 0.0501 45.101 16.873
- facilidades_servicos
                                 0.1024 45.153 16.942
                            1
- I(facilidades_servicos^2) 1
                                 0.1743 45.225 17.038
- leitos
                                 0.2428 45.293 17.129
                            1
- escola_medicina
                                 0.4343 45.485 17.382
                            1
- prop_culturas
                                 0.6262 45.677 17.634
- idade
                            1
                                 0.8971 45.948 17.989
- I(enfermeiros^2)
                                 1.1080 46.158 18.264
                            1
<none>
                                        45.050 18.806
                            1
                                 2.1376 47.188 19.588
- prop_raiox
- r_infeccao
                            1
                                 7.2797 52.330 25.794
Step: AIC=16.61
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + enfermeiros +
    facilidades_servicos + I(enfermeiros^2) + I(facilidades_servicos^2)
                           Df Sum of Sq
                                           RSS
                                                  AIC
- I(facilidades_servicos^2)
                                 0.0006 47.999 14.610
- enfermeiros
                                 0.0024 48.001 14.612
                            1
facilidades_servicos
                            1
                                 0.0173 48.015 14.631
- m_dia_pacientes
                                 0.0440 48.042 14.664
                            1
                                 0.1791 48.177 14.832
- leitos
                            1
- I(enfermeiros^2)
                                 0.2206 48.219 14.884
- idade
                                 0.5467 48.545 15.289
                            1
                                 0.7951 48.793 15.595
- prop_culturas
                            1
- escola_medicina
                                 1.0388 49.037 15.894
                           1
- prop_raiox
                            1
                                 1.2257 49.224 16.122
<none>
                                        47.998 16.609
                            1
- r_infeccao
                                 8.4900 56.488 24.381
```



```
Step: AIC=14.61
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + enfermeiros +
    facilidades_servicos + I(enfermeiros^2)
```

	Df	Sum of Sq	RSS	AIC
- enfermeiros	1	0.0042	48.003	12.615
- m_dia_pacientes	1	0.0436	48.042	12.664
- leitos	1	0.1877	48.186	12.844
- facilidades_servicos	1	0.2563	48.255	12.929
- I(enfermeiros^2)	1	0.2693	48.268	12.945
- idade	1	0.5475	48.546	13.290
- prop_culturas	1	0.7956	48.794	13.596
- escola_medicina	1	1.0977	49.096	13.967
- prop_raiox	1	1.2339	49.233	14.133
<none></none>			47.999	14.610
- r_infeccao	1	8.5046	56.503	22.397
- regiao	3	17.4328	65.432	27.200

Step: AIC=12.62

t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
 leitos + escola_medicina + regiao + m_dia_pacientes + facilidades_servicos +
 I(enfermeiros^2)

	\mathtt{Df}	Sum of Sq	RSS	AIC
m_dia_pacientes	1	0.0397	48.043	10.665
- leitos	1	0.2186	48.222	10.888
- facilidades_servicos	1	0.2966	48.300	10.985
- idade	1	0.5901	48.593	11.348
- prop_culturas	1	0.9558	48.959	11.798
- escola_medicina	1	1.2677	49.271	12.179
- prop_raiox	1	1.3873	49.390	12.325
<none></none>			48.003	12.615
- I(enfermeiros^2)	1	1.9218	49.925	12.970
- r_infeccao	1	10.0704	58.073	22.042
- regiao	3	18.0275	66.031	25.746

Step: AIC=10.66

t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
 leitos + escola_medicina + regiao + facilidades_servicos +
 I(enfermeiros^2)

	${\tt Df}$	Sum of Sq	RSS	AIC
- facilidades_servicos	1	0.2920	48.335	9.0282
- idade	1	0.5691	48.612	9.3712
- prop_culturas	1	1.1919	49.235	10.1351
- prop_raiox	1	1.3482	49.391	10.3252
- escola_medicina	1	1.4804	49.523	10.4856
<none></none>			48.043	10.6647
- I(enfermeiros^2)	1	1.8833	49.926	10.9718
- leitos	1	2.0067	50.049	11.1199



```
- r infeccao
                      1 13.3172 61.360 23.3447
                       3
                           21.9945 70.037 27.2809
- regiao
Step: AIC=9.03
t_internacao ~ idade + r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox +
    leitos + escola_medicina + regiao + I(enfermeiros^2)
                  Df Sum of Sq
                                  RSS
                                         AIC
- idade
                        0.6086 48.943
                                      7.7790
- prop_culturas
                   1
                        1.2845 49.619 8.6020
- prop_raiox
                        1.3533 49.688 8.6851
                   1
<none>
                               48.335 9.0282
- I(enfermeiros^2) 1
                      2.1174 50.452 9.6008
- escola_medicina 1
                       2.1559 50.491 9.6464
- leitos
                   1
                       4.4524 52.787 12.3153
                  1 14.1692 62.504 22.4530
- r_infeccao
- regiao
                       24.3458 72.680 27.5036
Step: AIC=7.78
t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + prop_raiox + leitos +
    escola_medicina + regiao + I(enfermeiros^2)
                  Df Sum of Sq
                                  RSS
                                         AIC
                        1.6345 50.578
                                      7.7500
- prop_raiox
<none>
                               48.943 7.7790
- I(enfermeiros^2) 1
                        1.9624 50.906 8.1377
- escola_medicina 1
                       1.9779 50.921 8.1560
                      2.4045 51.348 8.6566
prop_culturas
                  1
- leitos
                   1
                       4.3344 53.278 10.8704
- r infeccao
                  1 15.5036 64.447 22.2897
- regiao
                   3 27.1215 76.065 28.2344
Step: AIC=7.75
t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + leitos + escola_medicina +
   regiao + I(enfermeiros^2)
                  Df Sum of Sq
                                  RSS
                                         AIC
- I(enfermeiros^2) 1
                        1.6771 52.255 7.7072
<none>
                               50.578 7.7500
                        1.7667 52.344 7.8100
- prop_culturas
                   1
- escola_medicina 1
                      2.1252 52.703 8.2195
- leitos
                  1
                       3.4475 54.025 9.7064
                   3
                       27.9339 78.512 28.1341
- regiao
                  1 26.4002 76.978 30.9505
- r_infeccao
Step: AIC=7.71
t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + leitos + escola_medicina +
   regiao
                 Df Sum of Sq
                                RSS
                                       AIC
<none>
                              52.255 7.707
- escola_medicina 1
                       1.9778 54.233 7.936
- prop_culturas
                  1
                       1.9907 54.245 7.950
```



```
- leitos
             1 2.0282 54.283 7.992
               3 29.0340 81.289 28.220
- regiao
- r_infeccao 1 28.9259 81.181 32.140
```

Call:

lm(formula = t_internacao ~ r_infeccao + prop_culturas + leitos + escola_medicina + regiao, data = base_new)

Residuals:

1Q Median 3Q -1.95948 -0.47967 -0.03284 0.50181 2.93722

Coefficients:

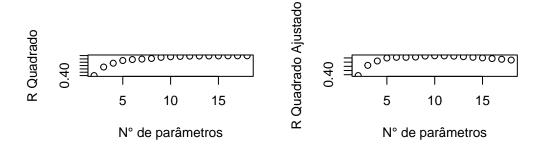
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	7.967780	0.751259	10.606	1.31e-14	***
r_infeccao	0.687316	0.128108	5.365	1.90e-06	***
prop_culturas	-0.021608	0.015352	-1.407	0.16524	
leitos	0.001121	0.000789	1.421	0.16138	
escola_medicinaNão	-0.601445	0.428710	-1.403	0.16658	
regiaoNC	-0.724846	0.367959	-1.970	0.05419	
regiaoS	-1.159967	0.382956	-3.029	0.00382	**
regiaoW	-2.333658	0.445522	-5.238	2.98e-06	***

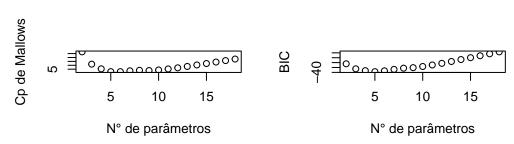
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.002 on 52 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.6487, Adjusted R-squared: 0.6014 F-statistic: 13.72 on 7 and 52 DF, $\,$ p-value: 6.689e-10

	Modelos	CP	RSQ	ADJR2	BIC
1		27.232843	0.3998261	0.3894783	-22.443459
2		11.451693	0.5280421	0.5114822	-32.768894
3		5.441333	0.5858030	0.5636139	-36.507443
4		1.865170	0.6260115	0.5988124	-38.540099
5		1.824131	0.6407290	0.6074632	-36.854636
6		2.910643	0.6473160	0.6073895	-33.870556
7		3.607358	0.6567137	0.6105021	-31.396673
8		3.261344	0.6736303	0.6224351	-30.334368
9		3.990342	0.6827952	0.6256984	-27.949016
10		5.305425	0.6877340	0.6240062	-24.796203
11		6.738989	0.6918185	0.6211935	-21.491839
12		8.534518	0.6932928	0.6149846	-17.685234
13		10.427219	0.6940666	0.6076071	-13.742438
14		12.248461	0.6953555	0.6005773	-9.901425
15		14.143281	0.6961140	0.5925165	-5.956640
16		16.046710	0.6968103	0.5839956	-1.999943
17		18.000000	0.6971471	0.5745638	2.027710







Ao analisar o crescimento nos níveis dos gráficos em relação ao \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^2 ajustado, Critério de Pressão de Mallows (Cp) e Critério de Informação Bayesiano (BIC) até 6 parâmetros, observa-se um aumento em ambos os indicadores até atingir esse ponto. Contudo, ao aplicar métodos de seleção de variáveis, como o Backward e o Stepwise, é escolhido o modelo que mantém 7 parâmetros, enquanto no método Forward, nenhuma variável é removida. Diante dessa divergência, optou-se por trabalhar com dois modelos distintos, buscando determinar qual deles melhor atende aos objetivos específicos do trabalho.

Na análise dos modelos de regressão escolhidos, destaca-se o Modelo com 5 Variáveis, que incorpora as características de idade, risco de infecção, regiaoW, facilidades e servicos disponíveis e interação da regiaoS com o número de enfermeiros. Expresso pela equação:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_2 + \beta_2 X_3 + \beta_3 X_{10} + \beta_4 X_{13} + \beta_5 X_9 X_{12} + \varepsilon_i$$

Além disso, o Modelo com 6 Variáveis expande a abordagem ao incorporar as variáveis de idade, risco de infecção, regiaoW, termo quadrático de facilidades e servicos disponíveis, interação entre regiaoNC e número de enfermeiros e interação entre a regiaoS e número de enfermeiros. A equação do modelo é expressa por:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_2 + \beta_2 X_3 + \beta_3 X_{10} + \beta_4 X_{13}^2 + \beta_5 X_8 X_{12} + \beta_6 X_9 X_{12} + \varepsilon_i$$

Call:

lm(formula = t_internacao ~ idade + r_infeccao + regiaoW + facilidades_servicos +
 regiaoS * enfermeiros, data = base_mods)

Residuals:

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 3.6708164 1.7112121 2.145 0.0366 *



```
0.0416580 0.0304472 1.368
idade
                                             0.1771
                  r_{infeccao}
                 -1.7254126  0.4056108  -4.254  8.78e-05 ***
regiaoW
facilidades_servicos 0.0310965 0.0145468 2.138 0.0373 *
regiaoS
                 -0.2846061 0.4729830 -0.602
                                             0.5500
enfermeiros
                 -0.0003107 0.0015084 -0.206
                                             0.8376
regiaoS:enfermeiros -0.0019694 0.0018300 -1.076
                                             0.2868
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 1.01 on 52 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.6433, Adjusted R-squared: 0.5953 F-statistic: 13.4 on 7 and 52 DF, p-value: 9.751e-10

Call:

lm(formula = t_internacao ~ idade + r_infeccao + regiaoW + I(facilidades_servicos^2) +
 regiaoNC * enfermeiros + regiaoS * enfermeiros, data = base_mods)

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max -1.84507 -0.54434 -0.00822 0.43141 3.06766

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	5.0057901	1.7928804	2.792	0.0074	**
idade	0.0316902	0.0313640	1.010	0.3172	
r_infeccao	0.6452175	0.1269580	5.082	5.59e-06	***
regiaoW	-1.9731008	0.4437199	-4.447	4.86e-05	***
<pre>I(facilidades_servicos^2)</pre>	0.0003485	0.0001601	2.176	0.0343	*
regiaoNC	-0.3179298	0.6194729	-0.513	0.6101	
enfermeiros	-0.0004626	0.0016573	-0.279	0.7813	
regiaoS	-0.5129229	0.5447945	-0.941	0.3510	
regiaoNC:enfermeiros	-0.0004915	0.0022558	-0.218	0.8284	
enfermeiros:regiaoS	-0.0018981	0.0019777	-0.960	0.3418	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.015 on 50 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.6535, Adjusted R-squared: 0.5912

F-statistic: 10.48 on 9 and 50 DF, p-value: 6.81e-09

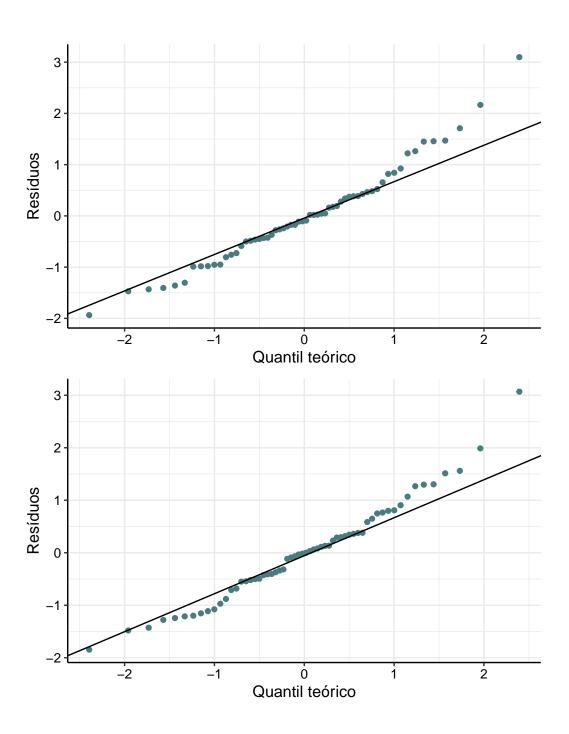
Shapiro-Wilk normality test

data: modelo_select1\$residuals
W = 0.97005, p-value = 0.1468

Shapiro-Wilk normality test

data: modelo_select2\$residuals
W = 0.97451, p-value = 0.2411





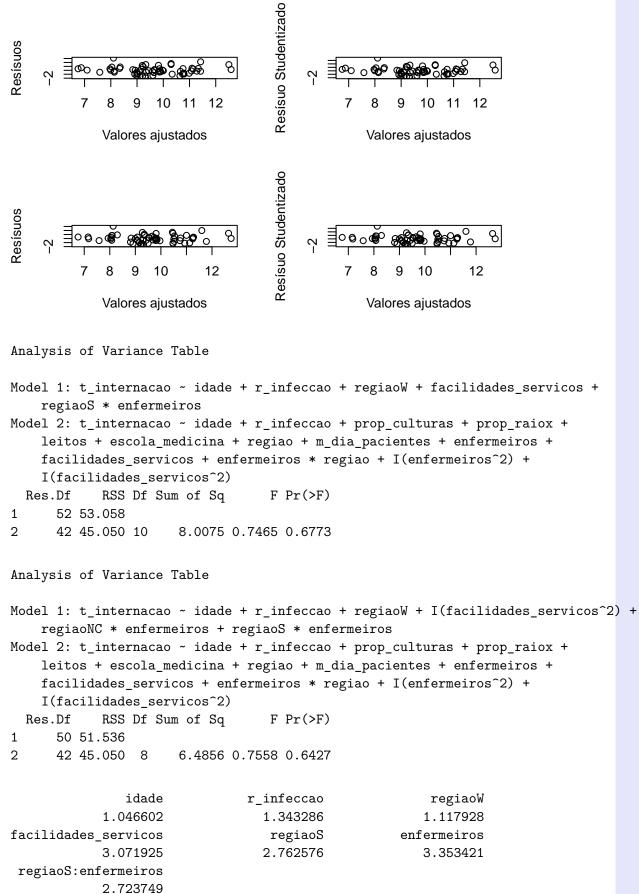
studentized Breusch-Pagan test

data: modelo_select1
BP = 7.2329, df = 7, p-value = 0.405

studentized Breusch-Pagan test

data: modelo_select2
BP = 9.4704, df = 9, p-value = 0.395





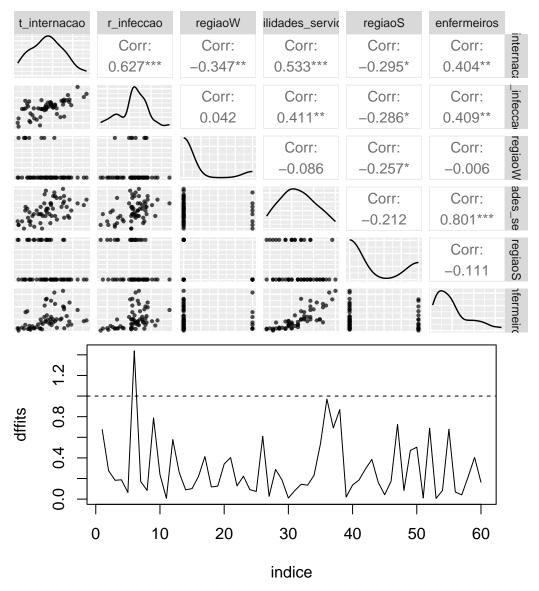
[1] 2.202784



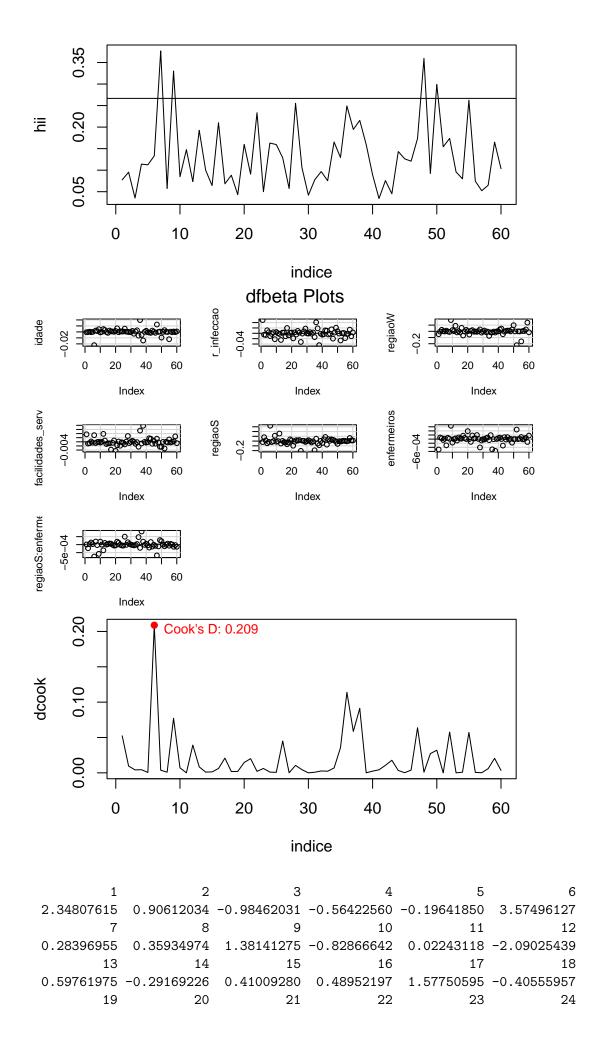
idade r_infeccao regiaoW 1.324399 1.099401 1.432078 I(facilidades_servicos^2) regiaoNC enfermeiros 3.379157 4.535964 4.007632 regiaoNC:enfermeiros regiaoS enfermeiros:regiaoS 3.628231 4.641548 3.149104

[1] 3.021946

Com base apenas na avaliação da multicolinearidade, o modelo 1 pode ser considerado um pouco mais robusto em relação a esse aspecto, apresentando uma média (2.202784) de VIF (Fator de Inflação da Variância) inferior em comparação com o modelo 2 (3.021946). Além disso, os resultados dos testes lineares gerais entre os modelos reduzidos e completos indicam que a inclusão das variáveis adicionais não resulta em uma melhoria estatisticamente significativa na explicação do tempo de internação para ambos os modelos selecionados. Em ambas as comparações, o p-valor associado ao teste F é maior que o nível de significância de 5%, levando à não rejeição da hipótese nula (H0) de que o modelo reduzido é suficiente. Assim, considerando a robustez em relação à multicolinearidade, evidenciada pela média de VIF, e a adequação estatística dos modelos, optamos por escolher o modelo 1 como a abordagem mais parcimoniosa para explicar a variabilidade no tempo de internação.

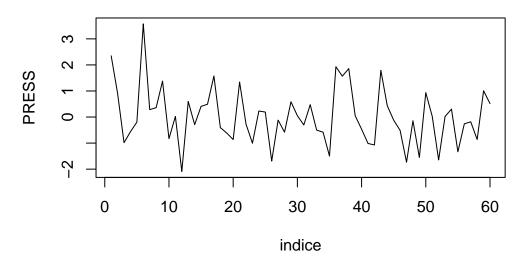








-0.61472651 -0.86465757 1.34274981 -0.27089858 -1.00401872 0.2315409926 27 28 29 0.19085623 -1.68957138 -0.11885879 -0.58044079 0.58563618 0.05098920 31 32 33 34 35 -0.30381958 0.47354480 -0.50153228 -0.58067362 -1.49843380 1.93126528 38 39 40 37 1.56837465 1.85771488 0.05193752 - 0.46691543 - 1.01450886 - 1.0713023643 44 45 46 47 48 1.79206817 0.43507041 -0.12086555 -0.51266792 -1.73357282 -0.14220276 54 50 53 49 51 52 -1.54982927 0.93501630 0.02881104 -1.64587801 0.02178569 0.30346421 57 60 -1.33339361 -0.26014179 -0.18318594 -0.86243331 1.00809668 0.51729884



Call:

lm(formula = t_internacao ~ idade + r_infeccao + regiaoW + facilidades_servicos +
 regiaoS * enfermeiros, data = valid)

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max -3.3605 -0.7397 -0.3095 0.7123 6.8329

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) (Intercept) -0.439635 3.085988 -0.142 0.887351 0.142892 0.054958 2.600 0.012565 * idade $r_{infeccao}$ 0.724047 0.197974 3.657 0.000665 *** -2.048333 0.718759 -2.850 0.006577 ** regiaoW -1.243 0.220260 facilidades_servicos -0.033250 0.026747 1.000129 0.116 0.907780 regiaoS 0.116508 2.459 0.017834 * enfermeiros 0.009362 0.003807 regiaoS:enfermeiros -0.006750 0.005178 -1.304 0.199007

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.722 on 45 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.4871, Adjusted R-squared: 0.4074 F-statistic: 6.106 on 7 and 45 DF, p-value: 4.816e-05



Call:

aov(formula = modelo_validacao)

Terms:

idade r_infeccao regiaoW facilidades_servicos regiaoS 64.18955 27.83662 Sum of Squares 9.61694 0.20923 6.11207 Deg. of Freedom 1 1 1 1

enfermeiros regiaoS:enfermeiros Residuals Sum of Squares 13.75793 5.03940 133.44933

Deg. of Freedom 1 1 45

Residual standard error: 1.722075 Estimated effects may be unbalanced

Analysis of Variance Table

Response: t_internacao

Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F) 9.617 3.2429 0.078438 . idade 9.617 1 1 64.190 64.190 21.6451 2.898e-05 *** $r_{infeccao}$ regiaoW 1 27.837 27.837 9.3867 0.003685 ** facilidades_servicos 1 0.209 0.209 0.0706 0.791747 regiaoS 6.112 6.112 2.0610 0.158023 1 1 13.758 13.758 4.6393 0.036641 * enfermeiros 5.039 1.6993 0.199007 regiaoS:enfermeiros 1 5.039 Residuals 45 133.449 2.966

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Analysis of Variance Table

Response: t_internacao

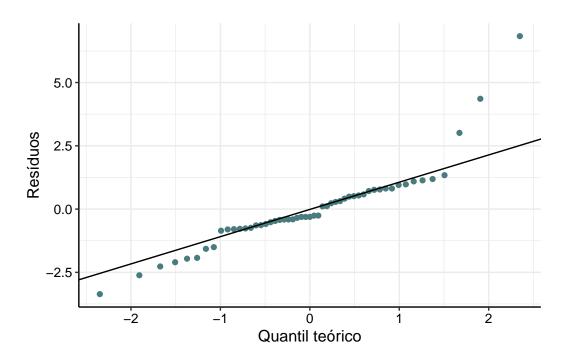
Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F) idade 1 5.204 5.204 5.1004 0.028143 * $r_{infeccao}$ 1 55.976 55.976 54.8596 1.112e-09 *** 1 19.005 19.005 18.6264 7.146e-05 *** regiaoW facilidades_servicos 1 8.848 8.848 8.6720 0.004823 ** regiaoS 1 5.121 5.121 5.0187 0.029374 * enfermeiros 1 0.360 0.360 0.3524 0.555309 regiaoS:enfermeiros 1 1.182 1.182 1.1581 0.286820 Residuals 52 53.058 1.020

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Shapiro-Wilk normality test

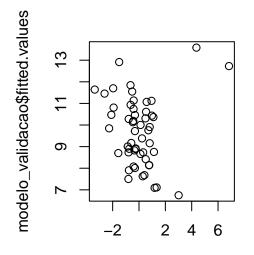
data: modelo_validacao\$residuals W = 0.85983, p-value = 1.781e-05

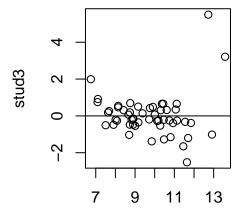




studentized Breusch-Pagan test

data: modelo_validacao
BP = 12.382, df = 7, p-value = 0.08867





modelo_validacao\$residuals

modelo_validacao\$fitted.values

[1] 6.242633

PIPIPIPÓPÓPÓ......

PIPIPIPÓPÓPÓ......





Kutner, M., C. Nachtsheim, J. Neter, and W. Li. 2004. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill Companies,Incorporated. https://books.google.com.br/books?id=0Qq-swEACAAJ.