FUNDAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL
DE MATO GROSSO DO SUL

Curso: Sistemas de Informação

UFMS
CAMPUS DE COXIM

Disciplina: Cálculo

FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL REAL

Prof. Dra. PhD. Adriana Silveira Vieira

Definição 1

Neste capítulo estudaremos uma das noções fundamentais da Matemática, o conceito de função. Uma função de uma variável real é uma regra que descreve como uma quantidade é determinada por outra quantidade, de maneira única. Existem várias alternativas para definir formalmente uma função. Escolhemos a seguinte:

Definição 2.1. *Sejam A, $B \subset \mathbb{R}$. Uma função f definida em A e com valores em B é uma regra que associa a cada elemento $x \in A$ um* **único elemento** *$y \in B$.*

As notações usuais são: $f : A \longrightarrow B$ tal que $y = f(x)$ ou

$$\begin{aligned} f :&A \longrightarrow B \\ &x \longrightarrow f(x). \end{aligned}$$

O número x é chamado **variável independente** da função e y **variável dependente** da função.

Exemplos

[1] A seguinte tabela, que mostra a vazão semanal de água de uma represa, representa uma função:

Dia	1	2	3	4	5	6	7
m^3/seg	360	510	870	870	950	497	510

De fato, a tabela representa uma função, pois a cada dia fica associada uma única quantidade de vazão. Note que, possivelmente, não existe uma fórmula matemática para expressar a função do exemplo, mas, a definição de função é satisfeita.

[2] Foi feita uma pesquisa de preços (em R$) de produtos da cesta básica em três supermercados de um determinado bairro, obtendo-se a seguinte tabela:

Produto	Sup. A	Sup. B	Sup. C
1	2.6	2.9	2.52
2	0.96	0.94	1.0
3	1.78	1.5	1.6
4	1.23	1.45	1.36
5	3.2	3.0	2.95
6	4.07	3.96	4.2
7	2.3	2.62	2.5

Esta tabela não representa uma função, pois a cada produto corresponde mais de um preço.

[3] Uma pequena empresa de serviço postal cobra 10 reais pelo primeiro quilo de correspondência e 4 reais por cada quilo adicional; se a capacidade máxima de cada envio de correpondência é de 4 quilos, a seguinte função representa o custo de entrega da correspondência:

$$f(x) = \begin{cases} 10 & \text{se} \quad 0 < x \le 1 \\ 14 & \text{se} \quad 1 < x \le 2 \\ 18 & \text{se} \quad 2 < x \le 3 \\ 22 & \text{se} \quad 3 < x \le 4. \end{cases}$$

[4] A população P de um país, em milhões é função do tempo t, em anos. Na seguinte tabela temos a estimativa de população P no tempo t:

Ano	População
2000	5
2003	5.3
2006	5.6
2008	6.1
2009	6.2

Como a cada valor de t existe um único valor de $P(t)$, temos que $P = P(t)$ é uma função.

[5] Um tanque para estocagem de oxigênio líquido num hospital deve ter a forma de um cilindro circular reto de $8\,m$ (m =metros) de altura, com um hemisfério em cada extremidade. O volume do tanque é descrito em função do raio r.

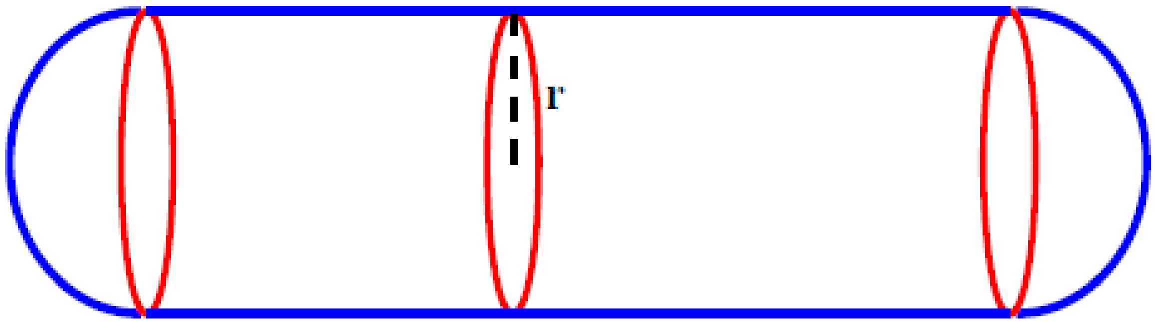


Figura 2.1: Tanque de raio r.

O volume do cilindro é $8\,r^2\,\pi\,m^3$ e o dos dois hemisférios é $\dfrac{4\,r^3\,\pi}{3}\,m^3$; logo, o volume total é:

$$V(r) = \frac{4\,r^2\,(r+6)\,\pi}{3}\,m^3.$$

Por exemplo, se o raio for $r = 1\,m$, o volume é $V(1) = \dfrac{28\,\pi}{3}\,m^3$.

[6] Temos 1000 metros de arame para fazer um curral de formato retangular. Podemos escrever a área do curral em função de um dos lados. De fato, se x e y são os lados do curral, seu perímetro é $2\,(x+y)=1000$ e a área do retângulo é $A = x\,y$; logo:

$$A(x) = x\,(500 - x) = 500\,x - x^2.$$

[7] Considere $A = \mathbb{R}$ e f a regra que associa a cada número real $x \in A$, o seu cubo, isto é: $y = f(x) = x^3$.

Por exemplo, ao número -1 associamos o número $f(-1) = (-1)^3 = -1$; ao número 2 associamos o número $f(2) = (2)^3 = 8$; ao número $\sqrt{2}$ associamos o número $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$, ao número $t^4 + 1$ associamos o número $f(t^4 + 1) = (t^4 + 1)^3$, etc.

x	$f(x) = x^3$
-1	$(-1)^3 = -1$
2	$(2)^3 = 8$
$\sqrt{2}$	$(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$
t	t^3
$t^4 + 1$	$(t^4 + 1)^3$
$t^{-1/4}$	$t^{-3/4}$
$\sqrt[6]{m}$	$m^{1/2}$
$(t^4 - 4\sqrt[7]{t} + 1)^5$	$(t^4 - 4\sqrt[7]{t} + 1)^{15}$

[8] Seja $A = [0, +\infty)$ e f a regra que associa a cada número real $x \geq 0$ sua raiz quadrada, isto é: $y = f(x) = \sqrt{x}$. Por exemplo, ao número 0 associamos o número $f(0) = \sqrt{0} = 0$; ao número t^4 associamos o número $f(t^4) = \sqrt{t^4} = t^2$ e ao número -4 não podemos associar nenhum número real, pois, $\sqrt{-4}$ não é um número real.

x	$f(x) = \sqrt{x}$
0	0
2	$\sqrt{2}$
4	2
-4	indefinido
t^4	t^2
$t^4 + 1$	$\sqrt{t^4 + 1}$
$\sqrt[6]{m}$	$\sqrt[12]{m}$
$(t^4 + 4\,\sqrt[8]{t} + 1)^{10}$	$(t^4 + 4\,\sqrt[8]{t} + 1)^5$

[9] Seja $A = \mathbb{R}$ e f a seguinte função :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se} \quad x < 2 \\ x^3 & \text{se} \quad x \geq 2. \end{cases}$$

Ao número -1 associamos o número $f(-1) = (-1)^2 = 1$; ao número 2 associamos o número $f(2) = 2^3 = 8$; ao número $\sqrt{2}$ associamos o número $f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 = 2$, etc.

x	0	-1	-3	2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$
$f(x)$	0	$(-1)^2 = 1$	$(-3)^2 = 9$	$(2)^3 = 8$	3	$5\sqrt{5}$

[10] Seja $A = \mathbb{R}$ e f a seguinte função :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad x \in \mathbb{Q} \\ -1 & \text{se} \quad x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

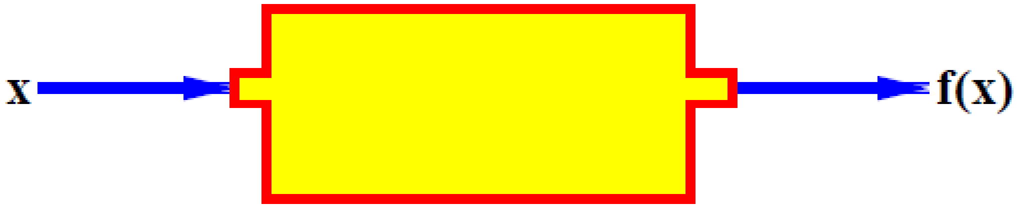
Por exemplo, ao número -1 associamos o número $f(-1) = 1$; ao número 2 associamos o número $f(2) = 1$; ao número $\sqrt{2}$ associamos o número $f(\sqrt{2}) = -1$, pois $\sqrt{2}$ é irracional; $f(\pi) = -1$; $f\left(\frac{5}{7}\right) = 1$.

x	0	-1	2	e	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$
$f(x)$	1	1	1	-1	-1	-1

[11] Se, durante o verão de 2012, no Rio de Janeiro, registrássemos a temperatura máxima ocorrida em cada dia, obteríamos uma função. De fato, a cada dia, está associado uma única temperatura máxima, isto é, a temperatura é função do dia. Embora não exista uma fórmula explícita para expressar a função do exemplo, a definição de função é satisfeita.

Em geral, a maioria das funções usadas nas aplicações são dadas por fórmulas ou equações. Mas é preciso ter um pouco de cuidado, pois nem toda equação de duas variáveis define uma função. Por exemplo, a equação $y^2 = x$ não define uma função, pois para $x = 1$ temos dois valores para y, a saber: $y = \pm 1$; mas $y^2 = x$ dá origem a duas funções: $y = f_1(x) = \sqrt{x}$ e $y = f_2(x) = -\sqrt{x}$.

Podemos imaginar uma função como uma máquina que utiliza uma certa matéria prima (input) para elaborar algum produto final (output) e o conjunto dos números reais como um depósito de matérias primas. Fica evidente que é fundamental determinar, exatamente, neste depósito, qual matéria prima faz funcionar nossa máquina; caso contrário, com certeza, a estragaremos.



Definição 2

1. *O conjunto de todos os $x \in \mathbb{R}$ que satisfazem a definição de função é chamado* **domínio da função** *f e é denotado por $Dom(f)$.*

2. *O conjunto de todos os $y \in \mathbb{R}$ tais que $y = f(x)$, onde $x \in Dom(f)$ é chamado* **imagem da função** *f e é denotado por $Im(f)$.*

É claro que $Dom(f) \subset \mathbb{R}$, $Im(f) \subset \mathbb{R}$, e que $Dom(f)$ é o conjunto dos valores da variável independente para os quais f é definida; $Im(f)$ é o conjunto dos valores da variável dependente calculados a partir dos elementos do domínio.

Duas funções f e g são ditas **idênticas** se tem o mesmo domínio D e $f(x) = g(x)$, para todo $x \in D$; por exemplo as funções $f(x) = x^2$, $x > 0$ e $g(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$ são diferentes pois seus domínios são diferentes.

Antes de ver alguns exemplos, voltamos a insistir que para estudar qualquer função, devemos sempre determinar os conjuntos $Dom(f)$ e $Im(f)$.

Exemplos

[1] A área de qualquer círculo é função de seu raio.

De fato, se o raio do círculo é denotado por $r > 0$, então, a área é $A(r) = \pi\, r^2$; logo,

$$Dom(A) = Im(A) = (0, +\infty).$$

Um círculo de raio igual a $5\, u.c.$, tem área $A(5) = 25\,\pi\, u.a$; um círculo de raio igual a $300\, u.c.$, tem área $A(300) = 90000\,\pi\, u.a.$ ($u.c.$=unidades de comprimento) e ($u.a.$=unidades de área).

[2] Considere a função $y = f(x) = x^2$.

É claro que não existem restrições para o número real x; logo, temos que:

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

e $y = x^2 \geq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$; então $Im(f) \subset [0, +\infty)$. Como todo número real não negativo possui raiz quadrada real; então:

$$Im(f) = [0, +\infty).$$

[3] Considere a função $y = f(x) = \sqrt{x}$.

Uma raiz quadrada existe somente se $x \geq 0$; então:

$$Dom(f) = [0, +\infty).$$

Como todo número real $x \geq 0$ possui raiz quadrada:

$$Im(f) = [0, +\infty).$$

[4] Considere a função $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

Como no caso anterior, $\sqrt{x^2 - 1}$ existe somente se $x^2 - 1 \geq 0$; resolvendo a inequação temos:

$$Dom(f) = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \text{ e, novamente, temos: } Im(f) = [0, +\infty).$$

[5] Considere a função $y = f(x) = \dfrac{1}{x}$.

É claro que f é definida se e somente se $x \neq 0$; logo temos que:

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty);$$

por outro lado, uma fração é nula se e somente se o numerador é nulo; então

$$Im(f) = \mathbb{R} - \{0\}.$$

[6] Considere a função $y = f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$.

Como no caso anterior o denominador da fração não pode ser nulo; logo $x^2 - 1 \neq 0$; então, $x \neq \pm 1$ e:

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}; \quad Im(f) = \mathbb{R} - \{0\}.$$

[7] Considere a função $y = f(x) = \sqrt[3]{x}$.

Como a raiz cúbica de um número positivo ou negativo é positiva ou negativa,

$$Dom(f) = Im(f) = \mathbb{R}.$$

[8] Considere a função $y = f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x^2 - 1}$.

A função é definida se $x \geq 0$ e $x^2 - 1 \geq 0$ simultaneamente. Resolvendo as inequações, obtemos $x \geq 1$; logo,

$$Dom(f) = [1, +\infty) \quad \text{e} \quad Im(f) = (0, +\infty).$$

Agora que determinamos nos exemplos os domínios e imagens das funções, podemos avaliar, sem perigo, estas funções.

[9] Se $f(x) = \sqrt{x}$, então $f(5) = \sqrt{5}$, $f(\pi) = \sqrt{\pi}$ e $f(x^2 + 1) = \sqrt{x^2 + 1}$, pois $x^2 + 1$ é sempre positivo.

[10] Se $g(x) = \dfrac{1}{x}$, calculamos $g(\dfrac{1}{t}) = t$, se $t \neq 0$ e $g(x^4 + 4) = \dfrac{1}{x^4 + 4}$.

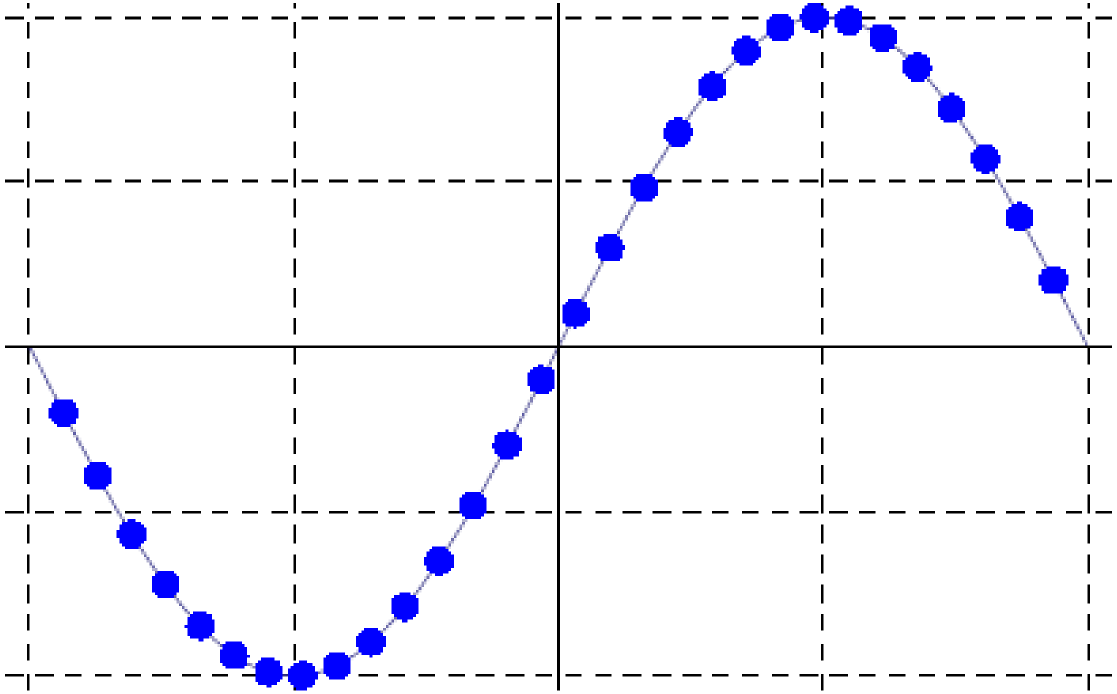
Gráfico de Funções

A representação geométrica de uma função de uma variável real é dada por seu gráfico no plano coordenado xy.

Definição 2.3. *O gráfico de uma função $y = f(x)$ é o seguinte subconjunto do plano:*

$$\boxed{G(f) = \{(x, f(x))/x \in Dom(f)\}}$$

Geometricamente $G(f)$ é, em geral, uma curva no plano. Nos exemplos [1], [2] e [4] da seção 2.1, $G(f)$ não é uma curva. Nos casos em que $G(f)$ é uma curva, intuitivamente podemos pensar que os conjuntos $Dom(f)$ e $Im(f)$ representam a "largura" e "altura" máxima da curva, respectivamente. Inicialmente, a construção dos gráficos será realizada fazendo uma tabela, onde as entradas da tabela são os elementos do domínio e as saídas, as respectivas imagens.

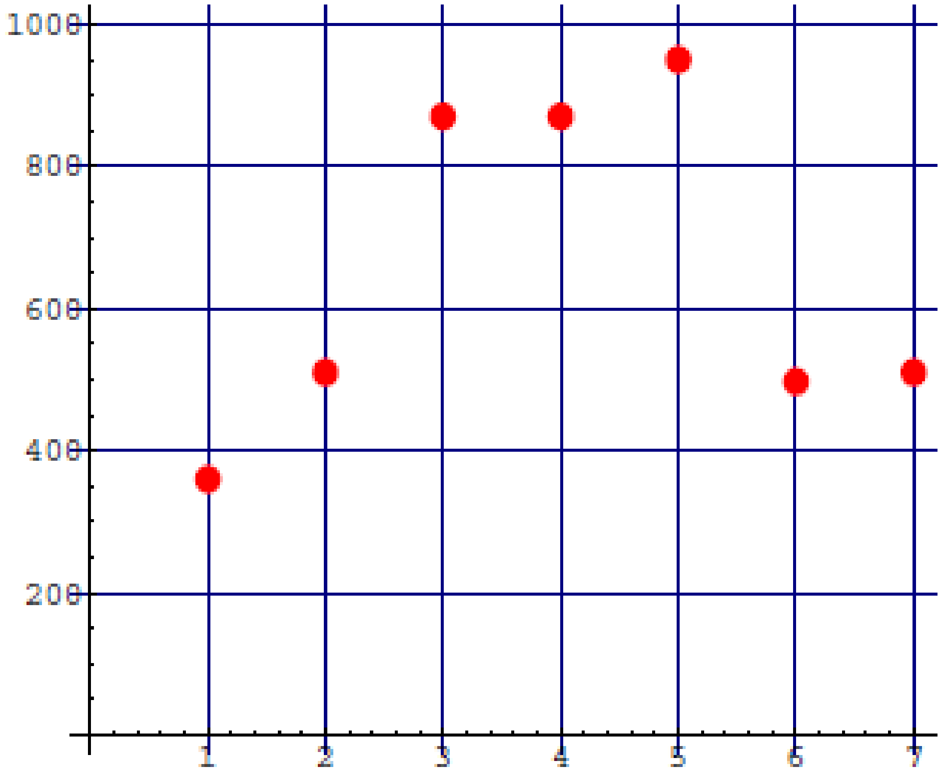


Exemplos

[1] Esboce o gráfico da função dada pela seguinte tabela, que mostra a vazão semanal de água de uma represa:

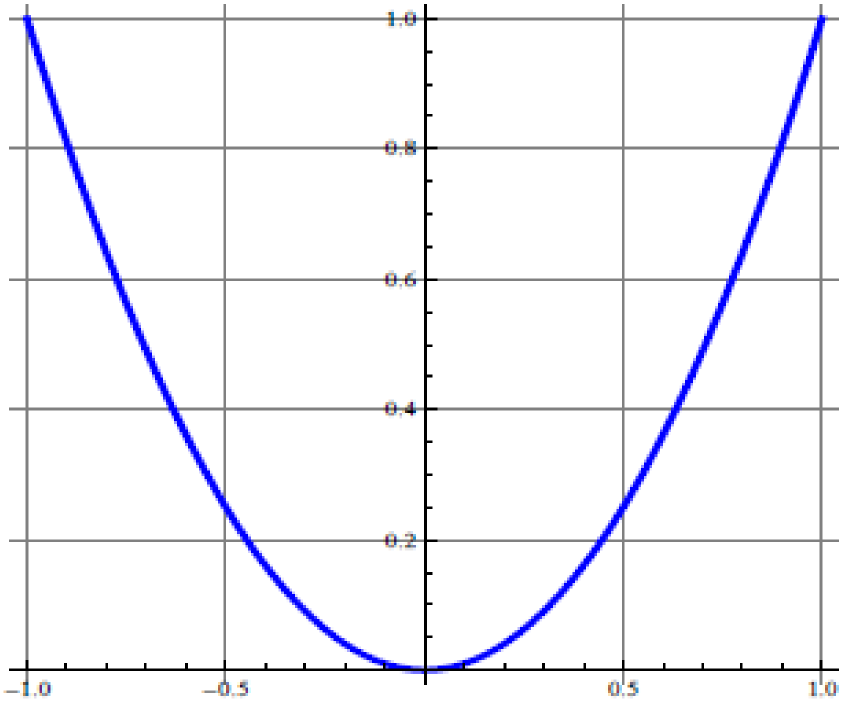
O gráfico desta função não representa uma curva. A primeira coluna da tabela representa a abscissa e a segunda coluna as respectivas ordenadas; logo, obtemos:

Dia	m^3/seg
1	360
2	510
3	870
4	870
5	950
6	497
7	510



[2] Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2$. Note que $Dom(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = [0, \infty)$. Fazendo a tabela:

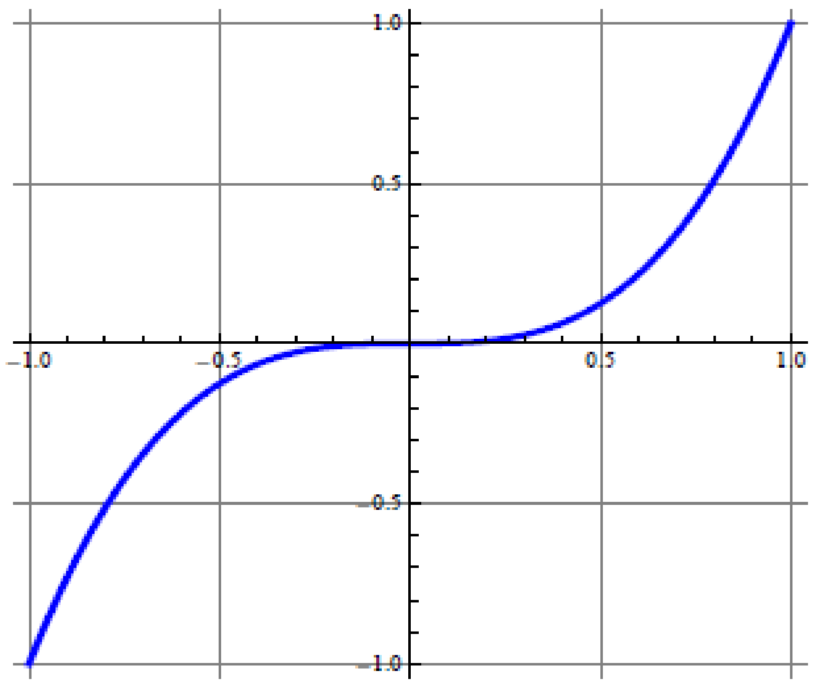
x	$f(x) = x^2$
0	0
$\pm 1/4$	$1/16$
$\pm 1/3$	$1/9$
$\pm 1/2$	$1/4$
± 1	1
± 2	4
± 3	9



$x^2 \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, os pontos de abscissas x e $-x$ tem a mesma ordenada $y = x^2$. Logo, o gráfico de f fica situado no primeiro e segundo quadrantes. Observando a tabela, conclui-se que se o valor de $|x|$ aumenta, os valores da correspondente ordenada aumentam mais rapidamente. Se os valores de $|x|$ aproximam-se a zero, os valores correspondentes da ordenada aproximam-se mais rapidamente de zero.

[3] Esboce o gráfico da função $f(x) = x^3$. Note que $Dom(f) = Im(f) = \mathbb{R}$. Fazendo a tabela:

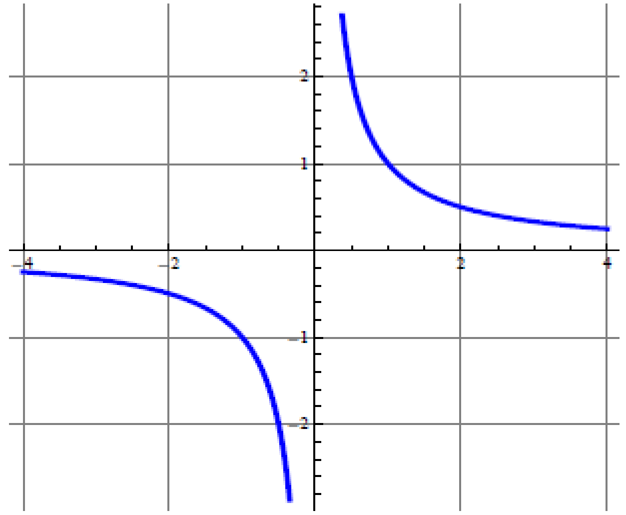
x	$f(x) = x^3$
0	0
$\pm 1/4$	$\pm 1/64$
$\pm 1/3$	$\pm 1/27$
$\pm 1/2$	$\pm 1/8$
± 1	± 1
± 2	± 8



Se $x \geq 0$, então $y \geq 0$ e se $x < 0$, então $y < 0$. Logo, o gráfico está situado no primeiro e terceiro quadrantes. Observando a tabela, vemos que quando $x > 0$ e x cresce, os valores correspondentes da ordenada y também crescem e mais rapidamente. Quando $x < 0$ e x decresce, os valores correspondentes da ordenada y decrescem e mais rapidamente. O gráfico de f é:

[4] Esboce o gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$. Note que $Dom(f) = Im(f) = \mathbb{R} - \{0\}$. Fazendo a tabela:

x	$f(x) = \dfrac{1}{x}$
$\pm 1/100$	± 100
$\pm 1/4$	± 4
$\pm 1/3$	± 3
$\pm 1/2$	± 2
± 1	± 1
± 2	$\pm 1/2$
± 3	$\pm 1/3$



Se $x > 0$, então $y > 0$ e se $x < 0$, então $y < 0$. Logo, o gráfico está situado no primeiro e terceiro quadrantes. Observando a tabela, vemos que quando $x > 0$ e x cresce, os valores correspondentes da ordenada y aproximam-se de zero e à medida que x aproxima-se de zero, os valores correspondentes da ordenada y aumentam muito. Quando $x < 0$ e x cresce, os valores correspondentes da ordenada y decrescem e à medida que x decresce, os valores correspondentes da ordenada y aproximam-se de zero. O gráfico de f é:

[5] Esboce o gráfico da seguinte função : $f(x) = \begin{cases} x - x^2 & \text{se} \quad x \geq \dfrac{1}{2} \\ x & \text{se} \quad -\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{1}{2} \\ x^2 + x & \text{se} \quad x < -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

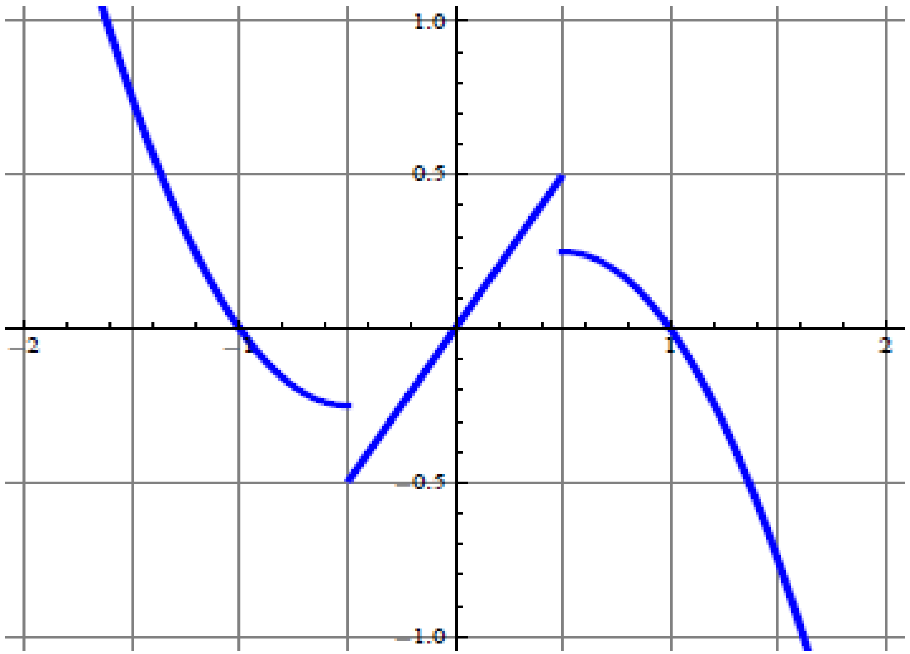


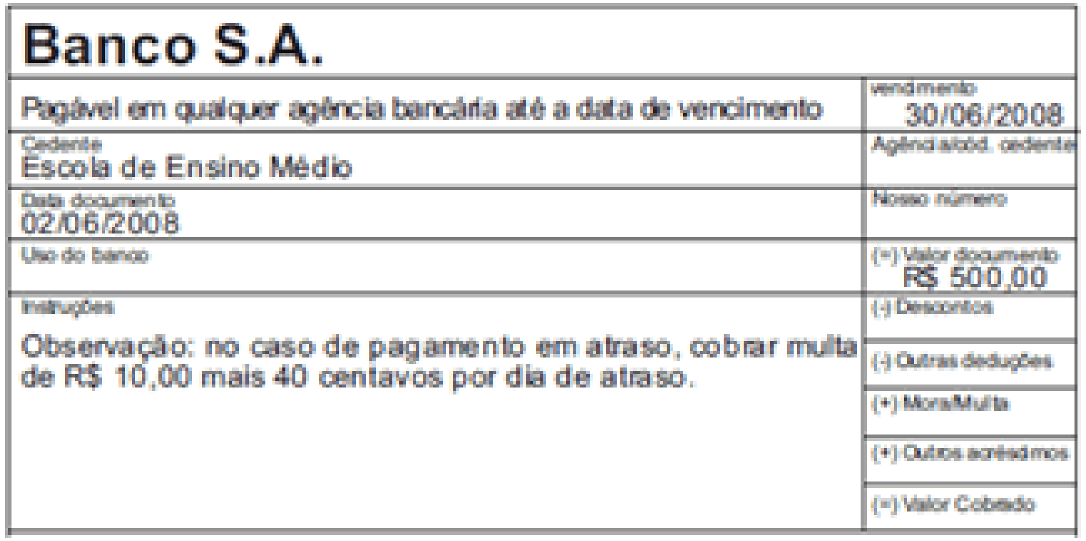
Figura 2.8: Gráfico de $f(x)$ do exemplo [5].

Lista de Exercícios 1

1. Seja a função $f : D \to R$ dada pela lei de formação $f(x) = 5x + 2$, de domínio $D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Determine o conjunto imagem dessa função.
2. Dada a função $f : R \to R$ por $f(x) = x^2 + 2x$, determine o valor de $f(2) + f(3) - f(1)$.
3. Uma função f de variável real satisfaz a condição $f(x + 1) = f(x) + f(1)$, qualquer que seja o valor da variável x. Sabendo que $f(2) = 1$, determine o valor de $f(5)$.

(Enem–2008–Adaptado)

4. A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola referente ao mês de junho de 2008.



Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	vencimento 30/06/2008
Cedente Escola de Ensino Médio	Agência/cód. cedente
Data documento 02/06/2008	Nosso número
Uso do banco	(=) Valor documento R$ 500,00
Instruções Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.	(-) Descontos
	(-) Outras deduções
	(+) Mora/Multa
	(+) Outros acréscimos
	(=) Valor Cobrado

Temos que M(x) é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, e x é o número de dias em atraso. Determine a função que oferece o valor do boleto para pagamento com atraso, e calcule o valor de uma mensalidade com 12 dias de atraso.

Respostas

Resposta Questão 1

$f(x) = 5x + 2$

$f(-3) = 5 * (-3) + 2 = -15 + 2 = -13$

$f(-2) = 5 * (-2) + 2 = -10 + 2 = -8$

$f(-1) = 5 * (-1) + 2 = -5 + 2 = -3$

$f(0) = 5 * 0 + 2 = 2$

$f(1) = 5 * 1 + 2 = 5 + 2 = 7$

$f(2) = 5 * 2 + 2 = 10 + 2 = 12$

$f(3) = 5 * 3 + 2 = 15 + 2 = 17$

$f(4) = 5 * 4 + 2 = 20 + 2 = 22$

Conjunto imagem da função, de acordo com o domínio estabelecido: $\{-13, -8, -3, 2, 7, 12, 17, 22\}$

Resposta Questão 2

$f(2) = 2^2 + 2 * 2 = 4 + 4 = 8$

$f(3) = 3^2 + 2 * 3 = 9 + 6 = 15$

$f(1) = 1^2 + 2 * 1 = 1 + 2 = 3$

$f(2) + f(3) - f(1) = 8 + 15 - 3$
$f(2) + f(3) - f(1) = 23 - 3$
$f(2) + f(3) - f(1) = 20$

Temos que o valor de $f(2) + f(3) - f(1)$ é igual a 20.

Resposta Questão 3

$x = 1$

$f(1+1) = f(1) + f(1)$

$f(2) = 2f(1)$

$2f(1) = f(2)$

$2f(1) = 1$

$f(1) = 1/2$

$x = 2$

$f(2+1) = f(2) + f(1)$

$f(3) = 1 + 1/2$

$f(3) = 3/2$

$x = 3$

$f(3+1) = f(3) + f(1)$

$f(4) = 3/2 + 1/2$

$f(4) = 4/2$

$f(4) = 2$

$x = 4$

$f(4+1) = f(4) + f(1)$

$f(5) = 2 + 1/2$

$f(5) = 5/2$

O valor de f(5) na função é igual a 5/2.

Resposta Questão 4

O valor a ser pago é de R$ 500,00, mas caso o pagamento seja feito com atraso ocorrerá um acréscimo fixo de R$ 10,00 mais R$ 0,40 por dia de atraso. Dessa forma, temos que a função será dada por:

$M(x) = 500 + 10 + 0{,}40x$
$M(x) = 510 + 0{,}40x$

Valor da mensalidade após 12 dias de atraso:

$M(x) = 510 + 0{,}40x$
$M(x) = 510 + 0{,}40 * 12$
$M(x) = 510 + 4{,}80$
$M(x) = 514{,}80$

O valor da prestação decorrido 12 dias de atraso corresponde a R$ 514,80.

Lista de Exercícios 2

1. Determine e esboce o domínio das funções abaixo:

a) $f(x,y)=\dfrac{2}{x^2+y^2-16}$

b) $f(x,y)=\dfrac{x}{-2x+y-8}$

c) $f(x,y)=\dfrac{x}{y-x^2-1}$

d) $f(x,y)=\sqrt{25-x^2-y^2}$

e) $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2-1}$

f) $f(x,y)=\sqrt{x\ \ +y\ \ -1}$

g) $f(x,y)=\sqrt{2x^2+18y^2-72}$

h) $f(x,y)=\sqrt{x^2-y\ \ -9}$

i) $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{-1-x^2+y^2}}$

j) $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{3-x^2-y^2}}$

k) $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{4-x\ \ -2y}}$

l) $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2-4y^2}}$

m) $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{-9+x^2+y}}$

n) $f(x,y)=\dfrac{4}{\sqrt[3]{-x^2+y\ \ -1}}$

o) $f(x,y)=\ln(x^2+y^2-9)$

p) $f(x,y)=\ln(-9x^2-16y^2+144)$

2. As funções $f(x, y) = \dfrac{x+y}{2}$ e $g(x, y) = \sqrt{xy}$ calculam, respectivamente, a média aritmética e a média geométrica dos números x e y. Determine:

   a) A média aritmética e a média geométrica dos números $x = 8$ e $y = 2$.
   b) Os valores de x e y para os quais a média geométrica é igual a média aritmética.
   c) O domínio da função f. Faça um esboço.
   d) O domínio da função g. Faça um esboço.

3. Uma empresa que aluga carros cobra R$40,00 por dia e 15 centavos por quilômetros rodado.

   a) Obtenha uma fórmula para o custo, $\boldsymbol{C}$, do aluguel como função do número de dias, $\boldsymbol{d}$, e o número de quilômetros, $\boldsymbol{q}$.
   b) Calcule $C(5, 300)$ e interprete o resultado.

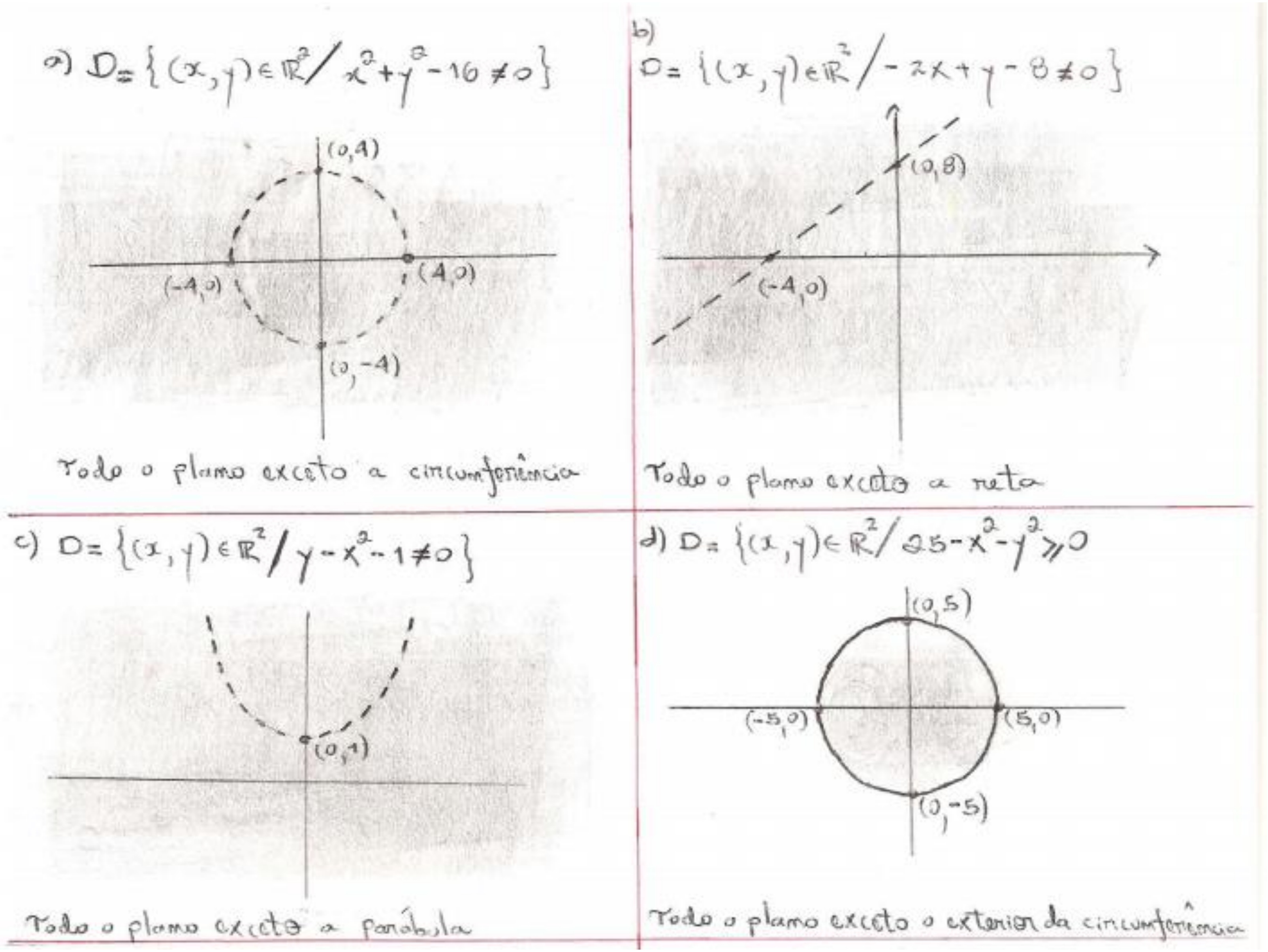
4. Em 1928 Charles Cobb e Paul Douglas publicaram um estudo no qual modelavam o crescimento da economia americana durante o período 1899-1922. Eles consideravam uma visão simplificada onde a produção é determinada pela quantidade de trabalho e pela quantidade de capital investido. Apesar de existirem muitos outros fatores afetando o desempenho da economia, o modelo provou-se impressionante razoável. A função utilizada para modelar a produção era da forma $P(T,C)=1{,}01T^{0,75}C^{0,25}$, onde P é a produção total (valor monetário dos bens produzidos no ano), T é a quantidade de trabalho (número total de pessoas-hora trabalhadas em um ano) e C é a quantidade de capital investido (valor monetário das máquinas, equipamentos e prédios).

a) Determine o domínio da função P. Faça um esboço.
b) Em 1920, os valores da produção, do trabalho e do capital, de acordo com dados econômicos divulgados pelo governo americano, foram respectivamente, 231,194 e 407 em unidades apropriadas. Utilize a função de Cobb e Douglas para calcular a produção em 1920 e compare com o seu valor real.
c) O que acontece com a produção se o trabalho e o capital investido forem dobrados?
d) O que acontece com a produção se o trabalho e o capital investido forem multiplicados por um número positivo k ?

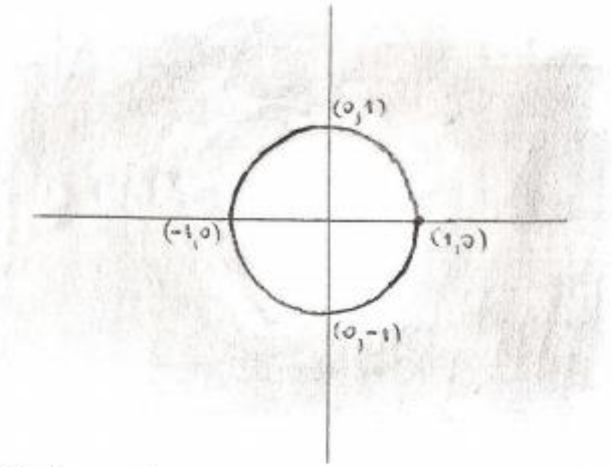
5. Quando injetamos um medicamento em um tecido musculoso, ele se espalha na corrente sanguínea. A concentração do medicamento no sangue aumenta até atingir um máximo, e depois decresce. A concentração C (em mg por litro) do medicamento no sangue é uma função de duas variáveis: ***q***, a quantidade (em mg) do medicamento injetado, e ***t***, o número de horas desde que a injeção foi administrada. A concentração pode ser modelada pela seguinte fórmula $C(q,t) = te^{-t(5-q)}$ para $0 \leq q \leq 4$ e $t \geq 0$.

a) Faça um esboço do domínio dessa função
b) Calcule a concentração 2 horas e 30 minutos após a injeção de 2,4mg do medicamento.
c) Supondo que sejam injetados 4mg do medicamento, determine após quantas horas o medicamento atinge a concentração máxima. Qual é a concentração máxima? Faça um esboço do gráfico da concentração em função do tempo.

Respostas da lista 2 – exercício 1

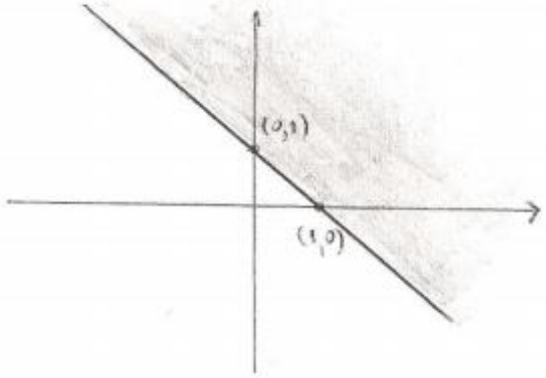


e) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \ x^2 + y^2 - 1 \geqslant 0\}$



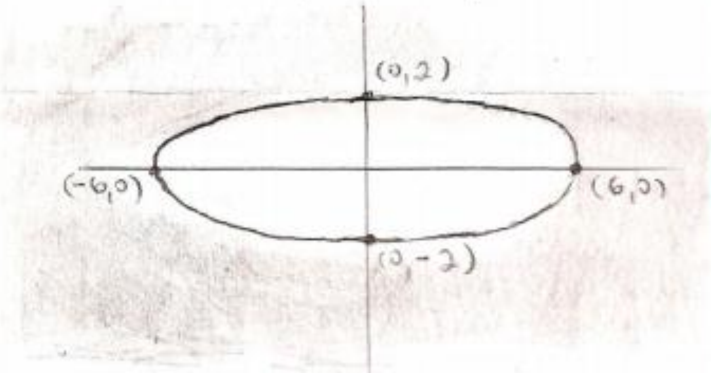
Todo o plano exceto o interior da circunferência

f) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \ x + y - 1 \geqslant 0\}$



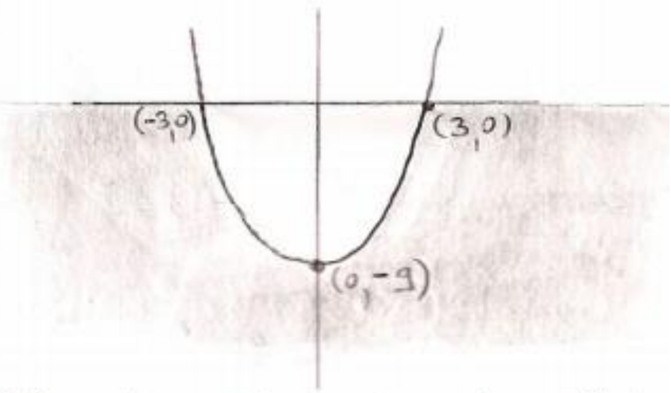
Todo o plano exceto o semi-plano abaixo da reta

g) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \ 2x^2 + 18y^2 - 72 \geqslant 0\}$



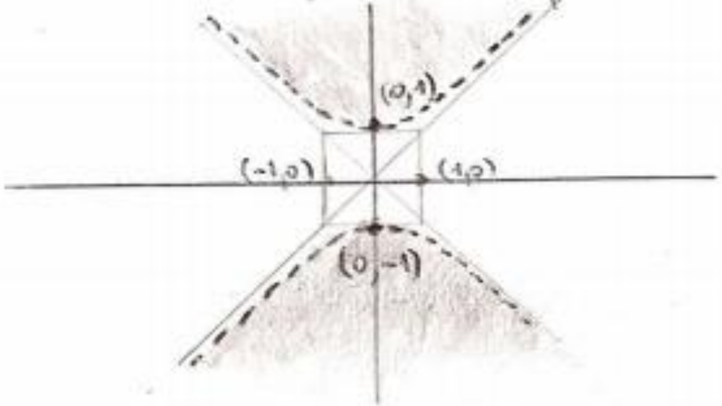
Todo o plano exceto o interior da elipse

h) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \ x^2 - y - 9 \geqslant 0\}$



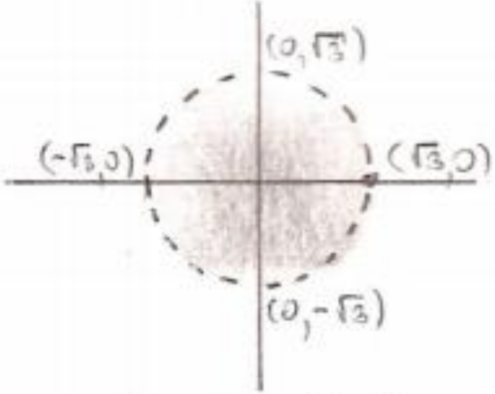
Todo o plano exceto o interior da parábola

i) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / -1 - x^2 + y^2 > 0\}$



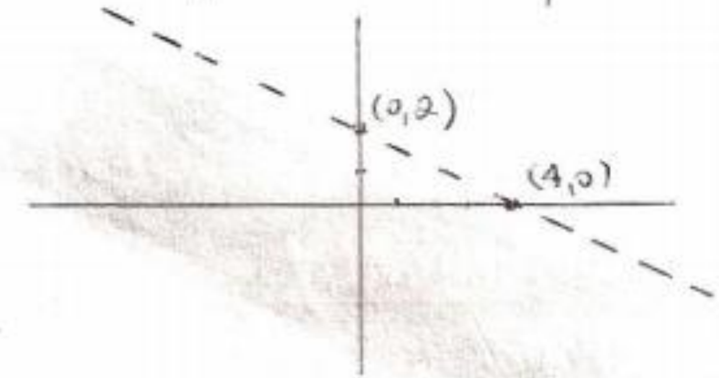
o interior da hipérbole

j) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 3 - x^2 - y^2 > 0\}$



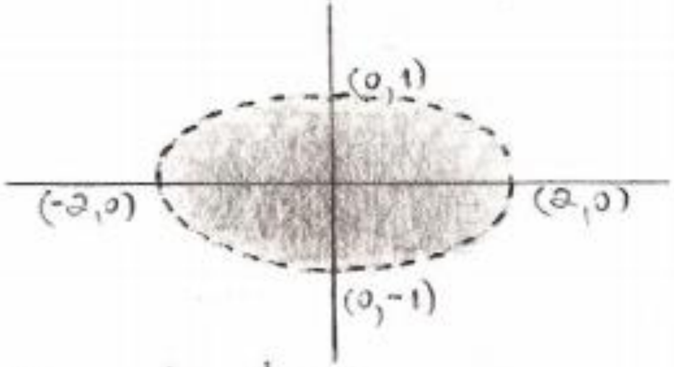
o interior da circunferência

k) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 4 - x - 2y > 0\}$



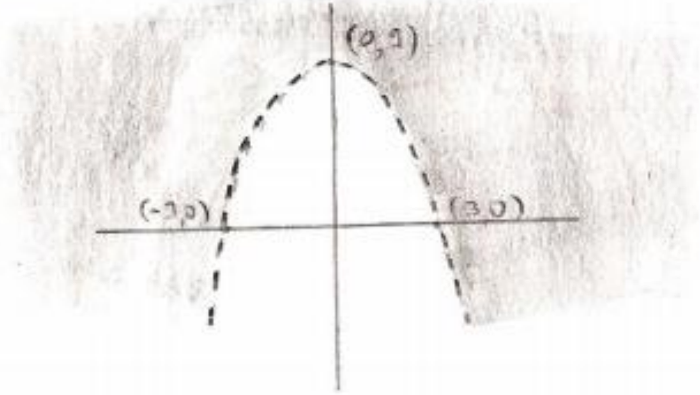
o semi-plano abaixo da reta

l) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 4 - x^2 - 4y^2 > 0\}$



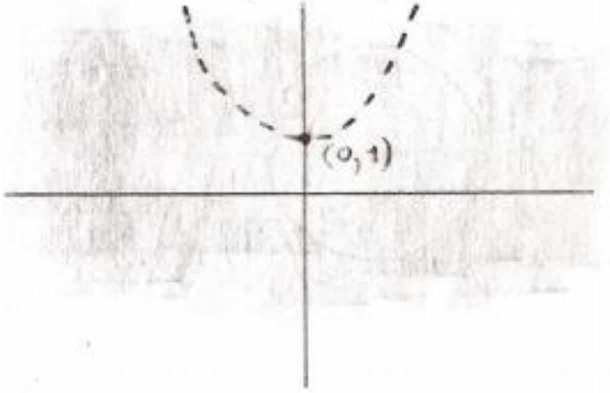
o interior da elipse

m) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / -9 + x^2 + y > 0\}$



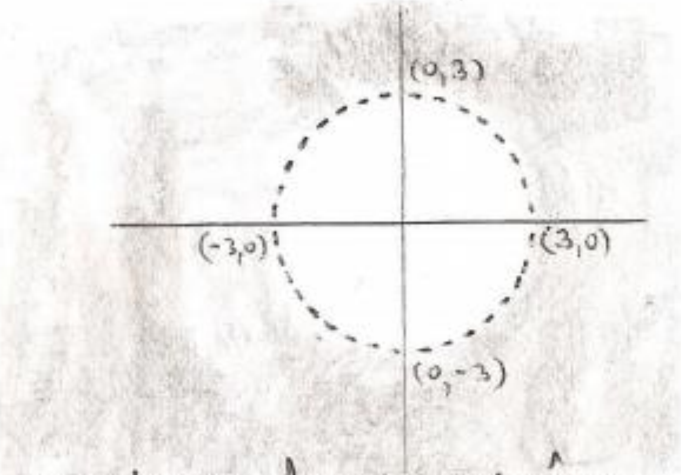
o exterior da parábola

n) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / -x^2 + y - 1 \neq 0\}$



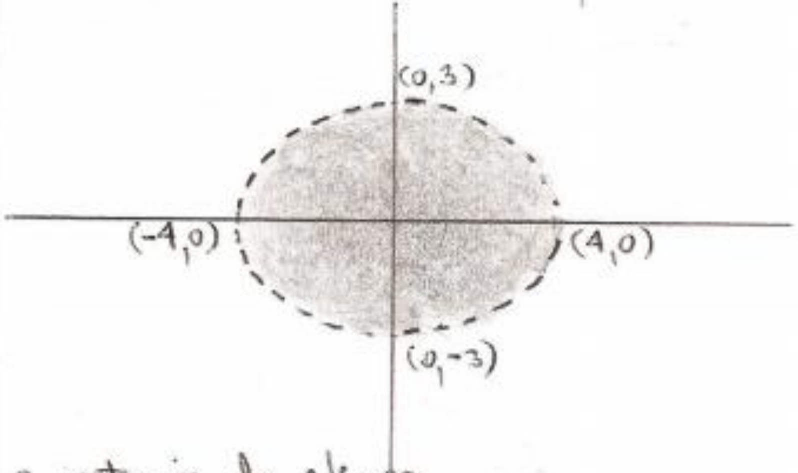
Todo o plano exceto a parábola

o) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 - 9 > 0\}$



o exterior da circunferência

p) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / -9x^2 - 16y^2 + 144 > 0\}$



o interior da elipse