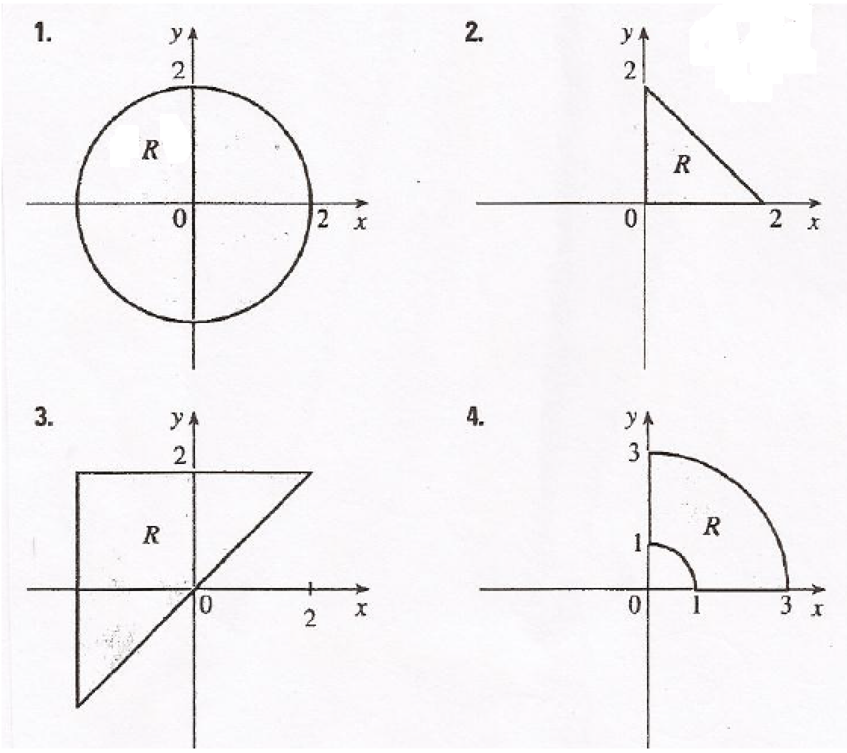
1. Uma região R é mostrada na figura. Decida se você deve usar coordenadas polares ou retangulares e escreva $\int\int_R f(x,y)\ dA$ como integral iterada, onde f é uma função qualquer contínua em R.



2. Calcule a integral dada colocando-a em coordenadas polares.

a) $\int\int_R x\ dA$, onde R é o disco com centro na origem e raio 5.

b) $\int\int_R y\ dA$, onde R é a região do rpimeiro quadrante limitada pelo círculo $x^2+y^2=9$ e pelas retas $y=x$ e $y=0$

c) $\int\int_R xy\ dA$, onde R é a região do rpimeiro quadrante compreendida entre os círculos $x^2+y^2=4$ e $x^2+y^2=25$

d) $\displaystyle\int\int_R \sqrt{x^2+y^2}\; dA$, onde $R = \{(x,y) \,/\, 1 \leq x^2+y^2 \leq 9,\;\; y \geq 0\}$

e) $\displaystyle\int\int_R e^{-x^2-y^2}\; dA$, onde R é a região limitada pelo semicírculo $x = \sqrt{4-y^2}$ e o eixo y.

3. Utilize a integral dupla para determinar a área da região.

a) Um laço da rosácea $r = cos(3\theta)$

b) A região contida pela cardióide $r = 1 - sen(\theta)$

4. Calcule a integral iterada convertendo-a antes para coordenadas polares.

a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2}\; dy\, dx,$

b) $\displaystyle\int_{-a}^{a} \int_0^{\sqrt{a^2-y^2}} (x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\; dx\, dy,$

5. Calcular $\displaystyle\int_R\int (x^2+y^2)\; dxdy$, onde R é dada por:

a) Círculo centrado na origem de raio a. b) Círculo centrado em $(a,0)$ de raio a.

c) Círculo centrado em $(0,a)$ de raio a.

6. Calcule:

a) $\displaystyle\int\int_D\int xyz\, dxdydz, \quad D: 0 \leq x \leq 2,\; 0 \leq y \leq 1,\; 1 \leq z \leq 2$ resp: $\frac{3}{2}$

b) $\displaystyle\int\int_D\int x\, dxdydz, \quad D: 0 \leq x \leq 1,\; 0 \leq y \leq 1,\; x+y \leq z \leq x+y+1$ resp: $\frac{1}{2}$

c) $\displaystyle\int\int_D\int \sqrt{1-z^2}\, dV, \quad D: 0 \leq x \leq 1,\; 0 \leq z \leq 1,\; 0 \leq y \leq z$ resp: $\frac{1}{3}$

d) $\displaystyle\int\int_D\int \sqrt{1-z^2}\, dV, \quad D: 0 \leq x \leq 1,\; 0 \leq y \leq 1,\; 0 \leq z \leq 1$ resp: $\frac{\pi}{2}$

e) $\displaystyle\int\int_D\int dxdydz, \quad D: x^2+y^2 \leq z \leq 2x$ resp: $\frac{\pi}{2}$

7. Calcule o volume do conjunto dos pontos (x,y,z) dado:

a) $0 \leq x \leq 1,\;\; 0 \leq y \leq 1 \;\; e \;\; 0 \leq z \leq 5 - x^2 - 3y^2$ resp: $\frac{11}{3}$.

b) $0 \leq x \leq 1,\ \ 0 \leq y \leq x^2\ \ e\ \ 0 \leq z \leq x + y^2$ resp: $\frac{25}{84}$.

c) $x^2 + y^2 \leq z \leq 4$ resp: 8π.

d) $x^2 \leq z \leq 1 - y\ \ e\ \ y \geq 0.$ $resp : \frac{8}{15}$

8. Usando coordenadas cilíndricas ou esféricas, Calcule:

a) $\int\int_D\int x\ dV,$ onde $D; x \geq 0,\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ resp 4π.

b) $\int\int_D\int z\ dV,$ onde $D; 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ \ z \geq 0.$ resp $\frac{15\pi}{4}$.

c) Volume da esfera de raio R.

d) $\int\int_D\int \sqrt{x^2 + y^2}\ dV$, onde D é o sólido no primeiro octante limitado pelos planos coordenados, pelo plano $z = 4\ \ e\ \ x^2 + y^2 = 25$.

9. Calcule a integral iterada.

a) $\int_0^1\int_0^z\int_0^{x+z} 6xz\ dy\,dx\,dz$ resp 1 b) $\int_1^2\int_0^x\int_0^{1-y} x^3y^2z\ dz\,dy\,dx$ c) $\int_0^3\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-z^2}} ze^y\ dx\,dz\,dy.$

resp: $\frac{1}{3}(e^3 - 1)$

10. Calcule a integral tripla.

a) $\int\int\int_E 2x\ dV$, onde $E = \{(x, y, z)\ /\ 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{4 - y^2},\ \ 0 \leq z \leq y\}$ resp:4

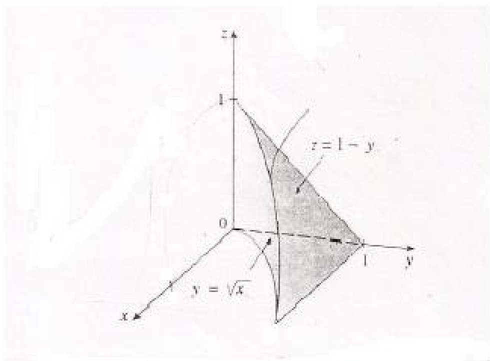
b) $\int\int\int_E 6xy\ dV$, onde E está abaixo do plano $z = 1 + x + y$ e acima da região do plano xy limitada pelas curvas $y = \sqrt{x}\ \ y = 0\ \ x = 1$. resp: $\frac{65}{28}$

11. Expresse a integral $\int\int\int_E f(x, y, z)dV$ como uma integral iterada de três modelos diferentes, onde E é o sólido limitado pelas superfícies dadas.

a) $x^2{+}z^2 = 4,\ \ y = 0,\ \ y = 6$ resp: $\int_{-2}^{2}\int_0^6\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y, z)\ dzdydx = \int_0^6\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y, z)\ dzdxdy =$ $\int_{-2}^{2}\int_0^6\int_{-\sqrt{4-z^2}}^{\sqrt{4-z^2}} f(x, y, z)\ dxdydz.$ b) $z = 0,\ \ z = y,\ \ x^2 = 1 - y.$

12. A figura mostra a região de integração para a integral $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \int_0^{1-y} dz\, dy\, dx$

(2.8, 15.98)



Reescreva essa integral como uma integral iterada equivalente de quatro formas diferentes.

algumas respostas:

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \int_0^{1-y} f(x,y,z)\ dzdydx = \int_0^1 \int_0^{y^2} \int_0^{1-y} f(x,y,z)\ dzdxdy = \int_0^1 \int_0^{1-z} \int_0^{y^2} f(x,y,z)\ dxdydz.$$

13. Utilize coordenadas esféricas:

a) Calcule $\int\int\int_B (x^2+y^2+z^2)dV$, onde B é a bola unitária $x^2+y^2+z^2 \leqslant 1$.resp:$\frac{4\pi}{5}$

b) Calcule $\int\int\int_H (x^2+y^2)dV$, onde H é a região hemisférica que está acima do plano xy e abaixo da esfera $x^2+y^2+z^2=1$.

c) Calcule $\int\int\int_E zdV$, onde E está contido entre as esferas $x^2+y^2+z^2=1$ e $x^2+y^2+z^2=4$ no primeiro octante.resp:$\frac{15\pi}{16}$

d) Calcule $\int\int\int_E xe^{(x^2+y^2+z^2)^2}dV$, onde E é o sólido que está entre as esferas $x^2+y^2+z^2=1$ e $x^2+y^2+z^2=4$ no primeiro octante.

e) Calcule $\int\int\int_E \sqrt{x^2+y^2+z^2}dV$, onde E é limitado abaixo pelo cone $\phi = \frac{\pi}{3}$ e acima pela esfera $\rho = 2$.resp: $4\pi(2-\sqrt{3})$

14. Determine por integral tripla o volume do cilindro dado por $x^2 + y^2 = 4$ e limitado pelos planos $z = -2$ e $z = 2$. resp; 16π.