



# Análise LR(K)

O método de análise **LR(K)** é mais geral e aproveita melhor as informações obtidas a partir dos símbolos já processados.

**Idéia básica do método:** ao invés de deslocar para a pilha símbolos da linguagem (terminais e não-terminais) serão empilhados outros símbolos, chamados *estados*.

A cada passo do algoritmo, o último estado empilhado será utilizado para tomar decisões sobre um eventual deslocamento ou redução. Além disso, o algoritmo poderá consultar um número  $k$  preestabelecido ( $K \geq 0$ ) de símbolos seguintes da cadeia de entrada para tomar essas decisões. Esse tipo de algoritmo será denominado **analisador LR(K)**, indicando uma análise da esquerda para a direita, resultando a derivação direta, e consultando  $k$  símbolos seguintes de entrada. Discutiremos apenas os casos  $k=0$  e  $k=1$ .



# Análise LR(K)

A tabela de análise é uma matriz retangular cujas linhas são indicadas pelos estados, e as colunas pelos símbolos do vocabulário da gramática.

Os elementos da matriz indicam as ações a serem tomadas pelo algoritmo e que podem ser (KOWALTOWSKI, 83):

1. Empilhar um estado  $e_i$
2. Reduzir usando uma produção  $A \rightarrow \alpha$
3. Aceitar
4. Rejeitar

A diferença entre LR(0) e LR(1) está na maneira de construir a tabela.

# marca o fim da cadeia

$e_i$  indicam as ações (empilhar o estado  $e_i$ )

$r_i$  (reduzir usando a  $i$ -ésima produção)      a aceitar



# Análise LR(K)

---

Um *item* é uma produção na qual foi marcada uma posição na cadeia do lado direito, essa posição será indicada por meio do símbolo.

Itens são usados para construir estados.

A presença no topo da pilha de um estado contendo um item da forma  $A \rightarrow \alpha\beta$  indica que já foi processado e deslocado para a pilha a parte inicial  $\alpha$  do redutendo  $\alpha\beta$ .

O símbolo  $\bullet$  no fim de um item, isto é,  $\beta = \lambda\bullet$ , indica um redutendo completo. Dizemos, que o item é *completo*.



# Análise LR(K)

Se um estado contém um item da forma  $A \rightarrow \alpha \bullet B \beta$  com  $A, B \in N$  e  $\alpha, \beta \in V^*$ . A presença desse estado no topo da pilha indicará que já foi empilhada a cadeia  $\alpha$ , sendo esperada a seguir a cadeia  $B\beta$ . Isto significa que a cadeia de entrada corrente (incluindo o eventual resultados da redução anterior) poderá ser da forma  $\gamma w$ , com  $\gamma \in V^*$ ,  $w \in T^*$  e  $B\beta \Rightarrow^* \gamma$ ; desta maneira as reduções subseqüentes poderão transformar  $\gamma$  em  $B\beta$ . Conseqüentemente, a presença do estado contendo  $A \rightarrow \alpha \bullet B \beta$  no topo da pilha implica que o algoritmo deverá aceitar a seguir qualquer derivável de  $B$ , ou em outras palavras, esse estado deverá conter também todos os itens da forma  $B ::= \bullet \xi$ .



# Análise LR(K)

---

Diremos que um conjunto  $K$  de itens é *fechado* se para todo item de  $K$  da forma  $A::=\alpha\bullet B\beta$  todos os itens da forma  $B::=\bullet\xi$  estão em  $K$ . Denoteremos por  $\text{fecho}(K)$  o menor conjunto fechado que contém  $K$ . Dado um conjunto  $K$ ,  $\text{fecho}(K)$  pode ser calculado de uma maneira muito simples:

1. Adota-se o conjunto dado  $K$  como valor inicial de  $H$ .
2. Se existe um item  $A::=\alpha\bullet B\beta$  de  $H$  e uma produção  $B::=\xi$  tal que  $B::=\bullet\xi$  não está em  $H$ , acrescenta-se  $B::=\bullet\xi$  a  $H$ .
3. O passo 2 é repetido até que não se possam acrescentar mais itens a  $H$ .
4.  $H = \text{fecho}(K)$ .



# Análise LR(K)

*Exemplo* (pag.43 do KOWALTOWSKI (83))

Consideremos os seguintes conjuntos  $K$ 's de itens de  $G$ :

1.  $E ::= +EE$
2.  $E ::= *EE$
3.  $E ::= a$
4.  $E ::= b$

$$K_1 = \{E ::= + \bullet EE\}$$

$$K_2 = \{E ::= + E \bullet E / * \bullet EE / \bullet a\}$$

$$K_3 = \{E ::= \bullet b\}$$

Então os seus fechos são

$$\text{fecho}(K_1) = \{E ::= + \bullet EE / \bullet + EE / \bullet * EE / \bullet a / \bullet b\}$$

$$\text{fecho}(K_2) = \{E ::= + E \bullet E / * \bullet EE / \bullet a / \bullet + EE / \bullet * EE / \bullet b\}$$

$$\text{fecho}(K_3) = \{E ::= \bullet b\}$$

Esta discussão implica que um estado deve ser um conjunto fechado de itens. Cada item desse estado representa uma das possibilidades para continuar a análise.



# Análise LR(K)

---

Examinaremos agora o problema de determinar as da forma  $e_i$  da tabela de análise. Suponhamos então que um estado  $e_i$  contenha um item incompleto da forma  $A::=\alpha\bullet X\beta$ ,  $X\in V$ . A presença desse estado  $e_i$  no topo da pilha indica que se o próximo símbolo a ser consultado for  $X$ , então terá sido processada a parte  $\alpha X$  do redutendo, devendo ser empilhado, portanto, um estado que contém o item  $A::=\alpha X\bullet\beta$ . Definiremos então a função *transfere*( $K, X$ ) como sendo o fecho do conjunto de todos os itens da forma  $A::=\alpha X\bullet\beta$  tais que o item  $A::=\alpha\bullet X\beta$  está em  $K$ .



# Análise LR(K)

---

*Exemplo* (pag.44 do KOWALTOWSKI (83)): Considere  $G$ :

1.  $E ::= +EE$     2.  $E ::= *EE$     3.  $E ::= a$     4.  $E ::= b$

e os conjuntos:

$K_1 = \{E ::= * \bullet EE\}$

$k_2 = \text{fecho}(K_1) = \{ * \bullet EE / \bullet + EE / \bullet * EE / \bullet a / \bullet b \}$

$k_3 = \{E ::= \bullet b\}$

Tem-se, então:

$\text{transfere}(K_1, *) = \emptyset$

$\text{transfere}(K_1, E) = \{E ::= * E \bullet E / \bullet + EE / \bullet * EE / \bullet a / \bullet b\}$

$\text{transfere}(K_2, +) = \{E ::= + \bullet EE / \bullet + EE / \bullet * EE / \bullet a / \bullet b\}$

$\text{transfere}(K_2, a) = \{E ::= a \bullet\}$

$\text{transfere}(K_3, E) = \emptyset$

$\text{transfere}(K_3, b) = \{E ::= b \bullet\}$





# Análise LR(K)

As funções *fecho* e *transfere* permitem a construção dos estados que serão identificados com conjunto de itens. A construção partirá de um estado inicial, e aplicando as funções *fecho* e *transfere* calculará novos estados, até que não seja possível prosseguir na construção.

A fim de introduzir o estado inicial  $e_0$  convencionaremos que a toda gramática de raiz  $S$  acrescenta-se a produção  $S' ::= S\#$ , onde o símbolo  $\#$  não está em  $T$ ; o símbolo  $S'$  passa a ser a nova raiz. Convencionaremos, também, que toda cadeia de entrada será seguida do símbolo  $\#$ . Fica claro, dessa maneira que o estado  $e_0$  deve conter o item  $S' ::= \bullet S\#$ . Por outro lado, se um estado que contém  $S' ::= S \bullet \#$  estiver no topo da pilha quando o símbolo seguinte a ser consultado é  $\#$ , então a cadeia de entrada ser aceita.



# Análise LR(K)

Para determinar os estados de uma gramática ( $C$  é uma coleção de estados, ou seja, um conjunto de conjuntos de itens):

1. Adota-se o estado  $e_0 = \{\text{fecho}(\{S' ::= \bullet S\})\}$  como o valor inicial da coleção  $C$ .
2. Se existe um estado  $e$  de  $C$ , e um símbolo  $X \in V$  tais que  $e' = \text{transfere}(e, X)$  não é vazio, e  $e'$  não está em  $C$ , então acrescenta-se  $e'$  à coleção  $C$ .
3. O passo 2 é repetido até que não se possam acrescentar mais estados à coleção  $C$ .
4.  $C$  é a coleção de estados tipo LR(0) da gramática.



# Análise LR(K)

Consideremos a gramática:

0.  $E' ::= E\#$       1.  $E ::= +EE$       2.  $E ::= *EE$       3.  $E ::= a$       4.  $E ::= b$

Aplicando-se a construção acima, obtêm-se os seguintes estados (omitimos as chaves que indicam conjuntos):

$e_0$ :  $E' ::= \bullet E\#$      $E ::= \bullet +EE / \bullet *EE / \bullet a / \bullet b$  **Item incompleto**

$e_1$ :  $E' ::= E \bullet \#$     **Item incompleto**

$e_2$ :  $E ::= + \bullet EE / \bullet +EE / \bullet *EE / \bullet a / \bullet b$  **Item incompleto**

$e_3$ :  $E ::= * \bullet EE / \bullet +EE / \bullet *EE / \bullet a / \bullet b$  **Item incompleto**

$e_4$ :  $E ::= a \bullet$         **Item completo**

$e_5$ :  $E ::= b \bullet$         **Item completo**

$e_6$ :  $E ::= +E \bullet E / \bullet +EE / \bullet *EE / \bullet a / \bullet b$  **Item incompleto**

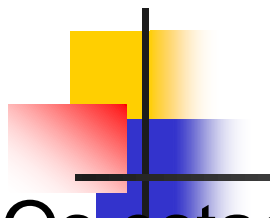
$e_7$ :  $E ::= *E \bullet E / \bullet +EE / \bullet *EE / \bullet a / \bullet b$  **Item incompleto**

$e_8$ :  $E ::= +EE \bullet$     **Item completo**

$e_9$ :  $E ::= *EE \bullet$     **Item completo**

Como existem estados que contém tanto itens completos como incompletos a gramática **não é LR(0)**.

# Análise LR(K)



Os estados constituídos de itens completos indicam que os últimos estados empilhados correspondem a um redutendo, e que portanto deve haver redução, independentemente do próximo símbolo.

É essa propriedade que faz com que a gramática dada pertença à classe LR(0).

Se o estado que está no topo da pilha contém um único item da forma  $A::=\alpha\bullet$ , então deve-se aplicar uma redução utilizando a produção  $A::=\alpha$ . As entradas  $r_j$  da tabela a seguir foram obtidas dessa maneira (KOWALTOWSKI, 83).



# Análise LR(K)

---

O símbolo E pode ser seguido pelos símbolos  
'a', 'b', '+', '\*' ou '#'

$$\Delta(E) = \{a, b, *, +, \#\}$$