



# Análise de Precedência de Operadores

A ***análise de operadores*** generaliza a idéia de atribuir níveis de prioridade aos operadores em expressões (por ex, a atribuição ao símbolo \* de um nível mais alto do que ao símbolo +).

O método funciona para uma classe mais restrita do que o de precedência simples, mas é muito eficiente e simples de implementar.

Todos os símbolos terminais da gramática são considerados *operadores*.

Também utiliza relações de precedência que indicaremos por  $< \square, =, \square >$ , definidas sobre terminais.



# Análise de Precedência de Operadores

**Definição:**  $G$  é uma **gramática de operadores** se (KOWALTOWSKI, 83):

- ela não possui produções com dois não terminais consecutivos do lado direito, ou seja, da forma  $A ::= \alpha B C \beta$ , tal que  $B, C$  pertence a  $V_N$ ;
- as relações  $< \sqsubset, =, \sqsupset >$ , as quais veremos adiante, são disjuntas.

Em AHO, SETHI & ULLMAN (86) é chamada à atenção para o fato que na gramática de operadores nenhum lado direito da produção é igual a  $\lambda$  (cadeia vazia).



# Análise de Precedência de Operadores

## Definição de Frase Prima (KOWALTOWSKI, 83):

Se  $\alpha$  é uma forma sentencial, então  $\beta$  é uma *frase prima* de  $\alpha$  se  $\beta$  é uma frase de  $\alpha$  na qual aparece pelo menos um símbolo terminal, e se  $\beta$  não contém nenhuma outra frase prima.

O algoritmo de análise de precedência de operadores sempre reduz a frase prima mais à esquerda da forma sentencial. Pode-se demonstrar que para gramáticas não-ambíguas esta frase é sempre única.



# Análise de Precedência de Operadores

---

Consideremos G:

$E ::= E + T / T$

$T ::= T * F / F$

$F ::= a / b / (E)$

As frases primas da forma sentencial  $a + b * a$  são:  
 $a, b, a$ .

As frases primas para a forma sentencial  $T + T * F + a$   
são:  $T * F$  e  $a$

Note que  $T$  não é uma frase prima, apesar de ser uma frase simples.



# Análise de Precedência de Operadores

**Definição das Relações  $<_{\square}$ ,  $=$  e  $\square>$  (KOWALTOWSKI, 83):**

1. Dizemos que  $X <_{\square} Y$  se existe uma forma sentencial direita  $\alpha = \beta XY \gamma w$  (ou  $\alpha = \beta XBY \gamma w$ ) tal que  $Y \gamma$  (ou  $BY \gamma$ ) é uma frase prima mais à esquerda de  $\alpha$ .
2. Dizemos que  $X = Y$  se existe uma forma sentencial direita  $\alpha = \beta \gamma XY \delta w$  (ou  $\alpha = \beta \gamma XBY \delta w$ ) tal que  $\gamma XY \delta$  é (ou  $\gamma XBY \delta$ ) é uma frase prima mais à esquerda de  $\alpha$ .
3. Dizemos que  $X \square> Y$  se existe uma forma sentencial direita  $\alpha = \beta \gamma XY w$  (ou  $\alpha = \beta \gamma XBY w$ ) tal que  $\gamma X$  (ou  $\gamma XB$ ) é uma frase prima mais à esquerda de  $\alpha$

$X, Y \in V_T$ ,  $B \in N$ ,  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in V^*$  e  $w \in T^*$



# Análise de Precedência de Operadores

---

Pode-se demonstrar que estas relações podem ser calculadas num número finito de operações (como na precedência simples). Mais duas relações auxiliares são necessárias (KOWALTOWSKI, 83):

1.  $A\theta_P X$  (primeiro terminal) se e somente se existe uma produção da forma  $A ::= X\alpha$  ou  $A ::= BX\alpha$
2.  $A\theta_U X$  (último terminal) se e somente se existe uma produção da forma  $A ::= \alpha X$  ou  $A ::= \alpha XB$

As relações  $\theta_P$  e  $\theta_U$  indicam o *primeiro* e o *último terminal* que aparece numa cadeia que pode ser derivada diretamente de um não-terminal.



# Análise de Precedência de Operadores

---

## Forma Prática para calcular as Relações

$\langle \square, =, \square \rangle$

Proposição:

1.  $X \prec \square Y$  se e somente se  $X(=)\psi_P^* \theta_P Y$ .
2.  $X = Y$  se e somente se existe uma produção em  $P$  da forma  $A ::= \alpha XY\beta$  ou  $\alpha XBY\beta$
3.  $X \square > Y$  se e somente se  $X(\psi_U^* \theta_U)^T (=) Y$ .



# Análise de Precedência de Operadores

---

As relações de precedência tem os seguintes significados (AHO, SETHI & ULLMAN, 86):

<b>Relação</b>	<b>Significado</b>
----------------	--------------------

$a <_{\square} b$	$a$ "confere precedência" a $b$
-------------------	---------------------------------

$a = b$	$a$ "possui a mesma precedência que $b$ "
---------	---

$a \square > b$	$a$ "tem precedência sobre" $b$
-----------------	---------------------------------



# Análise de Precedência de Operadores

Seja G:  $E ::= E + T / T$     $T ::= T * F / F$     $F ::= a / b / (E)$

	$\Psi_P$	$\Psi_P^*$	$\theta_P$	$\Psi_P^* \theta_P$
E	TE	TEFab(	+	*+ab(
T	FT	FTab(	*	ab(*)
F	ab(	ab(F	ab(	ab(

	$\Psi_U$	$\Psi_U^*$	$\theta_U$	$\Psi_U^* \theta_U$
E	T	TFab)E	+	*ab)+
T	F	Fab)T	*	ab)*
F	ab)	ab)F	ab)	ab)



# Análise de Precedência de Operadores

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>+</b>	<b>*</b>	<b>(</b>	<b>)</b>
<b>a</b>			□>	□>		□>
<b>b</b>			□>	□>		□>
<b>+</b>	<□	<□	□>	<□	<□	□>
<b>*</b>	<□	<□	□>	□>	<□	□>
<b>(</b>	<□	<□	<□	<□	<□	=
<b>)</b>			□>	□>		□>

# Análise de Precedência de Operadores

Passo	Forma Sentencial	Frase Prima	Redução para
1	$\# \langle \square a \square \rangle + (b * a) \#$	a	F
2	$\# \langle \square F + \langle \square (\langle \square b \square \rangle * a) \#$	b	F
3	$\# \langle \square F + \langle \square (\langle \square F * \langle \square a \square \rangle) \#$	a	F
4	$\# \langle \square F + \langle \square (\langle \square F * F \square \rangle) \#$	F * F	T
5	$\# \langle \square F + \langle \square (=T) \square \rangle \#$	(T)	F
6	$\# \langle \square F + F \square \rangle \#$	F + F	E
7	$\# E \#$		



# Análise de Precedência de Operadores

---

## Aspectos importantes do método:

- a identificação da produção a ser aplicada em cada redução é baseada apenas nos terminais que aparecem na frase prima;
- os não-terminais indicam os lugares onde deve aparecer algum não-terminal, não necessariamente o mesmo indicado pela produção. Conseqüentemente, a árvore não é realmente uma árvore de derivação de acordo com a gramática dada.