Otimização em redes

Otimização em redes

- Problemas modelados por grafos
  - Caminhos;
  - Redes de comunicação;
  - Localização de facilidades (Correios, Hospitais, Escolas, etc.);
  - Desenhos de circuitos impressos;
  - Otimização de layout;
  - Distribuição de produtos;
  - Telecomunicações;
  - Limpeza urbana;
  - Controle de tráfego;
  - Atribuição de rádio frequência móvel

Otimização em redes

- Maximização de fluxo
- Caminho de menor custo (caminho mínimo)
- É possível avaliar todas as possibilidades?
  - Heurísticas

Otimização em redes

- Fluxo em redes
  - Nó de oferta (fonte)
  - Nó de demanda (terminal)
  - Nó de transbordo (pontos de passagem)

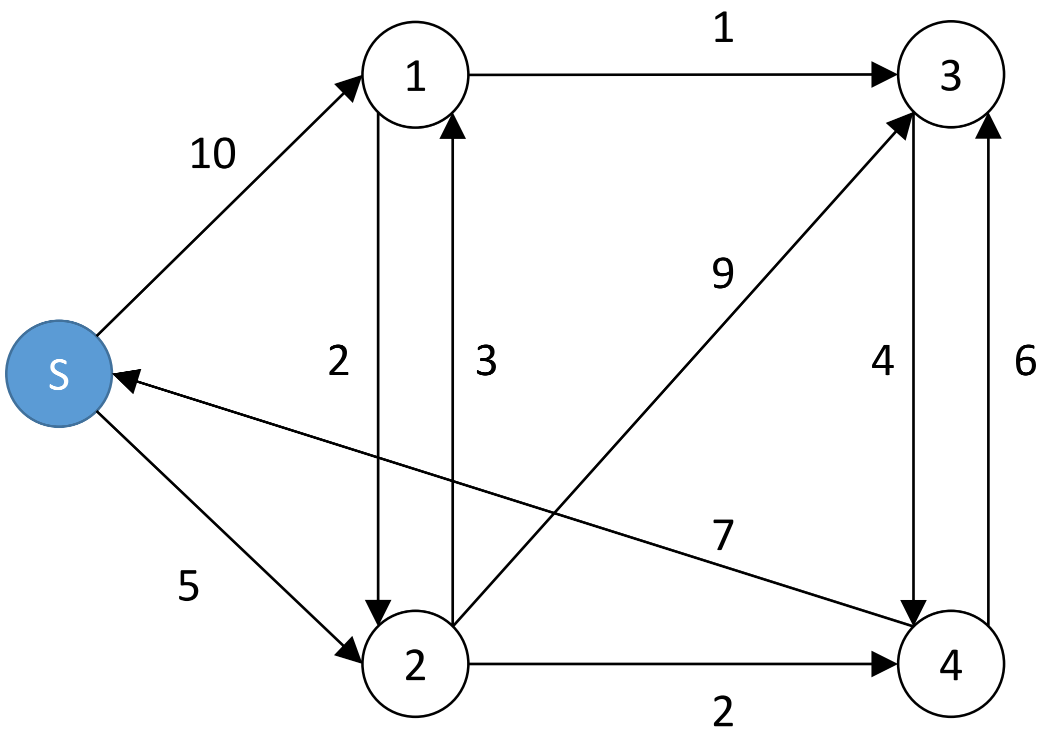
  - Conservação de fluxo no nó
    - Fluxo que chega + fluxo ofertado = fluxo que sai + fluxo consumido

Caminho mínimo

Algoritmo de Dijkstra

1. Atribua valor zero à estimativa do custo mínimo do vértice s (a raiz da busca) e infinito às demais estimativas;
2. Atribua um valor qualquer aos precedentes (o precedente de um vértice t é o vértice que precede t no caminho de custo mínimo de s para t);
3. Enquanto houver vértice aberto:
    1. Seja k um vértice ainda aberto cuja estimativa seja a menor dentre todos os vértices abertos;
    2. Feche o vértice *k*
    3. Para todo vértice *j* ainda aberto que seja sucessor de *k* faça:
        1. Some a estimativa do vértice *k* com o custo do arco que une *k* a *j*;
        2. Caso esta soma seja melhor que a estimativa anterior para o vértice *j*, substitua-a e anote *k* como precedente de *j*

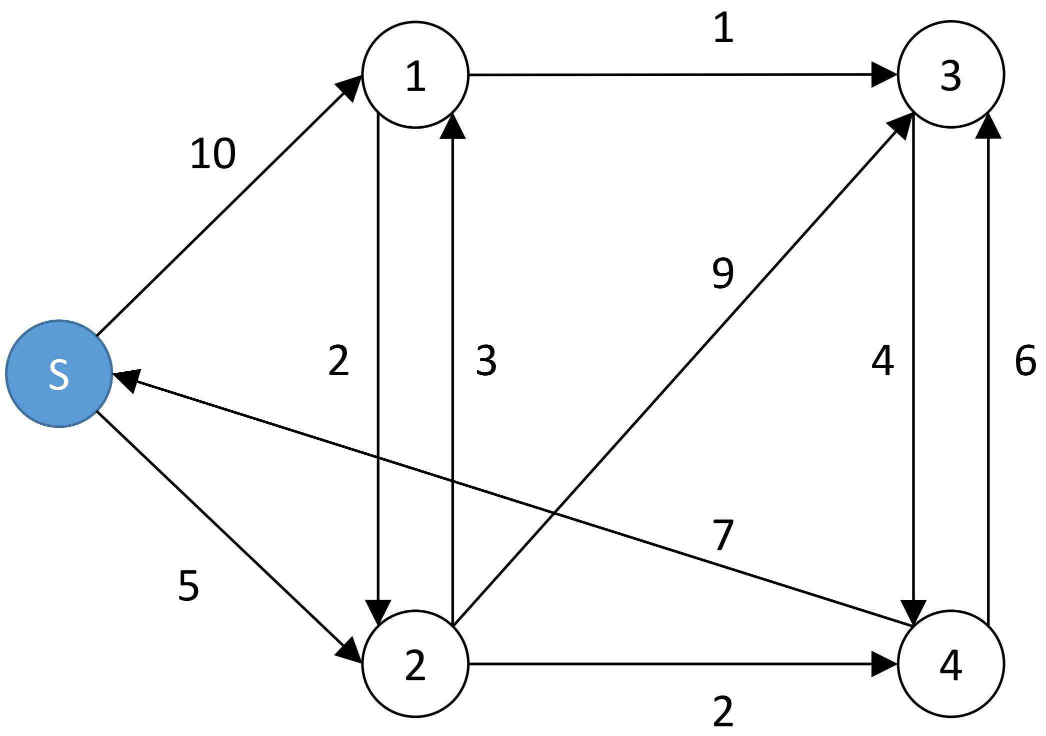
Dijkstra



S	1	2	3	4
0	*	*	*	*
-	-	-	-	-

S	1	2	3	4
0	10	5	*	*
-	S	S	-	-

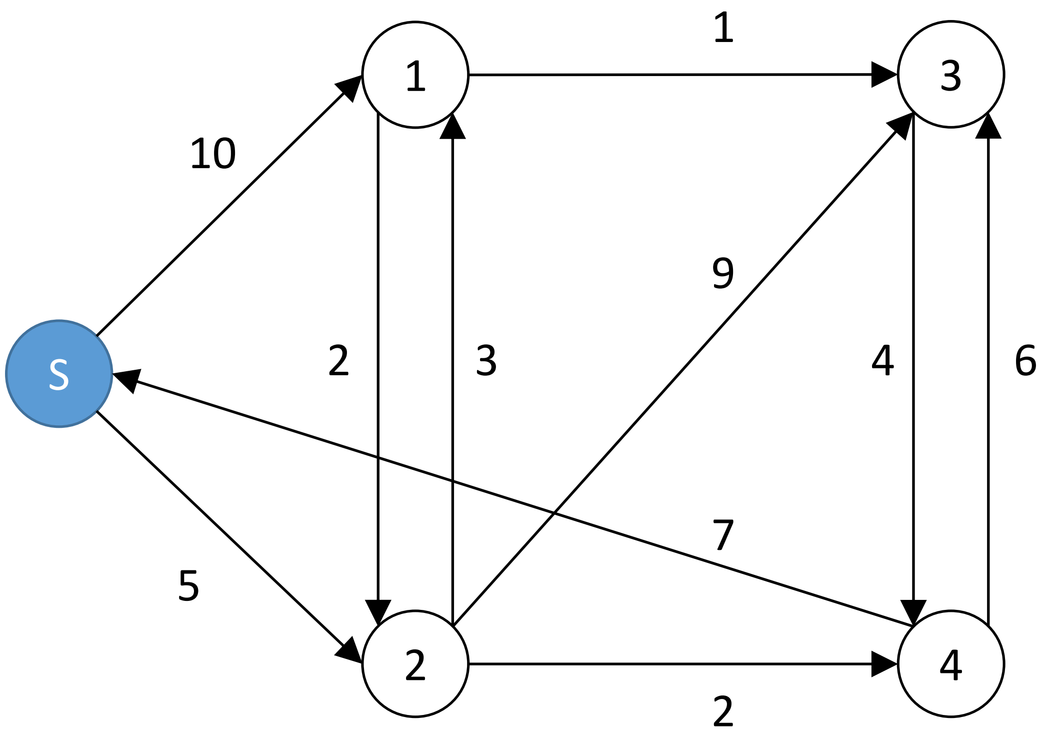
Dijkstra



S	1	2	3	4
0	10	5	*	*
-	S	S	-	-

S	1	2	3	4
0	8	5	14	7
-	2	S	2	2

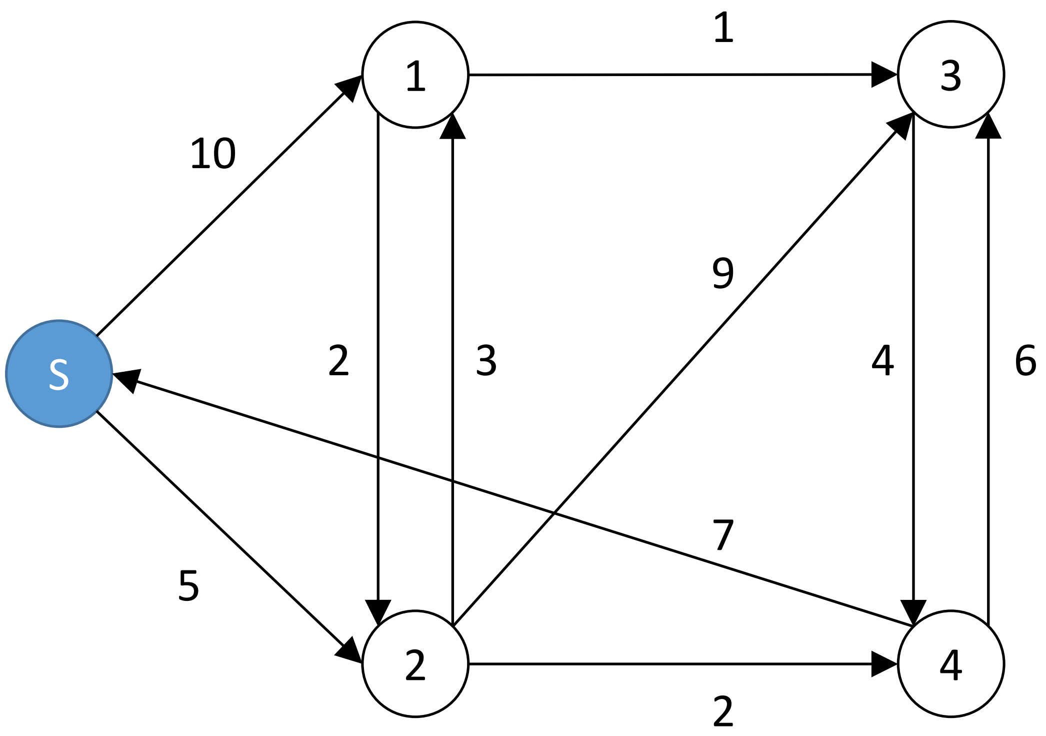
Dijkstra



S	1	2	3	4
0	8	5	14	7
-	2	S	2	2

S	1	2	3	4
0	8	5	13	7
-	2	S	4	2

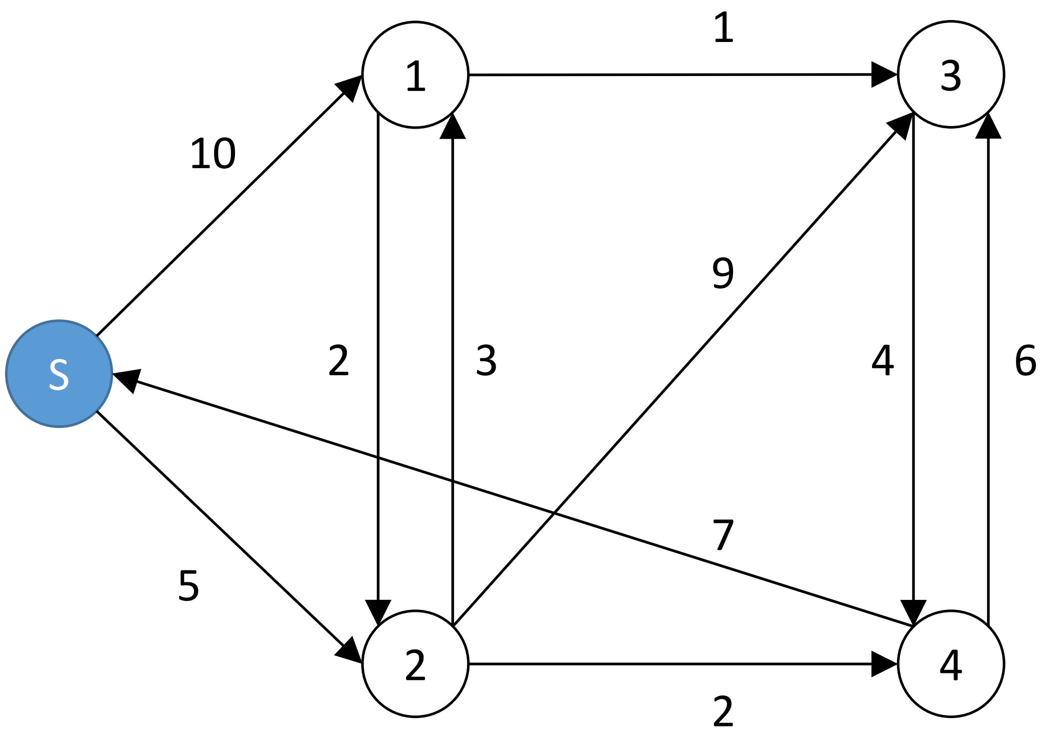
Dijkstra



S	1	2	3	4
0	8	5	13	7
-	2	S	4	2

S	1	2	3	4
0	8	5	9	7
-	2	S	1	2

Dijkstra



S	1	2	3	4
0	8	5	9	7
-	2	S	1	2

Fluxo máximo

- Caminho de aumento
    - Caminho de origem → destino com fluxo residual em todas as arestas
- Capacidade residual do caminho de aumento
    - Valor mínimo dos resíduos das arestas que compõe o caminho de aumento
- Exemplos
    - Circuitos elétricos
    - Rede ferroviária
    - Transporte de fluidos
    - Distribuição de produtos
    - Redes de comunicação

Fluxo máximo

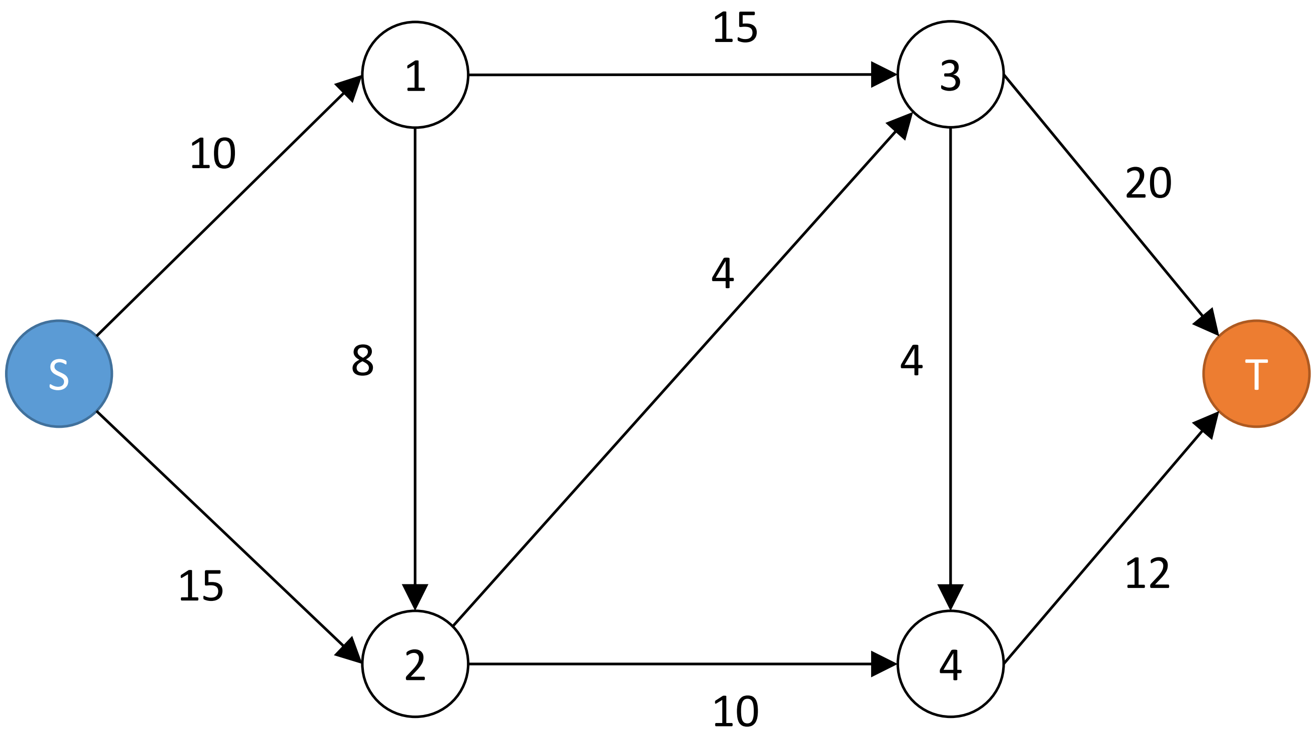
- Ford-Fulkerson
  - Toda a aresta e_i possui uma capacidade de fluxo c_i não negativa
  - Existe um único vértice fonte (s)
  - Existe um único vértice terminal (t)
  - Não existe fluxo chegando em s nem saindo de t

Fluxo máximo

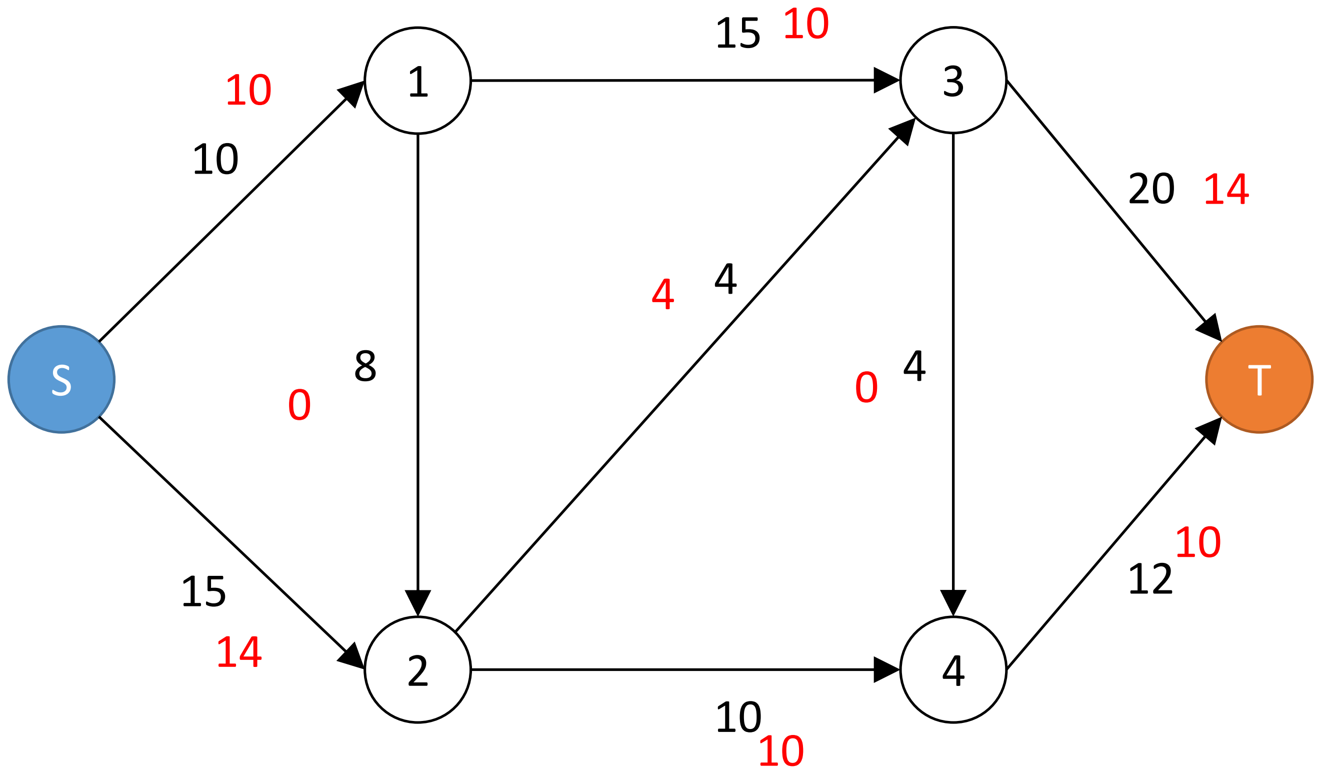
Algoritmo de Ford-Fulkerson

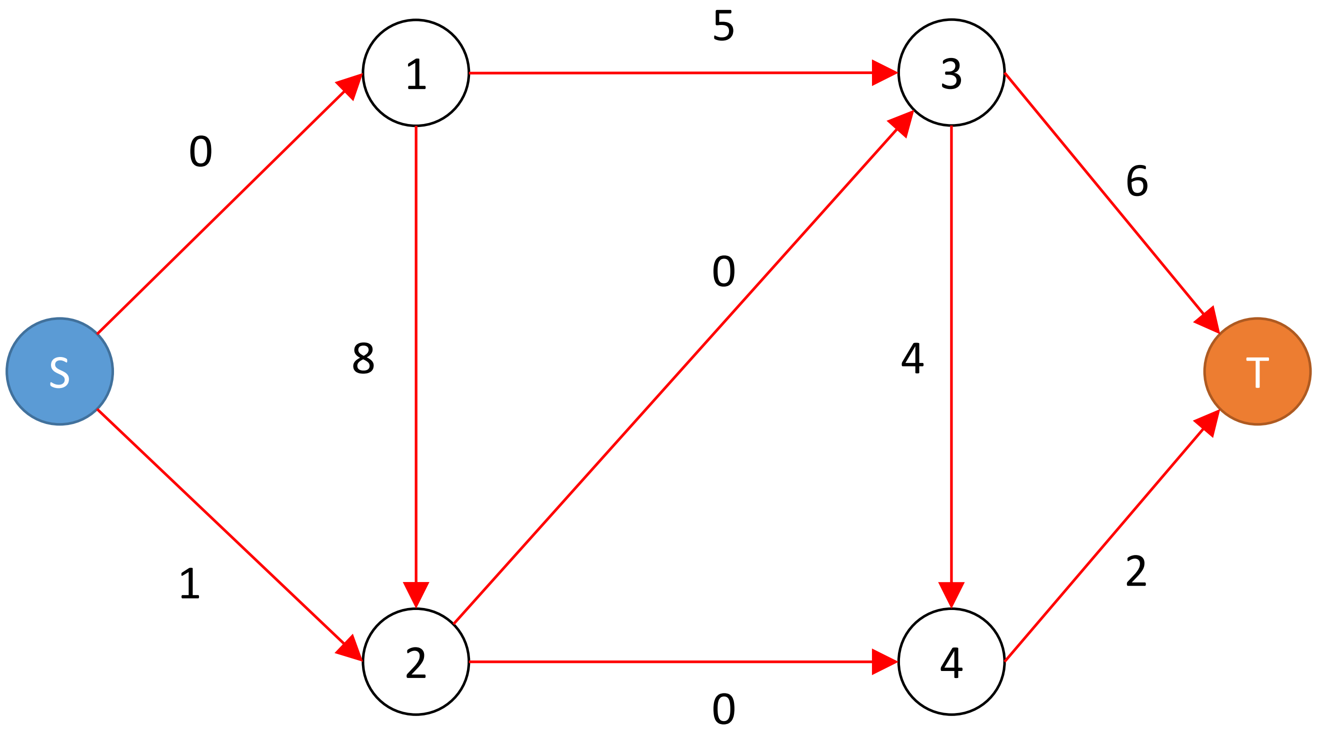
- Cria-se o grafo residual G_r, onde cada aresta tem a sua capacidade de fluxo substituída pela sua capacidade de fluxo residual c_r
- Percorra G_r a partir de s, escolhendo entre as arestas possíveis as de maior c_r
- Se encontrar um caminho de aumento
  - subtrair de todas as suas arestas do caminho o valor do menor c_r das suas arestas
  - Atualiza G_r (incluindo capacidades de folga)

Ford-Fulkerson



Ford-Fulkerson

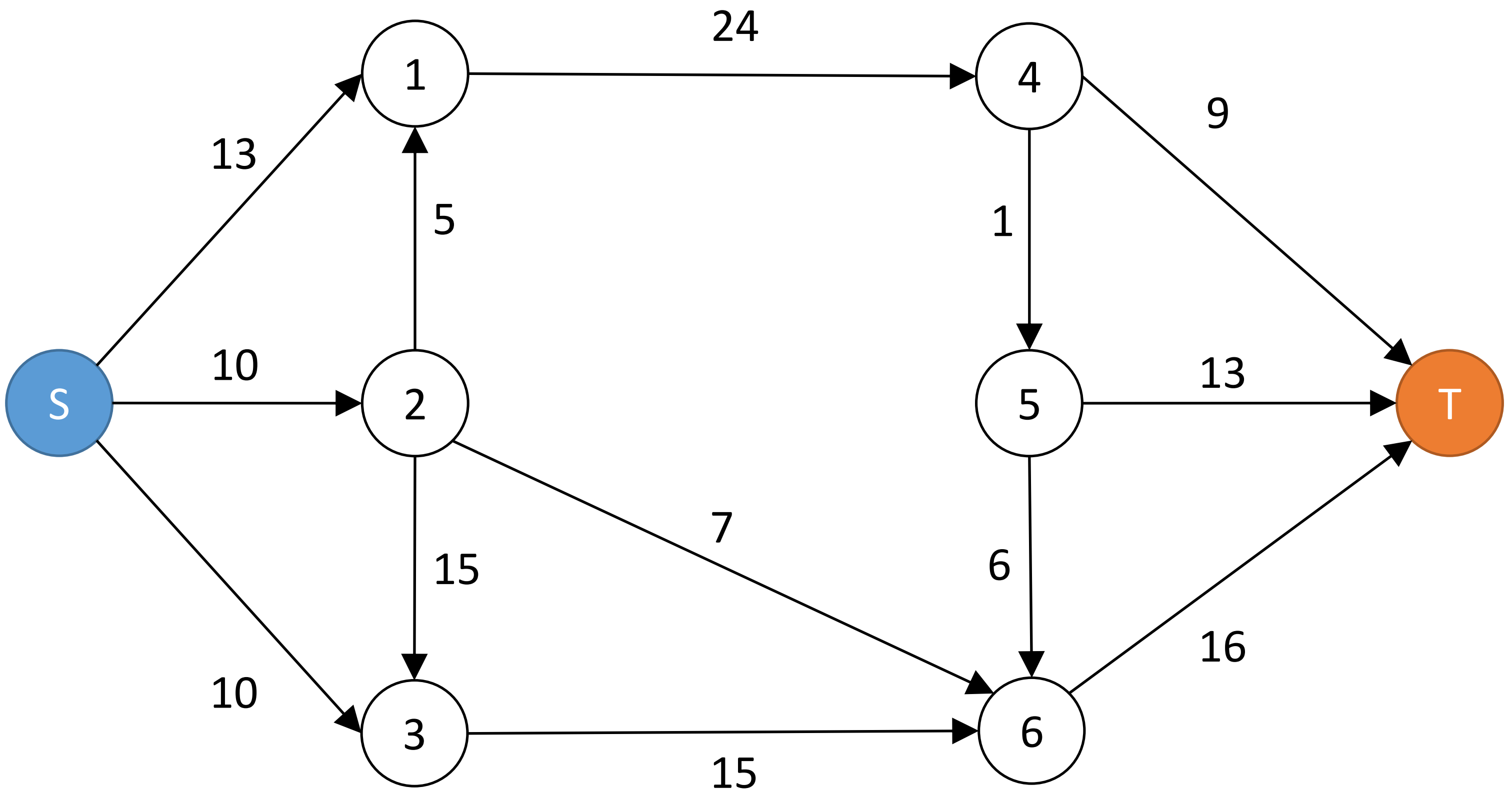




S 2 4 T = 10
S 1 3 T = 10
S 2 3 T = 4

Fluxo máximo = 24

Exercício – Considerando que os valores das arestas são os seus custos, encontre o caminho de menor custo entre S e T



Exercício – Considerando que os valores das arestas são as suas capacidades de fluxo, encontre fluxo máximo entre S e T