

ANALISE MÉTODO DA BISSEÇÃO E ITERAÇÃO DE PONTO FIXO

RAFAEL MARTINS CHIMENES

Para $f(x) = x^3 - x - 1$, com $\epsilon = 10^{-4}$, encontrar a aproximação p para o problema $f(p) = 0$.

1 METODO DA BISSEÇÃO

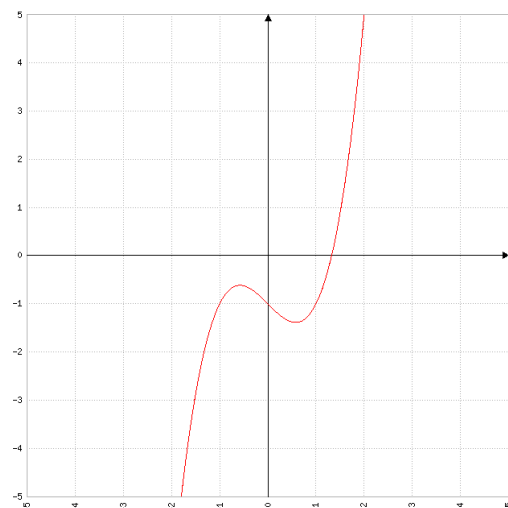
Conhecendo o gráfico da função podemos observar que existe uma raiz no intervalo $[a, b] = [1, 2]$, de fato se analisarmos $f(a) \cdot f(b) < 0$.

$$f(1) \cdot f(2) < 0$$

$$\begin{array}{l|l} f(1) = x^3 - x - 1 & f(2) = x^3 - x - 1 \\ f(1) = 1^3 - 1 - 1 & f(2) = 2^3 - 2 - 1 \\ f(1) = -1 & f(2) = 5 \end{array}$$

$$-1 * 5 < 0$$

$$-5 < 0$$



Considerando o arredondamento de $\epsilon = 10^{-4}$, calculamos o número mínimo de iterações necessária para p convergir para a raiz:

$$k > \frac{\log(b_0 - a_0) - \log \epsilon}{\log 2} = \frac{\log(2 - 1) - \log(10^{-4})}{\log 2} = \frac{\log 1 + 4 \log 10}{\log 2} \approx \frac{4}{0,3010} \approx 13,28$$

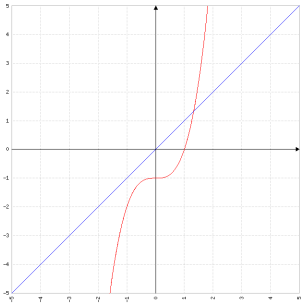
Portanto, devemos efetuar no mínimo 14 iterações no algoritmo. Confira os resultados na tabela abaixo:

n	a_n	b_n	p_n	$f(a_n)$
1	1.0	2.0	1.5	0.875
2	1.0	1.5	1.25	-0.296875
3	1.25	1.5	1.375	0.224609
4	1.25	1.375	1.3125	-0.051514
5	1.3125	1.375	1.34375	0.082611
6	1.3125	1.34375	1.328125	0.014576
7	1.3125	1.328125	1.320313	-0.018711
8	1.320313	1.328125	1.324219	-0.002128
9	1.324219	1.328125	1.326172	0.006209
10	1.324219	1.326172	1.325195	0.002037
11	1.324219	1.325195	1.324707	-0.000047
12	1.324707	1.325195	1.324951	0.000995
13	1.324707	1.324951	1.324829	0.000474
14	1.324707	1.324829	1.324768	0.000214

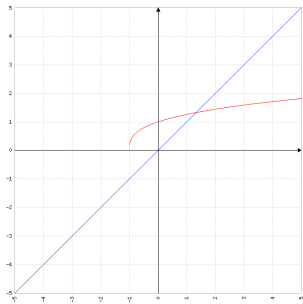
2 ITERAÇÃO DE PONTP FIXO

Para determinar a raiz $f(p) = 0$, podemos definir as três seguintes funções g para $x = g(x)$:

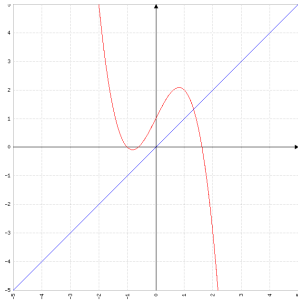
$$\begin{aligned} x^3 - x - 1 &= 0 \\ -x &= -x^3 + 1 \\ x &= x^3 - 1 \\ x &= g_1(x) = x^3 - 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x^3 - x - 1 &= 0 \\ x^3 &= 1 + x \\ x &= \pm(1 + x)^{1/3} \\ x &= g_2(x) = (1 + x)^{1/3} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x^3 - x - 1 &= 0 \\ (x^3 - x - 1) + x &= x \\ x &= x - x^3 + x + 1 \\ x &= -x^3 + 2x + 1 \\ x &= g_3(x) = -x^3 + 2x + 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x^3 - x - 1 &= 0 \\ x^3 &= 1 + x \\ x^2 &= \frac{1}{x} + 1 \\ x &= \pm \sqrt{\frac{1}{x} + 1} \\ x &= g_4(x) = \sqrt{\frac{1}{x} + 1} \end{aligned}$$



Com $p_0 = 1.5$, a tabela a seguir mostra os resultados da aplicação do Método do Ponto Fixo para as 3 operações de g .

n	$g_1(x) = x^3 - 1$	$g_2(x) = (1 + x)^{1/3}$	$g_3(x) = -x^3 + 2x + 1$	$g_4(x) = \sqrt{\frac{1}{x}} + 1$
1	1.5	1.5	1.5	1.5
2	2.375	1.357209	0.625000	1.290994
3	12.396484	1.330861	2.005859	1.33214
4	1904.002772	1.325884	-3.058800	1.32313
5	69024.414×10^5	1.324939	23.501319	1.32506
6		1.324760	-12932.057438	1.324644
7		1.324726	$216273.281318 \times 10^7$	1.324734
8				
9				
10				