



Física Computacional

2022/2023

Universidade de Aveiro

Departamento de Física

Trabalho Prático 5

Condução de calor

Introdução

A condução de calor num objeto unidimensional obedece à equação

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{k}{c\rho} \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}$$

onde T é a temperatura, x é a posição, t é o tempo, k é a condutividade térmica do material, c é o seu calor específico e ρ a sua massa volúmica. Esta equação também é conhecida como a equação de difusão do calor.

Problema 5.1

Considere uma barra de cobre de comprimento $L = 50$ cm, isolada termicamente, exceto nas extremidades, que se encontram ambas em banhos de água e gelo, ou seja, sempre à temperatura de 0 °C. Dados: $k = 0.93$ cal/(s cm °C), $c = 0.094$ cal/(g °C), $\rho = 8.9$ g/cm³.

- Se a temperatura inicial em toda a barra (exceto nas extremidades) for de 100 °C, qual é a evolução da temperatura na barra até ao instante final $t_f = 500$ s? Use o método de Euler. Valores sugeridos: $\Delta x = 0.5$ cm e $\Delta t = 0.1$ s.
- Varie Δx e Δt para verificar se se confirma o critério de estabilidade deste método:

$$\eta = \frac{k\Delta t}{c\rho(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2}$$

- c) Quanto tempo demoram os pontos situados a $L/4$ da extremidade da barra a diminuir a sua temperatura para 50°C ?

Represente graficamente a evolução da temperatura na barra usando as rotinas do Matlab **mesh** e **contourf**.

Problema 5.2

Resolva o problema anterior usando o método de Crank–Nicolson.

Para resolver o sistema pode usar:

- a) a rotina **linsolve**;
- b) a rotina **sol_sist_trid**, disponível no moodle, otimizada para o caso em que a matriz é tridiagonal (e só aplicável a esse caso);
- c) a rotina de **fatorização LU do Matlab** da seguinte forma:

[L,U,P] = lu(A);

y = L\b; % (divisão de matrizes, resolve o sistema Ly = b)

solucao = U\y;

onde **A** é a matriz do sistema, **b** o vetor de elementos independentes e **lu** a rotina **LU**.

Neste caso, a matriz fixa **A** é fatorizada antes do ciclo e as matrizes resultantes são usadas no ciclo para encontrar a solução. (Consulte por ex, R. Burden e J.Faires, *Numerical Analysis*, secção 6.5.).

Problema 5.3

Use o método de Crank–Nicolson para resolver o Problema 6.1 com as seguintes alterações:

- a) A temperatura inicial da barra é dada pela expressão:

$$T(x, t = 0) = 50 \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right)$$

- b) Use a temperatura inicial da alínea a) e assuma que a metade direita da barra tem um calor específico diferente, $c = 0.188 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$.