UFMG
UNIVERSIDADE FEDERAL
DE MINAS GERAIS

Robótica Móvel

Planejamento de caminhos – Campos Potenciais

Prof. Douglas G. Macharet
douglas.macharet@dcc.ufmg.br

DCC
DEPARTAMENTO DE
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

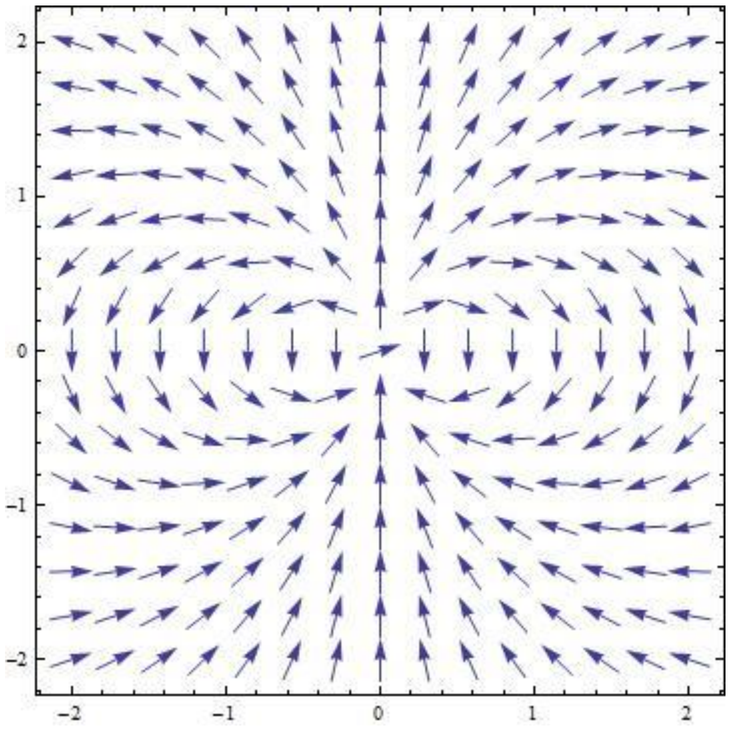
VERLab
Visão e Robótica

Introdução

- Proposta por Oussama Khatib (80's)
  - *Artificial Potential Fields*
  - Planejamento de caminhos para manipuladores
- Abordagem reativa (sense/act)
  - Às vezes referenciado como um tipo de arquitetura
  - Também pode ser usado para um pré-planejamento
- Planejamento e navegação (controle)
  - Uma das abordagens mais utilizadas

Campos Potenciais

- Influência de um **campo vetorial artificial**
  - Conjunto de vetores associados a pontos
  - Induzido pelo **goal** e pelos **obstáculos**
- Modelado por uma função de potencial
  - *"Energia potencial"* → posição, interação
- Analogia com a física
  - Campos magnéticos
  - Campos gravitacionais

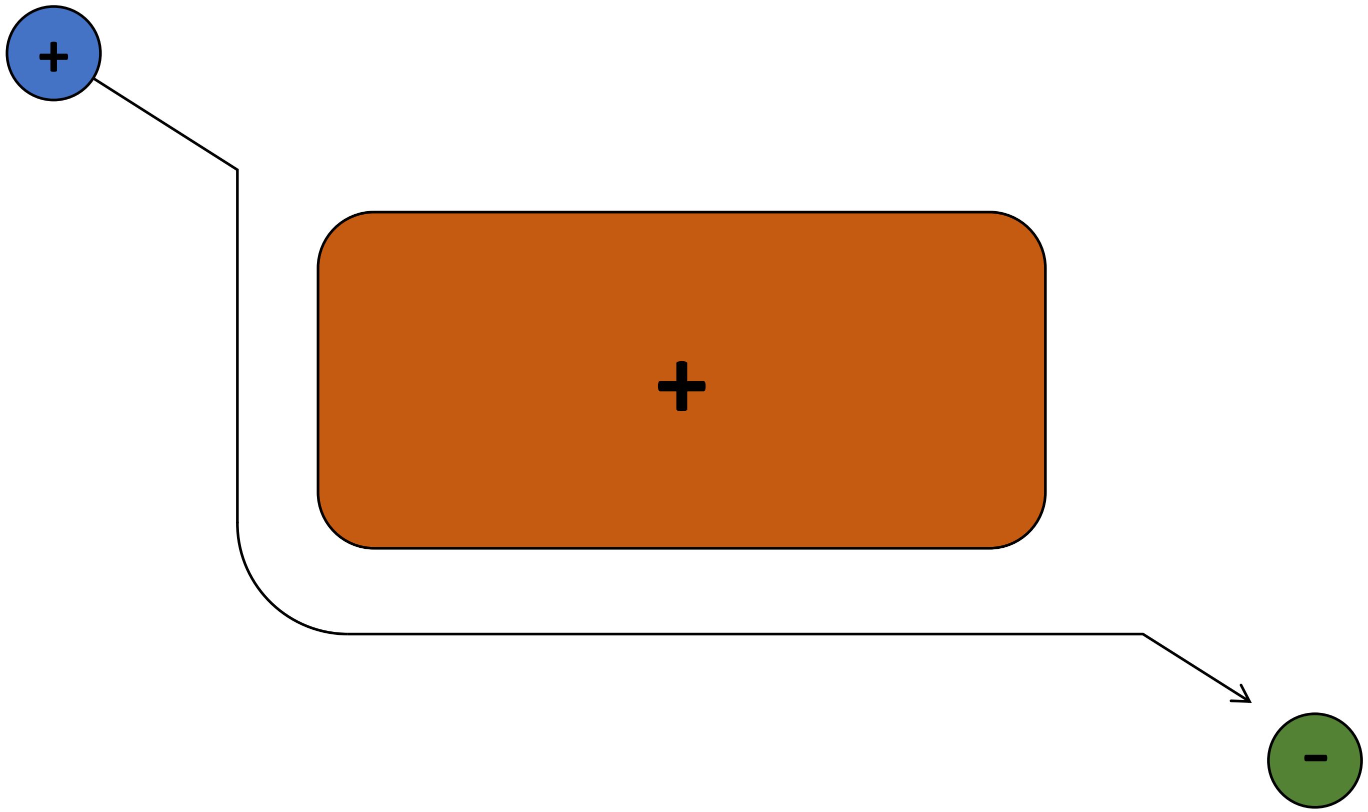


https://en.wikipedia.org/wiki/Vector_field

Campos Potenciais

- Construir um potential U considerando dois casos
  - **Robô** e **Goal**
    - Cargas de sinais opostos (**atração**)
  - **Robô** e **Obstáculos**
    - Cargas de mesmo sinal (**repulsão**)
- Realizar movimento em direção ao goal com desvio

Campos Potenciais



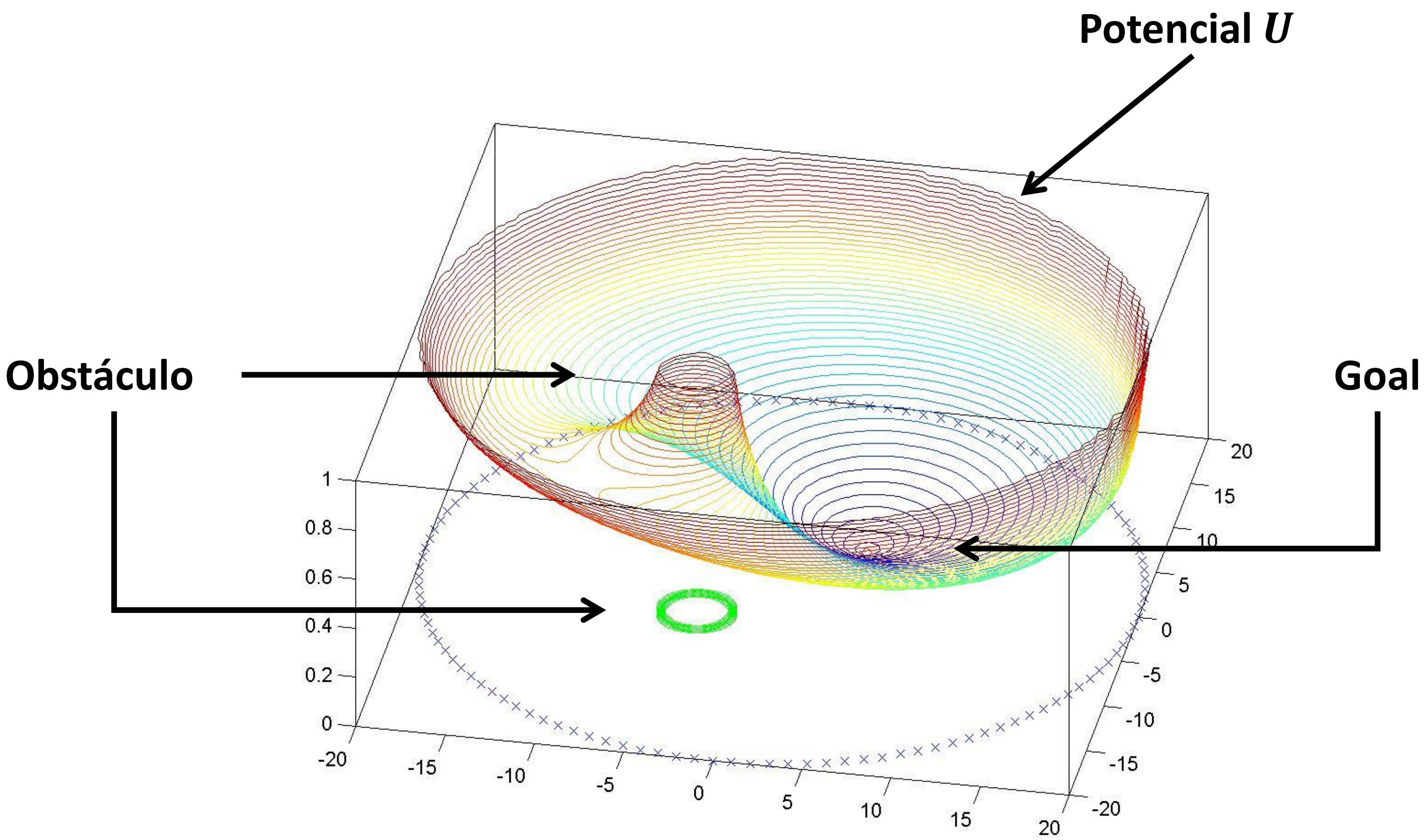
Campos Potenciais

- Gradiente
  - Direção de crescimento da derivada
  - Vetor força (direção e magnitude)
  - Associado a cada ponto do espaço

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\boldsymbol{k}$$

- Robô deve seguir em direção ao valor mínimo (goal)
  - O mínimo da função pode ser encontrado se o negativo do gradiente da função de potencial for seguido (ação de controle)

Campos Potenciais



Campos Potenciais
Função Potencial

- Potencial formado por duas componentes

$$U(q) = U_{att}(q) + U_{rep}(q)$$

- Força Artificial

$$F(q) = -\nabla U(q) = -\left[\frac{\partial U}{\partial x} \quad \frac{\partial U}{\partial y}\right]^T$$

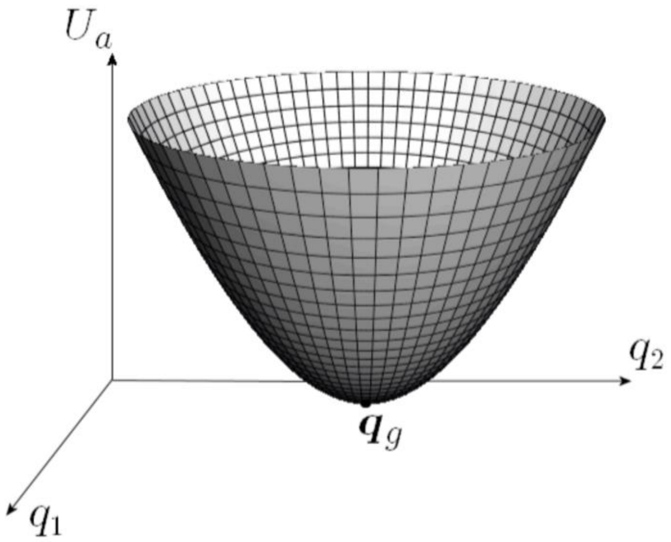
$$= -\nabla U_{att}(q) - \nabla U_{rep}(q)$$

$$= F_{att}(q) + F_{rep}(q)$$

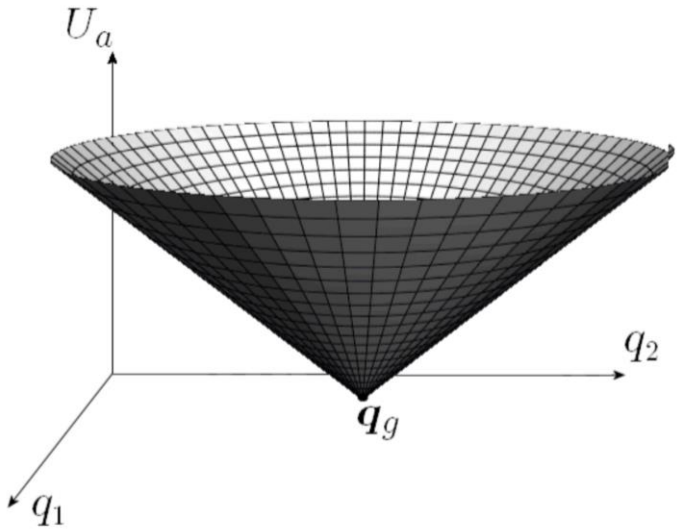
Pode ser interpretada como o vetor velocidade desejado para o robô.

Campos Potenciais
Função Potencial – Atração

- Deve estar associada à distância para o goal (erro)



Parabólica



Cônica

Fonte: *Robotics Modelling, Planning and Control*

Campos Potenciais
Função Potencial – Atração

- Potencial dado por uma função parabólica

$$U_{att}(q) = \frac{k_{att}}{2} \cdot \left(\rho_{goal}(q)\right)^2$$

- onde
  - k_{att}: fator escalar (ganho)
  - $\rho_{goal}(q)$: distância euclidiana ($||q_{goal} - q||$)

Campos Potenciais
Função Potencial – Atração

- Força de atração (derivada do potencial)

$$\begin{aligned} F_{att}(q) &= -\nabla U_{att}(q) \\ &= k_{att}/2 \cdot 2\rho_{goal}(\mathrm{q}) \cdot \nabla\rho_{goal}(q) \\ &= k_{att} \cdot \left(q_{goal} - q\right) \end{aligned}$$

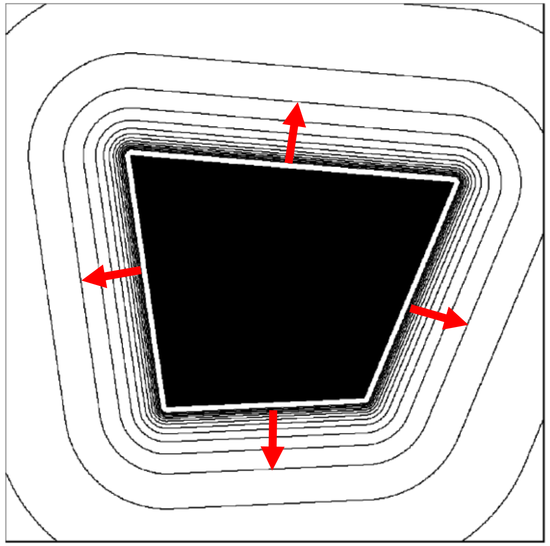
$$\frac{q_{goal} - q}{||q_{goal} - q||}$$

- Características
  - Converge linearmente para 0 (no goal)
  - Cresce indefinidamente com a distância

Campos Potenciais
Função Potencial – Repulsão

- Barreira ao redor dos obstáculos

$$U_{rep,i}(q) = \begin{cases} \dfrac{k_{rep,i}}{\gamma}\left(\dfrac{1}{\rho_i(q)} - \dfrac{1}{\rho_{0,i}}\right)^{\gamma} & , \text{se } \rho(q) \leq \rho_0 \\ 0 & , \text{se } \rho(q) > \rho_0 \end{cases}$$



$k_{rep} = 1, \gamma = 2$

- onde
  - $k_{rep,i}$: fator escalar (ganho)
  - $\rho_i(q)$: menor distância ($||q - q_{obs,i}||$)
  - $\rho_{0,i}$: distância mínima de influência
  - $\gamma = 2,3, \ldots$

$$\boxed{U_{rep}(q) = \sum_{i=1}^{p} U_{rep,i}(q)}$$

Fonte: *Robotics Modelling, Planning and Control*

Campos Potenciais
Função Potencial – Repulsão

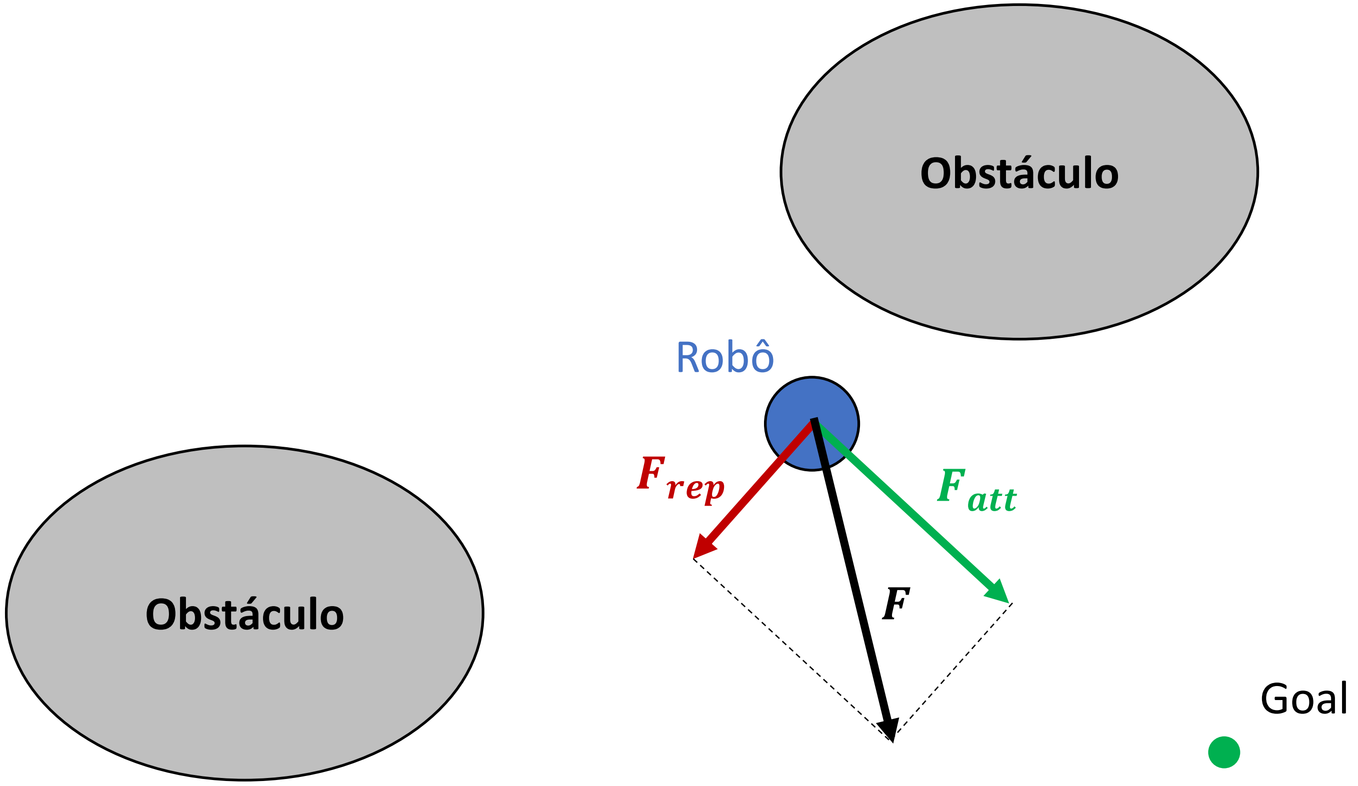
- Força de repulsão (derivada do potencial)

$$
\begin{aligned}
F_{rep,i}(q) &= -\nabla U_{rep,i}(q) \\
&= \begin{cases} \dfrac{k_{rep,i}}{\rho_i^2(q)} \left(\dfrac{1}{\rho_i(q)} - \dfrac{1}{\rho_{0,i}} \right)^{\gamma-1} \overbrace{\dfrac{q - q_{obs,i}}{\rho_i(q)}}^{\nabla\rho_i(q)} & , \text{ se } \rho_i(q) \le \rho_{0,i} \\ 0 & , \text{ se } \rho_i(q) > \rho_{0,i} \end{cases}
\end{aligned}
$$

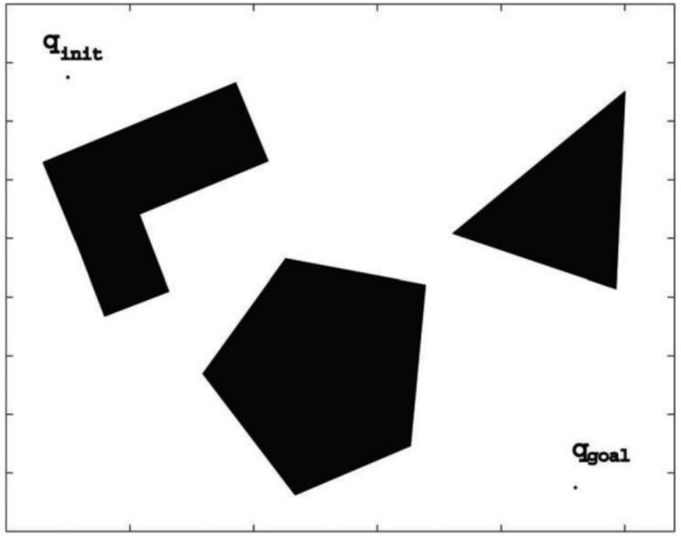
- Características
  - Mais forte de acordo com a proximidade (∞)
  - Sem influência a partir de um certo limite

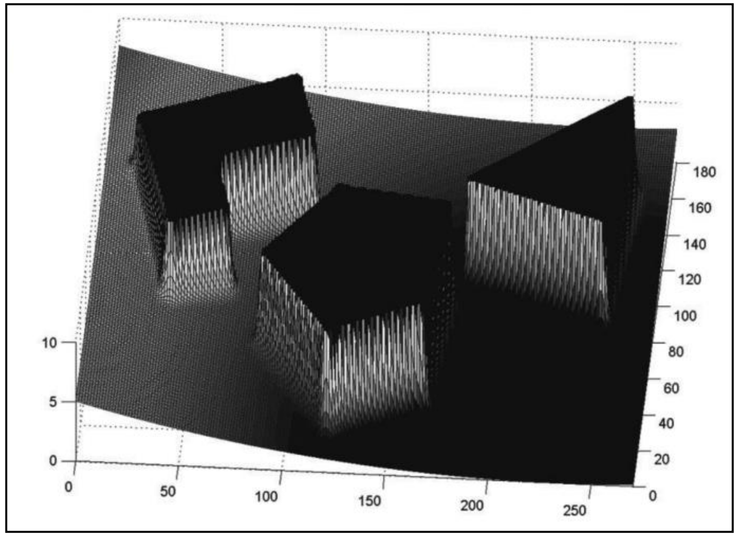
Campos Potenciais
Função Potencial

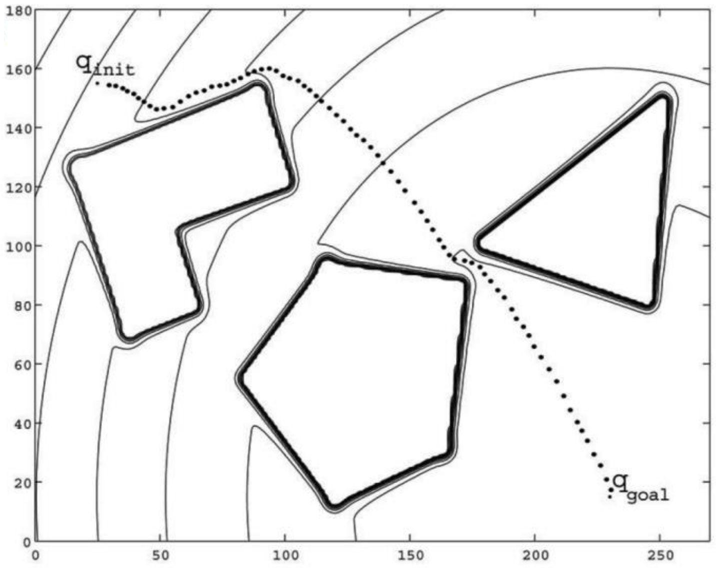
$$F(q) = F_{att}(q) + \sum_{i=1}^{p} F_{rep,i}(q)$$



Campos Potenciais
Função Potencial

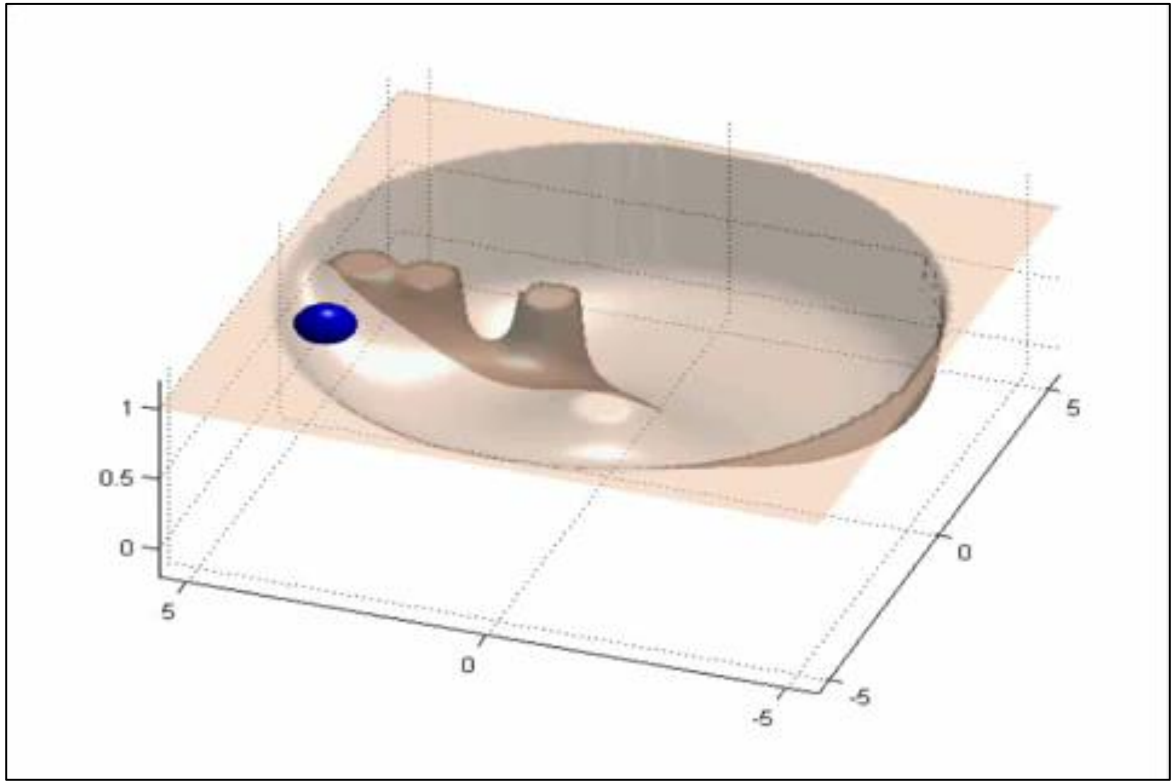






Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Campos Potenciais
Exemplo



https://youtu.be/4xZfGX8xW6s

Campos Potenciais
Navegação

```
PF_NAVIGATION(q, x_goal, 𝒪)
1   while ‖x_goal − q‖ < δ
2       F(q) ← F_att(q, x_goal) + F_rep(q, 𝒪);
3       q ← APPLY_CONTROLLER(q, F(q));
```

O algoritmo recebe como parâmetros básicos a posição atual do robô, a posição alvo, e o conjunto de obstáculos conhecidos a priori (ou percebidos apenas durante a navegação).

Enquanto o robô não estiver à um certo limiar aceitável do goal (δ), a força total resultante é calculada e fornecida para um controlador.

Campos Potenciais
Navegação

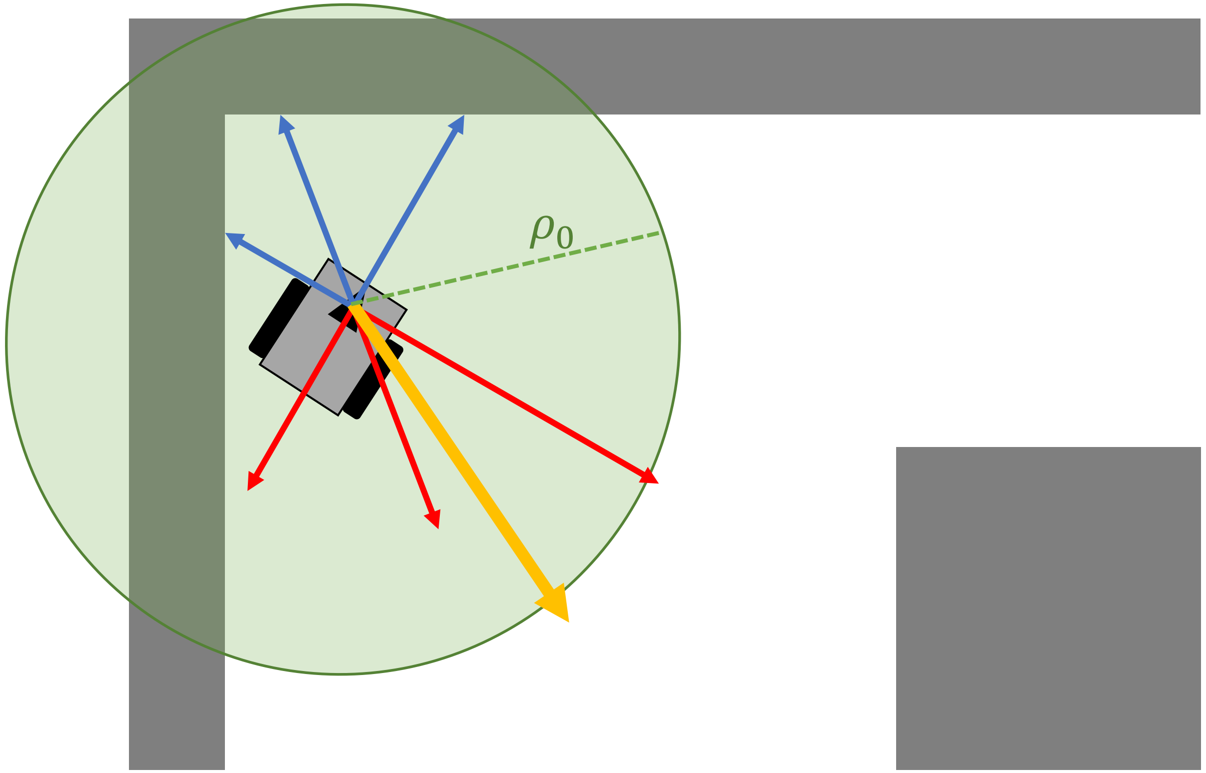
- $F(\mathrm{q})$ → Referência de velocidades para o controle
- Se o robô for não-holonômico (modelo uniciclo)

$$\dot{\mathrm{q}} = \mathrm{G}(\mathrm{q}) \cdot u \qquad \text{onde} \qquad \mathrm{G}(\mathrm{q}) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Podemos usar a pseudo-inversa [De Luca e Oriolo, 1994]

$$u = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_v\left(F_x \cos\theta + F_y \sin\theta\right) \\ k_\omega\left(\operatorname{atan2}\left(F_x, F_y\right) - \theta\right) \end{bmatrix}$$

Campos Potenciais
Navegação

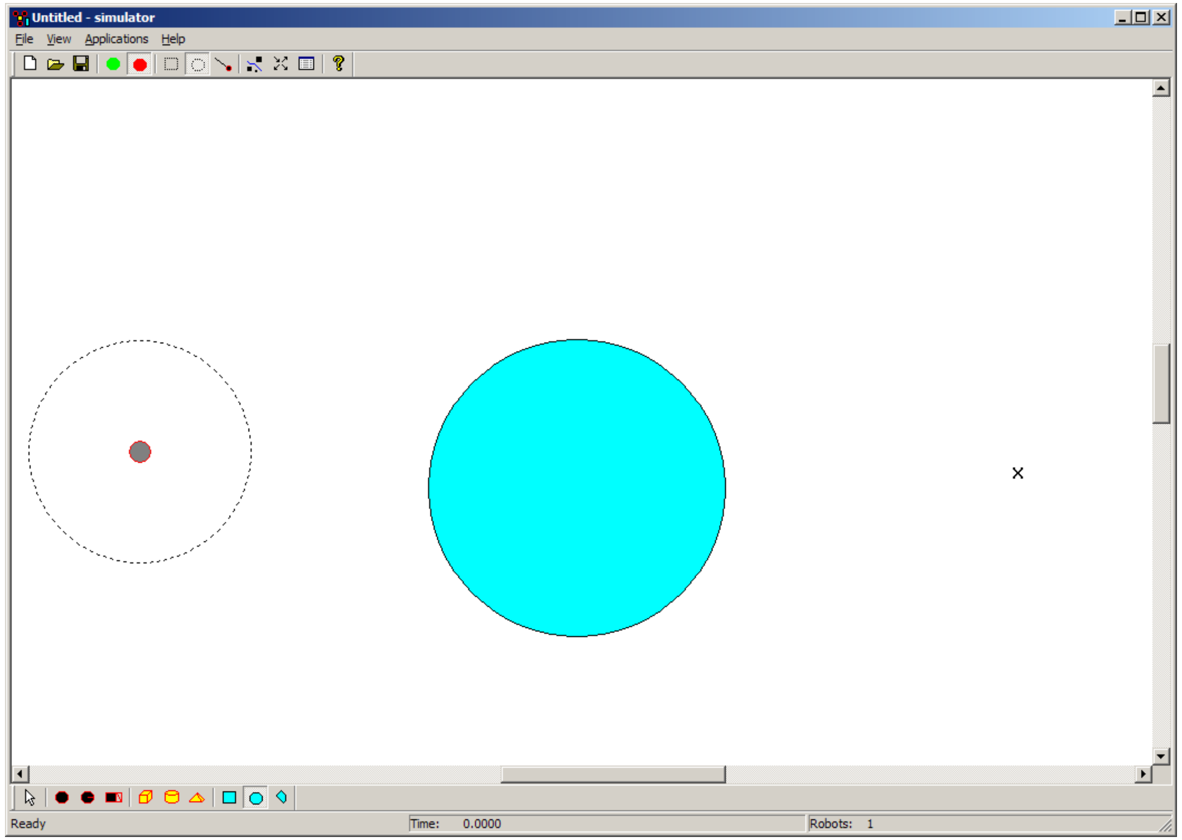


Leituras de algum sensor de proximidade (laser ou sonar).

Forças de repulsão para cada ponto do obstáculo detectado.

Força de repulsão resultante.

Campos Potenciais
Exemplo



Campos Potenciais
Modificações – Potencial tangencial (vortex)

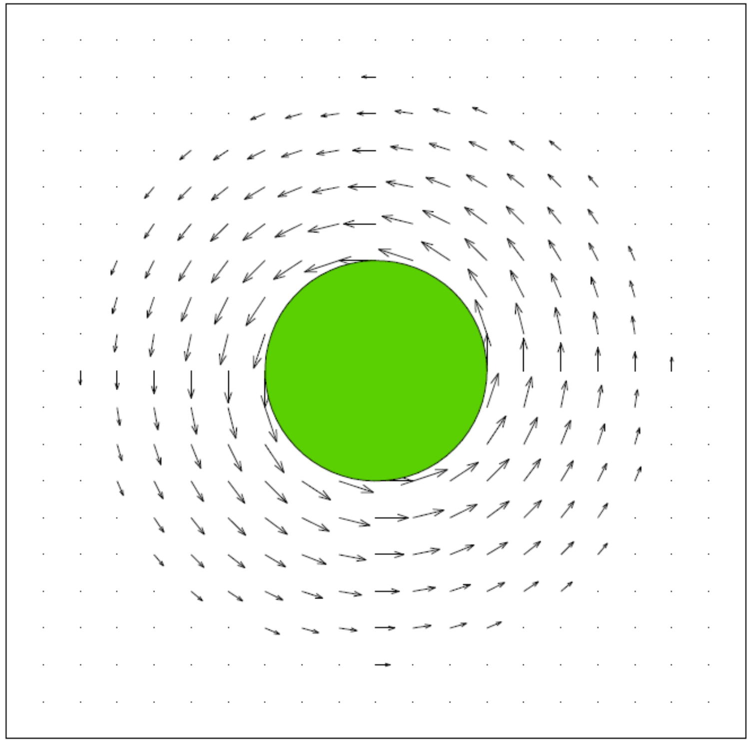
- Ângulo entre agente/obstáculo

$$\theta = \text{atan2}(\Delta y, \Delta x)$$

- Modificar para

$$\theta \mathrel{+}= 90°$$

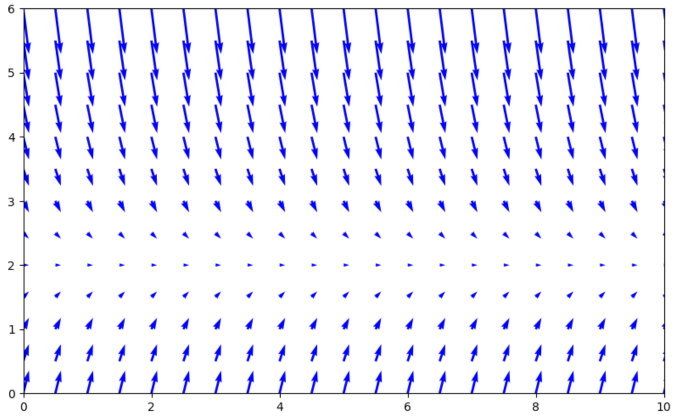
- Aplicações
  - Facilitar o desvio
  - Patrulhar uma região



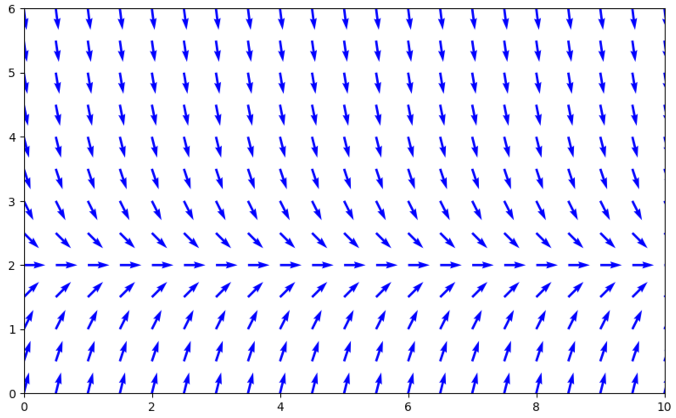
Campos Potenciais
Modificações – Path tracking

- Convergência para uma curva, não apenas um ponto
- Componente tangencial à curva → Seguir o caminho

$$F_{att}(q) = \begin{bmatrix} 1 \\ k(q^y_{goal} - q^y) \end{bmatrix}$$



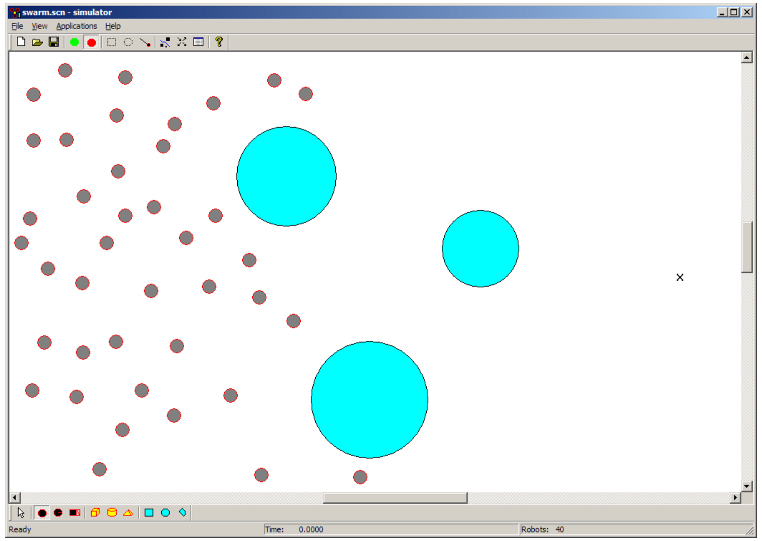
Proporcional

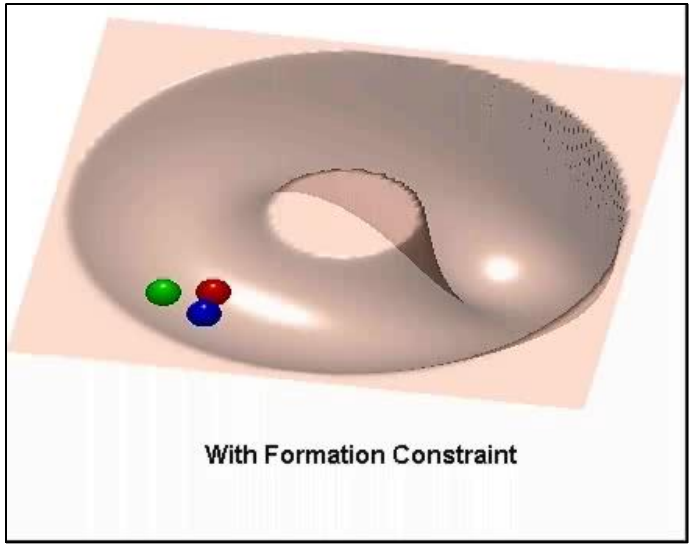


Normalizado

Campos Potenciais
Múltiplos robôs – Navegação

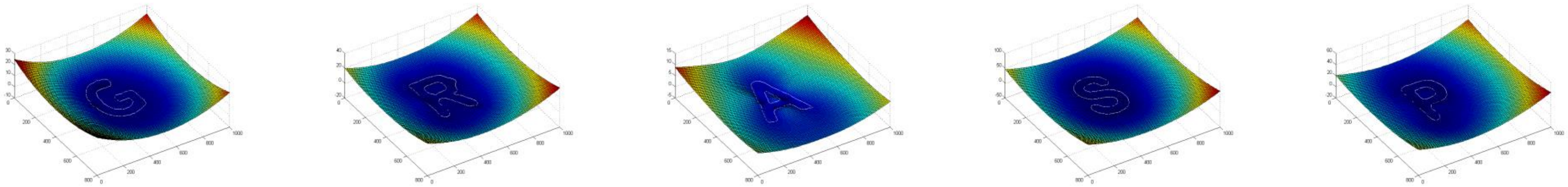
- Somatório de todas as forças
  - Não é fácil prever o comportamento

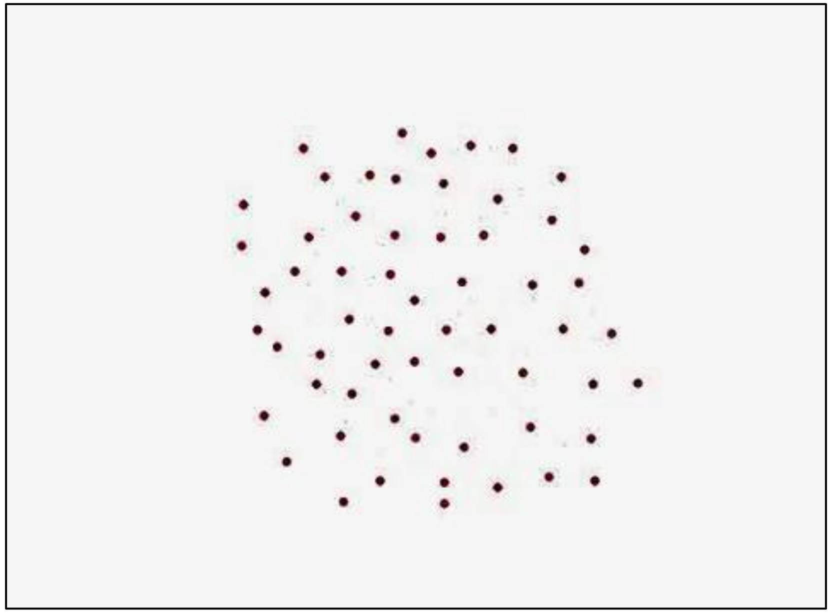




https://youtu.be/SQaG-qqeOZI

Campos Potenciais
Múltiplos robôs – Formação

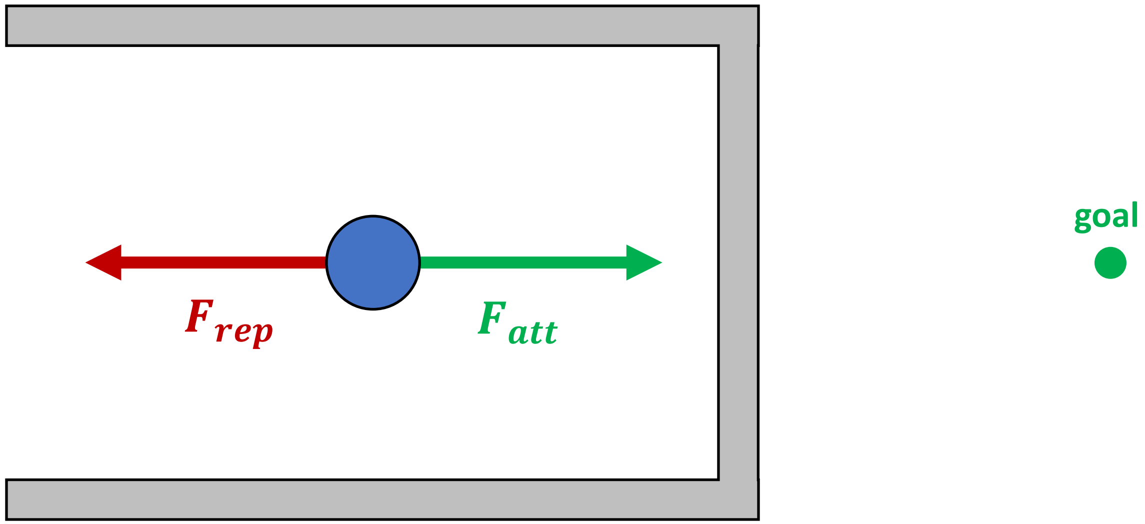




https://youtu.be/iOrLSMYRjkc

L. Chaimowicz, N. Michael, V. Kumar, "Controlling Swarms of Robots Using Interpolated Implicit Functions", *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA),* 2005.

Campos Potenciais
Problema

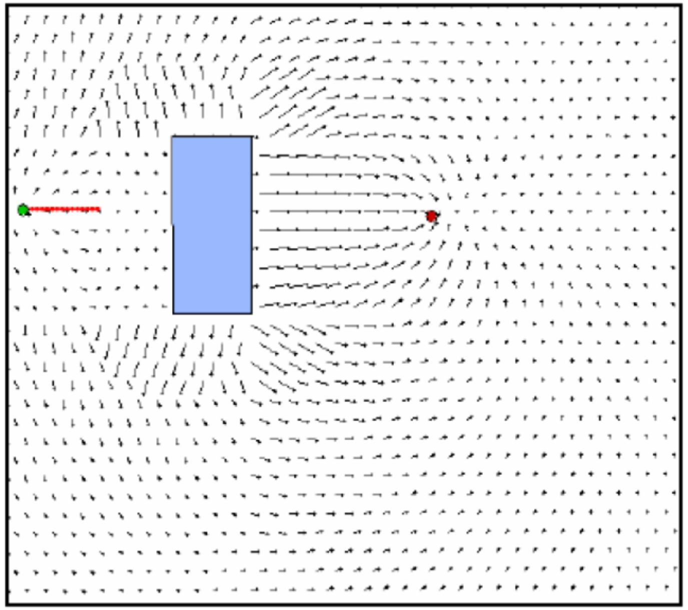


Campos Potenciais
Problema

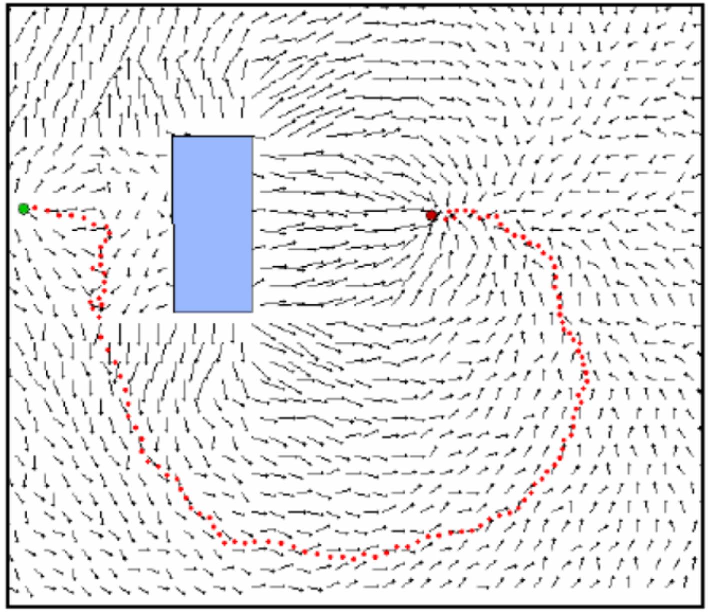
- Mínimos locais
  - Somatório das forças é nulo em diversos pontos
- Possíveis soluções
  - Aplicar forças aleatórias
  - Cooperação
  - Utilizar funções de navegação
    - Funções potenciais sem mínimo local

Campos Potenciais

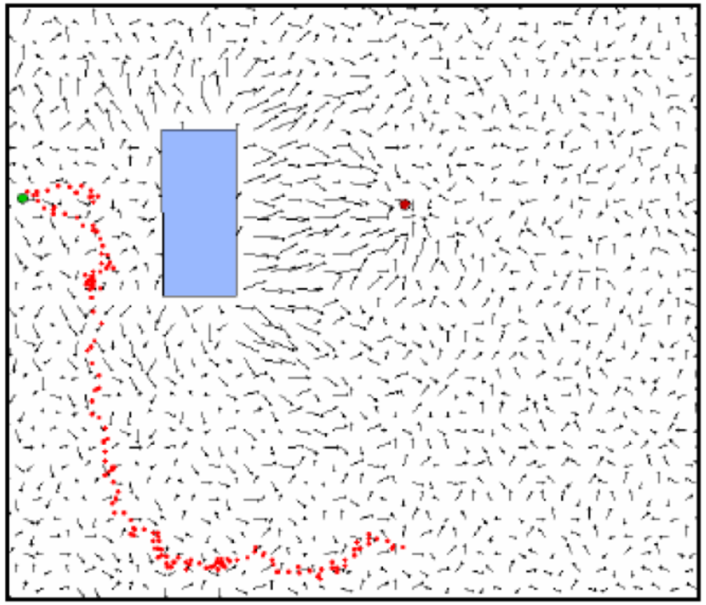
Problema – Forças aleatórias



without noise, no path

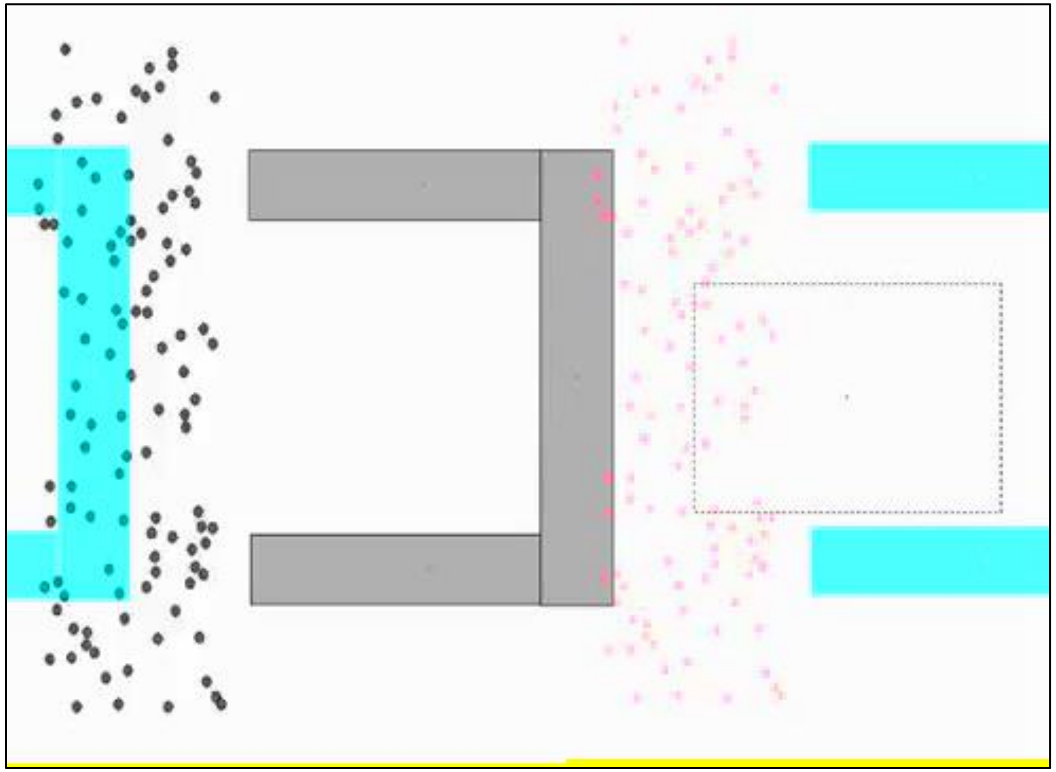


with noise, path found

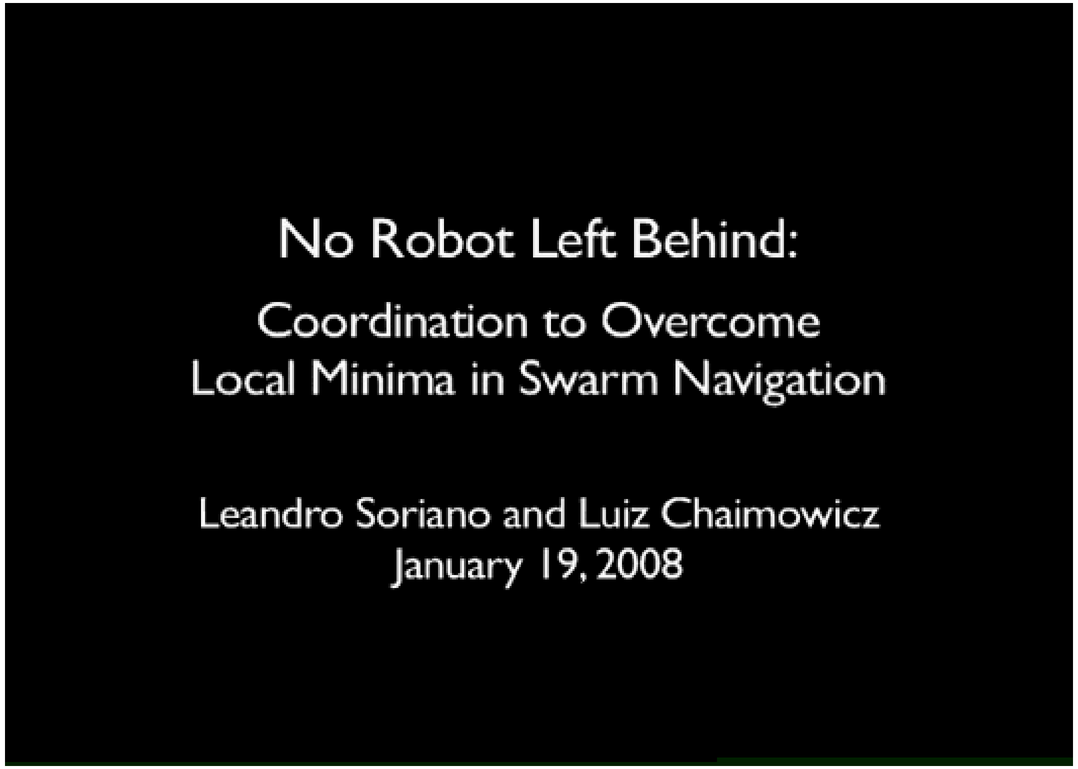


too much noise, no path found

Campos Potenciais
Múltiplos robôs – Cooperação



https://youtu.be/5fqXQMWAlgw



https://youtu.be/HOCmoRbwfK0

L. S. Marcolino, L. Chaimowicz, "No Robot Left Behind: Coordination to Overcome Local Minima in Swarm Navigation", *Proceedings of ICRA,* 2008.

Campos Potenciais
Considerações gerais

- Trabalha em espaço contínuo
  - Não é necessária a decomposição do espaço de configurações
- A geração de trajetórias (navegação) é implícita
  - Planejamento e controle simultâneos
- Pode ser executada de maneira totalmente reativa
  - Ambiente não precisa ser conhecido *a priori*

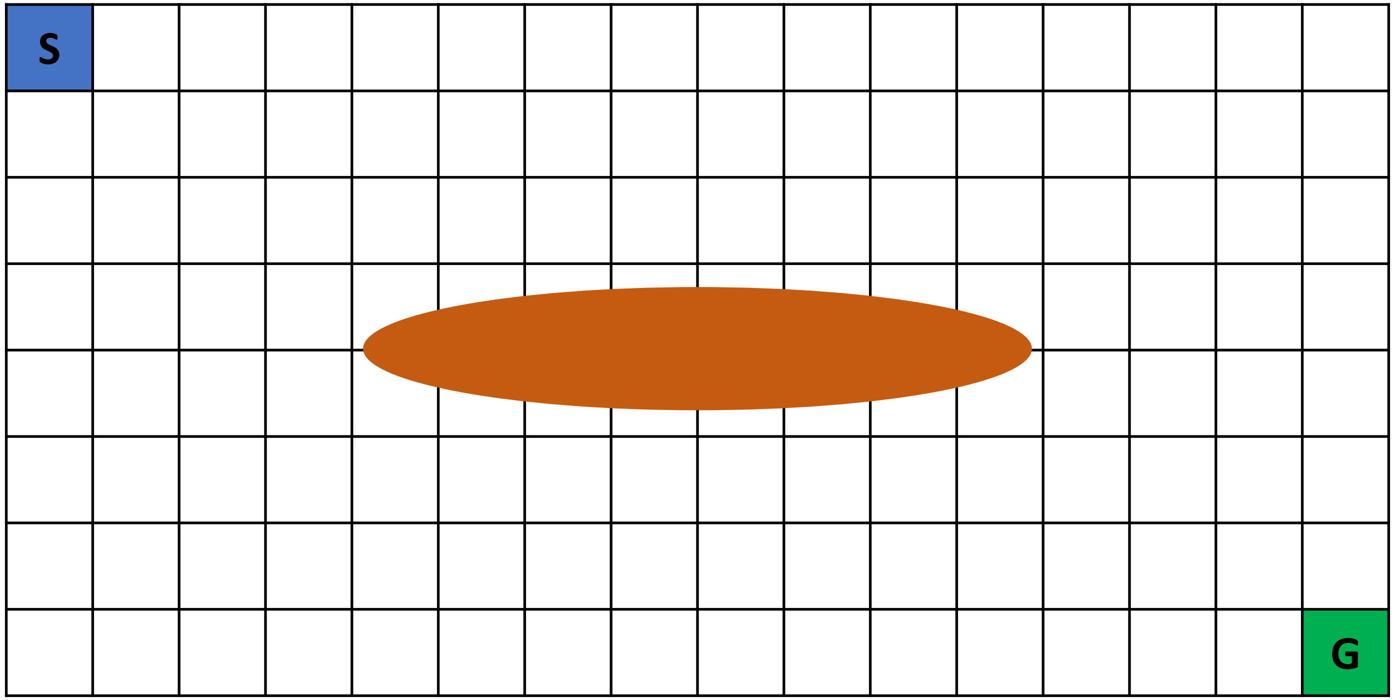
Wavefront Planner

- Abordagem simplificada de função de navegação
  - Evitar o problema dos mínimos locais
- Realiza uma discretização do espaço
  - Requer um conhecimento prévio do ambiente (mapa)
- Valores no grid relacionados com distância do goal
  - Função potencial com mínimo apenas no goal
  - Descida do gradiente leva ao menor caminho

Wavefront Planner

- Funcionamento
  - Marcar o **goal** com valor **0**
  - Marcar as células dos **obstáculos** com valor ∞
  - A partir do goal, incrementar em uma unidade células vizinhas
    - Repetir a operação até cobrir todo o grid
    - Valor vizinho = Valor atual + 1
    - Conectividade 8 vs. Conectivade 4
- Descida do gradiente encontra o caminho

Wavefront Planner



Wavefront Planner

				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞				
				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞				
															0

Wavefront Planner

				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞				
				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞				
														1	1
														1	0

Wavefront Planner

				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞				
				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞				
													2	2	2
													2	1	1
													2	1	0

Wavefront Planner

				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞				
				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	3	3	3
												3	2	2	2
												3	2	1	1
												3	2	1	0

Wavefront Planner

				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	4	4
				∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	3	3	3
											4	3	2	2	2
											4	3	2	1	1
											4	3	2	1	0

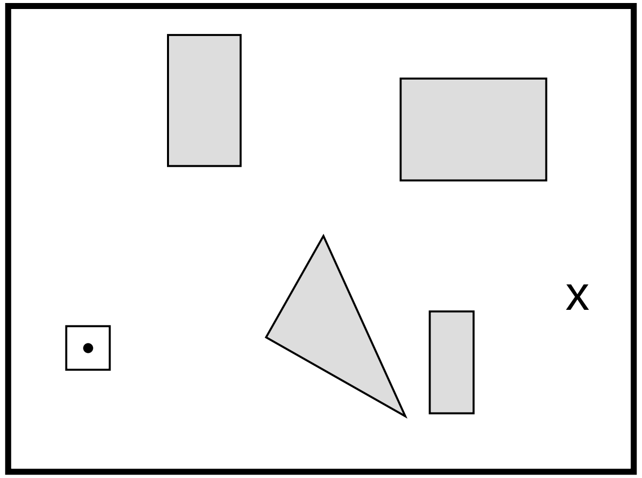
Wavefront Planner

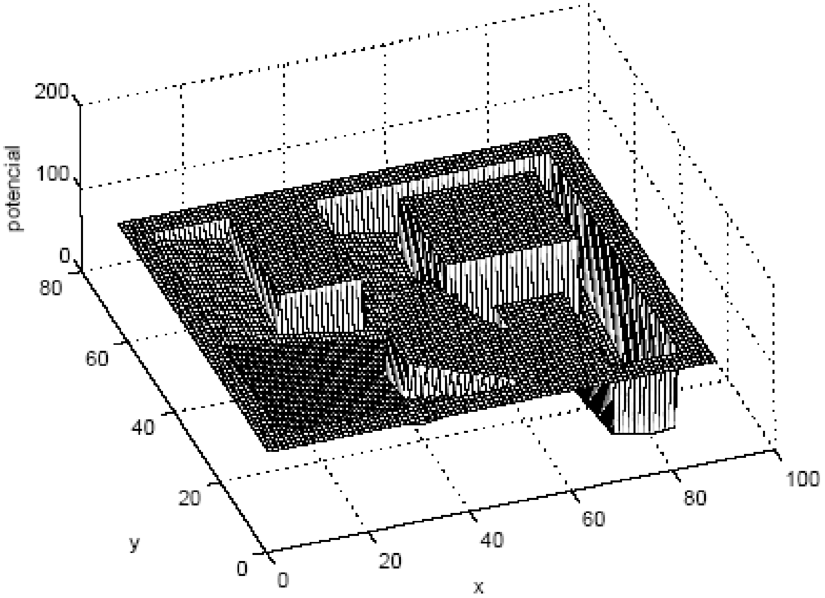
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	7	7	7	7	7	7
15	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	6	6	6	6	6
15	14	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	5	5	5	5
15	14	13	13	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	4	4
15	14	13	12	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	3	3	3
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	2	2
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	1
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

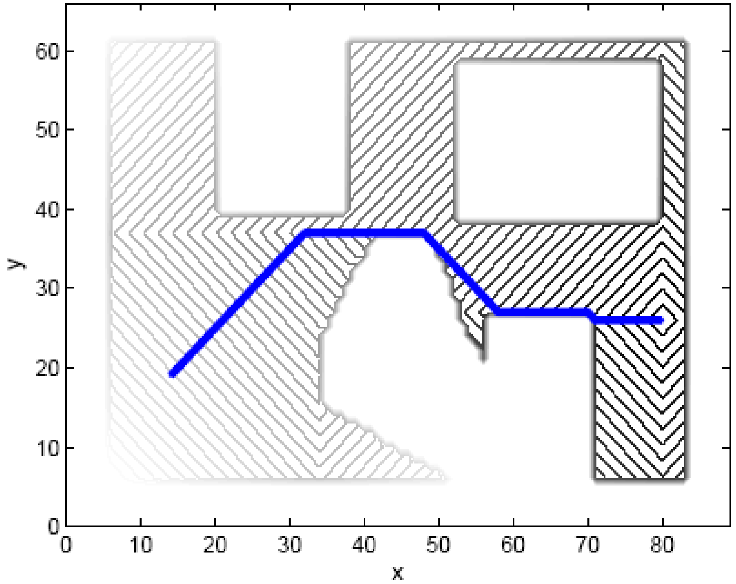
Wavefront Planner

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	7	7	7	7	7	7
15	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	6	6	6	6	6
15	14	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	5	5	5	5
15	14	13	13	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	4	4
15	14	13	12	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	3	3	3
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	2	2
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	1
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Wavefront Planner



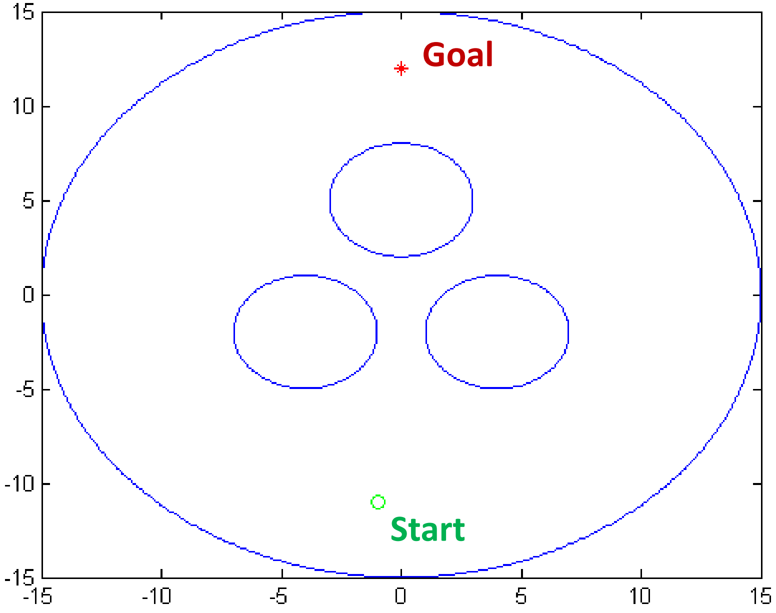




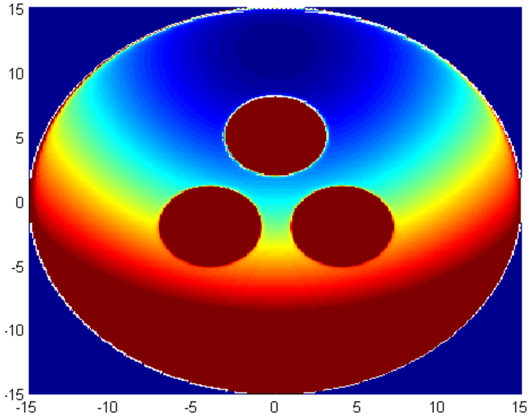
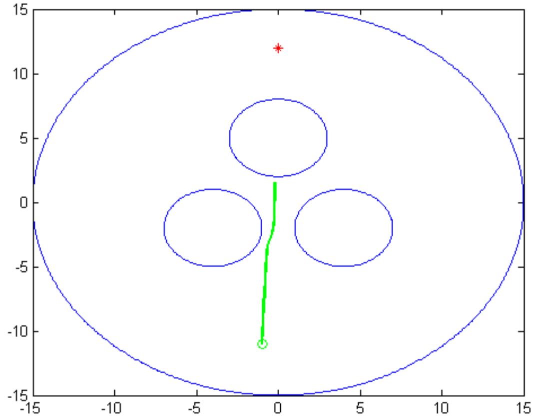
Considerações finais
Funções de navegação

- Funções de potencial sem mínimo local
- Analíticas
  - Classe limitada de espaços n-dimensionais
- Numéricas
  - Cálculo para espaços genéricos pequenos

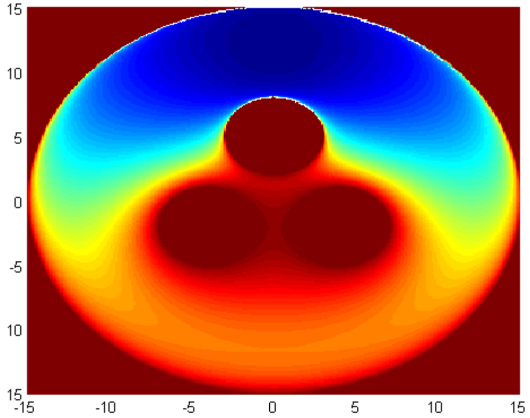
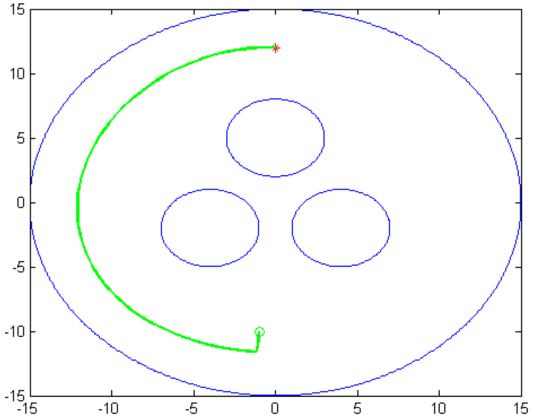
Considerações finais
Funções de navegação



Campos Potenciais Tradicional – COM Mínimos Locais

Função de navegação – SEM Mínimos Locais

Fonte: http://www.cs.bilkent.edu.tr/~culha/cs548/hw2/

Considerações finais

- Funções de potencial
  - Não é completo
    - Problema dos mínimos locais
  - Espaços de configurações contínuos

- Wavefront planner
  - Completo
  - Espaços de configurações discretizados