Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Trabalho 3:

IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMO DE DESPACHO ECONÔMICO CLÁSSICO POR ORDEM DE MÉRITO

Disciplina: Despacho e Pré-Despacho de Geração

Discente: Rafael Pavan
Docente: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Bauru, 2020

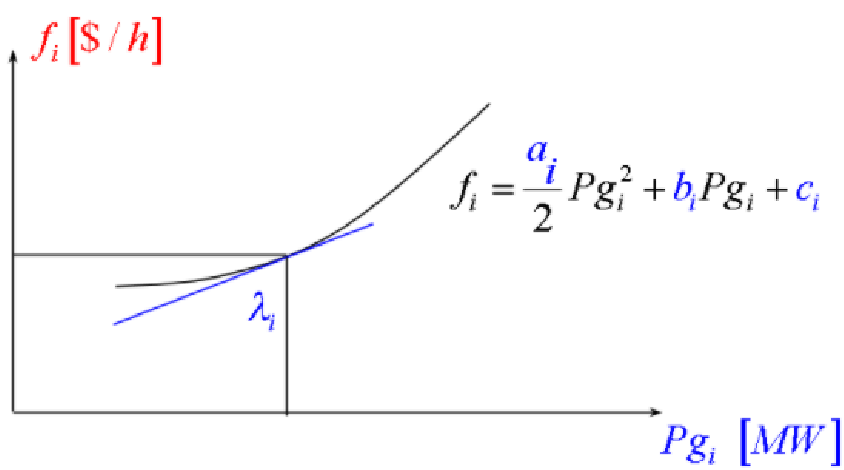
SUMÁRIO

1. SUSTENTAÇÃO TEÓRICA

O Despacho Econômico Clássico é uma metodologia que consiste em determinar as potências geradas por cada gerador conectado a uma rede, de forma que suas respectivas potências estejam dentro de seus respectivos limites operacionais de capacidade de geração, afim de se atender a uma determinada demanda. O Despacho por Ordem de Mérito é uma metodologia de priorização de fontes de energia baseada na organização por ordem crescente de preço, de forma que os geradores com menores custos marginais são os primeiros a serem ligados para que se atenda à demanda de energia elétrica, enquanto que os com maiores custos, são os últimos. A ideia principal é transferir a geração de um gerador com custo incremental maior para um gerador com custo incremental menor. A redução no gerador com custo incremental maior, resulta em uma redução de custos maior do que o aumento no gerador com custo incremental menor.

A curva de custo (f) em função da geração (Pg) é dada por:

Figura 1 – Curva de Custo em Função da Geração



Fonte: L. Nepomuceno [1]

O problema de otimização pode ser formulado da seguinte maneira:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \sum_{i=1}^{K} f_i = \frac{a_i}{2} Pg_i^2 + b_i Pg_i + c_i \\
&s.a: \\
&\qquad \sum_{i=1}^{K} Pg_i - P_D = 0 \\
&\qquad Pg_i - Pg_i^{\max} \le 0 \qquad i = 1 \cdots K \\
&\qquad -Pg_i + Pg_i^{\min} \le 0 \qquad i = 1 \cdots K
\end{aligned}
$$

Onde K representa o número total de geradores. Aplicando-se as condições de KKT de primeira ordem ao problema:

$$
\begin{aligned}
\nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^{m} u_i \nabla g_i(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^{l} v_i \nabla h_i(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \\
u_i g_i(\mathbf{x}^*) = 0 \quad \text{para } i = 1, \cdots, m \\
u_i \ge 0 \quad \text{para } i = 1, \cdots, m
\end{aligned}
$$

Os vetores de gradiente são dados por:

$$
\nabla f = \begin{bmatrix} a_1 Pg_1 + b_1 \\ a_2 Pg_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_K Pg_K + b_K \end{bmatrix}; \quad \nabla g_i^{\max} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \nabla g_i^{\min} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \nabla h = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix};
$$

Substituindo na equação:

$$\begin{bmatrix} a_1Pg_1 + b_1 \\ a_2Pg_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_KPg_K + b_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1^{\max} \\ u_2^{\max} \\ \vdots \\ u_K^{\max} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_1^{\min} \\ u_2^{\min} \\ \vdots \\ u_K^{\min} \end{bmatrix} + v \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Quando os valores de potência gerada estão fora dos seus respectivos limites máximos e mínimos:

$$u_i^{\max} = u_i^{\min} = 0$$
$$v = -\left(a_iPg_i + b_i\right)$$

Os custos marginais de operação são todos iguais, uma vez que esta igualdade vale para todos os geradores onde a potência gerada está dentro dos limites operacionais.

$$v = -\lambda_i$$

O custo marginal (γ) é dado pela derivada do custo em relação a potência gerada, e representa o custo adicional em dólares por hora para se aumentar a geração em 1 MW. Cada unidade geradora possui seus respectivos valores de coeficientes (a) e (b), no entanto, e o custo marginal é calculado da seguinte maneira:

$$\gamma = a_tPg_t + b_t$$

Onde:

$$a_t = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}\right)^{-1}$$

$$b_t = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{b_i}{a_i}\right)$$

Com o custo marginal calculado, calcula-se a potência gerada por cada gerador para se atender à demanda solicitada. Caso algum gerador tenha uma potência atribuída fora dos limites permitidos, atribui-se então a potência limite neste, e recalcula-se o custo marginal com os valores de (a) e (b) dos outros geradores. Com o novo custo marginal, recalcula-se a potência necessária dos outros geradores para atender a demanda, levando-se em conta o outro gerador cuja potência já havia sido pré-estabelecida. Caso algum limite tenha sido violado, repete-se o processo descrito anteriormente. Nota-se pelas equações que as perdas não são levadas em consideração, além de que a potência reativa também é desprezada neste método de despacho.

2. PROBLEMÁTICA

Os custos marginais de $/MW de uma usina com duas unidades térmicas são dados:

$$\lambda_1 = \frac{df_1}{dPg_1} = 0.0080 Pg_1 + 8.0 \qquad \lambda_2 = \frac{df_2}{dPg_2} = 0.0096 Pg_2 + 6.4$$

Assuma que ambas as unidades estão operando em todos os intervalos de tempo do despacho, que a carga varia de 250 a 1250 MW (leve a pesada) durante o dia e que as cargas mínima e máxima em cada unidade são 100 e 625 MW, respectivamente. Encontre o custo marginal da usina e os despachos ótimos de geração de cada unidade nas situações de carga leve e pesada.

Para os dados deste exemplo, calcular o despacho de geração e o preço da energia do sistema utilizando o algoritmo de DEC sem perdas para cada nível de carregamento, de modo a reproduzir a Tabela a seguir:

Tabela 1 – Curva de Custo Incremental em Função da Demanda

Usina		Unidade 1	Unidade 2
$Pg_T\ [MW]$	$\lambda\ [\$/MWh]$	$Pg_1\ [MW]$	$Pg_2\ [MW]$
250	7.84	100 *	150
350	8.80	100 *	250
500	9.45	182	318
700	10.33	291	409
900	11.20	400	500
1100	12.07	509	591
1175	12.40	550	625 *
1250	13.00	625 *	625 *

Fonte: L. Nepomuceno [1]

Supondo que cada unidade do sistema pode ser representada por duas unidades com a metade de sua capacidade, resolver um problema e DEC, agora com 4 unidades, reproduzindo o despacho e preços de equilíbrio para os mesmos valores de demanda dados na Tabela acima.

3. ALGORITMO DESENVOLVIDO

O algoritmo desenvolvido no MATLAB realiza o cálculo do despacho por ordem de mérito, calcula os custos marginais e o custo total. Foi desenvolvido genericamente para funcionar com uma quantidade qualquer de geradores. Para funcionar, o usuário precisa informar os parâmetros de entrada: demandas, potências limites mínimas de cada gerador, potências limites máximas e as constantes (a), (b) e (c). No final, o algoritmo plota os gráficos de Curva de Preço por Demanda, Custo Marginal por Demanda e Potência Gerada dos Geradores por Demanda.

Etapas do Algoritmo:

1. Recebe Parâmetros de Entrada (demanda, coeficientes “a”, “b” e “c”);
2. Realiza Cálculo dos Coeficientes “at” e “bt” e “alfa”;
3. Verifica quais geradores tiveram os limites mínimos ultrapassados, e salva-se suas respectivas posições;
4. Verifica quais geradores tiveram os limites máximos ultrapassados, e salva-se suas respectivas posições;
5. Verifica quais geradores não tiveram nenhum dos limites ultrapassados, e salva-se suas respectivas posições;
6. Com os vetores de posições anteriormente encontrados, calcula-se a potência total a ser subtraída da demanda, com base nos geradores cujos limites foram violados.
7. Realiza Cálculo dos Coeficientes “at” e “bt” e “alfa” para os geradores com nenhum limite ultrapassado;
8. Recalcula-se as novas potências com o novo alfa;
9. Substitui as potências dos geradores cujos limites haviam sido violados;
10. Plota curvas de Potência Gerada e Custo Marginal;
11. Calcula-se o Custo e plota sua curva.

```
% parâmetros de entrada

% caso de teste 1

a = [0.0080 0.0096];

b = [8 6.4];

c = [0 0];

demanda = [250 350 500 700 900 1100 1175 1250];

pmin = [100 100];

pmax = [625 625];

% caso de teste 2

% a = [0.0080 0.0080 0.0096 0.0096];

% b = [8 8 6.4 6.4];

% c = [0 0 0 0];

% demanda = [250 350 500 700 900 1100 1175 1250];

% pmin = [50 50 50 50];

% pmax = [625/2 625/2 625/2 625/2];


% calcular at, bt e alfa

pg = zeros(size(a));

PotenciasGeradas = [];

alfat = [];

for i=1:length(demanda)

  at=0;
  for j=1:length(a)
      at=at+(1/a(j));
  end
  at=1/(at);
  bt=0;
```

```
  for j=1:length(a)
      bt=bt+(b(j)/a(j));
  end

  bt=bt*at;

  alfa = at*demanda(i)+bt;

  for k=1:length(pg)
     pg(k) = (alfa-b(k))/a(k);
  end

limitemin =[];
limitemax =[];
normal = [];

% verifica quais geradores tiveram limites ultrapassados

for k=1:length(pg)

    if pg(k) < pmin(k)
        limitemin = [limitemin, k];
    end

    if  pg(k) > pmax(k)
        limitemax = [limitemax, k];
    end

    if (pg(k) > pmin(k)) && (pg(k) < pmax(k))
         normal = [normal, k];
    end

end


pacomulada = 0;

for u=1:length(limitemin)
    pacomulada= pacomulada + pmin(limitemin(u));
end

for u=1:length(limitemax)
    pacomulada= pacomulada + pmax(limitemax(u));
end

pgt = demanda(i)-pacomulada;
```

```
% recalcula at, bt e alfa para as normais

for j=1:length(normal)
      at=at+(1/a(normal(j)));
end

at=1/(at);
bt=0;

for j=1:length(normal)
    bt=bt+(b(normal(j)))/a(normal(j));
end

bt=bt*at;

alfa = at*pgt+bt;
alfat = [alfat, alfa];
% recalcula as potências com o novo alfa

for k=1:length(normal)
     pg(normal(k)) = (alfa-b(normal(k)))/a(normal(k));
end

% substitui potências pelos limites dos que ultrapassaram

for k=1:length(limitemin)
     pg(limitemin(k)) = pmin(limitemin(k));
end

for k=1:length(limitemax)
     pg(limitemax(k)) = pmax(limitemax(k));
end

PotenciasGeradas = [PotenciasGeradas;pg];

end


disp('Potências Geradas:')
PotenciasGeradas

% plota curva da potência dos geradores
figure
for g=1:length(pg)
plot(demanda,PotenciasGeradas(:,g),'-x')
hold on
end
```

```
hold off
grid on
grid minor
title('Gráfico de Potência Gerada x Demanda')
ylabel('Potência Gerada por Cada Gerador [MW]')
xlabel('Demanda [MW]')


% plota curva do custo marginal incremental
figure
plot(demanda,alfat,'-x')
grid on
grid minor
title('Curva de Custo Marginal Incremental Por Demanda')
ylabel('Custo Marginal Incremental[$/MWh]')
xlabel('Demanda [MW]')

% plota curva do custo

% calcula custo
custo=[];

for dem=1:length(demanda)
    custo(dem) =
sum((a/2).*PotenciasGeradas(dem,:).*PotenciasGeradas(dem,:)+b.*P
otenciasGeradas(dem,:)+c);
end

disp('Custo Marginal:')
alfat

disp('Custo:')
custo

figure
plot(demanda,custo,'-x')
grid on
grid minor
title('Curva de Custo Por Demanda')
ylabel('Custo [$/h]')
xlabel('Demanda [MW]')
```

4. CASOS DE TESTE

- **Caso de Teste 1: Dois Geradores**

Parâmetros de Entrada:

a = [0.0080 0.0096];

b = [8 6.4];

c = [0 0];

demanda = [250 350 500 700 900 1100 1175 1250];

pmin = [100 100];

pmax = [625 625];

Resultados:

```
Potências Geradas:

PotenciasGeradas =

  100.0000  149.9658
  100.0000  249.9616
  181.7957  318.1631
  290.8845  409.0704
  399.9733  499.9778
  509.0622  590.8851
  549.9705  624.9754
  624.9433  625.0000

Custo Marginal:

alfat =

    7.8397    8.7996    9.4544   10.3271   11.1998   12.0725
12.3998   12.9995

Custo:

custo =

   1.0e+04 *
```

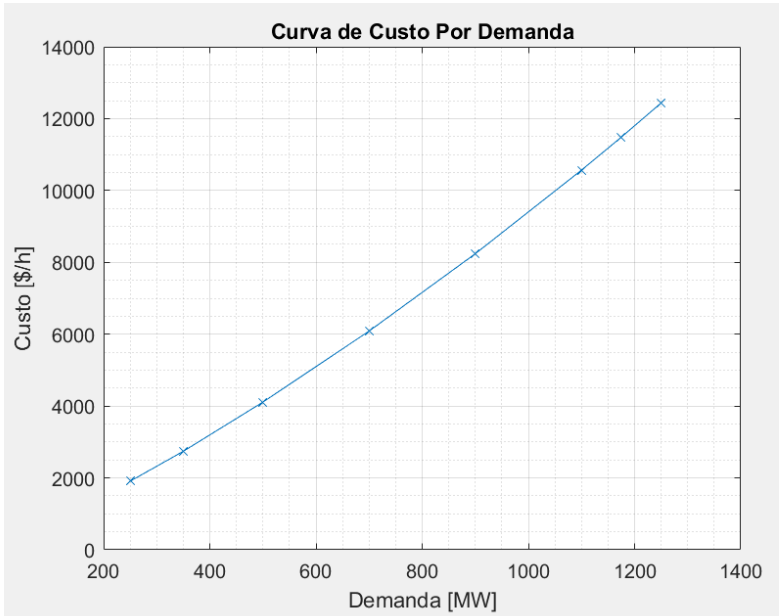
```
    0.1908    0.2740    0.4109    0.6087    0.8239    1.0567
  1.1484    1.2437
```

Tabela 2 – Custo Marginal, Potências e Custo (Caso de 2 Geradores)

Demanda (MW)	λ ($/MWh)	PG1 (MW)	PG2 (MW)	f ($)
250	7,84	100	150	1908
350	7,79	100	250	2740
500	9,45	182	318	4109
700	10,32	291	409	6087
900	11,19	400	500	8239
1100	12,07	509	591	10567
1175	12,39	550	625	11484
1250	12,99	625	625	12437

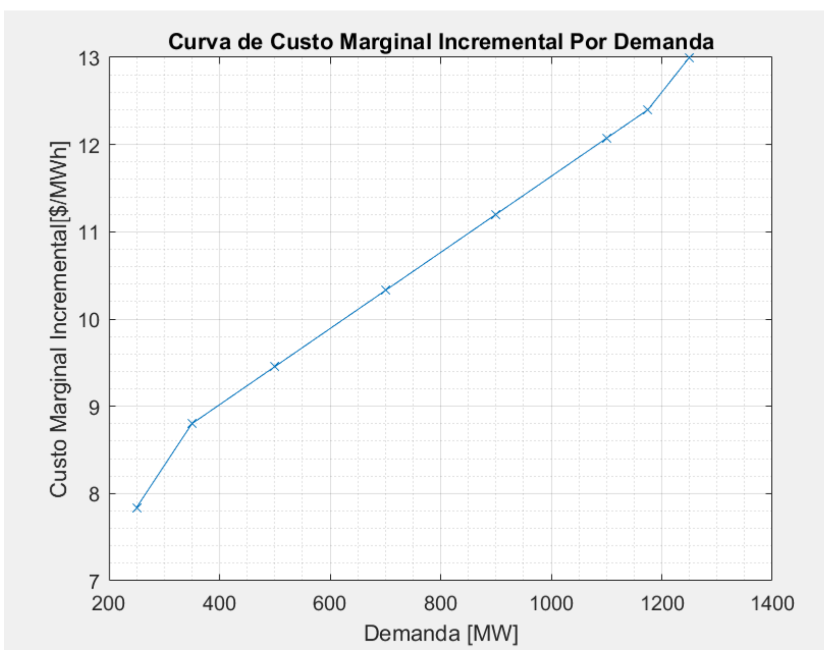
Fonte: Autor

Figura 2 – Curva de Custo em Função da Demanda



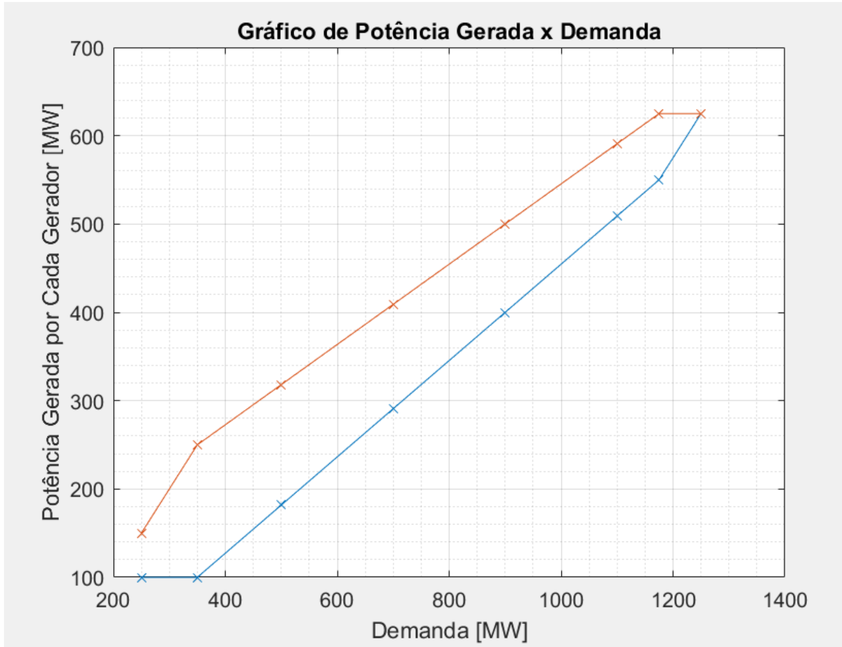
Fonte: Autor

Figura 3 – Curva de Custo Incremental em Função da Demanda



Fonte: Autor

Figura 4 – Potência Gerada por Cada Gerador em Função da Demanda



Fonte: Autor

- **Caso de Teste 2: Quatro Geradores**

  Parâmetros de Entrada:

  a = [0.0080 0.0080 0.0096 0.0096];

  b = [8 8 6.4 6.4];

  c = [0 0 0 0];

  demanda = [250 350 500 700 900 1100 1175 1250];

  pmin = [50 50 50 50];

  pmax = [625/2 625/2 625/2 625/2];

  Resultados:

  Potências Geradas:

  PotenciasGeradas =

50.0000	50.0000	74.9922	74.9922
50.0000	50.0000	124.9917	124.9917
50.0000	50.0000	199.9909	199.9909
99.9948	99.9948	249.9956	249.9956
154.5400	154.5400	295.4500	295.4500
237.4892	237.4892	312.5000	312.5000
274.9889	274.9889	312.5000	312.5000
312.4885	312.4885	312.5000	312.5000

  Custo Marginal:

  alfat =

7.1199	7.5999	8.3199	8.8000	9.2363	9.8999	10.1999	10.4999

Custo:

custo =

1.0e+04 *

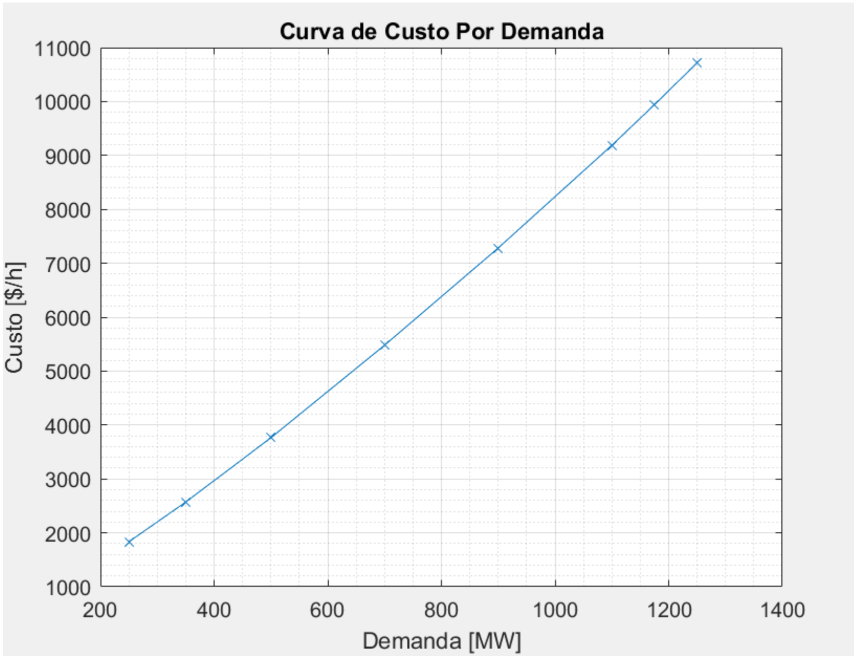
0.1834   0.2570   0.3764   0.5480   0.7283   0.9189   0.9942   1.0719

Tabela 3 – Custo Marginal, Potências e Custo (Caso de 4 Geradores)

Demanda (MW)	λ ($/MWh)	PG1 (MW)	PG2 (MW)	PG3 (MW)	PG4 (MW)	f ($)
250	7,12	50	50	75	75	1834
350	7,59	50	50	125	125	2570
500	8,32	50	50	200	200	3764
700	8,8	100	100	250	250	5480
900	9,24	154,55	154,55	295,45	295,45	7283
1100	9,9	237,5	237,5	312,5	312,5	9189
1175	10,2	275	275	312,5	312,5	9942
1250	10,5	312,5	312,5	312,5	312,5	10719

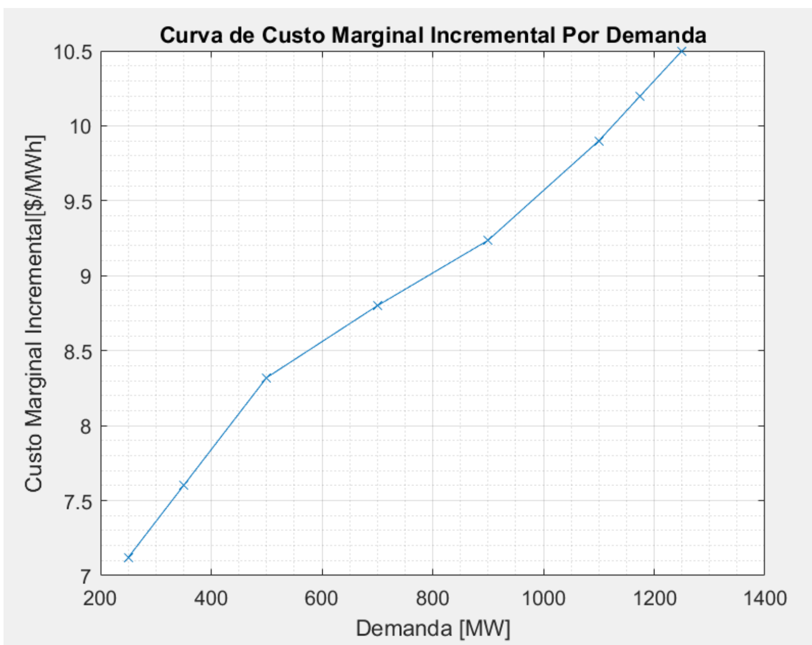
Fonte: Autor

Figura 5 – Curva de Custo em Função da Demanda



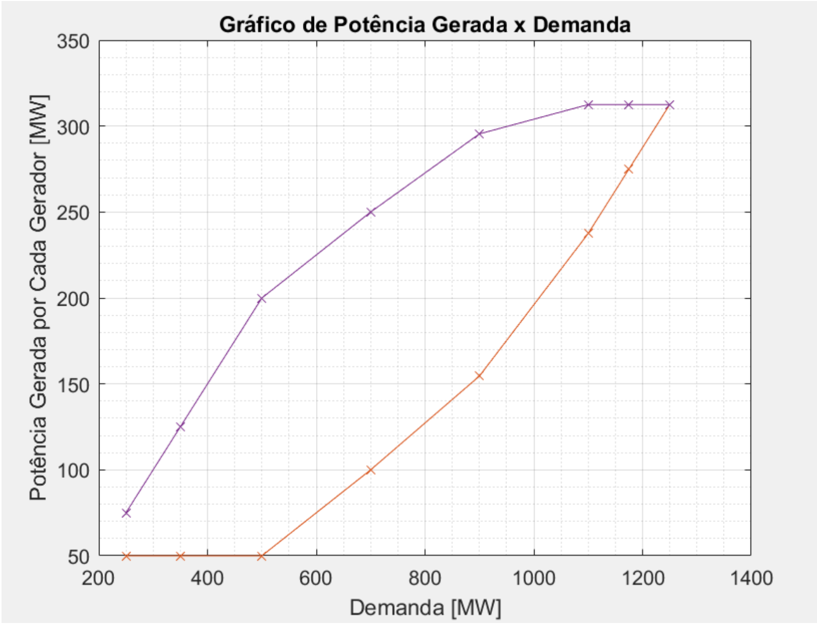
Fonte: Autor

Figura 6 – Curva de Custo Incremental em Função da Demanda



Fonte: Autor

Figura 7 – Potência Gerada por Cada Gerador em Função da Demanda



Fonte: Autor

Neste último gráfico, os pares de geradores com mesmos coeficientes a, b e c, possuem valores de potência gerada iguais, por isso só é possível visualizar duas curvas, pois as demais estão sobrepostas.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O algoritmo genérico elaborado neste trabalho mostrou-se eficiente no cálculo do despacho econômico clássico por ordem de mérito, onde as perdas não estão sendo levadas em consideração. A ideia principal deste método é transferir a geração de um gerador com custo incremental maior para um com custo incremental menor, respeitando-se os limites superiores e inferiores de geração de cada unidade.

Analisando os resultados dos casos de teste, pode-se notar que as potências geradas nos geradores com maiores custos são inferiores às potências geradas nos geradores com menores custos, visando sempre obter o cenário mais econômico dentre as possibilidades, sendo que estas são limitadas pelos requisitos operacionais de cada equipamento.

Nota-se que, com uma quantidade maior de geradores, menores são os custos finais de geração. Tal fato justifica-se a partir de uma análise da função de custo, que possui um termo quadrático, onde pode-se observar que:

$$P = PG1 + PG2$$

$$PG1 = PG2$$

$$P^2 < PG1^2 + PG2^2$$

Desta maneira, ao dividirmos a potência gerada em outras duas, teremos sempre um valor de custo inferior em comparação ao caso onde a potência está toda concentrada em apenas um gerador e os coeficientes dos geradores são iguais.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] L. Nepomuceno, Notas de Aula - **Despacho de Geração: Despacho Econômico Clássico**.

[2] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, G. B. Sheblé. "**Power Generation, Operation, and Control.**" John Wiley & Sons, 2013.