

Universidade Federal do Cariri

Cálculo Numérico

EP 02

Tema: Probabilidade de que um evento ocorra dentro de um intervalo

O programa foi desenvolvido na linguagem scilab e trabalha com dois métodos diferentes para o cálculo de integrais: o Método Trapezoidal Composto e a Regra 1/3 de Simpson. Basicamente, esses dois métodos atuam com a substituição da função $f(x)$ por um polinômio que a aproxime razoavelmente no intervalo $[a,b]$.



Uma breve descrição de cada método:

No método Trapezoidal Composto, a integral ao longo do intervalo $[a, b]$ pode ser analisada de forma mais concisa com a subdivisão do intervalo, o cálculo da integral em cada um dos subintervalos (com o método trapezoidal) e a soma dos resultados. O intervalo $[a, b]$ é dividido em N subintervalos com a definição dos pontos x_1, x_2, \dots, x_{n+1} , vale ressaltar que os subintervalos não precisam estar igualmente espaçados. O primeiro ponto é $x_1 = a$ e o último ponto é $x_{N+1} = b$ (são necessários $N + 1$ pontos para definir N intervalos). Ademais aproxima o integrando por uma linha reta.

Por sua vez, Método de Simpson Composto segue a mesma linha de raciocínio, porém os subintervalos devem ser igualmente espaçados e o número de subintervalos no domínio $[a, b]$ deve ser um número par. Com esse método temos uma melhor aproximação pode ser obtida com a representação do integrando como uma função não-linear de fácil integração.

Método Trapezoidal Composto

$$\int_a^b f(x) \cong \frac{h}{2} [f(a) + f(b) + \sum_{i=1}^{m-1} 2y_i]$$

Forma “manual”

I	Xi	Yi	Ci	YiCi
0	a	f(a)	1	
1		1	2	
2			2	
3			2	
...	
m	b	f(b)	1	



$$\sum C_i Y_i \cdot \frac{h}{2}$$

Resultado da integral

h é o tamanho de cada subintervalo e m é a quantidade de subintervalos

$$h = \frac{b-a}{m}$$

Método de Simpson Composto

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(f(a) + f(b) + \sum_{i=1,3,5,\dots}^{m-1} 4(y_i) + \sum_{i=2,4,6,\dots}^{m-1} 2(y_i))$$

Forma “manual”

I	Xi	Yi	Ci	YiCi
0	a	f(a)	1	
1		1	4	
2			2	
3			4	
...	
m	b	f(b)	1	



$$\sum C_i Y_i \cdot \frac{h}{3}$$

Resultado da integral

h é o tamanho de cada subintervalo e m é a quantidade de subintervalos

$$h = \frac{b-a}{m}$$

Obs.: Nos dois métodos a primeira e a última linha da coluna Ci são preenchidas com o número 1. No caso do método trapezoidal composto, o restante das linhas da mesma coluna em questão são alimentadas com o número 2. Por sua vez, o método de Simpson composto, a primeira e a última linha da coluna Ci também são alimentadas com o número 1, mas as demais são preenchidas de forma alternada entre 4 e 2.

Para uma exemplificação, usou-se o programa desenvolvido para o cálculo da probabilidade que um evento venha a ocorrer dentro de um intervalo. O problema foi retirado o Cálculo numérico e aplicações Leônidas Barroso 2ª Ed.



O PROCON de uma cidade tem recebido reclamações com relação ao peso dos pacotes de açúcar de 5kg. Com a finalidade de verificar a validade das reclamações, foi coletada uma amostra de 100 pacotes. Com isto, chegou-se a conclusão de que para determinar a probabilidade dos pacotes de açúcar pesar menos que 5kg deve ser avaliada a expressão a seguir. Essa expressão mostra a distribuição de probabilidade mais comum da natureza:

$$\beta = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{1,8} e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Para determinar a probabilidade de que um evento ocorra dentro de um intervalo $[a, b]$ é necessário antes, obtermos o valor da integral:

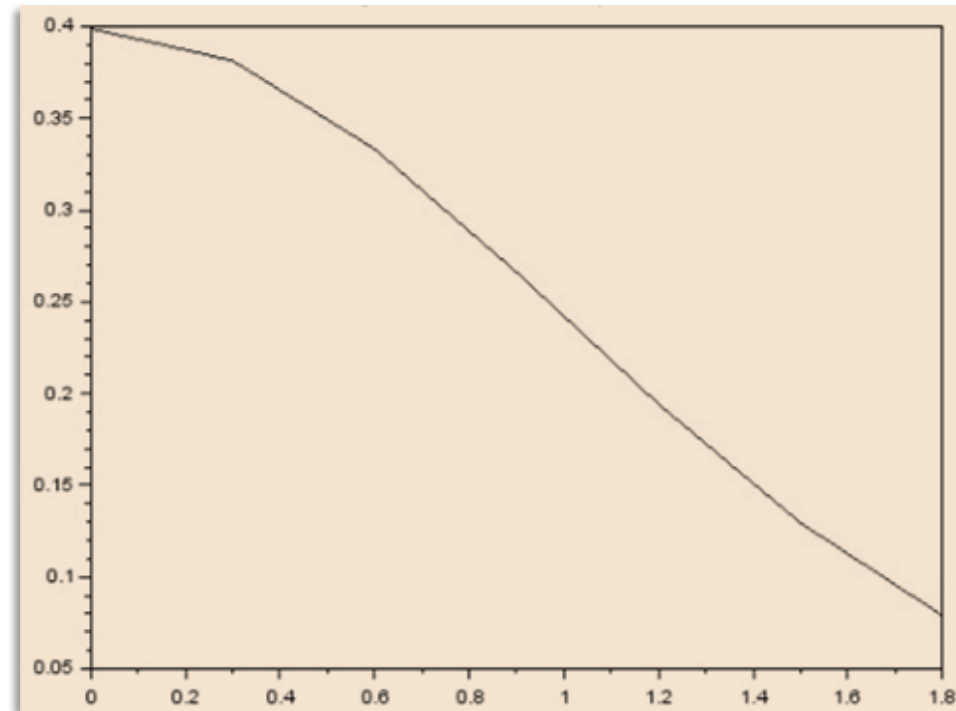
$$I = \int_0^{1,8} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

O programa desenvolvido calculará a probabilidade que o evento possa acontecer, usando o método do Trapézio e o de Simpson, mostra ao usuário o resultado que cada método gera e plota o gráfico. Sendo assim, no intervalo de $[0, 1.8]$ com 6 seguimentos, temos que:

- O resultado fornecido pela Regra do Trapézio é 0.9630043
- O resultado fornecido pela Regra de Simpson é 0.9640676

Ademais, a equipe trabalhou de forma que o programa fosse o mais interativo possível para com o usuário, portanto, ao final de cada cálculo ele pergunta se o usuário finalizou ou deseja continuar. Vale ressaltar, também, que cada linha do algoritmo está comentada, facilitando o seu entendimento.

Gráfico da função entre o intervalo de $[0, 1.8]$, gerado pelo programa.



A aplicação desses métodos numéricos são corriqueiros ao engenheiro civil uma vez que eles estão entrelaçados com muitos casos do cotidiano da profissão. Aliado a isso, o programa obteve êxito ao apresentar resultados coerentes para o problema aqui exposto, mas lembrando que os resultados obtidos são aproximações, que dentro de uma tolerância dada, são aceitos.

Equipe:

Ana Flávia Menezes Teles Brandão- 381391

Fabrício de Souza Silva- 381409

Igor Bernardino Borges- 382860

Josivan Leite Alves- 380269

Shayara Nascimento Silvino- 381434

Referências:

Integração numérica. Disponível em <http://www1.univap.br/spilling/CN/CN_Capt6.pdf> Acesso: 23 de jun. 2017

Análise numérica para solução de integrais não elementares. Disponível em <<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/2693/1/PDF%20-%20Balduino%20Sonildo%20da%20N%C3%B3brega.pdf>> Acesso em: 22 de jun. 2017

Cálculo numérico e aplicações, Leônidas Barroso 2ª Ed. Disponível em <<https://brogdomonzao.files.wordpress.com/2011/10/cc3a1lculo-numc3a9rico-com-aplicac3a7c3b5es-lec3b4nidas-barroso-2ed.pdf>> Acesso em: 22 de jun. 2017