AB1 2021.2 - Computação Gráfica

Vale 5 pontos

(As questões foram escritas sem ter acesso a prova original. Portanto, pode haver erros na escrita das questões em si.)

1. Utilizando uma matriz 3x3 de coordenadas homogéneas, calcule a matriz resultante: (3 pontos)
    a. Uma translação em 4 unidades para direita e 2 para baixo; e uma rotação partindo da origem em 45º.
    b. Uma rotação partindo do ponto P(4,5) em 30º; e uma ampliação em 2 vezes no eixo x e em 4 vezes no eixo y.
    c. Um espelhamento na reta formada pelos pontos A(1,3) e B(1,0); e uma ampliação em 3 vezes em ambos os eixos.

2. Enade 2008 (1 ponto)

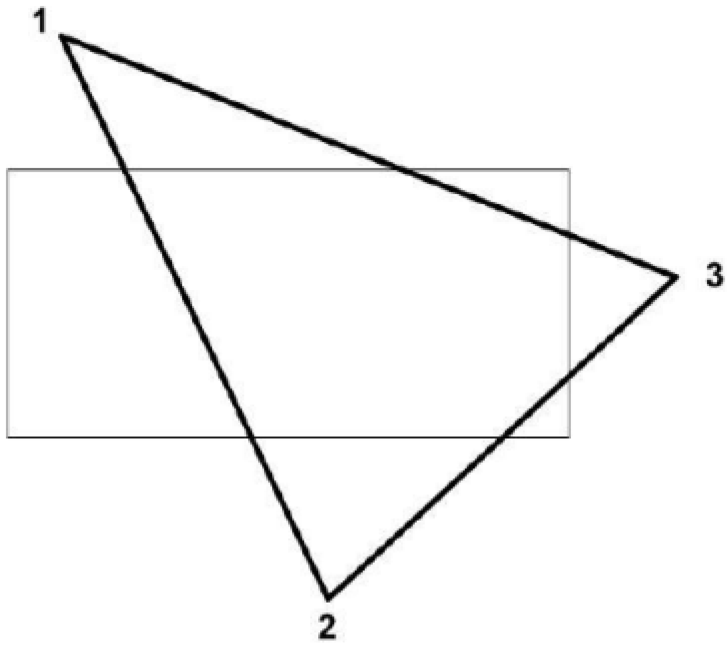
QUESTÃO 26

Figura I

Figura II

As figuras I e II apresentam duas imagens, ambas com resolução de 246 pixels × 300 pixels, sendo que a figura I apresenta 256 níveis de cinza e a figura II, 4 níveis de cinza. Considere que a imagem da figura I seja a original, tendo sido manipulada em um único atributo para gerar a imagem da figura II. Nessa situação, em qual atributo se diferenciam as imagens I e II acima?
    a. resolução
    b. quantização
    c. iluminação
    d. escala
    e. amostragem espacial

3. Utilize o Algoritmo de Sutherland-Hodgman para obter a lista de vértices que realiza o recorte final da figura. **OBS: Monte a tabela com a lista de vértices obtida em cada posição.** (1 ponto)



Respostas

(As respostas foram feitas sem correções. Portanto, pode haver erros nas respostas. Se possível, verifique com um monitor ou com o professor.)

1.
    a.

Para encontrar a matriz resultante, precisamos criar 2 matrizes: a matriz translação T_1 e a matriz rotação R_1.
Lembrando que toda matriz translação em coordenadas homogêneas é expressa por:

T = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e portanto se em T_1, x_1 = 4 (4 unidades para direita no plano cartesiano) e y_1 = -2 (2 unidades para baixo no plano cartesiano), logo T_1 = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

E toda matriz rotação em coordenadas homogêneas é expressa por:

R = $\begin{bmatrix} cos\theta & -sen\theta & 0 \\ sen\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e portanto se em R_1, θ = 45º, logo R_1 = $\begin{bmatrix} cos45^\circ & -sen45^\circ & 0 \\ sen45^\circ & cos45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Sabendo que sen 45º = cos 45º = $\frac{\sqrt{2}}{2}$, temos que R_1 = $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Finalmente, para calcular a M_a: (**Lembre-se de que para fazer esse cálculo (a composição das matrizes), temos que multiplicar as matrizes na ordem INVERSA da apresentada!**)

$M_a = R_1 \times T_1$

$$M_a = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_a = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 4 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot -2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

M_a = $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 3\sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b.
c.

Para facilitar, vamos decompor a lista de transformações: (sabendo que Espelhamento é um outro nome para Reflexão, o termo usado nas aulas)

1. Reflexão na reta AB, onde A (1,3) e B (1,0)
2. Escala em 3 em ambos os eixos

Percebemos que a reta AB é igual a reta x = 1, e como a Reflexão é feita na origem, precisaremos trazer o objeto para a origem, fazer a reflexão e aplicar a translação inversa ("devolver da origem???"), vamos refazer a lista de transformações:

1.
    a. Translação (-1, 0) $= T_1$
    b. Reflexão em torno do eixo y $= R_{f1}$
    c. Translação (1,0) $= T_2$
2. Escala em (3,3) $= E_1$

Para encontrar a matriz resultante, precisamos criar 4 matrizes: as matrizes translação T_1 e T_2, a matriz reflexão R_{f1} e a matriz escala E_1.

Lembrando que toda matriz translação em coordenadas homogêneas é expressa por:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e portanto se em T_1 precisamos trazer a reta x =1, para a origem (igualar a reta x = 0), então $x_1 = -1$ e $y_1 = 0$, enquanto T_2 precisamos levar a reta x = 0 para a reta x = 1, então $x_2 = 1$ e $y_2 = 0$, então T_1 e T_2 são:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Lembrando que R_{f1} é uma matriz reflexão em torno do eixo y em coordenadas homogêneas, logo

$$R_{f1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Lembrando que toda matriz escala em coordenadas homogêneas é expressa por:

$$E = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e portanto se a escala é em 3 nos dois eixos, ou seja $s_{x1} = 3$ e $s_{y1} = 3$, logo $E_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Finalmente, para calcular a Mc: (**Lembre-se de que para fazer esse cálculo (a composição das matrizes), temos que multiplicar as matrizes na ordem INVERSA da lista!**)

$Mc = E_1 \times T_2 \times R_{f1} \times T_1$

Substituindo as matrizes:

$$M_c = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calculando a primeira multiplicação:

$$M_c = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calculando a segunda e a terceira multiplicação:

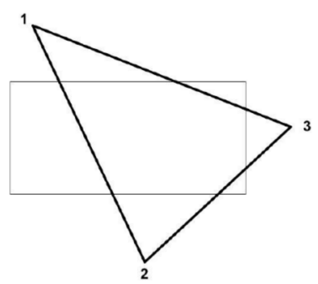
$$M_c = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & (3+3) \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_c = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Letra B: Quantização

3.

Sendo os vértices iniciais V = {1, 2, 3 }, então:



LEFT Clipper	RIGHT Clipper	BOTTOM Clipper	TOP Clipper
{1,2}: (in, in) -> {2}			
{2,3}: (in, in) -> {3}			
{3,1}: (in, in) -> {1}			
—------------------->	Vértices após LEFT = {2, 3, 1}		
	{2,3}: (in, out) -> {3'}		
	{3,1}: (out, in) -> {3'',1}		
	{1,2}: (in, in) -> {2}		
	—----------------------->	Vértices após RIGHT = {3', 3'', 1, 2}	
		{3',3''}: (in, in) -> {3''}	
		{3'',1}: (in, in) -> {1}	
		{1,2}: (in, out) -> {2'}	
		{2,3'}: (out, in) -> {2'', 3'}	
		—-------------------------->	Vértices após BOTTOM = {3'', 1, 2', 2'', 3'}
			{3'',1}: (in, out) -> {1'}
			{1,2'}: (out, in) -> {1'', 2'}
			{2', 2''}: (in, in) -> {2''}
			{2'', 3'}: (in, in) -> {3'}
			{3',3''}: (in, in) -> {3''}

Lista final de vértices V = {1', 1'', 2', 2'', 3', 3''}