



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO  
PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE  
Prof. Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo  
[icaro@ic.ufal.br](mailto:icaro@ic.ufal.br)



## Roteiro de laboratório 2

# Indices de desempenho de Controladores

# Hoje:

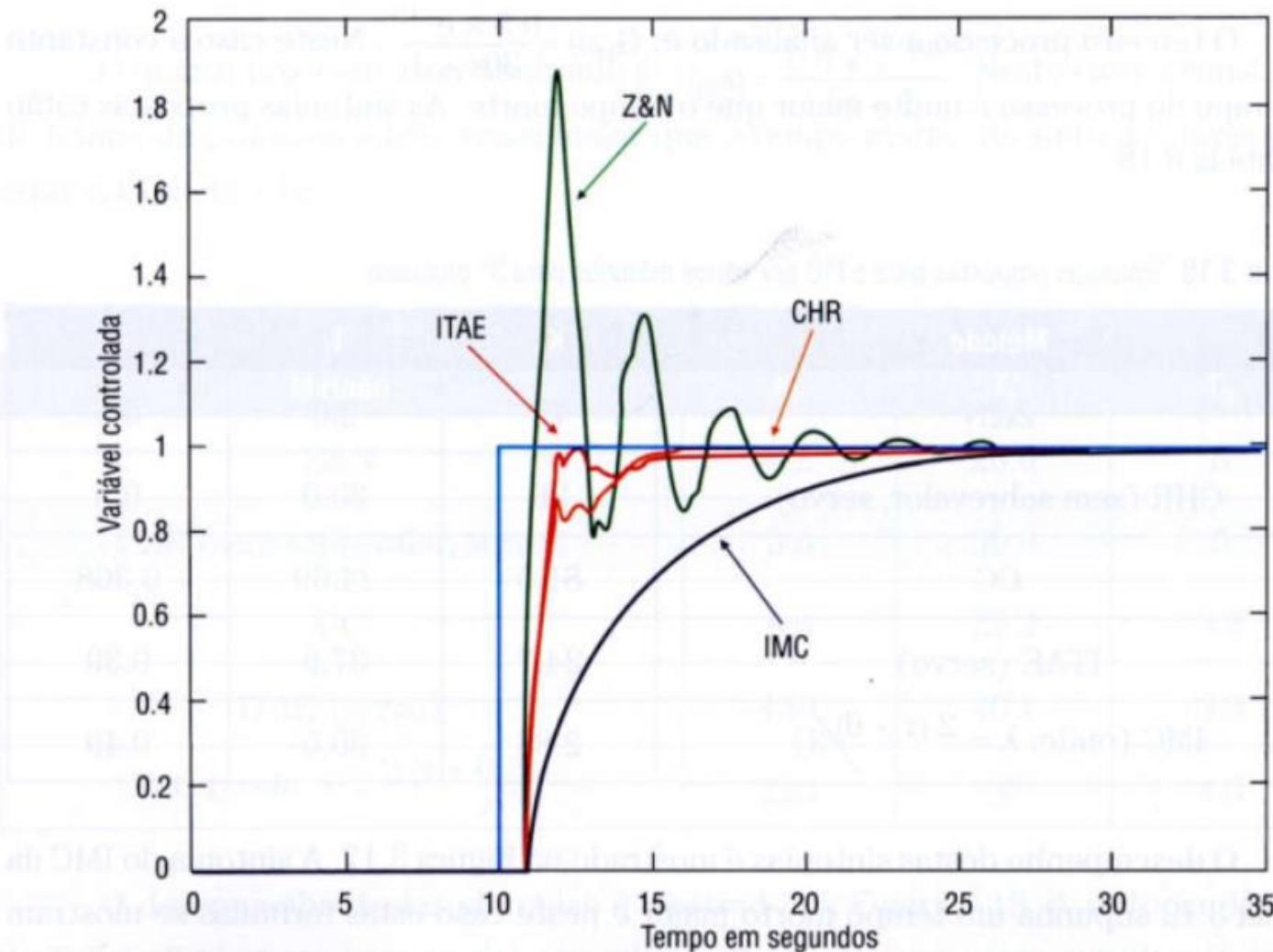
- Avaliação de controladores;
- Critérios de desempenho.

# Controladores

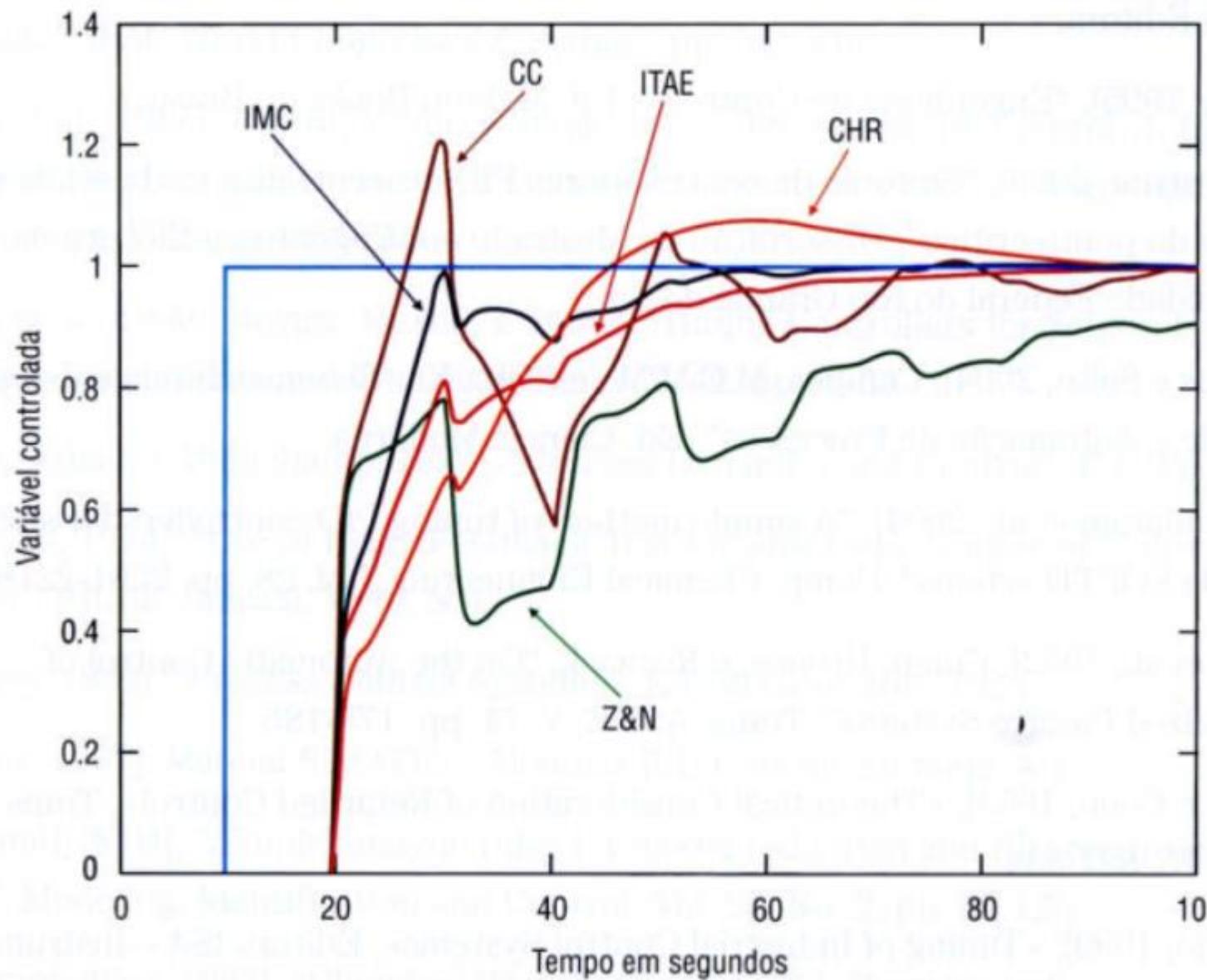
Antes de se obter a sintonia do controlador PID, para um processo com dinâmica conhecida, deve-se definir o critério de desempenho desejado para a malha, por exemplo:

- A temperatura deve ser mantida a mais próxima de 200°C, e nunca exceder 250°C;
- O sistema de freio deve parar um carro a 200Km/h em 50 metros sem derrapar;
- A mudança de um ponto operacional para outro deve ser a mais rápida possível e sem sobrevalor;
- Etc.

# Controladores

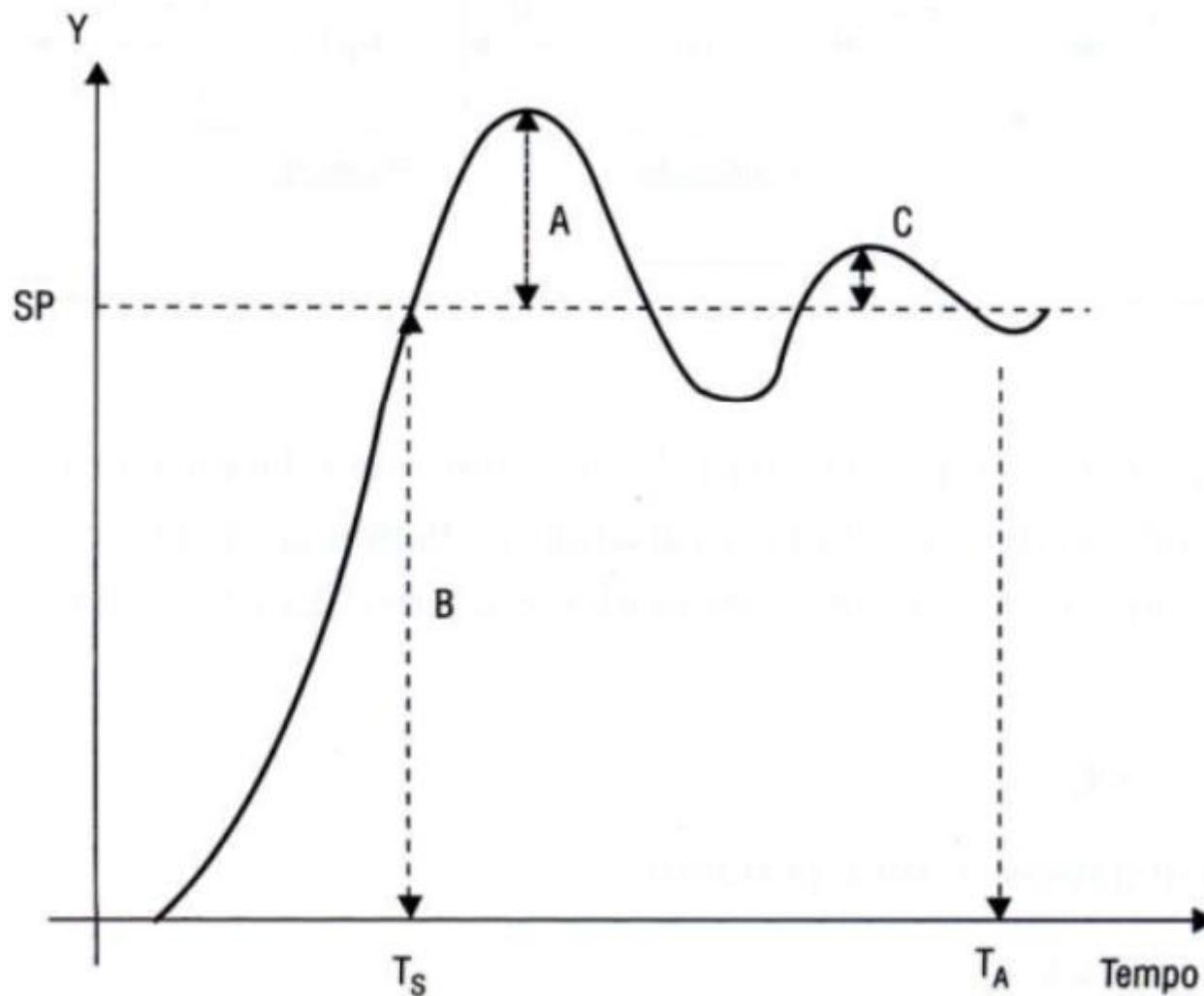


# Controladores



# Controladores

Exemplo de uma resposta dinâmica desejada



# Controladores

Critérios de desempenho que podem ser utilizados para sintonia de controladores:

- O menor sobrevalor possível(A/B na Figura);
- Razão de declínio (C/A) igual a um certo valor;
- O menor tempo de ascensão ou subida ( $T_s$ ) possível;
- O menor tempo de assentamento (tempo quando o desvio em regime permanente -  $T_a$ ) possível;
- Mínima energia ou atuação na variável manipulada;
- **Utilização de um índice de desempenho para avaliar a qualidade do controle.**

# Índices de desempenho de controladores

A função de avaliação  $I$  é um índice de desempenho,  $I \in R; [0, \infty]$ , que define o quão próximo do ótimo um sistema se encontra, podendo, até mesmo, ser o ótimo.

Um sistema de controle é dito ótimo se os parâmetros do controlador são escolhidos de modo a minimizar ou maximizar o índice de desempenho escolhido.

O índice de desempenho deve proporcionar seletividade, ou seja, um ajuste ótimo deve ser claramente distinguido de um ajuste não ótimo.

# Índices de desempenho de controladores

Considerando:

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

pode-se definir os seguintes índices de desempenho:

# Índices de desempenho de controladores

*Integral Absolute Error (IAE):*

$$I_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

O critério IAE considera o módulo do erro  $e(t)$ . É fácil de ser implementado e entendido, mas não apresenta muita seletividade quanto a variações dos parâmetros.

# Índices de desempenho de controladores

*Integral Square Error (ISE):*

$$I_{ISE} = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

O critério ISE é bastante utilizado, devido à facilidade de ser computado, além de proporcionar grandes ponderações para erros grandes e pequenas ponderações para erros pequenos. No entanto, ele apresenta pouca seletividade, sendo que as variações nos parâmetros do processo correspondem a pequenas variações no índice ISE.

Sistemas implementados para minimizar este critério tendem a apresentar uma rápida resposta, mas com baixa estabilidade relativa, apresentando oscilações.

# Índices de desempenho de controladores

*Integral Time Absolute Error (ITAE):*

$$I_{ITAE} = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt$$

No critério ITAE, o erro absoluto  $e(t)$  é ponderado pelo tempo, resultando que para um erro inicial grande há uma pequena ponderação, enquanto que um erro pequeno na resposta para os tempos finais é muito penalizado.

# Índices de desempenho de controladores

Alguns índices de desempenho e sua definição.

Índices de desempenho para avaliação do controle em malha fechada.

Índice de Desempenho	Descrição	Expressão
IAE	Integral do módulo do erro	$\int  e(t)  dt$
ISE	Integral dos erros ao quadrado	$\int e^2(t) dt$
ITAE	Integral do módulo do erro vezes o tempo	$\int t  e(t)  dt$

# Índices de desempenho de controladores

Alguns índices de desempenho e sua definição.

Índice	Fórmula
IAE / MAE	$\int_{t_1}^{t_N}  e_{t_k}  dt_k \quad \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N  e_k $
ITAE / ITAE discreta	$\int_{t_1}^{t_N} t_k  e_{t_k}  dt_k \quad \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N t_k  e_k $
ISE / MSE	$\int_{t_1}^{t_N} e_{t_k}^2 dt_k \quad \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_k^2$
Índice de Goodhart [49]	$\begin{aligned} \text{Goodhart} &= c_1 \epsilon_1 + c_2 \epsilon_2 + c_3 \epsilon_3 \\ \epsilon_1 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \text{SC}_k \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\text{SC}_k - \epsilon_1)^2 \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_k^2 \end{aligned}$

# Índices de desempenho de controladores

O índice de avaliação de desempenho de Goodhart é descrito como:

$$\epsilon = \alpha_1 \cdot \epsilon_1 + \alpha_2 \cdot \epsilon_2 + \alpha_3 \cdot \epsilon_3$$

Sendo  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$ , respectivamente, as ponderações de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$ :

$$\epsilon_1 = \frac{\sum u(t)}{\chi}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sum [u(t) - \epsilon_1]^2}{\chi}$$

$$\epsilon_3 = \frac{\sum |r(t) - y(t)|}{\chi}$$

# Índices de desempenho de controladores

Sendo  $\chi$  o tempo de duração dos testes.

Ainda destaca-se que  $\epsilon_1$  é diretamente proporcional ao sinal de controle  $u(t)$ . O valor de  $\epsilon_2$  depende da variação do sinal de controle e  $\epsilon_3$  está ligado ao erro.

# Índices de desempenho de controladores

*Reference Based in Mean Square Error with Minimum Control Effort (RBEMCE):*

$$I_{RBEMCE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [e(i)] + \frac{\beta}{n} \sum_{i=1}^n u(i)$$

O critério RBEMCE considera um fator muito importante na estratégia de controle, além do erro  $e(t)$ , que é o esforço de controle  $u(t)$ . Entende-se por esforço de controle o somatório da saída do controlador durante um período  $n$ , ou seja, o quanto de energia é despendido para o controle, visto que, fisicamente falando, a saída do controlador excita um atuador, resultando em seu desgaste.

# Índices de desempenho de controladores

*Reference Based in Mean Square Error with Minimum Control Effort (RBMSEMCE):*

$$I_{RBMSEMCE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [e(i)^2] + \frac{\beta}{n} \sum_{i=1}^n u(i)$$

O critério RBMSEMCE provê duas características importantes. As variações e desvios em relação à referência dando grandes ponderações para erros grandes e pequenas ponderações para erros pequenos. Em segundo lugar refina a função de avaliação, levando-se em conta o esforço de controle  $u(t)$ .

# Índices de desempenho de controladores

Variabilidade da variável controlada:

$$Variabilidade = \frac{2\sigma}{\mu}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y(i) - \mu)^2$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y(i)$$

# Índices de desempenho de controladores

Variabilidade da variável controlada:

A variabilidade da variável controlada é uma boa medida para se analisar o quanto uma certa variável se dispersa à sua média. Como se deseja que a saída de uma malha alcance o valor da referência, pode-se concluir que o valor da variância de determinado sinal deve ser o menor possível.

# Referências:

- [1] Campos, M.; Teixeira, H. **Controladores Típicos Industriais**. Edgard Blücher, 2006.
- [2] SERRANO, M. A. P. **Estratégias de controle avançado para uma planta de tratamento de pH**. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2020.