

PRÁCTICA 0: REPASO DE COMBINATORIA

“... most problems are not solved by having mastery of a big machine that is then applied to the problem at hand. Rather, they typically reduce to concrete questions in linear algebra, calculus, or combinatorics. One part of the difficulty in solving a problem is finding this kind of reduction (this is where machines can sometimes be useful) ...”
MATT EMERTON.

Ejercicio 1.

- a) Se deben pintar los frentes de 10 casas y se dispone de 23 colores distintos de pintura. ¿De cuántas formas puede hacerse? ¿De cuántas formas puede hacer si cada casa debe tener un color distinto?
- b) Generalizar el ítem anterior para el caso de k casas y n colores.
- c) Dados dos conjuntos finitos A y B dar fórmulas para los cardinales de los conjuntos:

$$\{f : A \rightarrow B\} \text{ y } \{f : A \rightarrow B \mid f \text{ es inyectiva}\}.$$

Ejercicio 2. ¿De cuántas formas distintas pueden acomodarse 13 personas en una fila? ¿Y en un ronda?

Ejercicio 3.

- a) De un grupo de 35 deportistas se necesita elegir 5 para participar de una competición. ¿De cuántas formas distintas puede hacerse? ¿Qué cambia si esos cinco representantes a su vez cumplen cinco funciones distintas?
- b) Generalizar el ítem anterior para el caso de n deportistas y k representantes.

Ejercicio 4. Probar las siguientes identidades contando conjuntos de formas distintas.

- a) $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = 2^n$.
- b) $\sum_{i=1}^n i(n-i) = \sum_{i=1}^n \binom{i}{2} = \binom{n+1}{3}$.

Ejercicio 5. Probar que un conjunto no vacío tiene igual cantidad de subconjuntos de cardinal par que de cardinal impar. Deducir que si $n \neq 0$

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} = 0.$$

Ejercicio 6. De una caja que contiene 123 bolillas numeradas de 1 a 123 se extraen cinco bolillas. ¿Cuántos resultados posibles hay si

- a) las bolillas se extraen una a la vez y se descartan después de extraerlas?
- b) las bolillas se extraen una a la vez y se devuelven a la caja después de extraerlas?
- c) las bolillas se extraen todas juntas?

Ejercicio 7.

- a) ¿Cuántos anagramas de BIBLIOTECARIA pueden formarse?
- b) ¿Y con la condición de que la T esté a la derecha de la C?
- c) ¿Y con la condición de que la T esté a la derecha de la C y la C a la derecha de la R?
- d) ¿Y con la condición de que las dos A no estén juntas?
- e) ¿Y con la condición de que todas las vocales estén juntas?

Ejercicio 8.

- a) Una panadería dispone de 17 variedades de facturas. ¿Cuántas docenas pueden formarse? ¿De cuántas formas distintas pueden distribuirse 12 bolitas indistinguibles en 17 cajas distinguibles? ¿Y si las bolitas son distinguibles?
- b) Generalizar el ítem anterior para B bolitas y C cajas.

Ejercicio 9. Consideremos la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 = 57$

- a) ¿Cuántas soluciones enteras no negativas tiene?
- b) ¿Cuántas soluciones enteras positivas tiene?

Ejercicio 10. En el tablero de la figura, ¿cuántas formas hay de llegar desde A hasta B realizando movimientos hacia abajo y hacia la derecha siguiendo las líneas? ¿Cuántos de esos caminos pasan por X ? Generalizar para un tablero de tamaño $n \times m$.

