



EM423 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

AULA 10

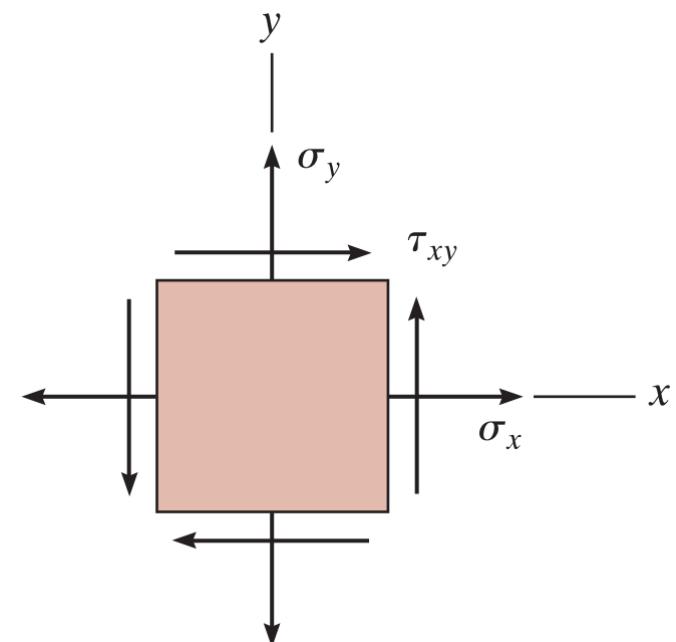
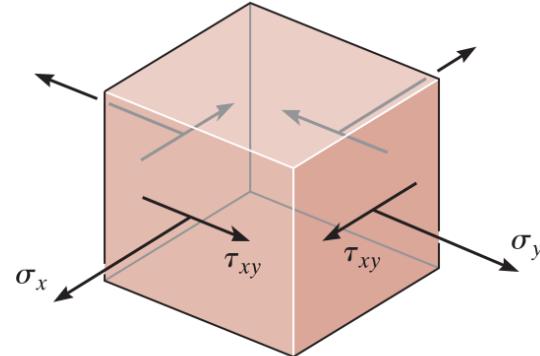
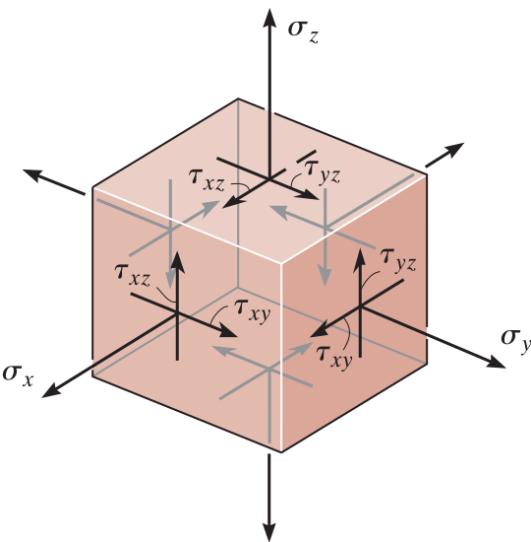
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FABIO MAZZARIOL SANTICOLLI – FABIOMAZ@UNICAMP.BR

LAYSE BOERE – LAYSEBOERE@GMAIL.COM

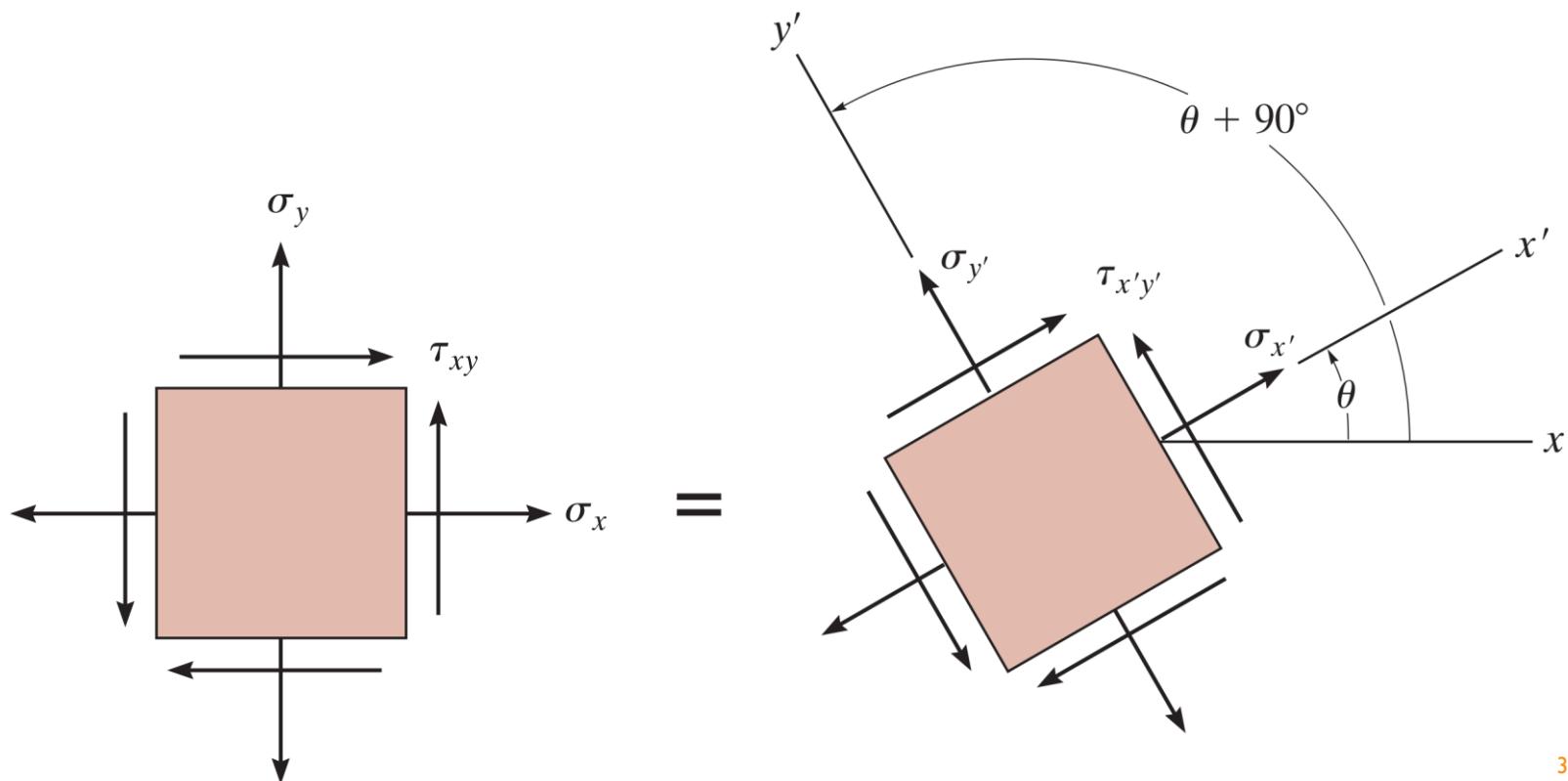
ESTADO PLANO DE TENSÕES

- O estado plano de tensões é representado exclusivamente por três componentes: uma tensão de cisalhamento e duas tensões normais.

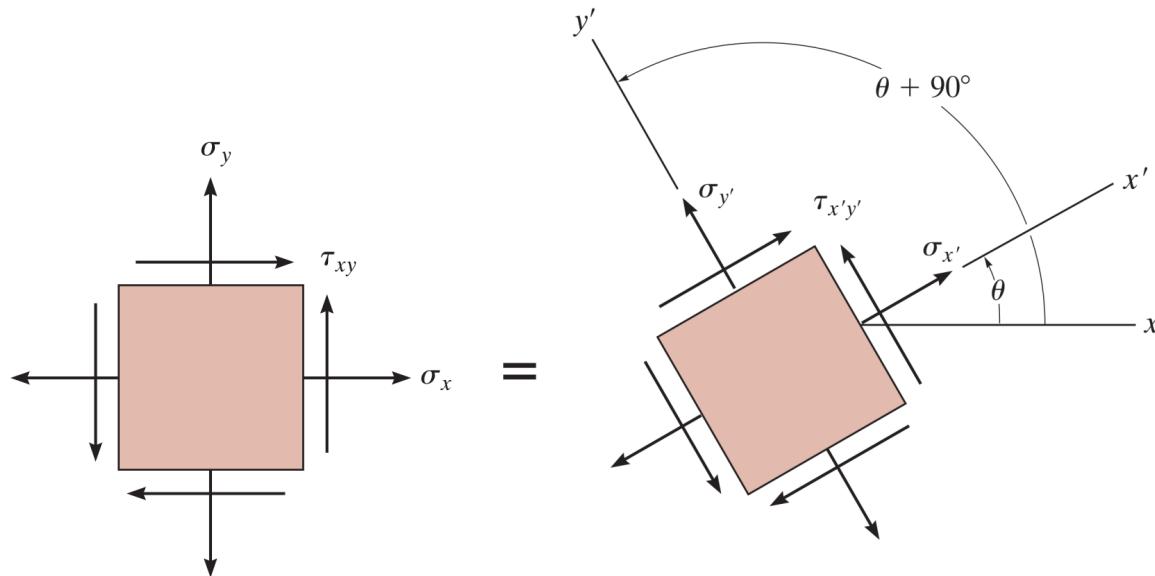


TRANSFORMAÇÃO DE TENSÕES

■ É possível reorientar o elemento de tensões. Ao fazer isso, encontram-se novos valores de tensões normais e de tensões de cisalhamento.



TRANSFORMAÇÃO DE TENSÕES



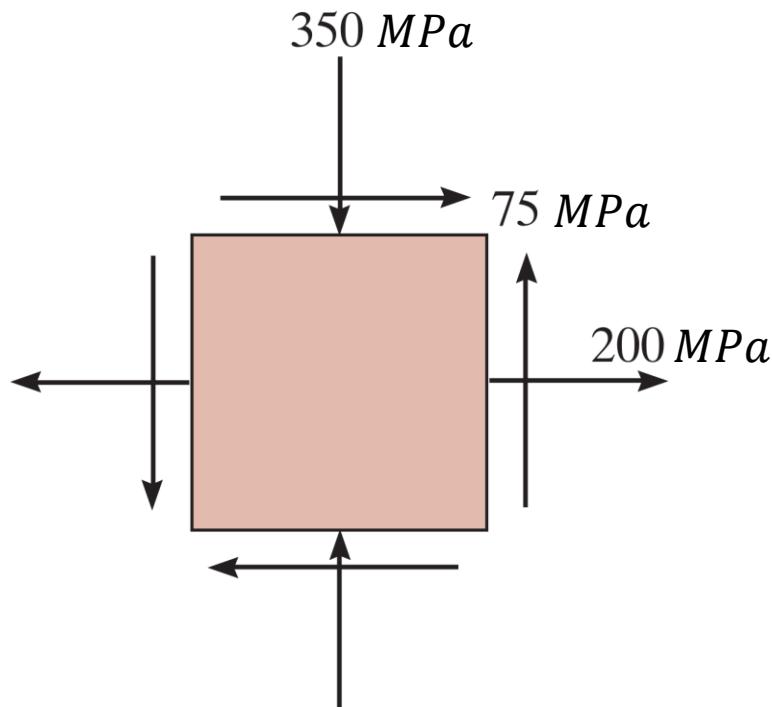
$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

EXERCÍCIO I

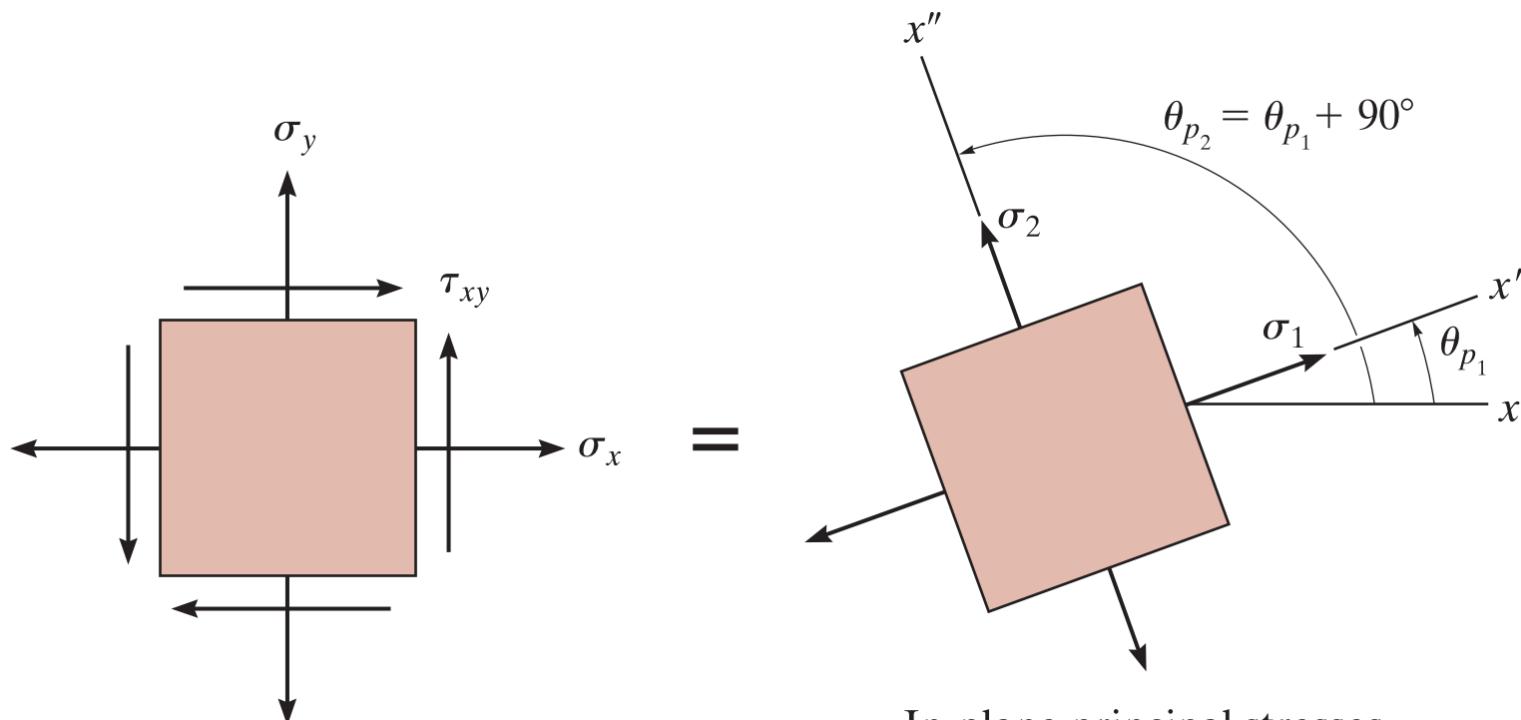
Determine o estado equivalente de tensões se o elemento for rotacionado em 60° no sentido horário. Desenhe o elemento de tensões resultante.



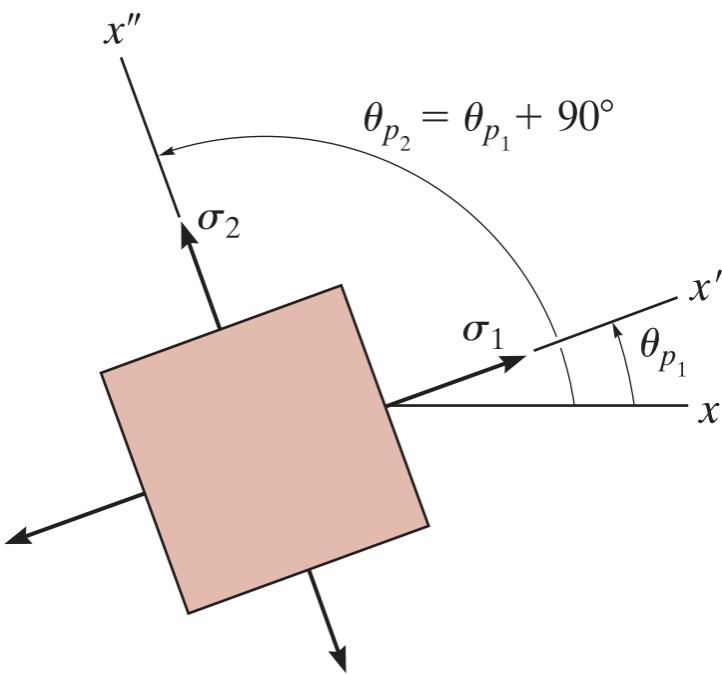
TENSÕES PRINCIPAIS NO PLANO

σ_1 é a tensão normal máxima

σ_2 é a tensão normal mínima



TENSÕES PRINCIPAIS NO PLANO



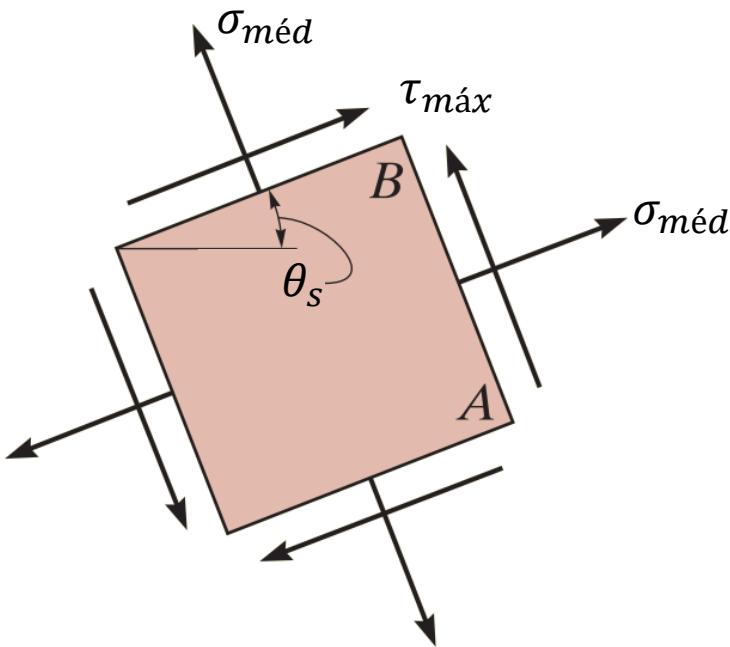
In-plane principal stresses

$$\tan 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau = 0$$

TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA NO PLANO

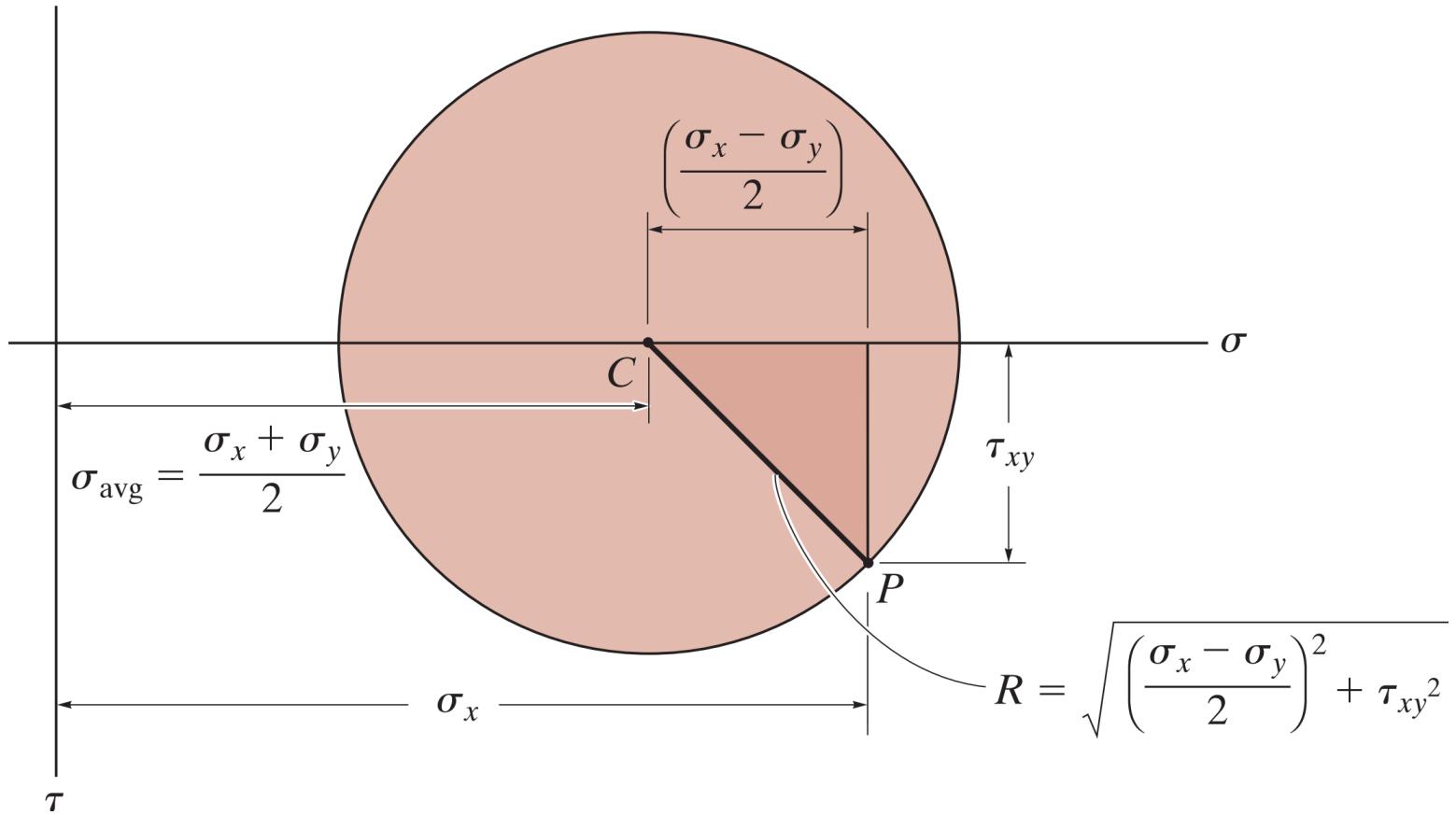


$$\tan 2\theta_s = \frac{-(\sigma_x - \sigma_y)/2}{\tau_{xy}}$$

$$\tau_{máx} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

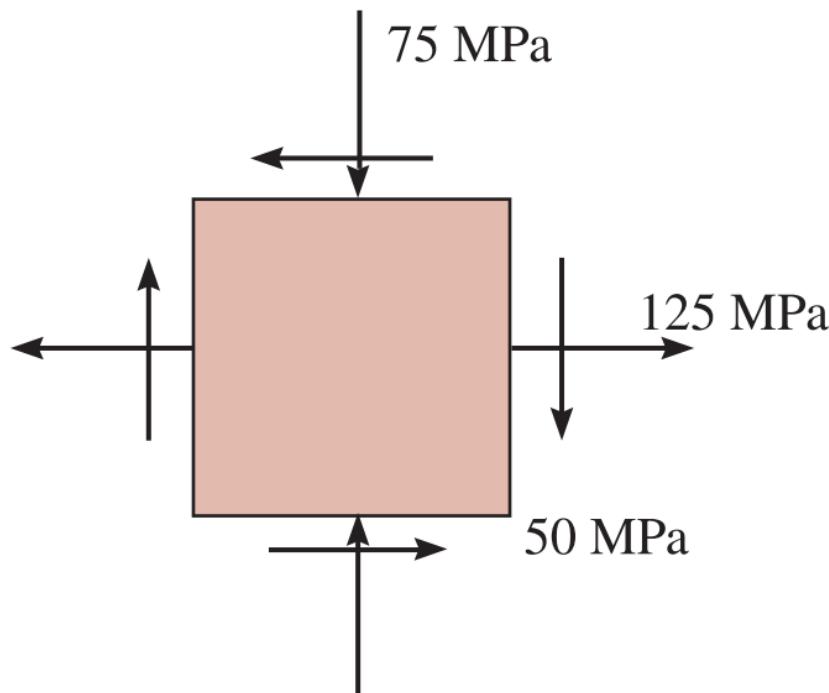
$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

CÍRCULO DE MOHR – ESTADO PLANO



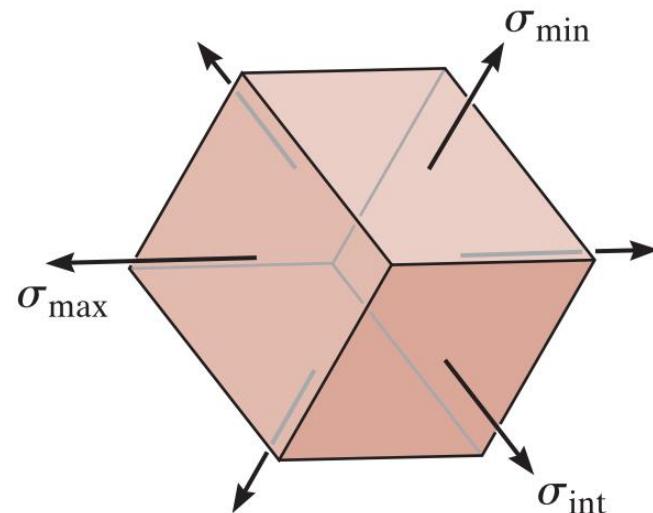
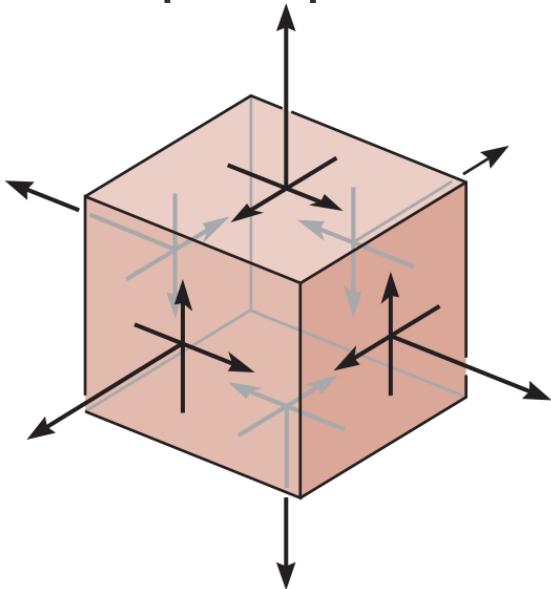
EXERCÍCIO 2

Determine o estado equivalente de tensões deste elemento para as Tensões Principais e para a Tensão de Cisalhamento Máxima no Plano e respectiva Tensão Normal Média. Determine a orientação dos elemento em cada situação. Desenhe os resultados. Aponte os resultados no Círculo de Mohr.



TENSÕES PRINCIPAIS TRIDIMENSIONAIS

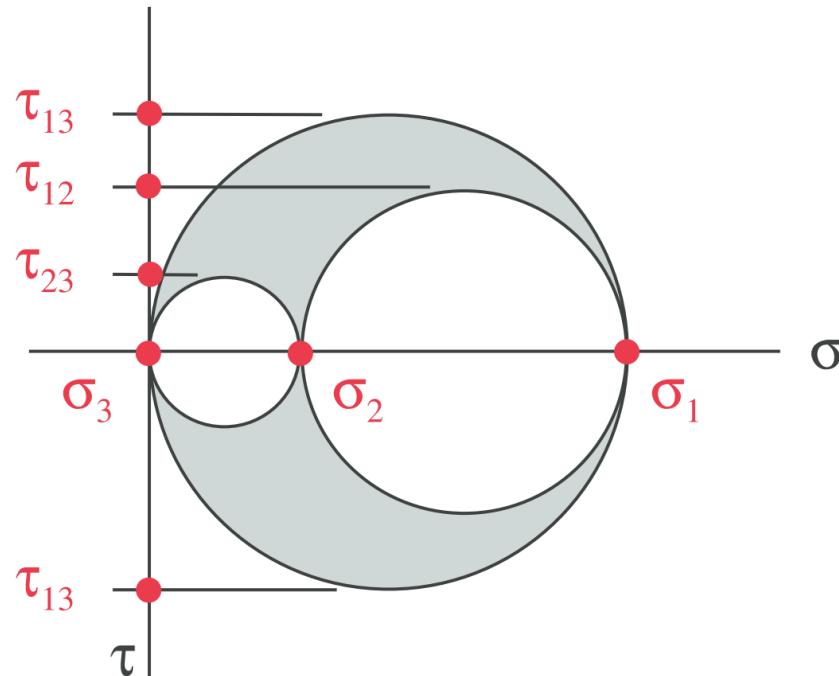
■ Assim como foi feito no plano, também é possível encontrar tensões principais tridimensionais:



■ Encontram-se essas tensões principais a partir das 3 raízes de:

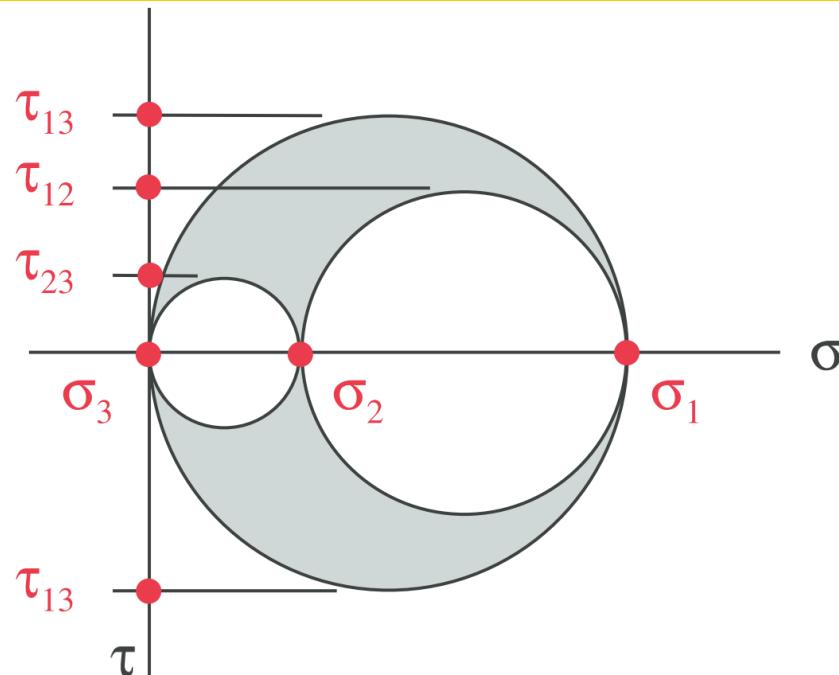
$$\begin{aligned} \sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yx}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma \\ - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0 \end{aligned}$$

CÍRCULO DE MOHR – ESTADO TRIDIMENSIONAL



- Redefinir as tensões principais como $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.
- Não há um compromisso para que $\sigma_3 = 0$ (detalhe ilustrativo da figura).

CÍRCULO DE MOHR – ESTADO TRIDIMENSIONAL



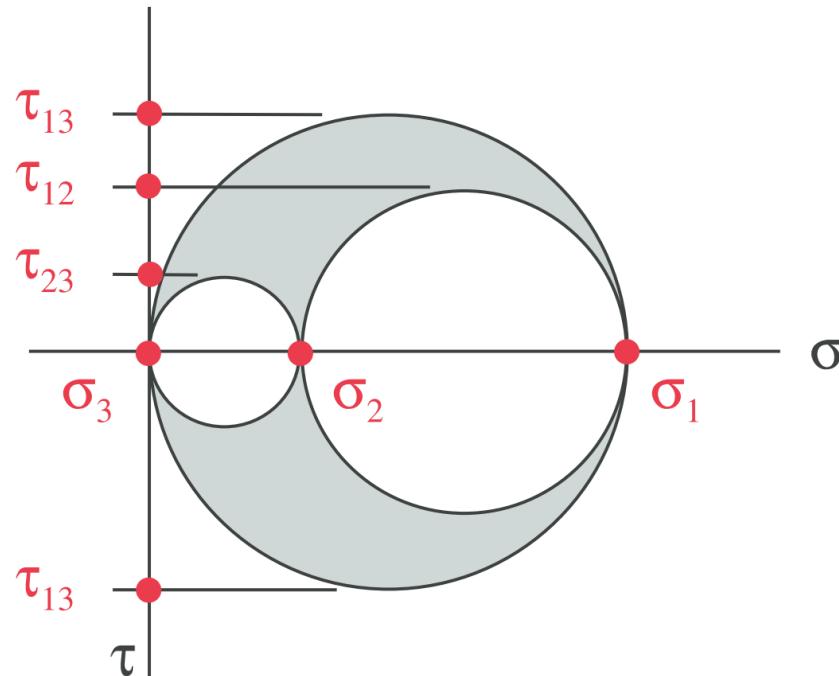
■ Tensões de cisalhamento máximas nos planos:

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\tau_{32} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA ABSOLUTA

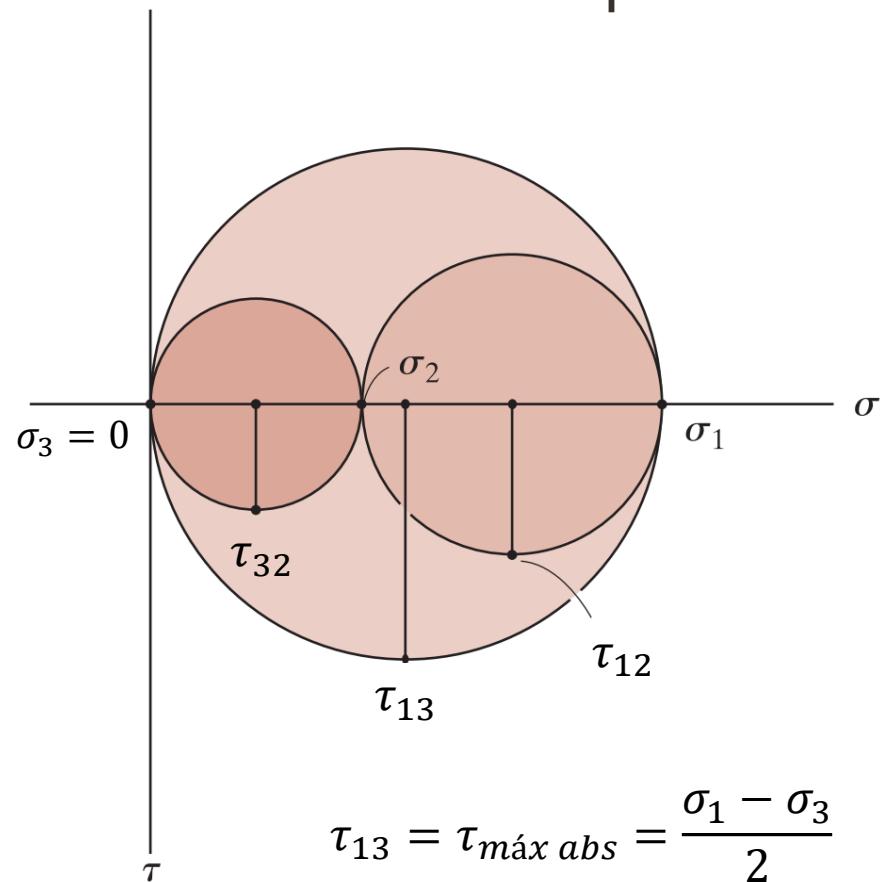
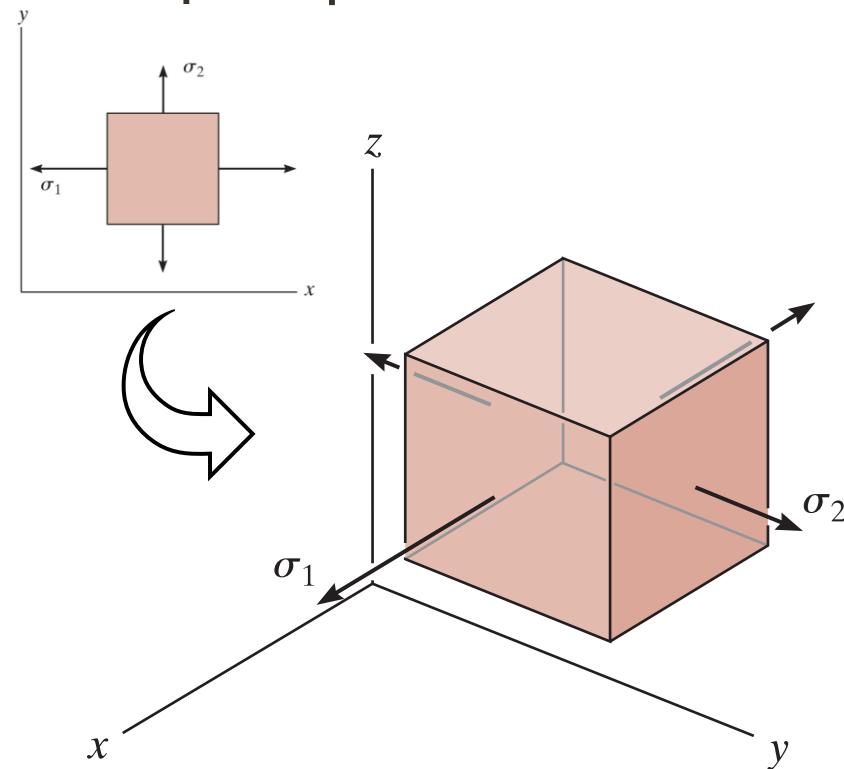


- Com $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, a tensão de cisalhamento máxima absoluta sempre será:

$$\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA ABSOLUTA

- A tensão de cisalhamento máxima absoluta, em um elemento tridimensional de tensões pode não ocorrer em um plano principal de tensões.

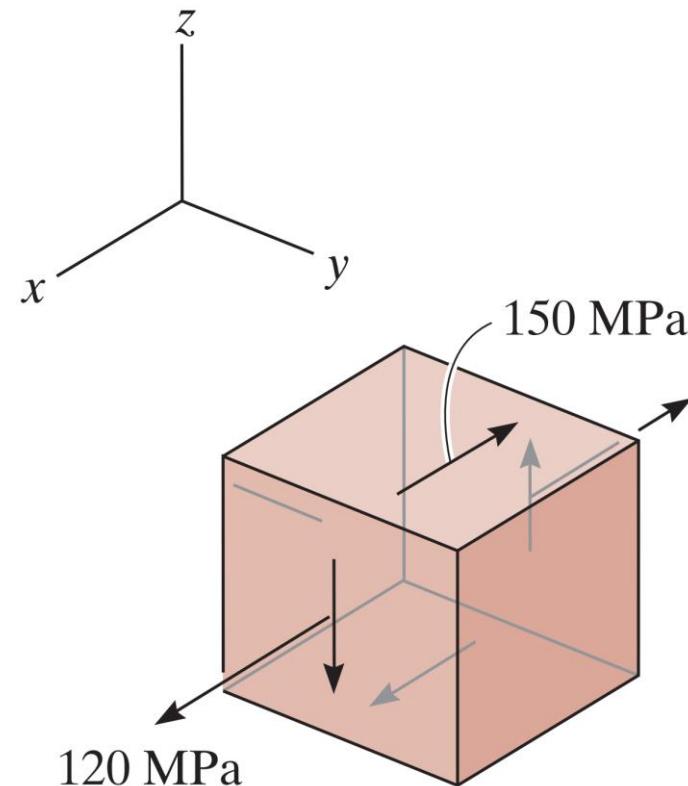


REQUISITOS DO PROGRAMA (TRABALHO)

- O programa deve ser capaz de:
 - Resolver os problemas (viga 1D no eixo x , forças no eixo x e y , torques no eixo x , momentos no eixo z) tratados em EM423;
 - Lidar com forças (principais e decompostas), torques e momentos;
 - Lidar com carregamentos distribuídos sobre uma linha (polinomiais);
 - Determinar reações de apoio;
 - Plotar os diagramas de esforços solicitantes.
 - Receber propriedades (todas as necessárias) do material e da seção transversal da viga.
 - Plotar os gráficos de inclinação e deflexão da viga.
 - Plotar os gráficos de alongamento e de ângulo de torção da viga.
 - Encontrar Tensões, Tensões Principais e Tensões de Cisalhamento Máximas Absolutas para os pontos extremos (positivos e negativos) em y e em z em todas as seções transversais de vigas circulares e vigas circulares vazadas.
- * A lista de requisitos será incrementada conforme novos assuntos forem trabalhados.

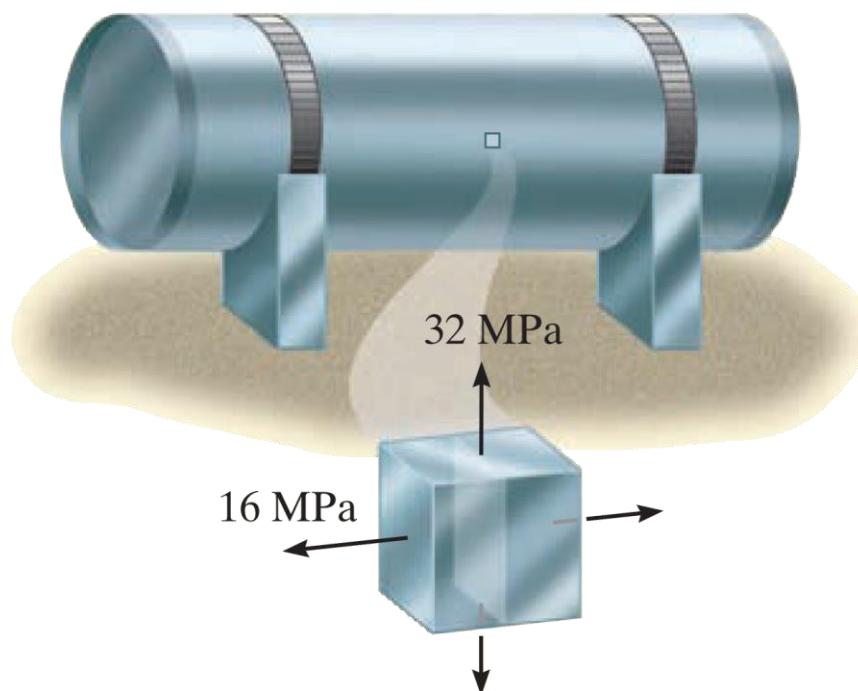
EXERCÍCIO 3

Para o elemento, determine as Tensões Principais e a Tensão de Cisalhamento Máxima Absoluta.



EXERCÍCIO 4

O ponto na superfície do vaso de pressão está sujeito a um estado plano de tensões. Determine a Tensão de Cisalhamento Máxima Absoluta.



REFERÊNCIAS

- GERE, J. M. Mecânica dos materiais. Tradução da: 7. edição americana São Paulo, SP: Cengage Learning, 2011. E-BOOK.
- HIBBELER, R. C., Resistência de materiais. Prentice Hall, 2010.
- SCHIEL, F. - Introdução à resistência dos materiais, apostila, vol. I, Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- COELHO, E.; MORI, D. e outros - Exercícios propostos de resistência dos materiais - Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- NASH, W. - Resistência dos materiais, coleção SCHAUM, Ed. Mc Graw Hill.
- BEER, Ferdinand - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.
- TIMOSHENKO, S. - Resistência dos Materiais, Ed. livros técnicos e científicos, vol. I.
- WILLEM, N.; EASLEY, J.; ROLFE, S. - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.