



EM423 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

AULA 7

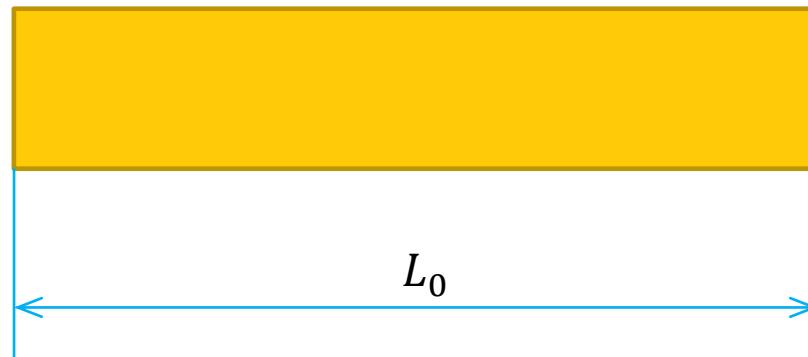
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FABIO MAZZARIOL SANTICOLLI – FABIOMAZ@UNICAMP.BR

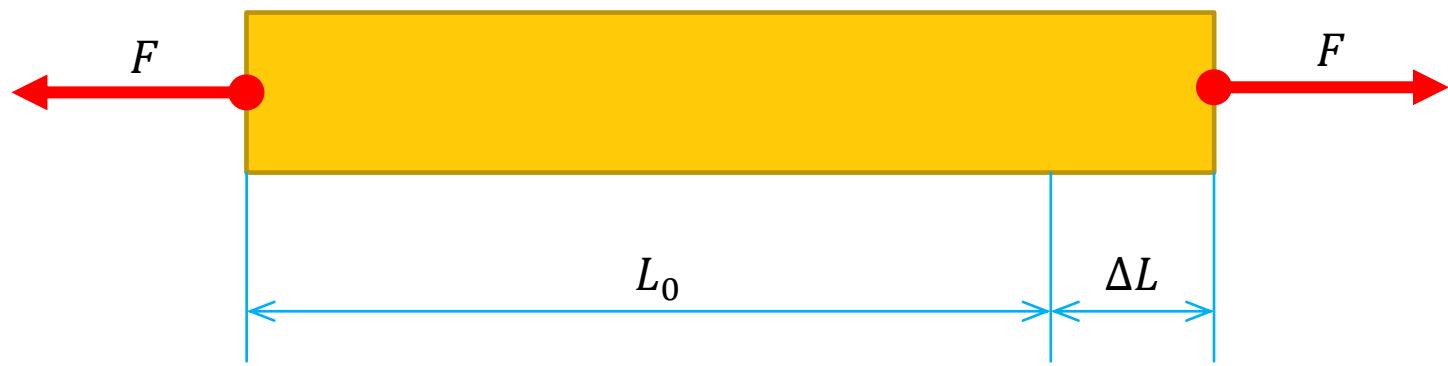
LAYSE BOERE – LAYSEBOERE@GMAIL.COM

ALONGAMENTO (ΔL)

- Uma barra inicialmente livre de esforços externos tem comprimento original L_0 .



- Ao aplicar-se uma força longitudinal nesta barra, ela se deformará. O comprimento acrescido é chamado alongamento (ΔL):



ALONGAMENTO (ΔL)

- É possível encontrar o alongamento a partir da seguinte integral indefinida:

$$\Delta L(x) = \int \frac{1}{E * A} N(x) dx$$

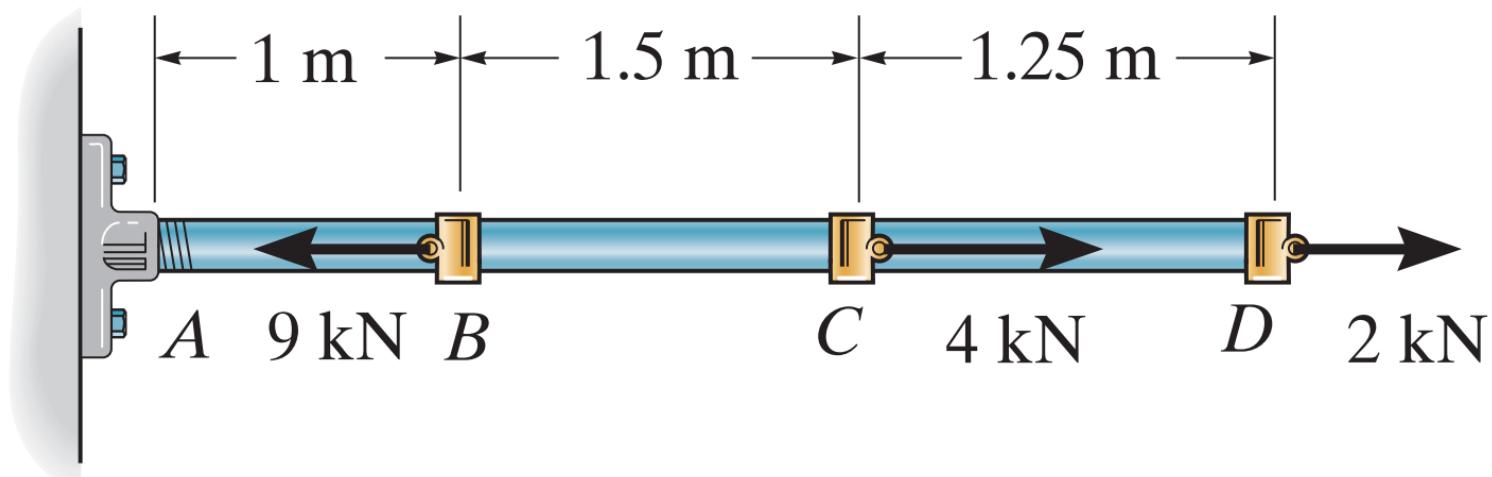
Com:

E : Módulo Elástico

A : Área da Seção Transversal

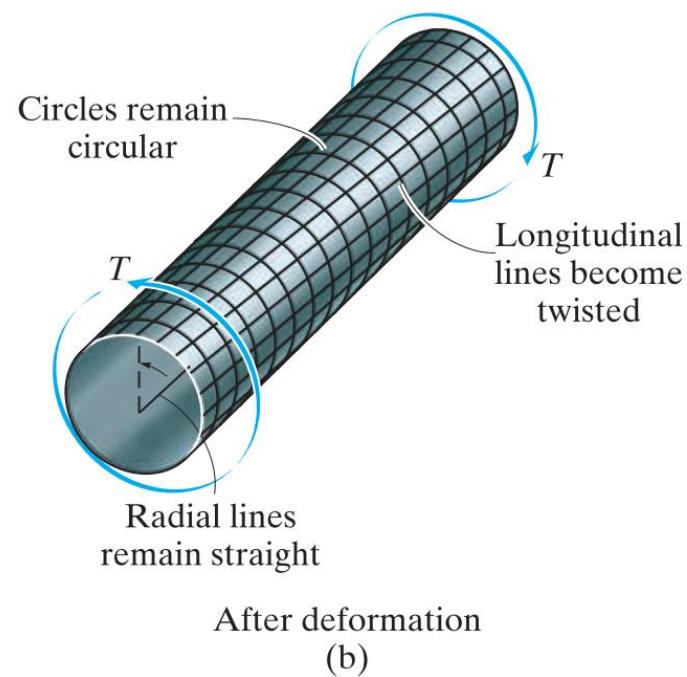
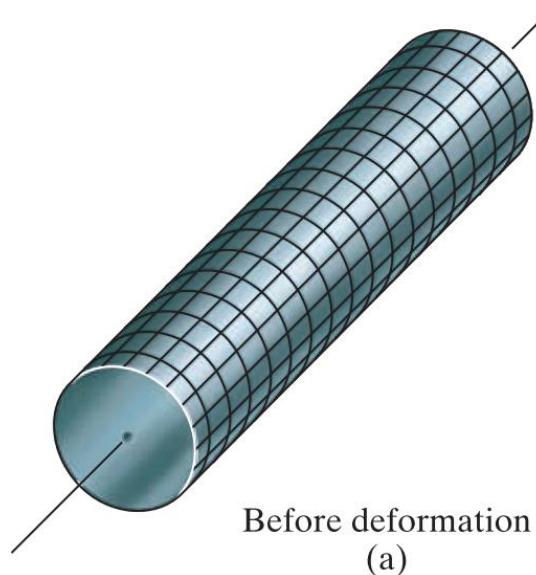
EXERCÍCIO I

Determine o alongamento ao longo da viga maciça feita de alumínio com 25mm diâmetro.



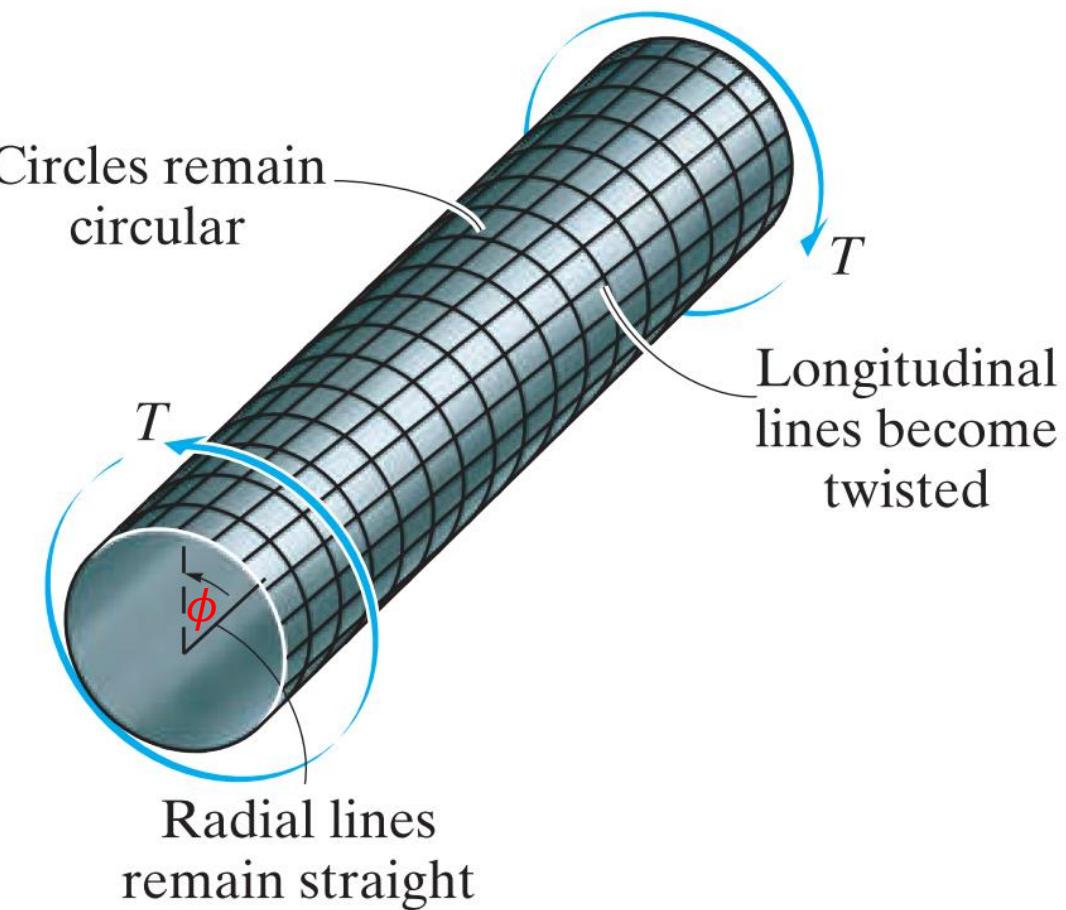
TORÇÃO

A torção ocorre quando existe um torque que tende a torcer um elemento em torno do seu eixo longitudinal.



TORÇÃO

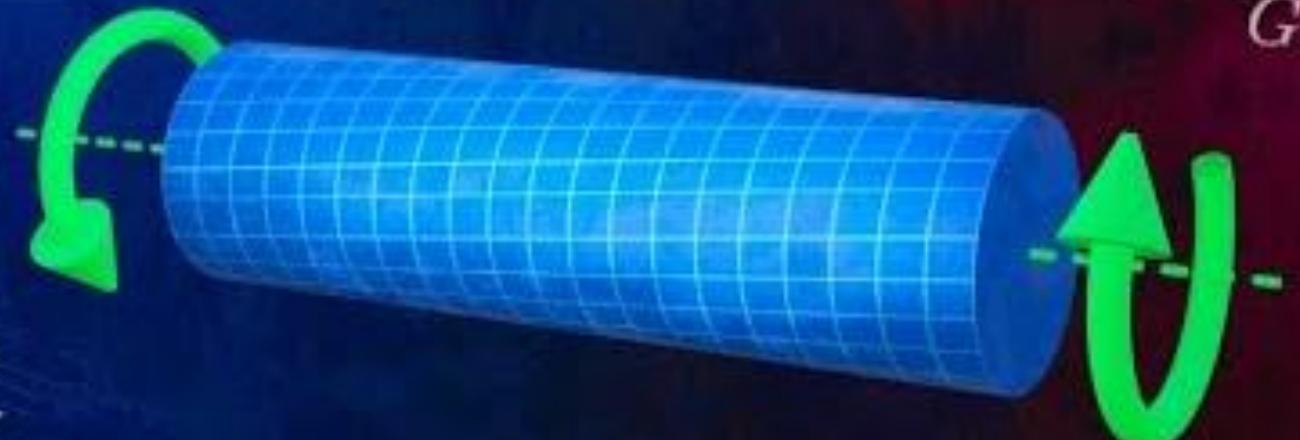
- O ângulo que seção transversal torceu em relação ao um referencial no eixo é chamado ângulo de torção ϕ .



TORÇÃO

UNDERSTANDING TORSION

$$\gamma = \frac{\rho\theta}{L}$$



$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

$$\theta = \frac{TL}{GJ}$$

ÂNGULO DE TORÇÃO (ϕ)

- É possível encontrar o ângulo de torção, em radianos, a partir da seguinte integral indefinida:

$$\phi(x) = \int \frac{1}{G * I_p} M_x(x) dx$$

Com:

G : Módulo Elástico Transversal ou Módulo de Cisalhamento

I_p : Momento de Inércia Polar de Área

MÓDULO DE CISALHAMENTO (G)

- Representa a rigidez do material frente ao cisalhamento, produzido por forças cortantes ou torque.

Material	G (GPa)
Aço	75,8
Cobre	63,4
Titânio	41,4
Vidro	26,2
Alumínio	25,5
Madeira	4,0
Polietileno	0,117
Borracha	0,0003

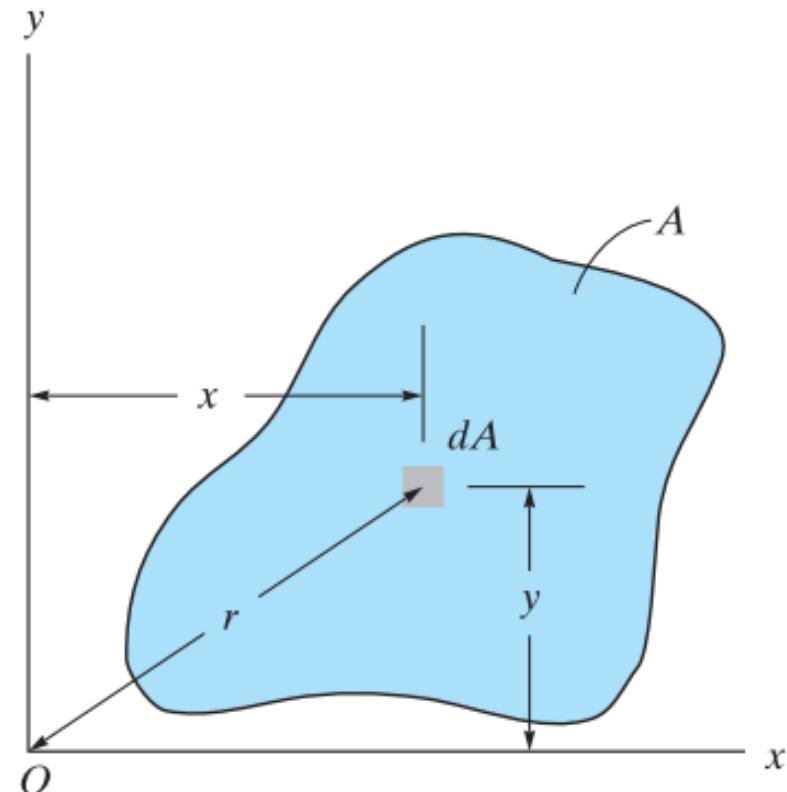
MOMENTO DE INÉRCIA POLAR

■ O que é Momento de Inércia Polar de Área (I_p ou J_p)?

É uma quantificação do “espalhamento” da seção transversal em torno do seu centro.

É uma propriedade geométrica que influencia na rigidez da viga em relação ao torque.

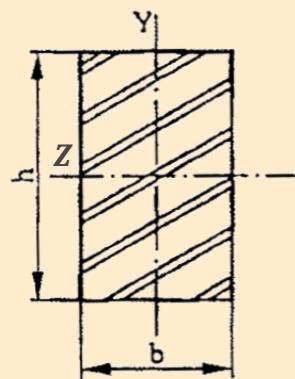
■ Como ele pode ser calculado?



$$I_p = \int_A r^2 dA = I_x + I_y$$

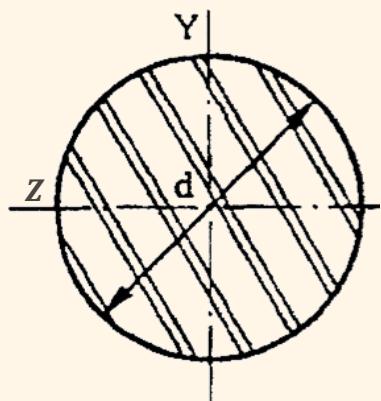
Seção

Momento de Inércia

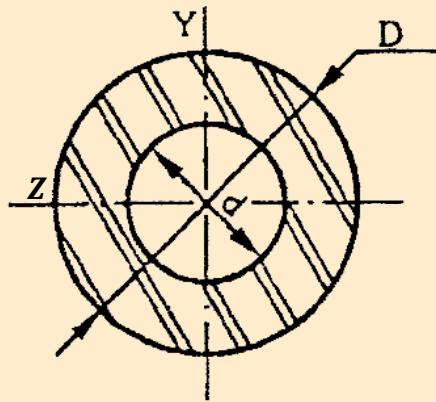


$$I_Z = \frac{b * h^3}{12}$$

$$I_Y = \frac{h * b^3}{12}$$



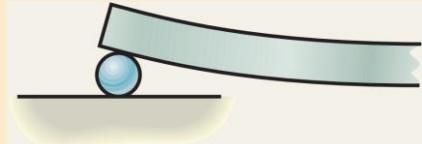
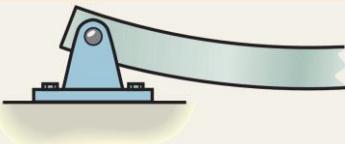
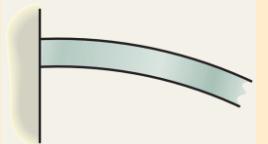
$$I_Z = I_Y = \frac{\pi * d^4}{64}$$



$$I_Z = I_Y = \frac{\pi * (D^4 - d^4)}{64}$$

CUIDADO!!!

- Novas constantes de integração e reações de apoio aparecerão!!!
- Elas devem ser encontradas a partir dos apoios:

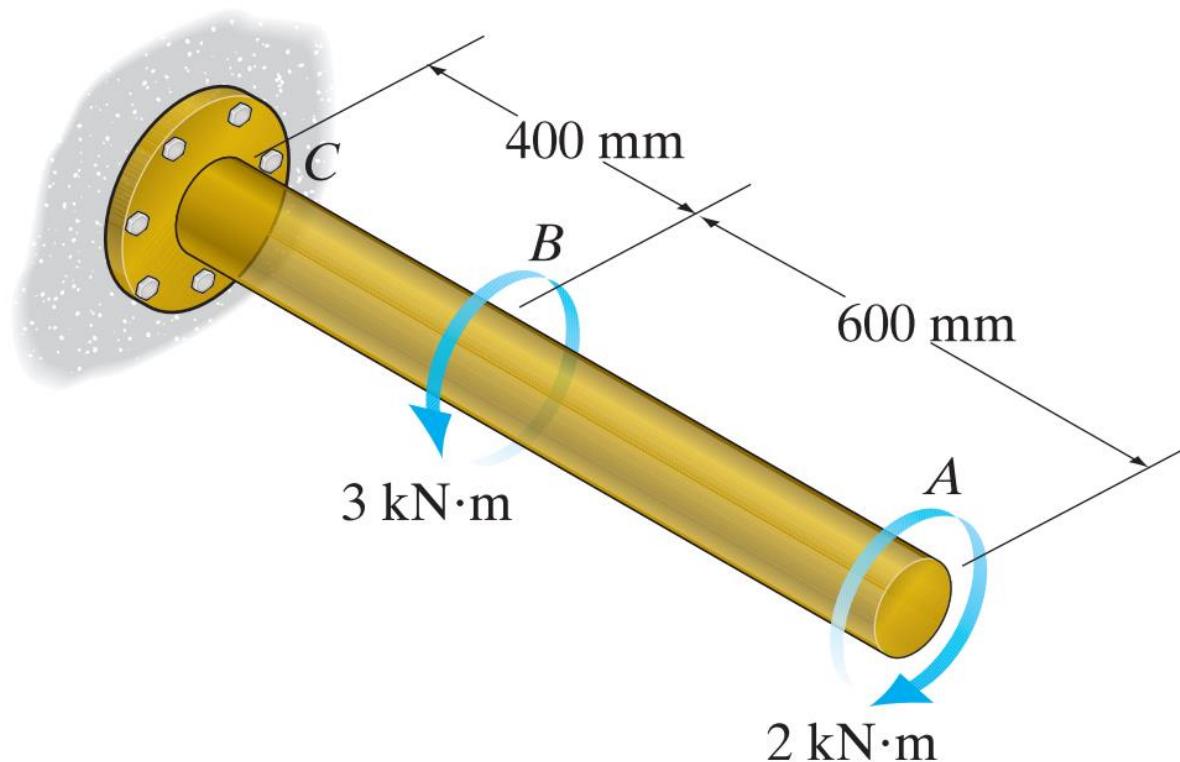
	Apoio Rolete	Apoio Pino	Apoio Fixo
Representação:			
Condição de Contorno:	$v = 0[m]$	$v = 0[m]$ $\Delta L = 0[m]$ $\phi = 0[rad]$	$\theta = 0[rad]$ $v = 0[m]$ $\Delta L = 0[m]$ $\phi = 0[rad]$
Reação de Apoio:	Vertical	Vertical Horizontal Torque	Vertical Horizontal Momento Torque

REQUISITOS DO PROGRAMA (TRABALHO)

- O programa deve ser capaz de:
 - Resolver os problemas (viga 1D no eixo x , forças no eixo x e y , torques no eixo x , momentos no eixo z) tratados em EM423;
 - Lidar com forças (principais e decompostas), torques e momentos;
 - Lidar com carregamentos distribuídos sobre uma linha (polinomiais);
 - Determinar reações de apoio;
 - Plotar os diagramas de esforços solicitantes.
 - Receber propriedades (todas as necessárias) do material e da seção transversal da viga.
 - Plotar os gráficos de inclinação e deflexão da viga.
 - Plotar os gráficos de alongamento e de ângulo de torção da viga.
- * A lista de requisitos será incrementada conforme novos assuntos forem trabalhados.

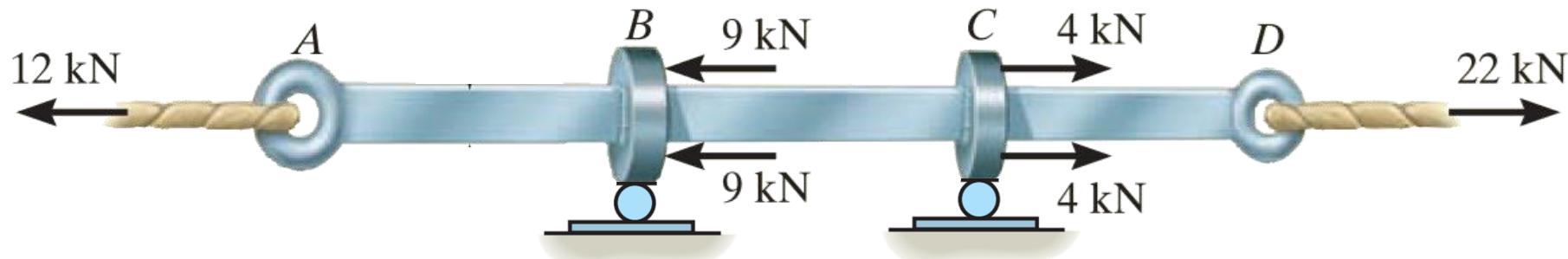
EXERCÍCIO 2

Determine os diagramas de esforços solicitantes e o ângulo de torção do eixo abaixo. Ele é feito de cobre, é maciço e tem um diâmetro de 50mm.



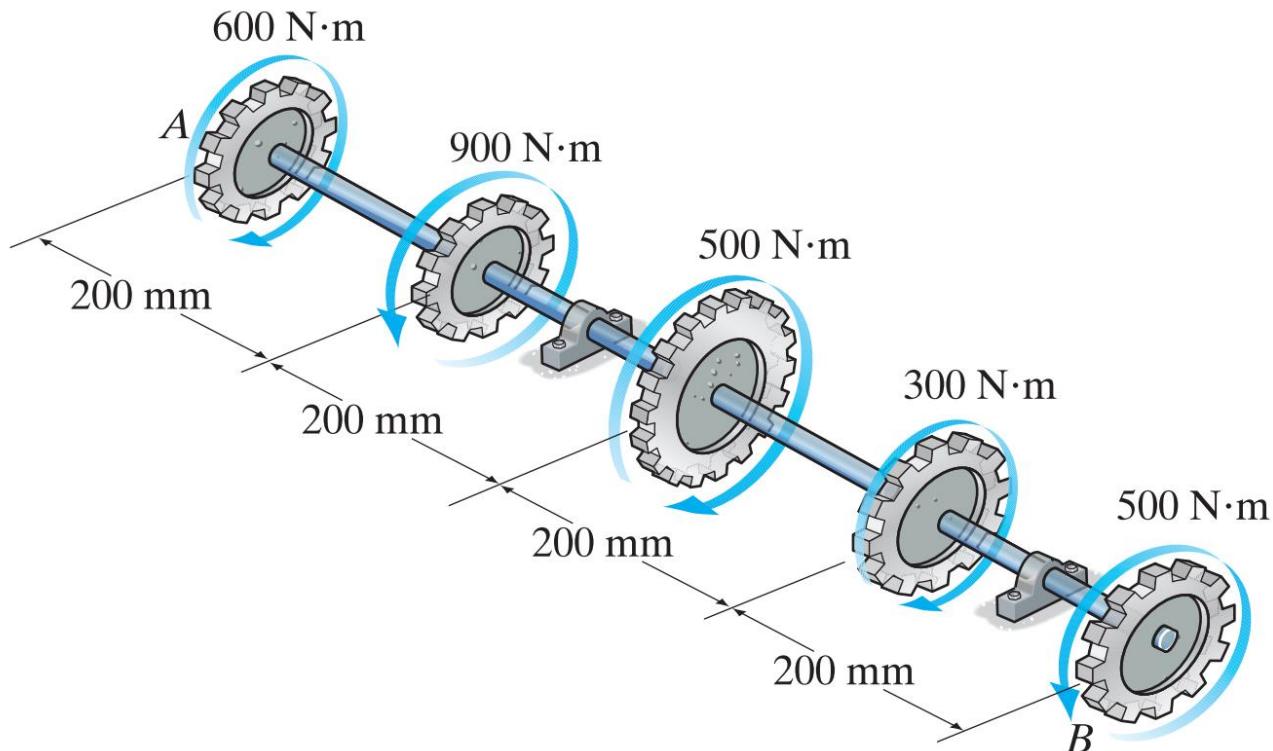
EXERCÍCIO 3

A seção transversal da viga tem altura 35mm e espessura 10mm. Cada trecho tem 1 metro de comprimento. Faça o diagrama dos esforços solicitantes e o gráfico do alongamento dado $E = 13[GPa]$.



EXERCÍCIO 4

Determine os diagramas de esforços solicitantes e o ângulo de torção do eixo abaixo. O eixo de aço tem um diâmetro externo de 40mm e um diâmetro interno de 37mm.



REFERÊNCIAS

- GERE, J. M. Mecânica dos materiais. Tradução da: 7. edição americana São Paulo, SP: Cengage Learning, 2011. E-BOOK.
- HIBBELER, R. C., Resistência de materiais. Prentice Hall, 2010.
- SCHIEL, F. - Introdução à resistência dos materiais, apostila, vol. I, Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- COELHO, E.; MORI, D. e outros - Exercícios propostos de resistência dos materiais - Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- NASH, W. - Resistência dos materiais, coleção SCHAUM, Ed. Mc Graw Hill.
- BEER, Ferdinand - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.
- TIMOSHENKO, S. - Resistência dos Materiais, Ed. livros técnicos e científicos, vol. I.
- WILLEM, N.; EASLEY, J.; ROLFE, S. - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.