**Exercício 1**

Da Aula 5, exercício 1

$$N(x) = -3000(x-0)^0 + 9000(x-1)^0 - 6000(x-2,5)^0 - 2000(x-3,75)^0$$

Novos dados: viga maciça feita de alumínio com 25mm diâmetro

Propriedade do material:
$$E_{aluminio} = 69GPa = 69 \times 10^9 Pa$$

Propriedade geométrica:
$$A = \frac{\pi \times 0,025^2}{4} = 4,9 \times 10^{-4} m^2$$

Equação do Alongamento:

$$\Delta L(x) = \int \frac{1}{E \times A} \times N(x) dx \qquad\qquad \frac{1}{E \times A} = \frac{1}{69 \times 10^9 \times 4,9 \times 10^{-4}} = 2,96 \times 10^{-6}$$

$$\Delta L(x) = \frac{1}{E \times A} \times \int N(x) dx$$

$$\Delta L(x) = 2,96 \times 10^{-6} \times \int (-3000(x-0)^0 + 9000(x-1)^0 - 6000(x-2,5)^0 - 2000(x-3,75)^0) dx$$

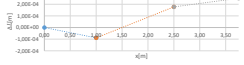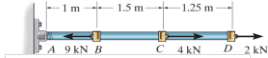$$\Delta L(x) = 2,96 \times 10^{-6} \times (-3000(x-0)^1 + 9000(x-1)^1 - 6000(x-2,5)^1 - 2000(x-3,75)^1 + C2)$$

Para apoio fixo, condição de contorno: $x = 0^0 \qquad \Delta L(0^+) = 0m$

$$\Delta L(0^+) = 2,96 \times 10^{-6} \times (-3000(0^0 - 0)^1 + 9000(0^0 - 1)^1 - 6000(0^0 - 2,5)^1 - 2000(0^0 - 3,75)^1 + C2) = 0$$
$$-3000 \times (0-0)^1 + 0 - 0 - 0 + C2 = 0$$
$$C2 = 0$$

$$\Delta L(x) = 2,96 \times 10^{-6} \times (-3000(x-0)^1 + 9000(x-1)^1 - 6000(x-2,5)^1 - 2000(x-3,75)^1)$$

Tabela de Valores:

| x[m] | | ΔL[m] |
|---|---|---|
| 0 | direita | 0,00 |
| 1 | esquerda | -8,88E-05 |
| 1 | direita | -0,0000888 |
| 2,5 | esquerda | 0,0001776 |
| 2,5 | direita | 0,0001776 |
| 3,75 | esquerda | 0,00025116 |

**Exercício 2**

Dados do Exercício 2 da Aula 5:
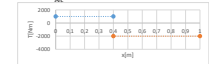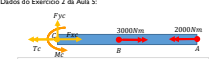
$$T(x) = 1000(x-0)^0 - 3000(x-0,4)^0 + 2000(x-1)^0 \qquad\qquad 2,56887E-05$$

Novos dados:

Eixo de cobre, maciço e tem um diâmetro de 50mm.

Propriedade do material:
$$G = 63,4GPa = 63,4 \times 10^9 Pa$$

Propriedade da área da seção transversal:
$$I_p = Iy + Iz = \frac{\pi \times d^4}{64} + \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{\pi \times d^4}{32} = \frac{\pi \times 0,050^4}{32} = 6,14 \times 10^{-7} m^4$$

Equação do ângulo de torção:

$$\phi(x) = \int \frac{1}{G \times I_p} \times T(x) dx \qquad\qquad \frac{1}{G \times I_p} = \frac{1}{63,4 \times 10^9 \times 6,14 \times 10^{-7}} = 2,57 \times 10^{-5}$$

$$\phi(x) = \frac{1}{G \times I_p} \times \int T(x) dx$$

$$\phi(x) = 2,57 \times 10^{-5} \times \int (1000(x-0)^0 - 3000(x-0,4)^0 + 2000(x-1)^0) dx$$

$$\phi(x) = 2,57 \times 10^{-5} \times (1000(x-0)^1 - 3000(x-0,4)^1 + 2000(x-1)^1 + C2)$$

Para apoio fixo, condição de contorno: $x = 0^0 \qquad \phi(0^+) = 0[rad]$

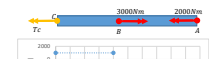$$\phi(0^+) = 2,57 \times 10^{-5} \times (1000(0^0 - 0)^1 - 3000(0^0 - 0,4)^1 + 2000(0^0 - 1)^1 + C2) = 0$$
$$1000(0^0 - 0)^1 - 3000(0^0 - 0,4)^1 + 2000(0^0 - 1)^1 + C2 = 0$$
$$1000 \times (0-0)^1 - 0 + 0 + C2 = 0$$
$$C2 = 0$$

$$\phi(x) = 2,57 \times 10^{-5} \times (1000(x-0)^1 - 3000(x-0,4)^1 + 2000(x-1)^1)$$

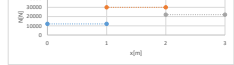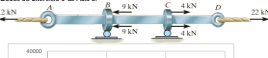Tabela de Valores:

| x[m] | | φ(x)[rad] |
|---|---|---|
| 0 | direita | 0 |
| 0,4 | esquerda | 0,01028 |
| 0,4 | direita | 0,01028 |
| 1 | esquerda | -0,03056 |

**Exercício 3**

Dados do Exercício 3 da Aula 5

$$N(x) = 12000(x-0)^0 + 18000(x-1)^0 - 8000(x-2)^0 - 22000(x-3)^0$$

Novos dados:

Seção transversal: altura 35mm e espessura 10mm

Propriedade do Material:
$$E = 13GPa = 13 \times 10^9 Pa$$

Propriedade da Seção Transversal:
$$A = 0,035 \times 0,010 = 3,5 \times 10^{-4} m^2$$

Equação do Alongamento:

$$\Delta L(x) = \int \frac{1}{E \times A} \times N(x) dx \qquad\qquad \frac{1}{E \times A} = \frac{1}{13 \times 10^9 \times 3,5 \times 10^{-4}} = 2,20 \times 10^{-7}$$

$$\Delta L(x) = \frac{1}{E \times A} \times \int N(x) dx$$

$$\Delta L(x) = 2,20 \times 10^{-7} \times \int (12000(x-0)^0 + 18000(x-1)^0 - 8000(x-2)^0 - 22000(x-3)^0) dx$$

$$\Delta L(x) = 2,20 \times 10^{-7} \times (12000(x-0)^1 + 18000(x-1)^1 - 8000(x-2)^1 - 22000(x-3)^1 + C2)$$

Não há condição de contorno pelos apoios, escolhe-se um ponto como referência para os alongamentos (origem é um ponto interessante):
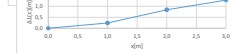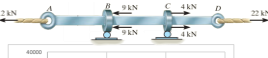$$Para x = 0^0, \quad \Delta L(0^+) = 0[m]$$

$$\Delta L(0^+) = 2,20 \times 10^{-7} \times (12000(0^0 - 0)^1 + 18000(0^0 - 1)^1 - 8000(0^0 - 2)^1 - 22000(0^0 - 3)^1 + C2) = 0$$
$$C2 = 0$$

$$\Delta L(x) = 2,20 \times 10^{-7} \times (12000(x-0)^1 + 18000(x-1)^1 - 8000(x-2)^1 - 22000(x-3)^1)$$

Tabela de Valores:

| x[m] | | ΔL(x)[m] |
|---|---|---|
| 0 | direita | 0 |
| 1 | esquerda | 0,24 |
| 1 | direita | 0,24 |
| 2 | esquerda | 0,84 |
| 2 | direita | 0,84 |
| 3 | esquerda | 1,28 |

**Exercício 4**

Dados do Exercício 4 da Aula 5
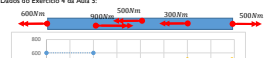
$$T(x) = 600(x-0)^0 - 900(x-0,2)^0 + 500(x-0,4)^0 + 300(x-0,6)^0 - 500(x-0,8)^0$$

Dados novos:

Eixo com diâmetro externo de 40mm e diâmetro interno de 37mm.

Propriedade do Material:
$$G_{aço} = 75,8GPa = 75,8 \times 10^9 Pa$$

Propriedade geométrica da seção transversal:
$$I_p = Iy + Iz = \frac{\pi \times (D^4 - d^4)}{64} + \frac{\pi \times (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \times (D^4 - d^4)}{32} = \frac{\pi \times (0,040^4 - 0,037^4)}{32} = 6,73 \times 10^{-8} m^4$$

Equação dos ângulos de torção:

$$\phi(x) = \int \frac{1}{G \times I_p} \times T(x) dx \qquad\qquad \frac{1}{G \times I_p} = \frac{1}{75,8 \times 10^9 \times 6,73 \times 10^{-8}} = 1,96 \times 10^{-4}$$

$$\phi(x) = \frac{1}{G \times I_p} \times \int T(x) dx$$

$$\phi(x) = 1,96 \times 10^{-4} \times \int (600(x-0)^0 - 900(x-0,2)^0 + 500(x-0,4)^0 + 300(x-0,6)^0 - 500(x-0,8)^0) dx$$

$$\phi(x) = 1,96 \times 10^{-4} \times (600(x-0)^1 - 900(x-0,2)^1 + 500(x-0,4)^1 + 300(x-0,6)^1 - 500(x-0,8)^1 + C2)$$

Os apoios nesse caso não oferecem condição de contorno, deve-se escolher um ponto de referência para o ângulo de torção nulo:
$$Origem: \quad x = 0^0 m \quad \phi(0^+) = 0[rad]$$

$$\phi(0^+) = 1,96 \times 10^{-4} \times (600(0^0 - 0)^1 - 900(0^0 - 0,2)^1 + 500(0^0 - 0,4)^1 + 300(0^0 - 0,6)^1 - 500(0^0 - 0,8)^1 + C2) = 0$$
$$C2 = 0$$

$$\phi(x) = 1,96 \times 10^{-4} \times (600(x-0)^1 - 900(x-0,2)^1 + 500(x-0,4)^1 + 300(x-0,6)^1 - 500(x-0,8)^1)$$

Tabela de Valores:

| x[m] | | φ(x)[rad] |
|---|---|---|
| 0 | direita | 0 |
| 0,2 | esquerda | 0,02352 |
| 0,2 | direita | 0,02352 |
| 0,4 | esquerda | 0,01176 |
| 0,4 | direita | 0,01176 |
| 0,6 | esquerda | 0,0196 |
| 0,6 | direita | 0,0196 |
| 0,8 | esquerda | 0,0392 |