



EM423 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

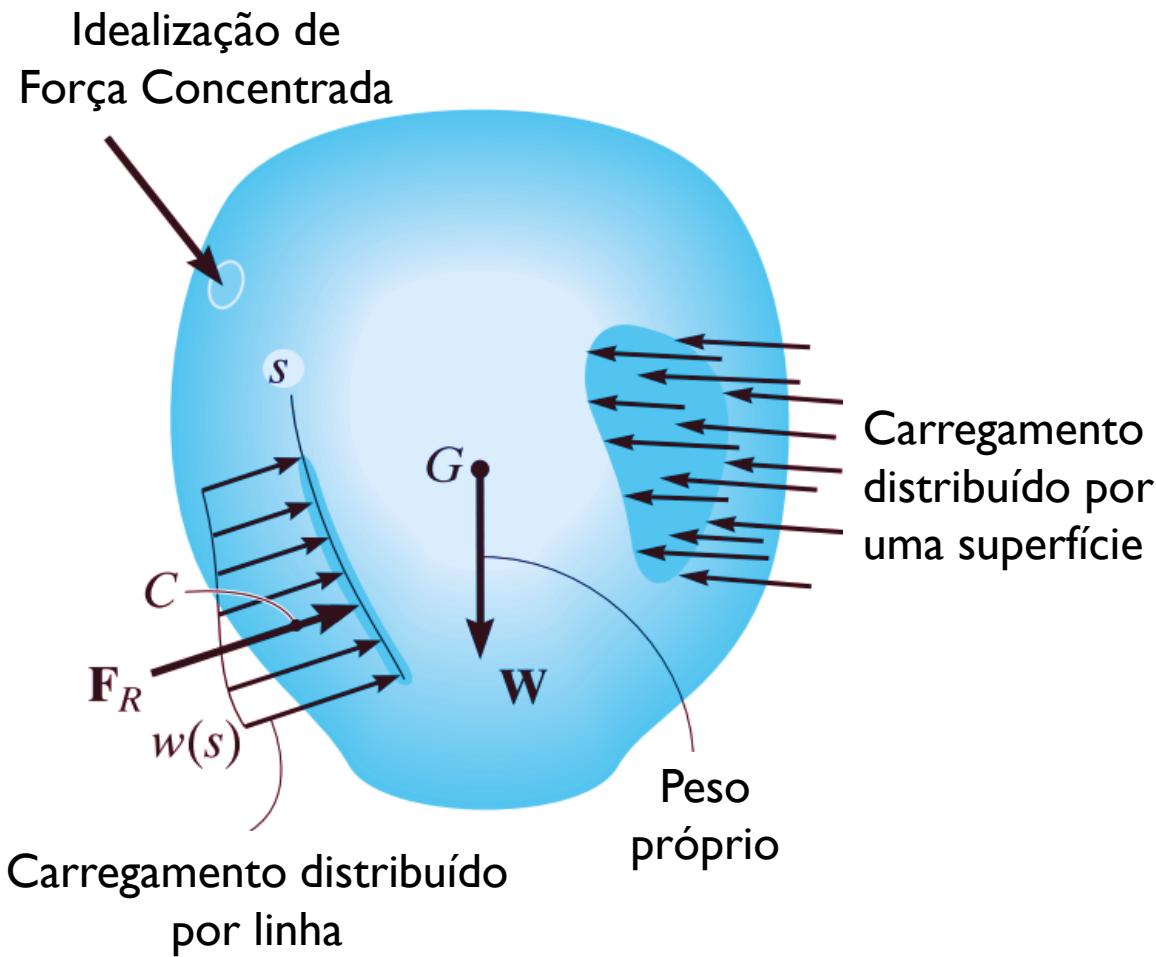
AULA 9

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

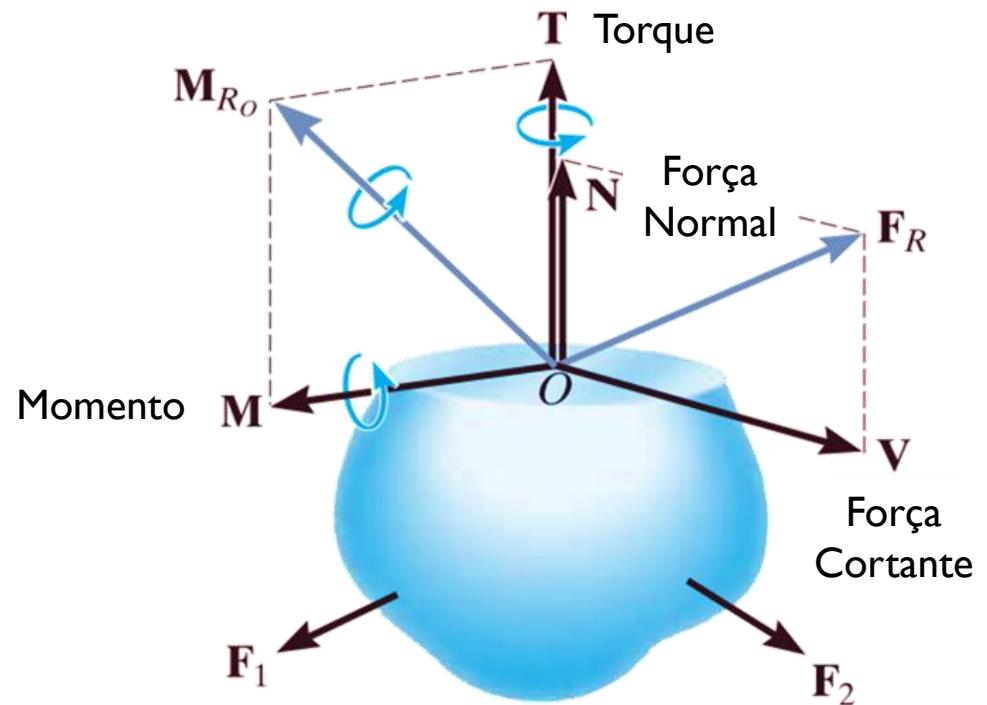
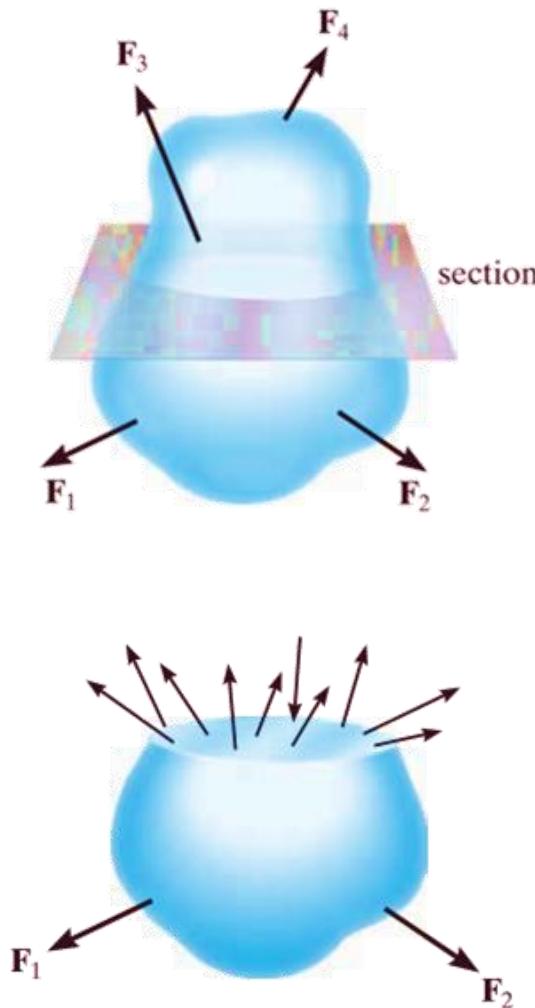
FABIO MAZZARIOL SANTICOLLI – FABIOMAZ@UNICAMP.BR

LAYSE BOERE – LAYSEBOERE@GMAIL.COM

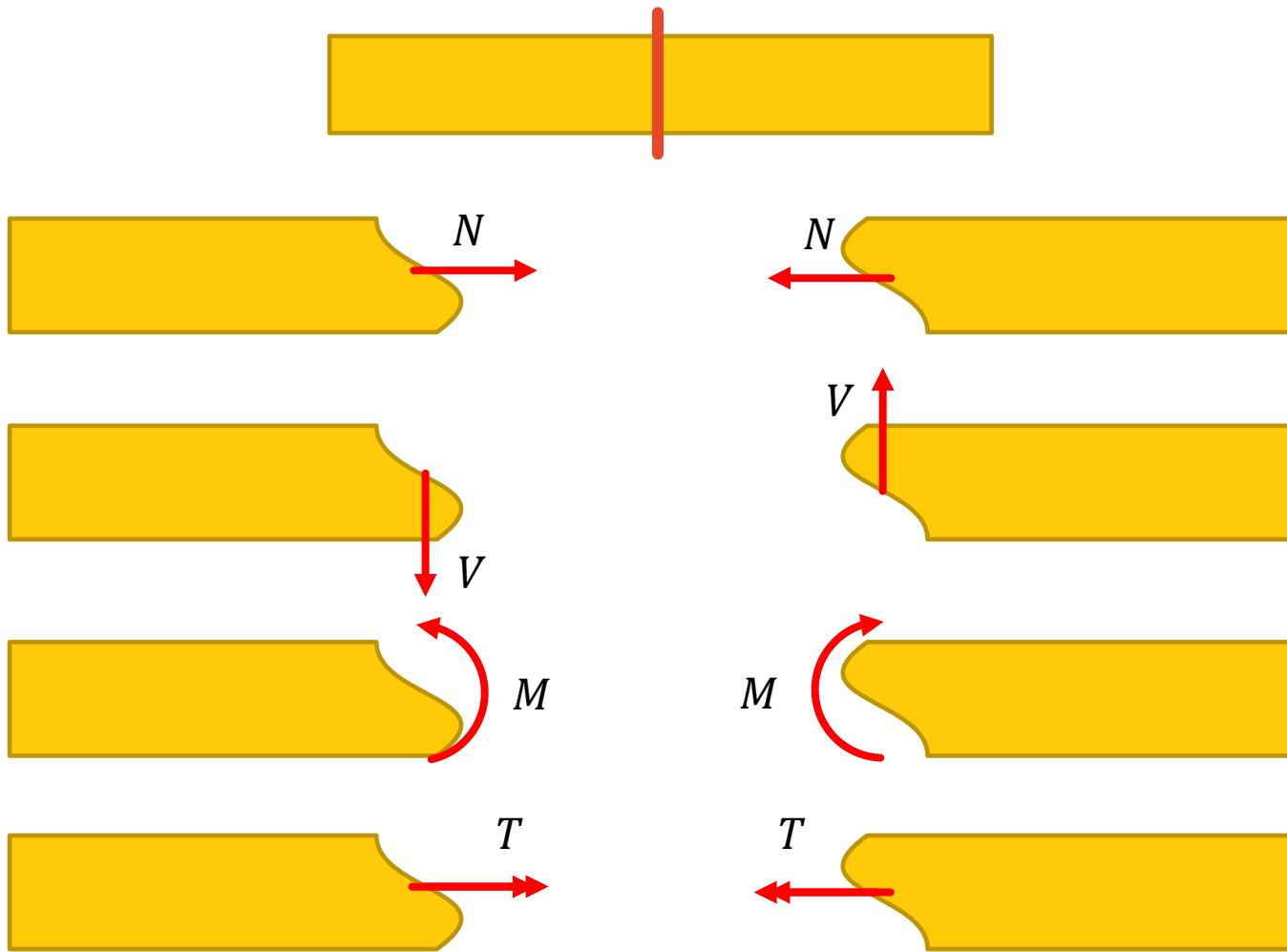
ESFORÇOS EXTERNOS



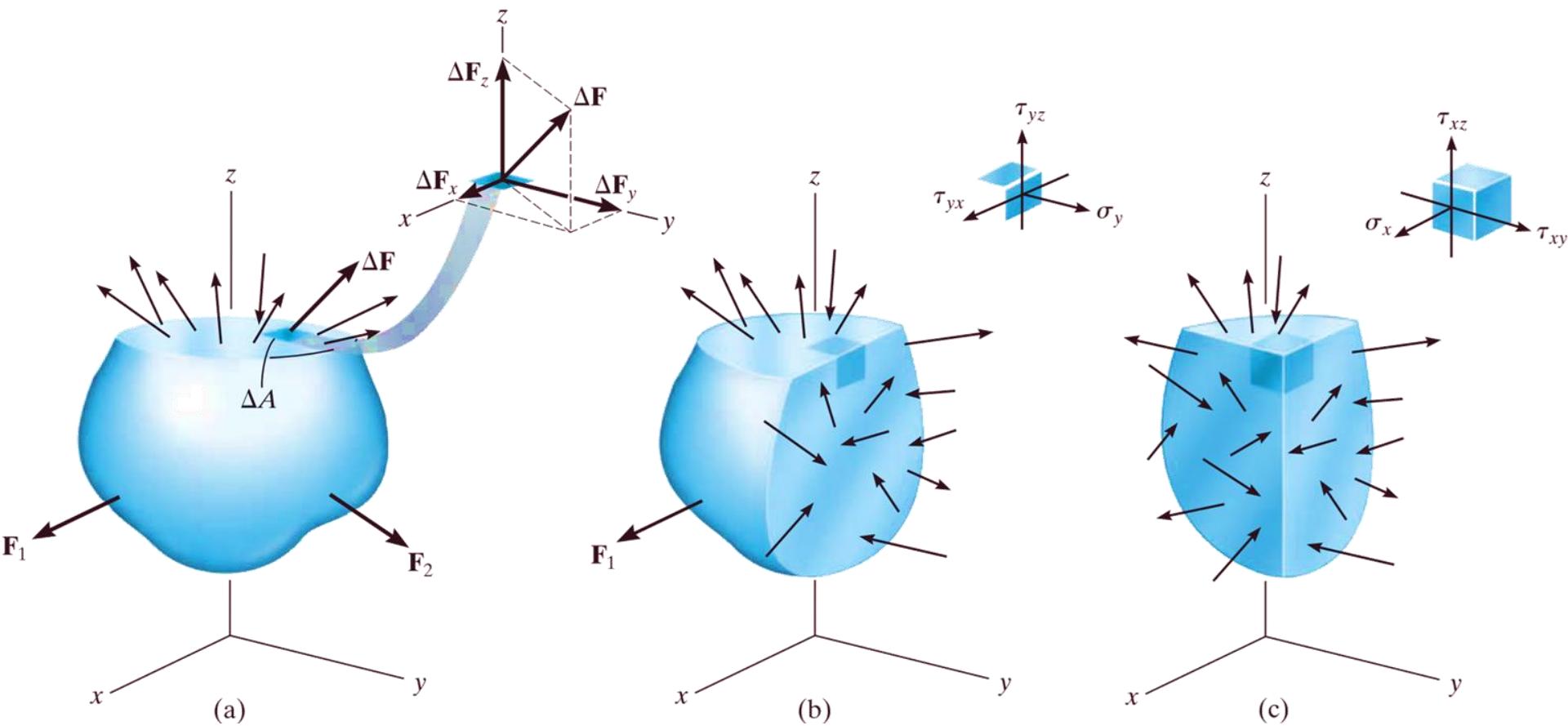
ESFORÇOS INTERNOS



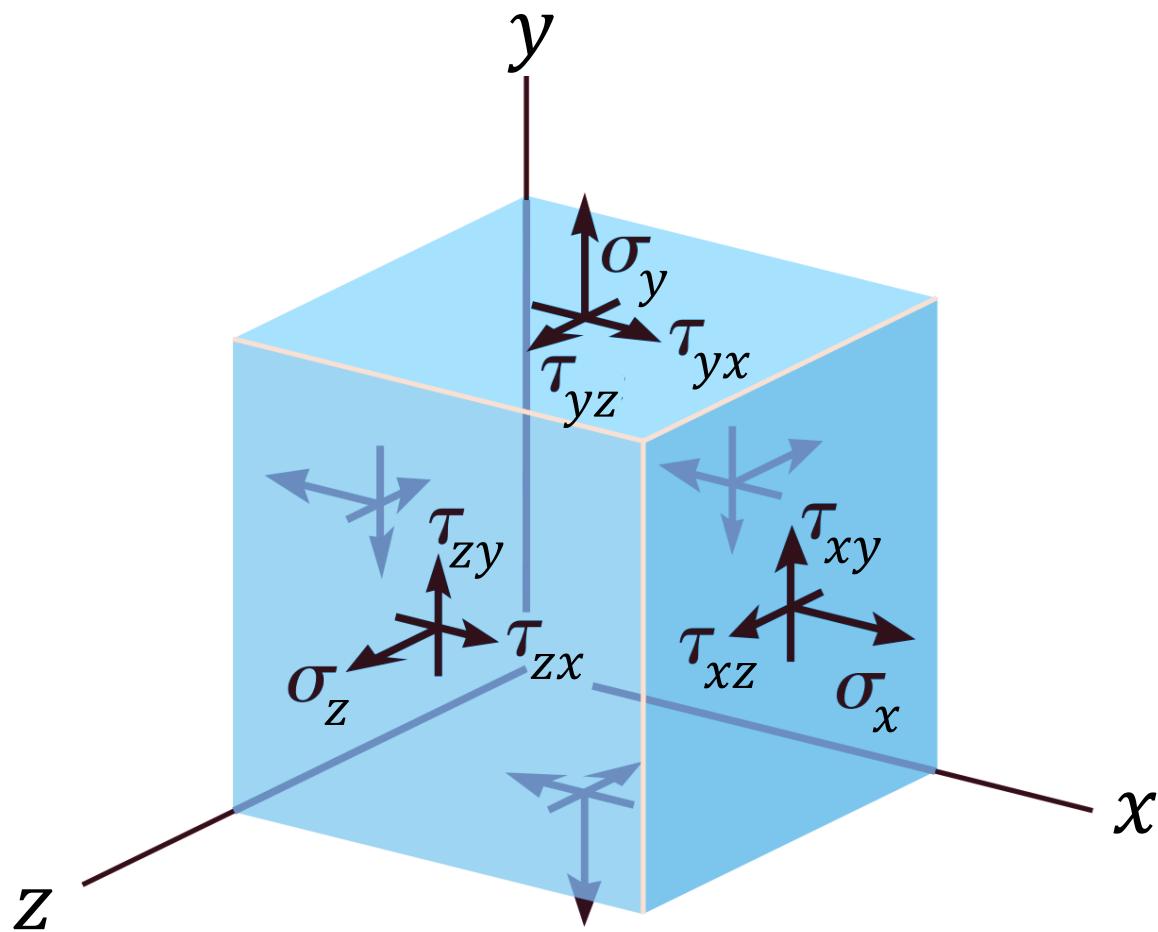
ESFORÇOS INTERNOS



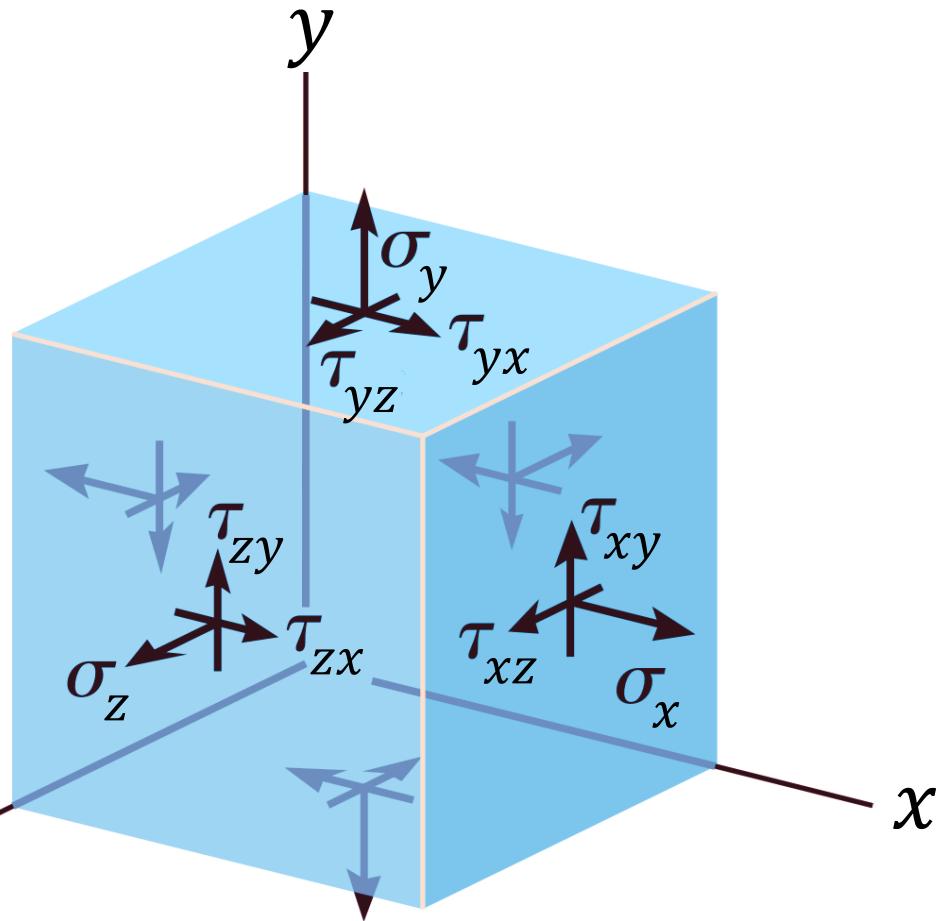
TENSÕES: “ESFORÇOS INTERNOS DISTRIBUÍDOS”



ELEMENTO DE TENSÕES



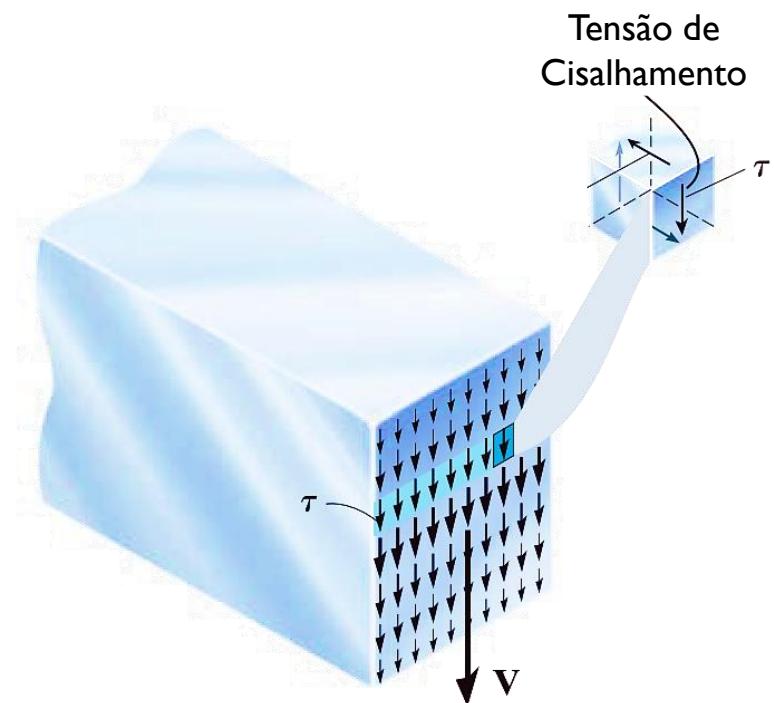
TENSOR DE TENSÕES



$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

TENSÃO DE CISALHAMENTO

- Esta tensão também é um carregamento distribuído sobre a seção transversal da viga, mas por sua vez é referente à Força Cortante. Assim, a força resultante de uma Tensão de Cisalhamento é a própria Força Cortante.



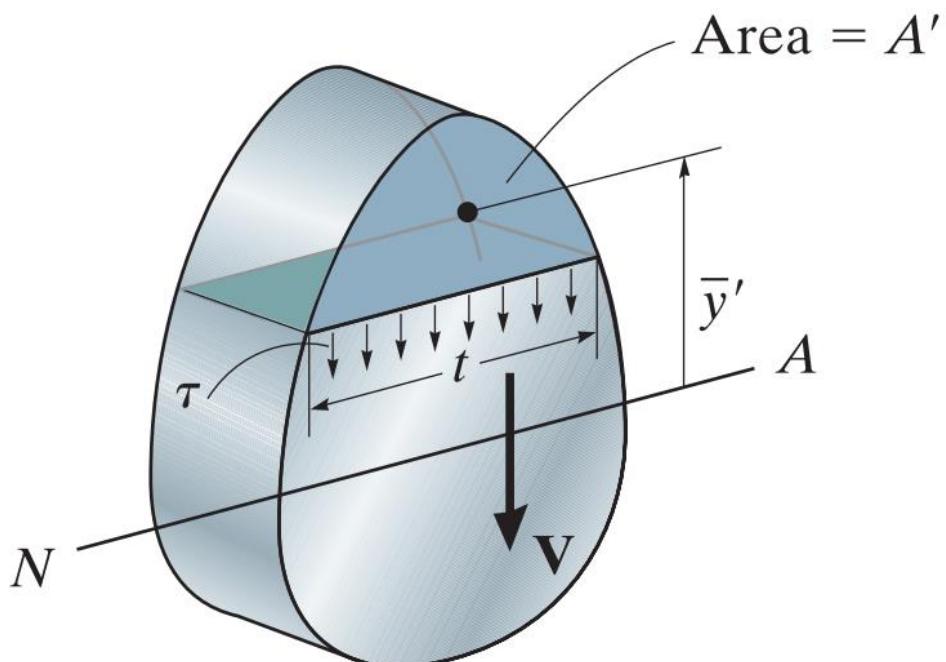
TENSÃO DE CISALHAMENTO

- A equação da tensão de cisalhamento provocada por força cortante para uma seção transversal genérica é:

$$\tau = \frac{V * Q}{I * t}$$

- Q é o primeiro momento de área (ou momento estático):

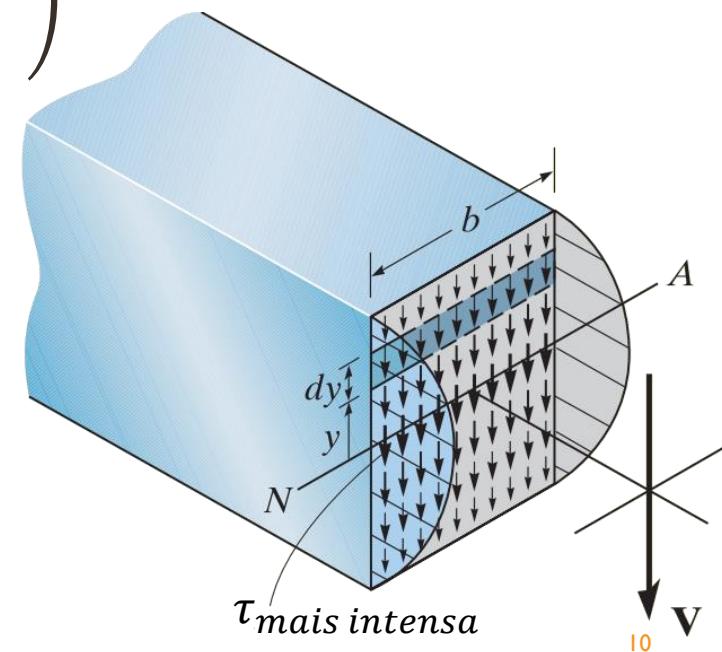
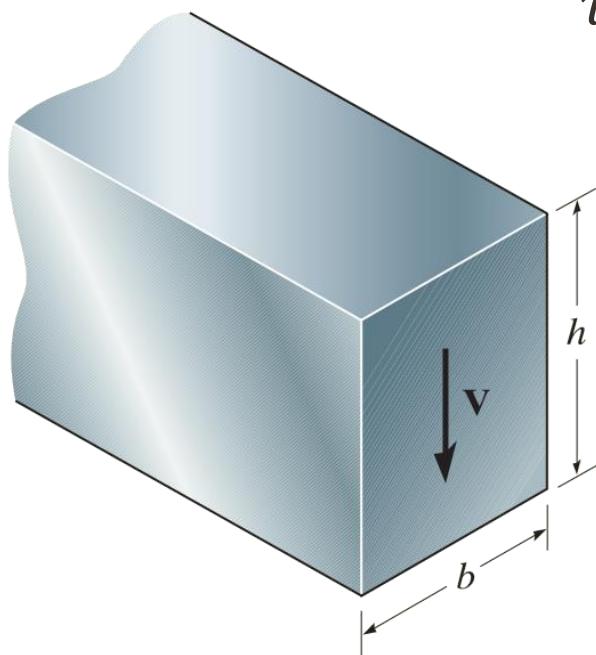
$$Q = \bar{y}' * A'$$



TENSÃO DE CISALHAMENTO

- De forma mais específica, a tensão de cisalhamento provocada por um esforço cortante em uma Seção Retangular é dada por:

$$\tau = \frac{6V}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$



TENSÃO DE CISALHAMENTO

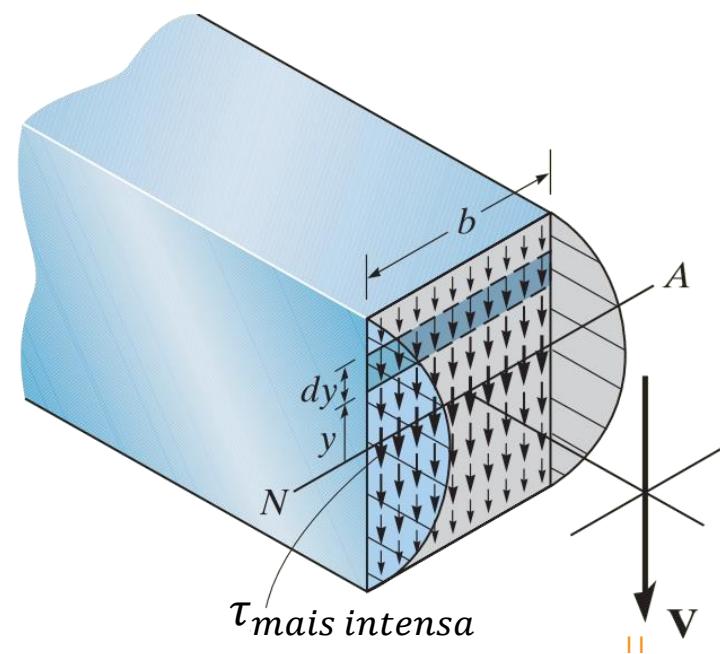
■ Em quais pontos dessa seção transversal a tensão de cisalhamento provocada pela força cortante será mínima e máxima em intensidade?

■ Para $y = \pm \frac{h}{2}$ temos $\tau = 0 [Pa]$

■ Para $y = 0$ temos $\tau = \tau_{mais\ intensa}$

Mas quanto é $\tau_{mais\ intensa}$?

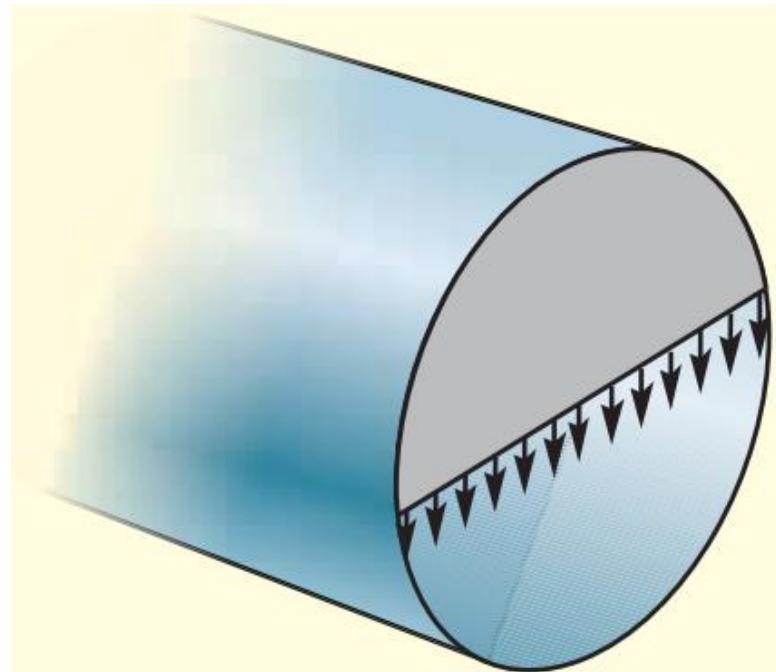
$$\tau_{mais\ intensa} = \frac{3}{2} * \frac{V}{A}$$



TENSÃO DE CISALHAMENTO

■ E para a Seção Transversal Circular?

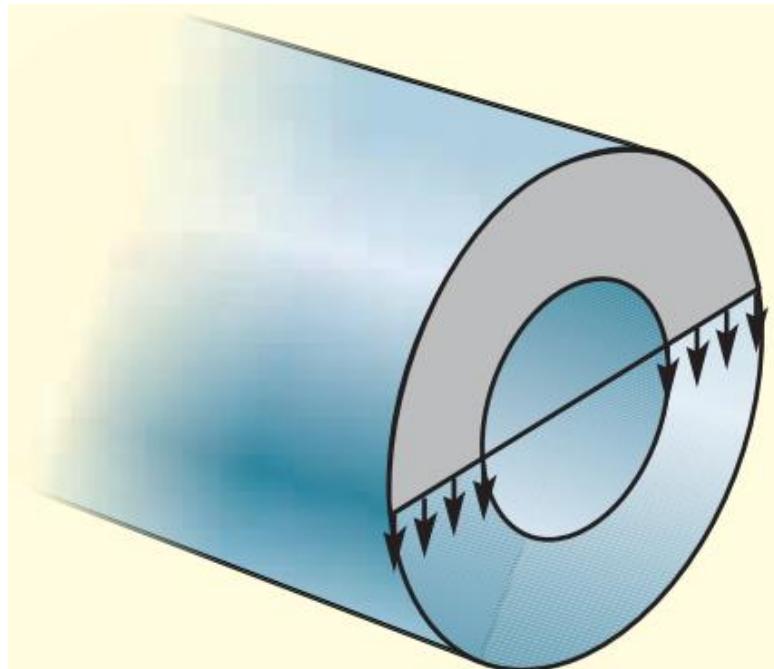
$$\tau_{mais\ intensa} = \frac{4}{3} * \frac{V}{A}$$



TENSÃO DE CISALHAMENTO

■ E para a Seção Transversal Circular Vazada?

$$\tau_{mais\ intensa} = \frac{4}{3} * \frac{V}{A} * \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \right)$$



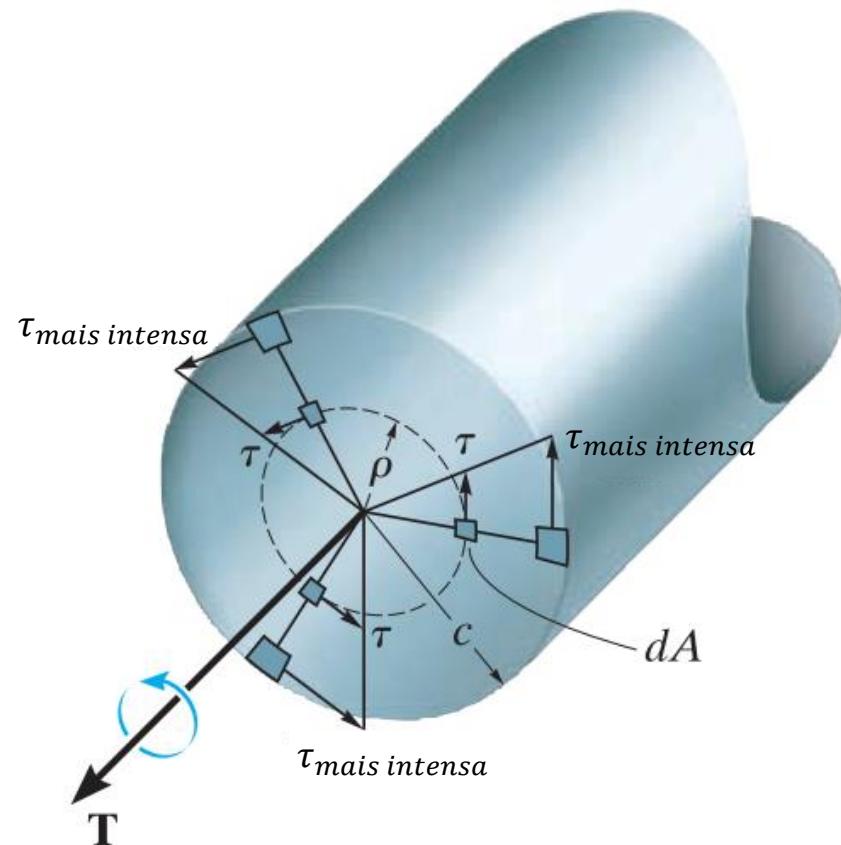
r_1 : raio interno
 r_2 : raio externo

TENSÃO DE CISALHAMENTO POR TORÇÃO

Torques, assim como as forças cortantes, provocam tensões de cisalhamento.

Vejamos como essas tensões são distribuídas em uma viga cilíndrica:

$$\tau = \frac{T * \rho}{I_p}$$

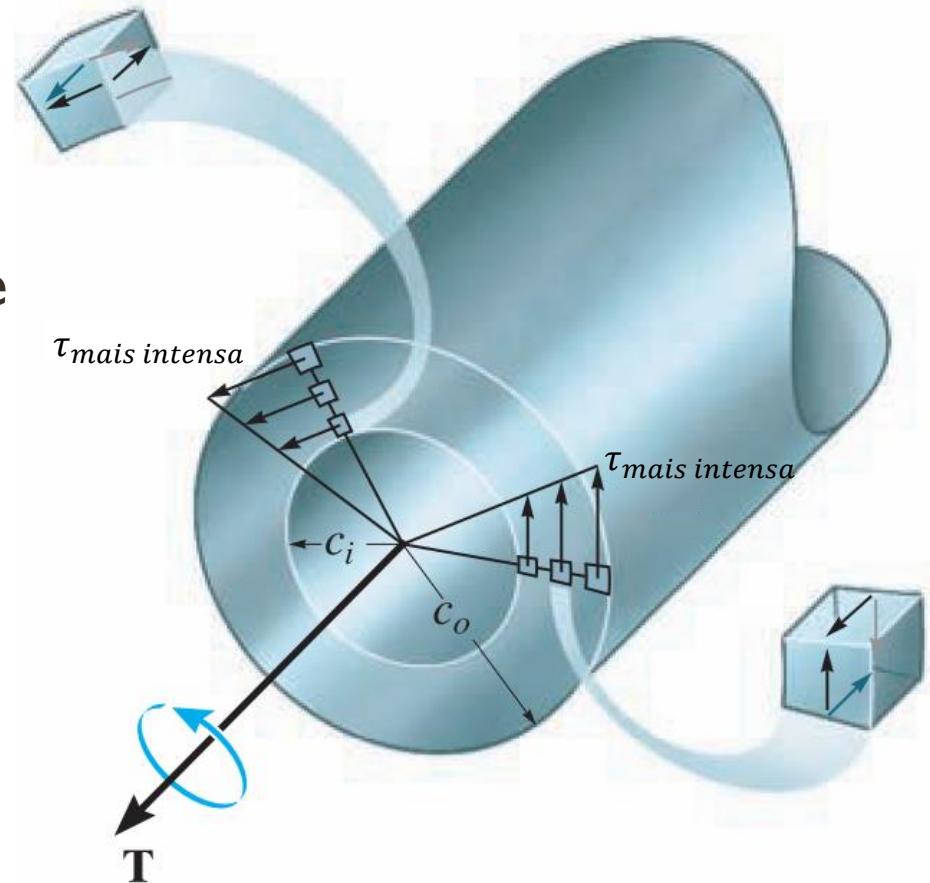


Temos máximos e mínimos em intensidade? Onde? Quanto?

TENSÃO DE CISALHAMENTO POR TORÇÃO

■ Agora, vejamos como ela é distribuída em uma viga cilíndrica vazada:

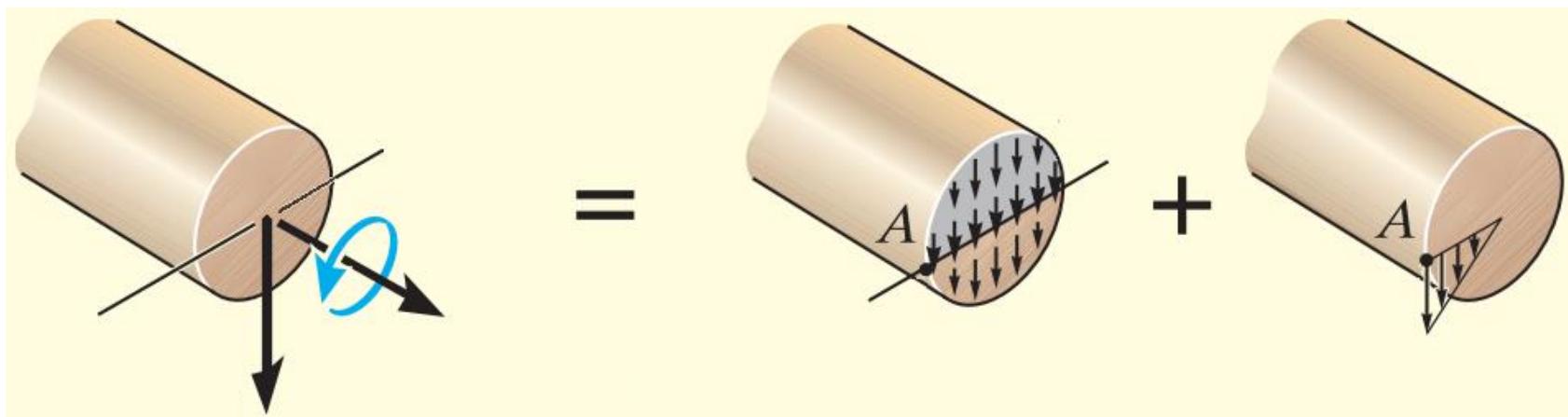
$$\tau = \frac{T * \rho}{I_p}$$



Temos máximos e mínimos em intensidade? Onde? Quanto?

ASSOCIAÇÃO DE TENSÕES DE CISALHAMENTO

■ As tensões de cisalhamento podem ser associadas, mas é preciso muito cuidado com os sinais e as posições dos pontos estudados!!!

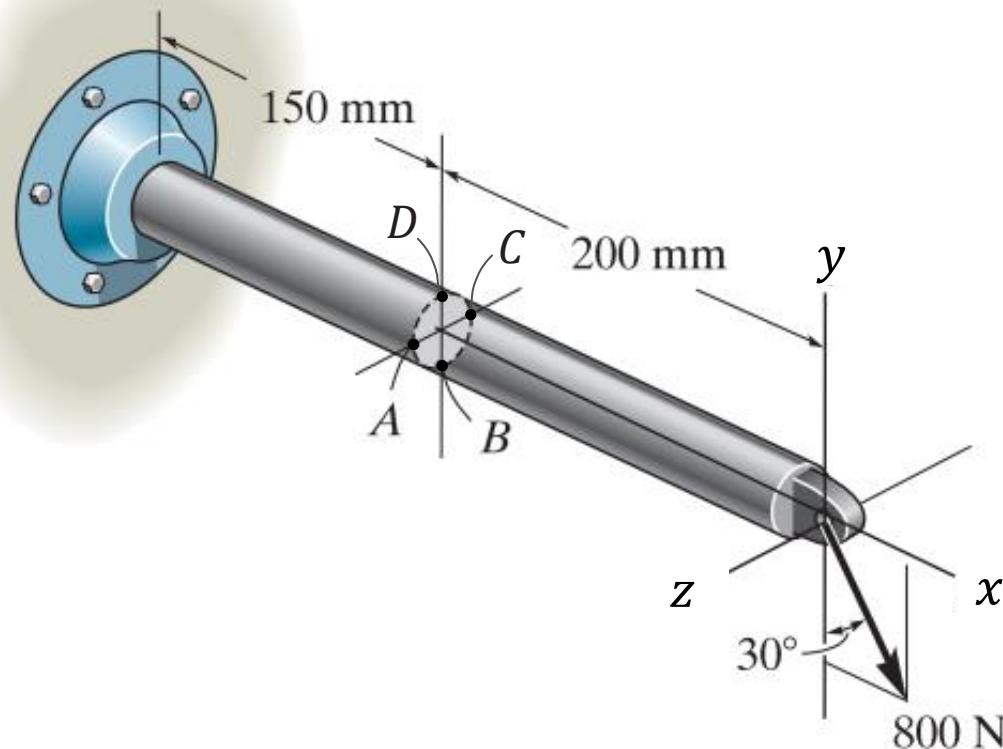


■ Para o ponto A temos: $\tau_{xy} = - \left(\frac{T * \rho}{I_p} + \frac{4}{3} * \frac{V}{A} \right)$

■ E para o ponto oposto a A? E para outros pontos?

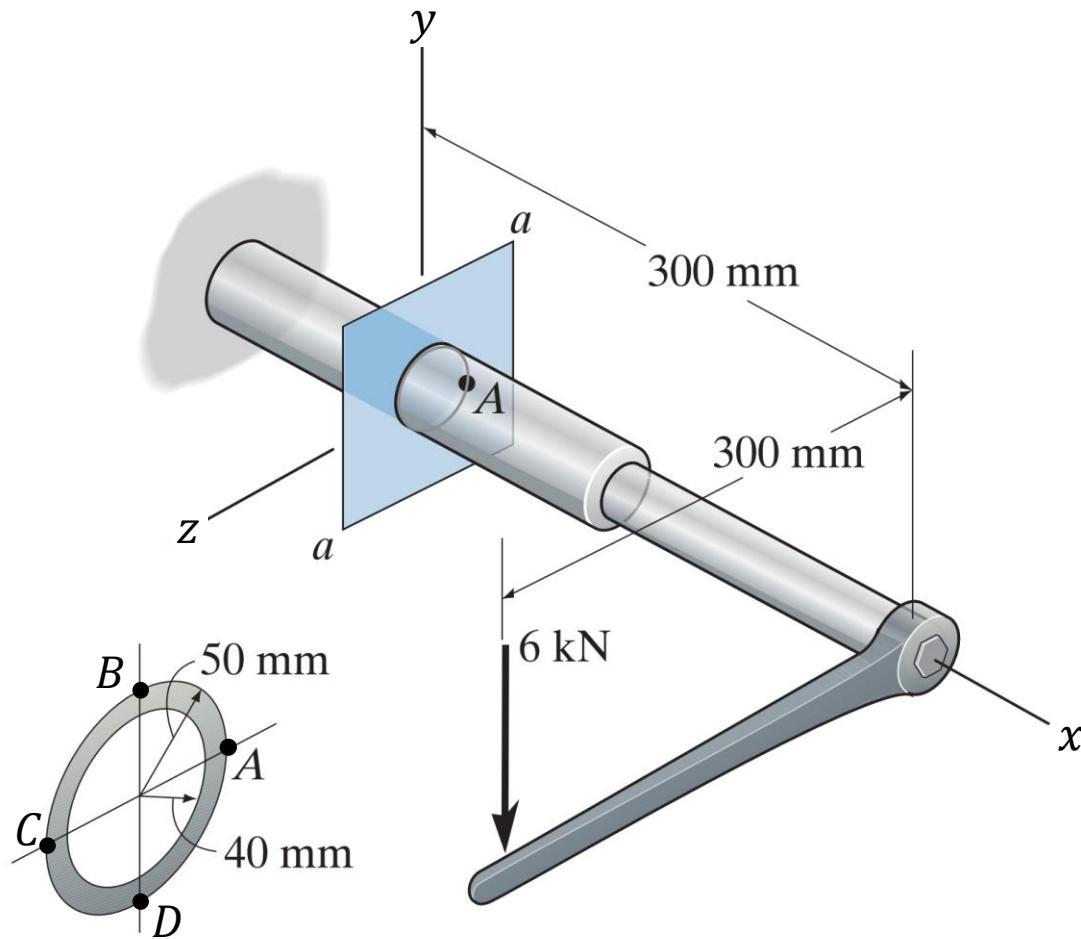
EXERCÍCIO I

■ Esta viga maciça tem um diâmetro de 40mm, determine as tensões nos pontos A, B, C e D.



EXERCÍCIO 2

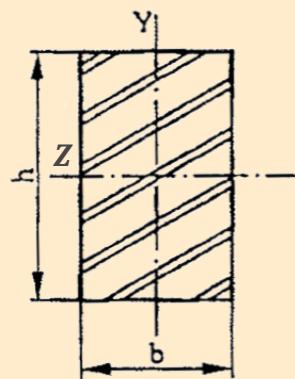
Determine as tensões nos pontos A, B, C e D.



Section $a-a$

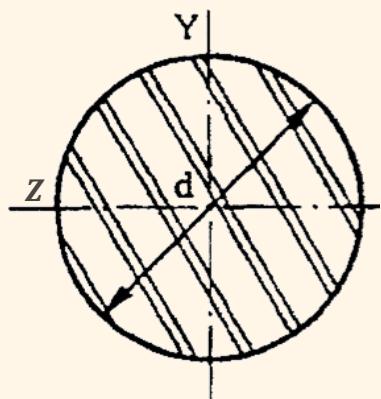
Seção

Momento de Inércia de Área

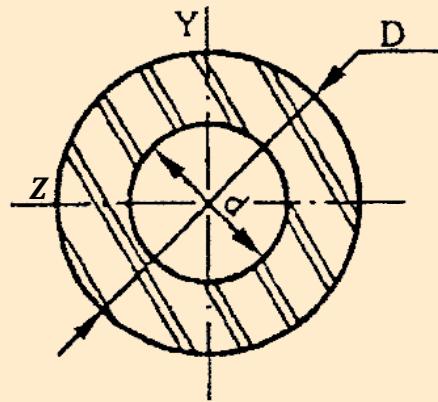


$$I_Z = \frac{b * h^3}{12}$$

$$I_Y = \frac{h * b^3}{12}$$



$$I_Z = I_Y = \frac{\pi * d^4}{64}$$



$$I_Z = I_Y = \frac{\pi * (D^4 - d^4)}{64}$$

REFERÊNCIAS

- GERE, J. M. Mecânica dos materiais. Tradução da: 7. edição americana São Paulo, SP: Cengage Learning, 2011. E-BOOK.
- HIBBELER, R. C., Resistência de materiais. Prentice Hall, 2010.
- SCHIEL, F. - Introdução à resistência dos materiais, apostila, vol. I, Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- COELHO, E.; MORI, D. e outros - Exercícios propostos de resistência dos materiais - Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- NASH, W. - Resistência dos materiais, coleção SCHAUM, Ed. Mc Graw Hill.
- BEER, Ferdinand - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.
- TIMOSHENKO, S. - Resistência dos Materiais, Ed. livros técnicos e científicos, vol. I.
- WILLEM, N.; EASLEY, J.; ROLFE, S. - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.