

# EM423 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

## AULA 12

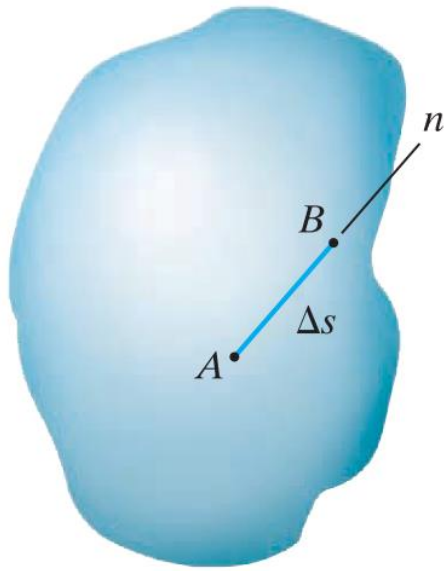
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FABIO MAZZARIOL SANTICIOLLI – [FABIOMAZ@UNICAMP.BR](mailto:FABIOMAZ@UNICAMP.BR)

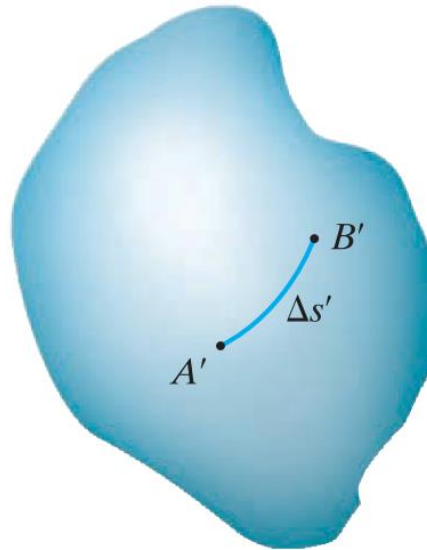
LAYSE BOERE – [LAYSEBOERE@GMAIL.COM](mailto:LAYSEBOERE@GMAIL.COM)

# DEFORMAÇÃO NORMAL

- Deformação Normal ( $\varepsilon$ , adimensional) é a mudança no comprimento de uma linha (definida no material sólido) dividida pelo comprimento original dessa linha:



Corpo não deformado

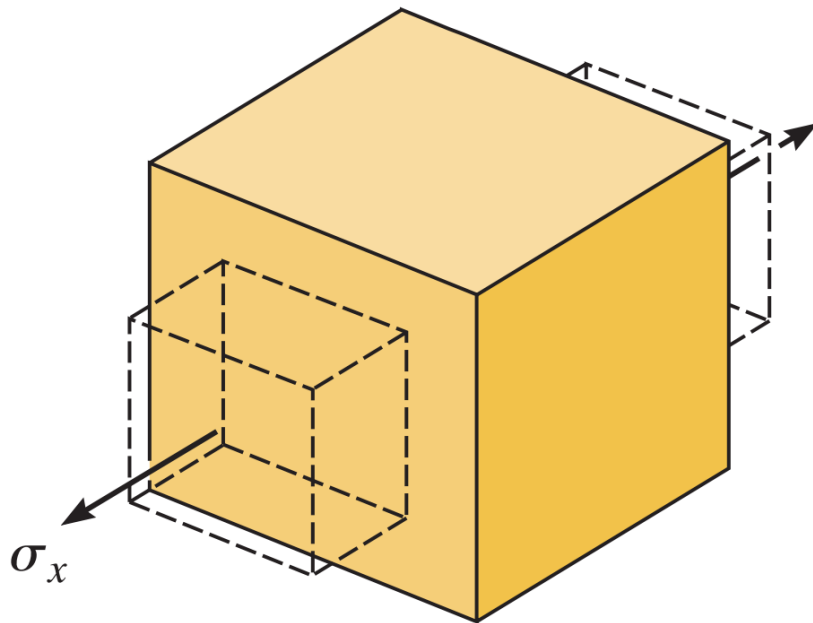


Corpo deformado

$$\varepsilon = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

# COEFICIENTE DE POISSON

- Um corpo sob tensão normal positiva (tração) não apenas se alonga no comprimento, mas também se contrai lateralmente.



O Coeficiente de Poisson relaciona ambas as deformações:

$$\nu = - \frac{\varepsilon_{lateral}}{\varepsilon_{longitudinal}}$$

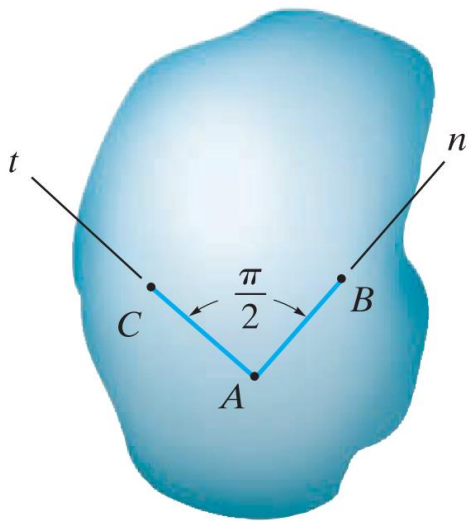
$\nu$  também relaciona  $E$  e  $G$ :

$$G = \frac{E}{2 * (1 + \nu)}$$

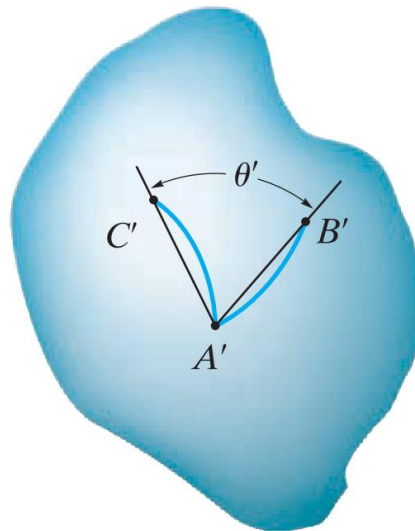
<b>Material</b>	<b>Módulo de elasticidade E</b>		<b>Módulo de rigidez G</b>		<b>Razão de Poisson <math>\nu</math></b>
	<b>Mpsi</b>	<b>GPa</b>	<b>Mpsi</b>	<b>GPa</b>	
Alumínio (todas as ligas)	10,4	71,7	3,9	26,9	0,333
Berílio – cobre	18,0	124,0	7,0	48,3	0,285
Bronze	15,4	106,0	5,82	40,1	0,324
Aço carbono	30,0	207,0	11,5	79,3	0,292
Ferro fundido (cinza)	14,5	100,0	6,0	41,4	0,211
Cobre	17,2	119,0	6,49	44,7	0,326
Madeira de pinheiro (pseudotsuga)	1,6	11,0	0,6	4,1	0,33
Vidro	6,7	46,2	2,7	18,6	0,245
Inconel	31,0	214,0	11,0	75,8	0,290
Chumbo	5,3	36,5	1,9	13,1	0,425
Magnésio	6,5	44,8	2,4	16,5	0,350
Molibdênio	48,0	331,0	17,0	117,0	0,307
Metal de Monel	26,0	179,0	9,5	65,5	0,320
Níquel – prata	18,5	127,0	7,0	48,3	0,322
Aço níquel	30,0	207,0	11,5	79,3	0,291
Bronze – fósforo	16,1	111,0	6,0	41,4	0,349
Aço inoxidável (18-8)	27,6	190,0	10,6	73,1	0,305
Ligas de titânio	16,5	114,0	6,2	42,4	0,340

# DEFORMAÇÃO POR CISALHAMENTO

- Seleccionam-se dois segmentos de reta originalmente perpendiculares em um sólido. Se, ao deformar este sólido, houver uma mudança nesta perpendicularidade, define-se a Deformação por Cisalhamento ( $\gamma$  em radianos) como:



Corpo não deformado

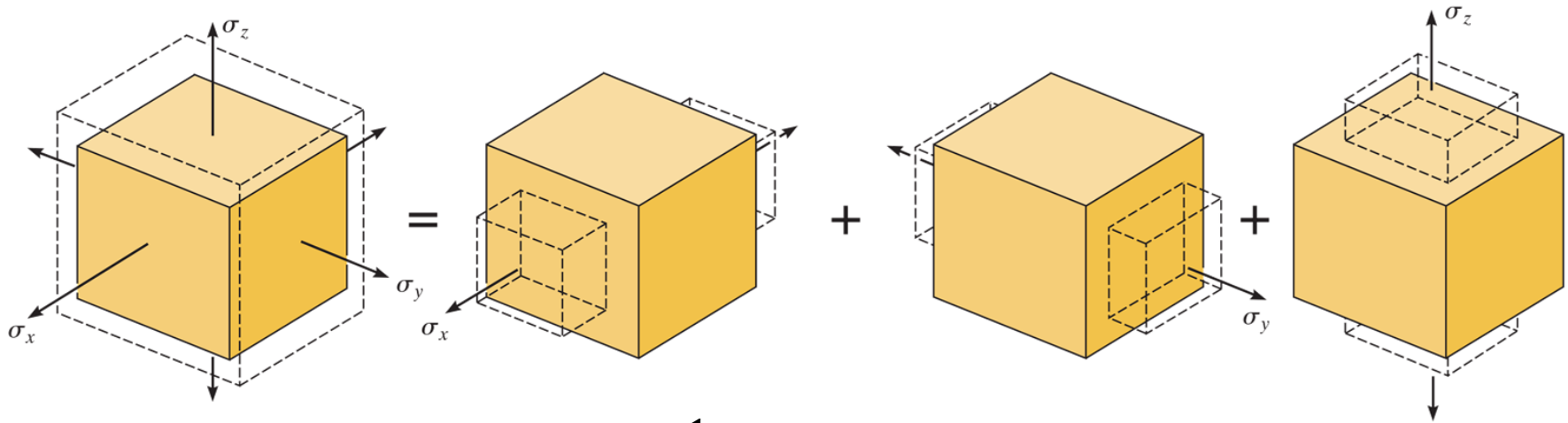


Corpo deformado

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ C \rightarrow A}} \theta'$$

# LEI DE HOOKE GENERALIZADA

- Em um elemento de tensões tridimensional, três tensões normais geram três deformações normais:



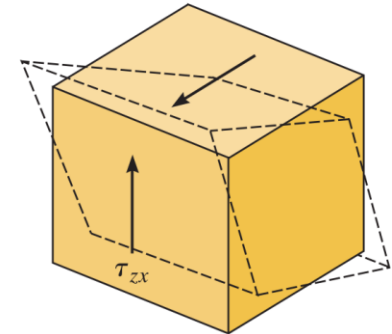
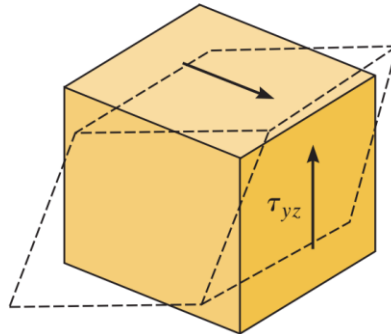
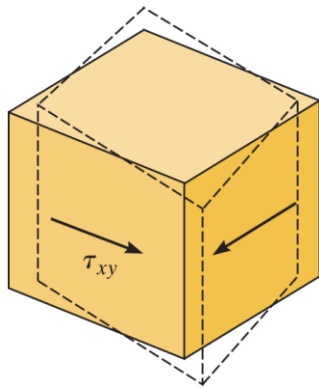
$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

# LEI DE HOOKE GENERALIZADA

- Em um elemento de tensões tridimensional, as três tensões de cisalhamento geram as três deformações por cisalhamento:

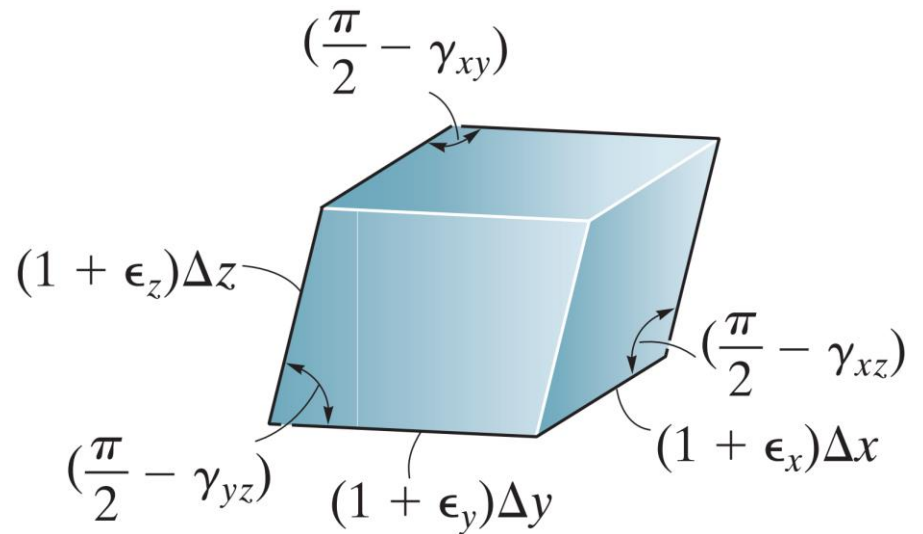
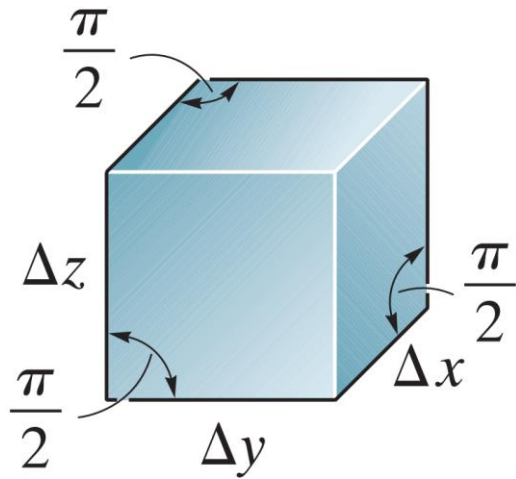


$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

# LEI DE HOOKE GENERALIZADA



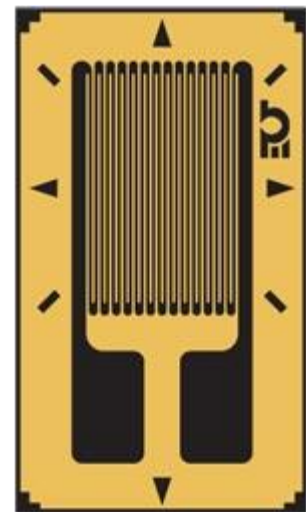


# REQUISITOS DO PROGRAMA FINAL

- O programa deve ser capaz de:
  - Resolver os problemas (viga 1D no eixo  $x$ , forças no eixo  $x$  e  $y$ , torques no eixo  $x$ , momentos no eixo  $z$ ) tratados em EM423;
  - Lidar com forças (principais e decompostas), torques e momentos;
  - Lidar com carregamentos distribuídos sobre uma linha (polinomiais);
  - Determinar reações de apoio;
  - Plotar os diagramas de esforços solicitantes;
  - Receber propriedades (todas as necessárias) do material e da seção transversal da viga;
  - Plotar os gráficos de inclinação e deflexão da viga;
  - Plotar os gráficos de alongamento e de ângulo de torção da viga;
  - Encontrar Tensões, Tensões Principais e Tensões de Cisalhamento Máximas Absolutas para os pontos extremos (positivos e negativos) em  $y$  e em  $z$  em todas as seções transversais de vigas circulares e vigas circulares vazadas;
  - Para os mesmos pontos, encontrar as deformações  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$ ,  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$  e  $\gamma_{zx}$ ;
  - Verificar os coeficientes de segurança referentes ao Critério de Tresca e ao Critério de von Mises.

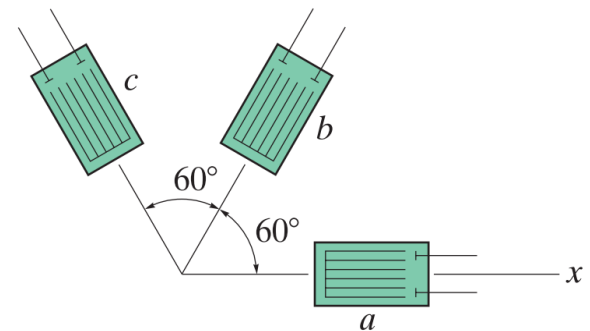
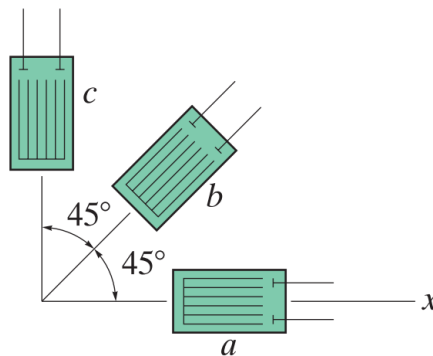
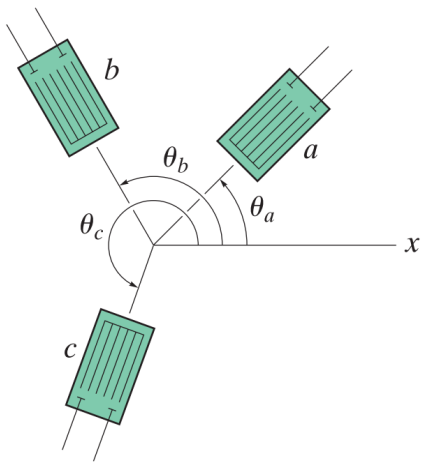
# EXTENSÔMETROS (STRAIN GAUGES)

- Algumas deformações normais podem ser medidas por elementos de medição resistivos chamados extensômetros.
- São compostos por condutores elétricos devidamente arranjados em “zig-zag”. A deformação sentido longitudinal ao comprimento maior dos condutores em “zig-zag” altera sua resistividade.
- Para aquisição de sinais, recomenda-se a montagem dos extensômetros à Ponte de Wheatstone

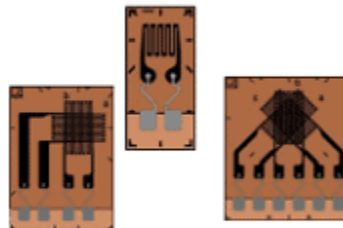
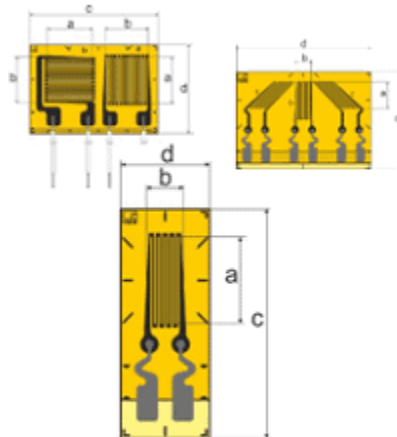
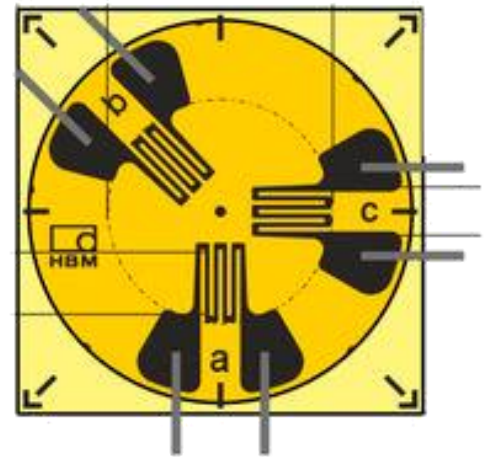
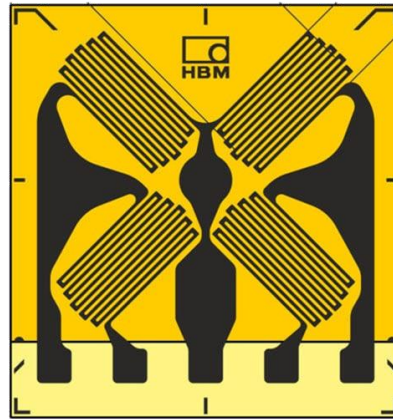
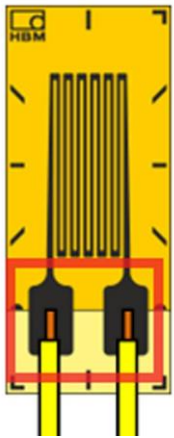


# EXTENSÔMETROS (STRAIN GAUGES)

- Os extensômetros são colados à superfície de um sólido a ser monitorado.
- Deste modo, **apenas** deformações do plano da superfície são capazes de estimular dos extensômetros.
- Muitas vezes, os extensômetros são associados em rosetas:



# EXTENSÔMETROS (STRAIN GAUGES)



# EXTENSÔMETROS (STRAIN GAUGES)

## ■ Aplicação do Extensômetro:

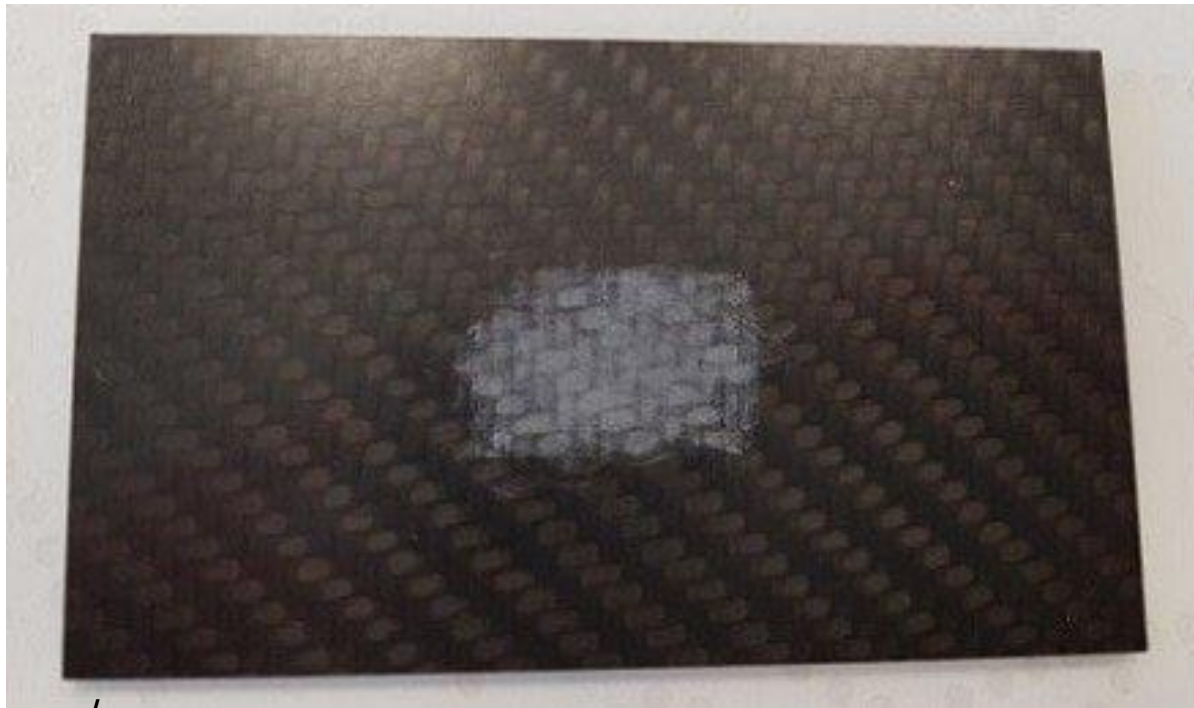
### I. Limpeza da Superfície:



# EXTENSÔMETROS (STRAIN GAUGES)

## ■ Aplicação do Extensômetro:

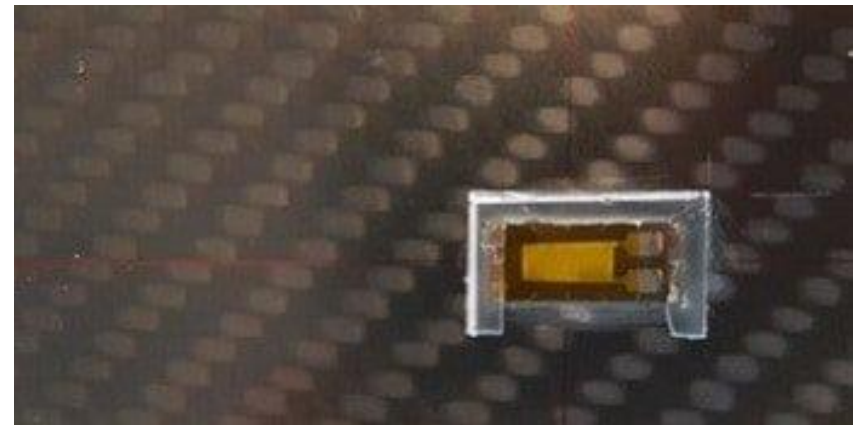
### 2. Desbaste da Superfície:



# EXTENSÔMETROS (STRAIN GAUGES)

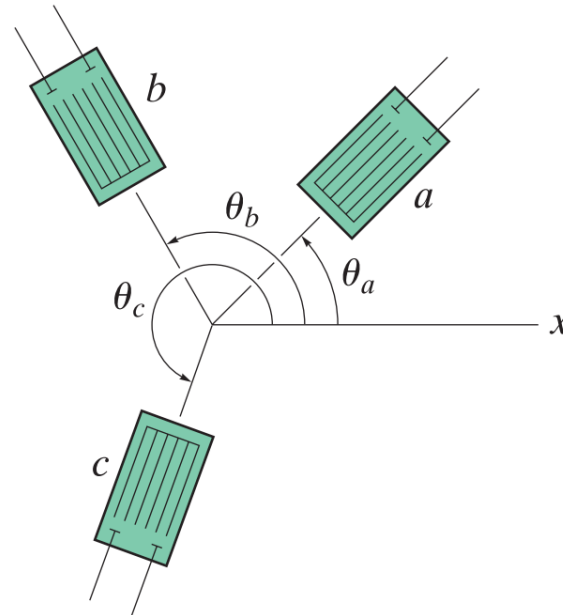
## ■ Aplicação do Extensômetro:

### 3. Colagem:



# EXTENSÔMETROS (STRAIN GAUGES)

■ Para uma roseta genérica, tem-se:



$$\varepsilon_a = \varepsilon_x * \cos^2(\theta_a) + \varepsilon_y * \sin^2(\theta_a) + \gamma_{xy} * \sin(\theta_a) * \cos(\theta_a)$$

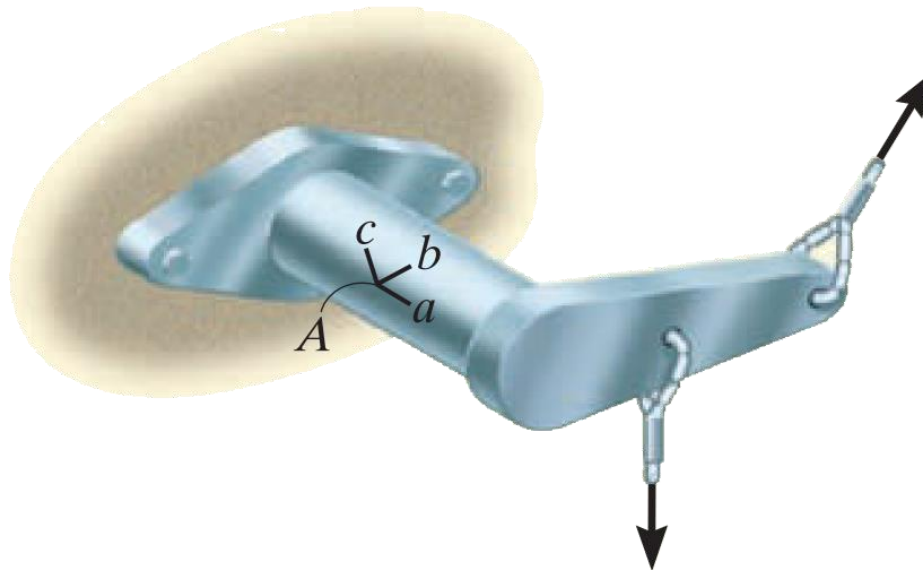
$$\varepsilon_b = \varepsilon_x * \cos^2(\theta_b) + \varepsilon_y * \sin^2(\theta_b) + \gamma_{xy} * \sin(\theta_b) * \cos(\theta_b)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_x * \cos^2(\theta_c) + \varepsilon_y * \sin^2(\theta_c) + \gamma_{xy} * \sin(\theta_c) * \cos(\theta_c)$$



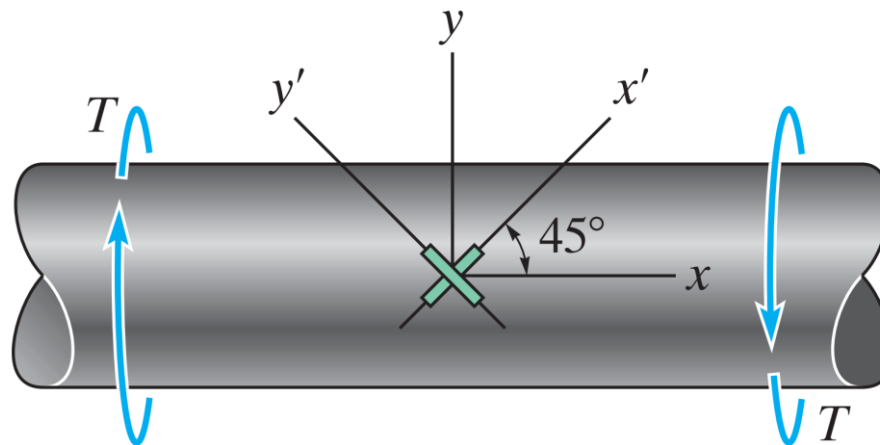
## EXERCÍCIO I

As deformações encontradas na roseta de  $60^\circ$  são  $\varepsilon_a = 60 \times 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_b = 135 \times 10^{-6}$  e  $\varepsilon_c = 264 \times 10^{-6}$ . Determine as tensões  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , além das tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Assuma  $E = 200\text{GPa}$ ,  $G = 76,9\text{GPa}$  e  $\nu = 0,3$ .



## EXERCÍCIO 2

O eixo maciço de aço tem raio de 15mm. Determine o torque se os dois extensômetros indicam  $\varepsilon_{x'} = -80 \times 10^{-6}$  e  $\varepsilon_{y'} = 80 \times 10^{-6}$ . Determine também as deformações nas direções  $x$  e  $y$ . Assuma  $E = 200\text{GPa}$ ,  $G = 76,9\text{GPa}$  e  $\nu = 0,3$ .



## REFERÊNCIAS

- GERE, J. M. Mecânica dos materiais. Tradução da: 7. edição americana São Paulo, SP: Cengage Learning, 2011. E-BOOK.
- HIBBELER, R. C., Resistência de materiais. Prentice Hall, 2010.
- SCHIEL, F. - Introdução à resistência dos materiais, apostila, vol. I, Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- COELHO, E.; MORI, D. e outros - Exercícios propostos de resistência dos materiais - Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- NASH, W. - Resistência dos materiais, coleção SCHAUM, Ed. Mc Graw Hill.
- BEER, Ferdinand - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.
- TIMOSHENKO, S. - Resistência dos Materiais, Ed. livros técnicos e científicos, vol. I.
- WILLEM, N.; EASLEY, J.; ROLFE, S. - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.