

# EM423 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

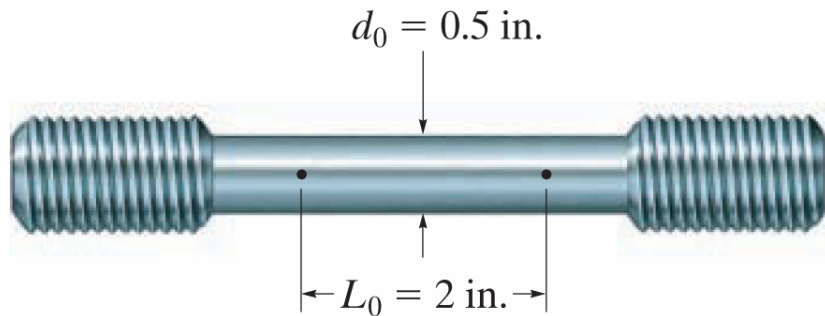
## AULA 6

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FABIO MAZZARIOL SANTICIOLLI – [FABIOMAZ@UNICAMP.BR](mailto:FABIOMAZ@UNICAMP.BR)

LAYSE BOERE – [LAYSEBOERE@GMAIL.COM](mailto:LAYSEBOERE@GMAIL.COM)

# ENSAIO TENSÃO-DEFORMAÇÃO



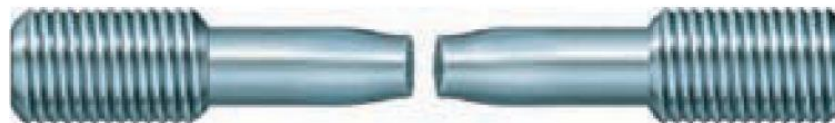
- Um corpo submetido a tração ou compressão estará sujeito a uma deformação ( $\varepsilon$ ).

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0}$$



- É possível relacionar a deformação e a tensão normal pela Lei de Hooke:

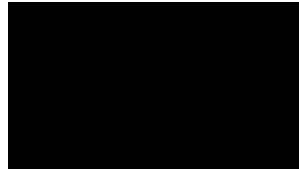
$$\sigma = E * \varepsilon$$



Com  $E$  representado o Módulo Elástico (ou Módulo de Young) com dimensões de tensão, pois  $\varepsilon$  é adimensional.

# ENSAIO TENSÃO-DEFORMAÇÃO

■ Aço:



<https://youtu.be/ZOEXxenY4ls>

■ Elastômero:



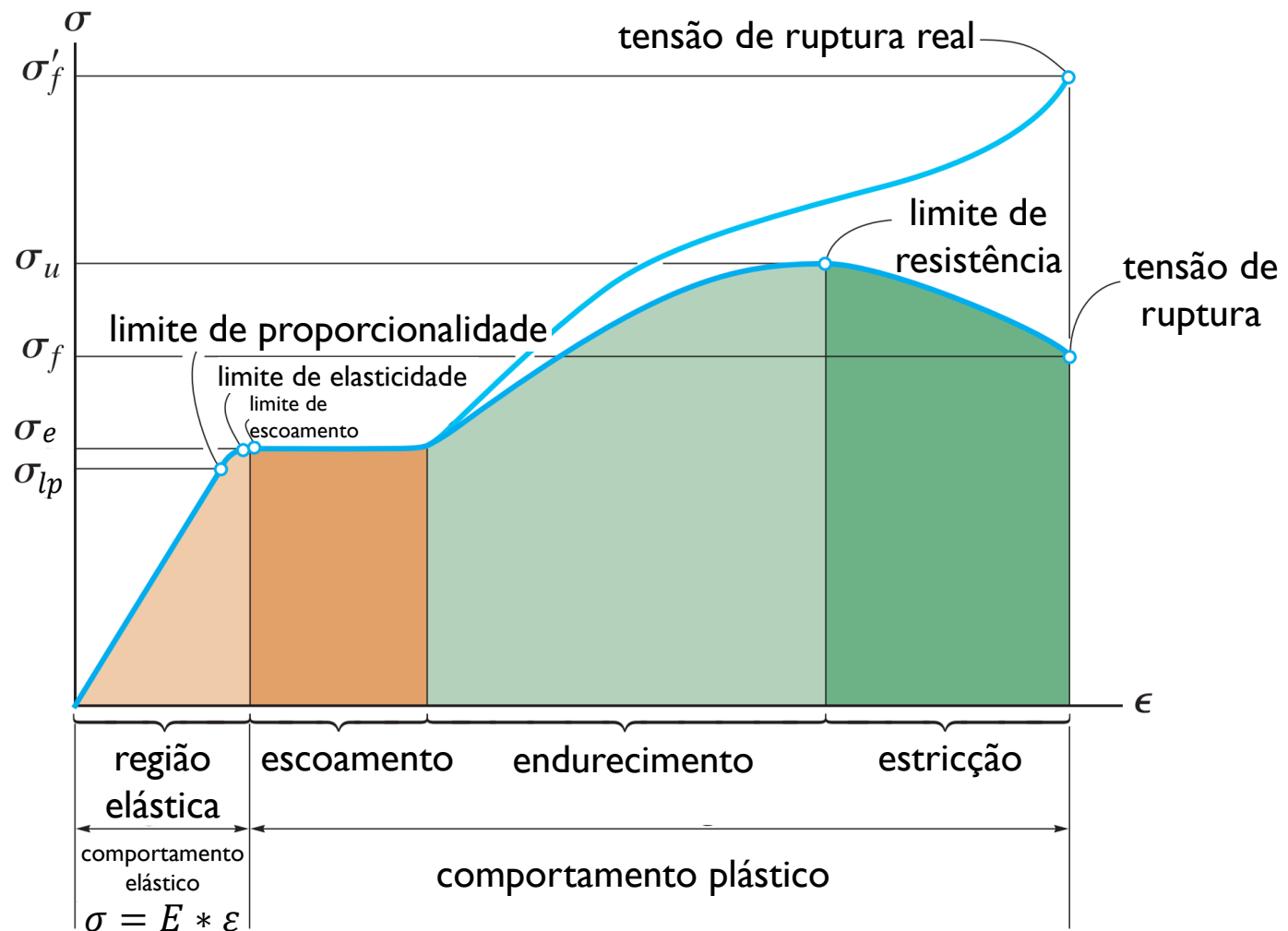
[https://youtu.be/\\_uvkg8b607U](https://youtu.be/_uvkg8b607U)

■ Alimento:



<https://youtu.be/ngZfZSJCWYo>

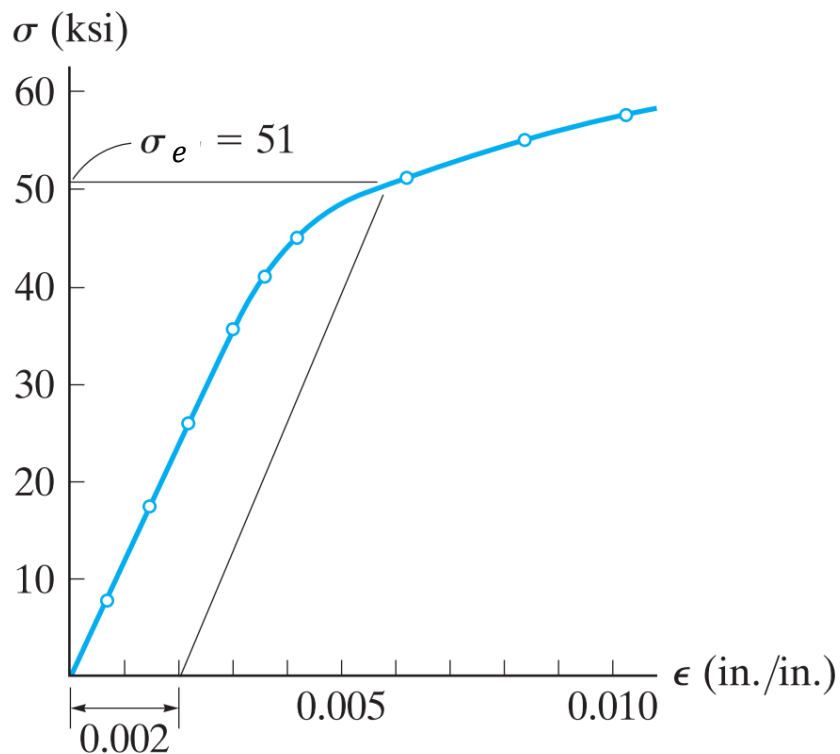
# ENSAIO TENSÃO-DEFORMAÇÃO



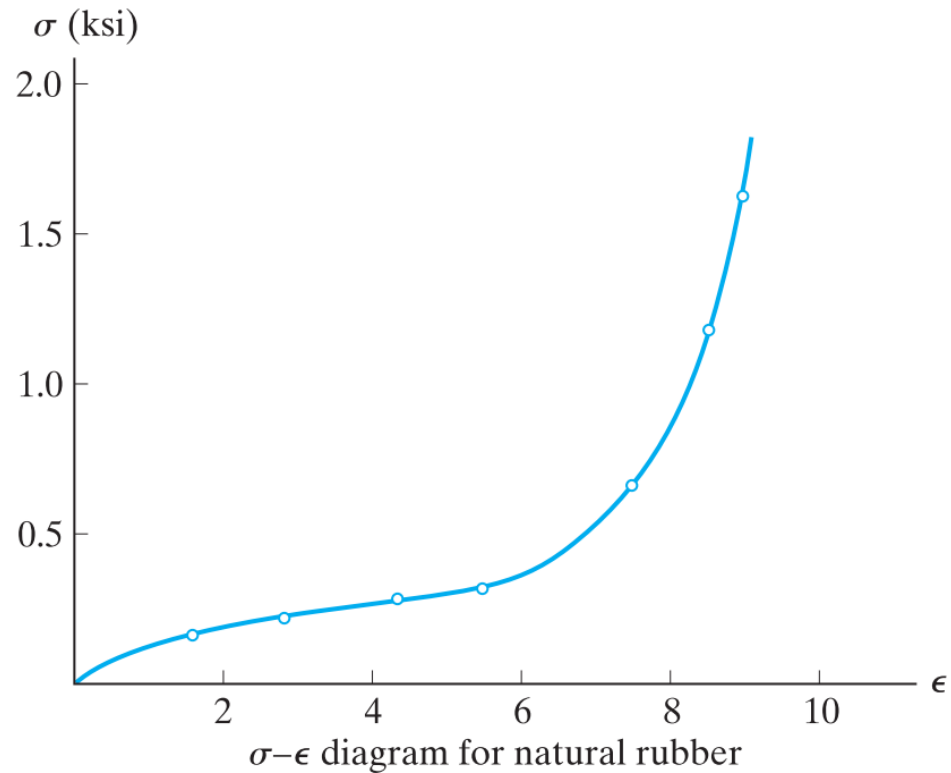
# ENSAIO TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Material	Limite de Escoamento (MPa)	Limite de Ruptura (MPa)
Aço	250	400
Polipropileno	12–43	19.7–80
Aço Inoxidável	520	860
Liga de titânio	830	900
Alumínio	400	455
Fio de aranha	1150	1400
Fio de bicho da seda	500	
Aramida (Kevlar)	3620	3757
Osso	104–121	130
Nylon 6/6	45	75
Cobre	33	210
Ferro	80–100	350

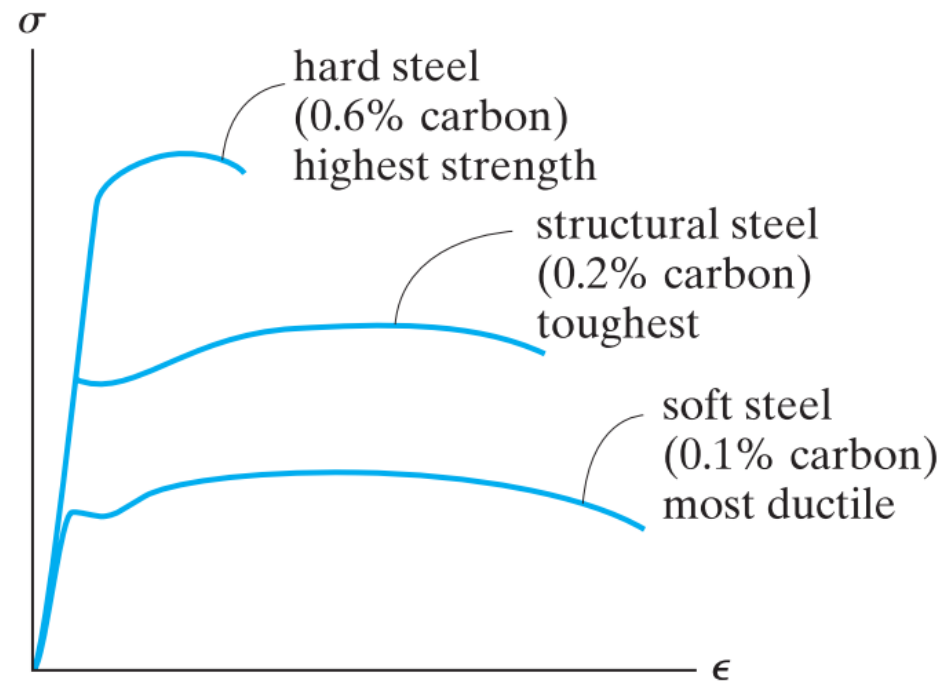
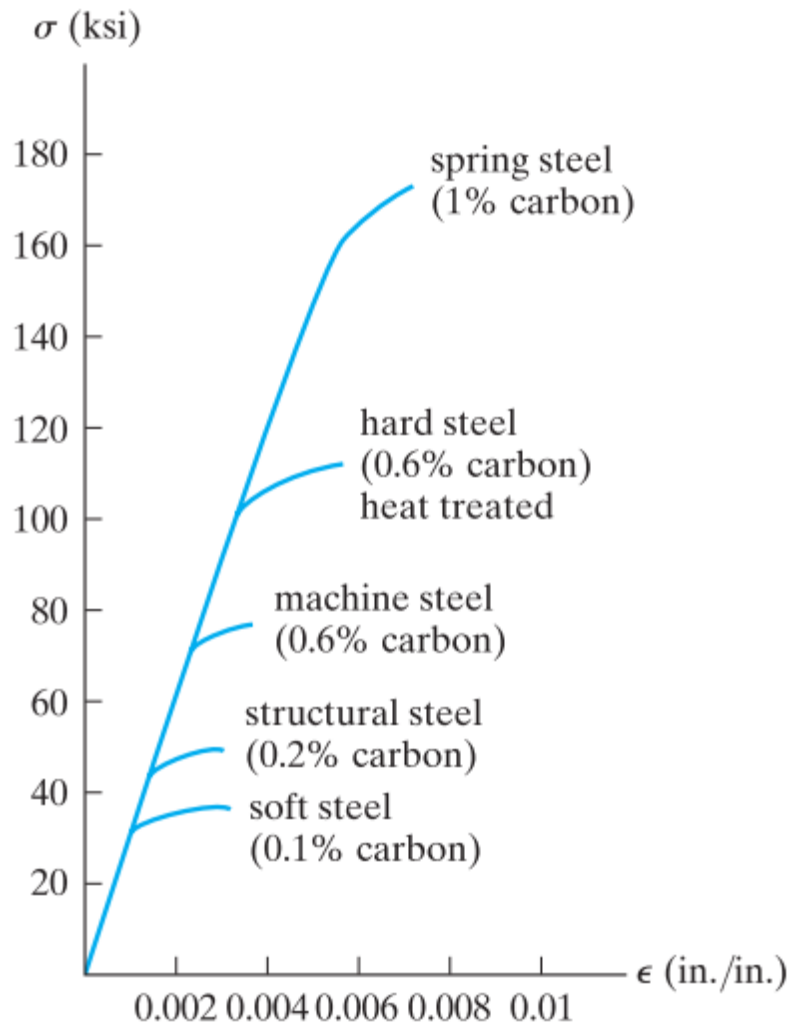
# ENSAIO TENSÃO-DEFORMAÇÃO



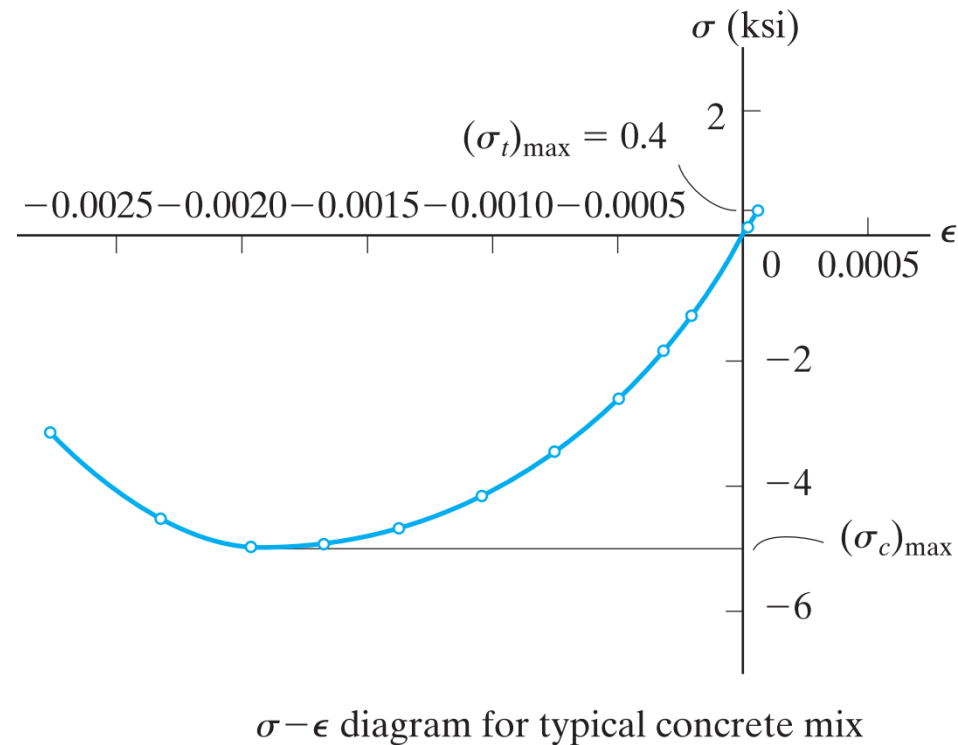
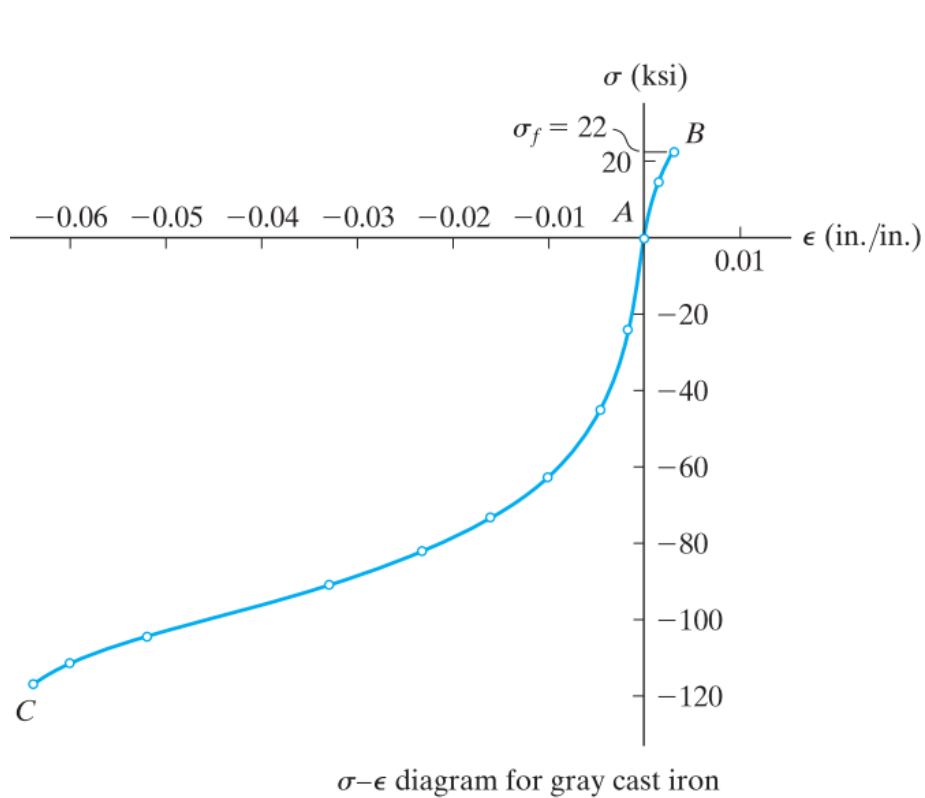
(0.2% offset) Yield strength for an aluminum alloy



# ENSAIO TENSÃO-DEFORMAÇÃO



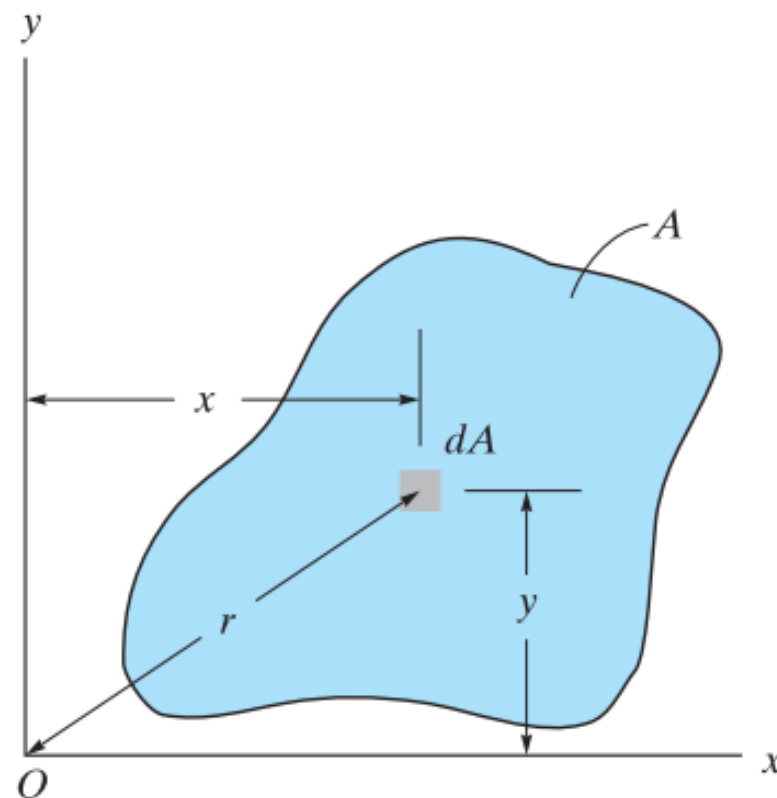
# ENSAIO TENSÃO-DEFORMAÇÃO





# MOMENTO DE INÉRCIA DA ÁREA

- É uma quantificação do “espalhamento” da geometria da viga em torno de um eixo de referência.
- Normalmente representado por letras  $I$  ou  $J$ .
- Unidade de medida  $[m^4]$
- Como ele pode ser calculado?



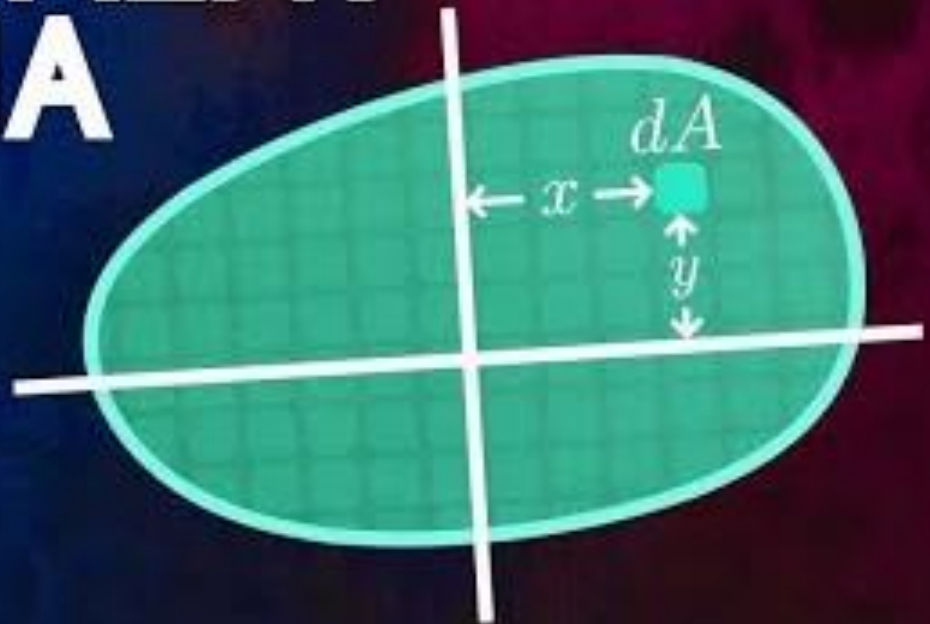
$$I_x = \int_A y^2 d_A \quad ; \quad I_y = \int_A x^2 d_A$$

# MOMENTO DE INÉRCIA DA ÁREA

## UNDERSTANDING THE AREA MOMENT OF INERTIA

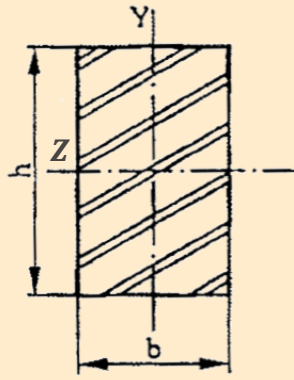
$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 dA$$



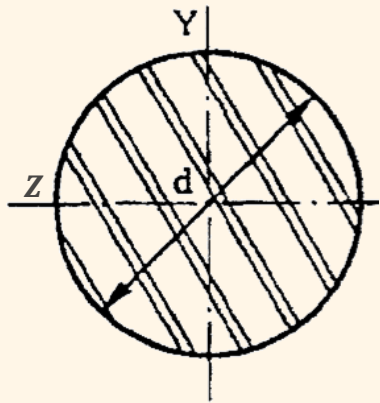
## Seção

## Momento de Inércia

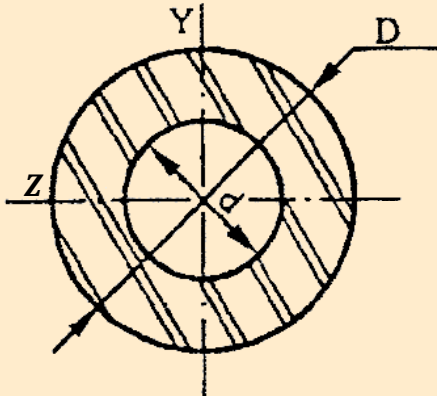


$$I_Z = \frac{b * h^3}{12}$$

$$I_Y = \frac{h * b^3}{12}$$



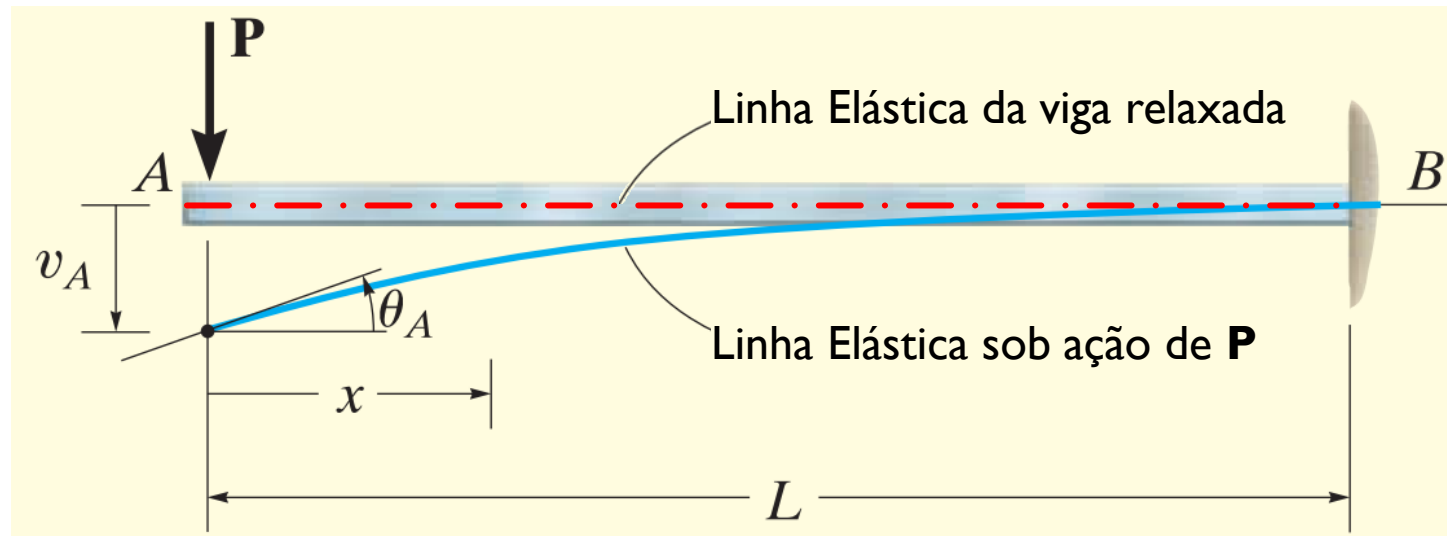
$$I_Z = I_Y = \frac{\pi * d^4}{64}$$



$$I_Z = I_Y = \frac{\pi * (D^4 - d^4)}{64}$$

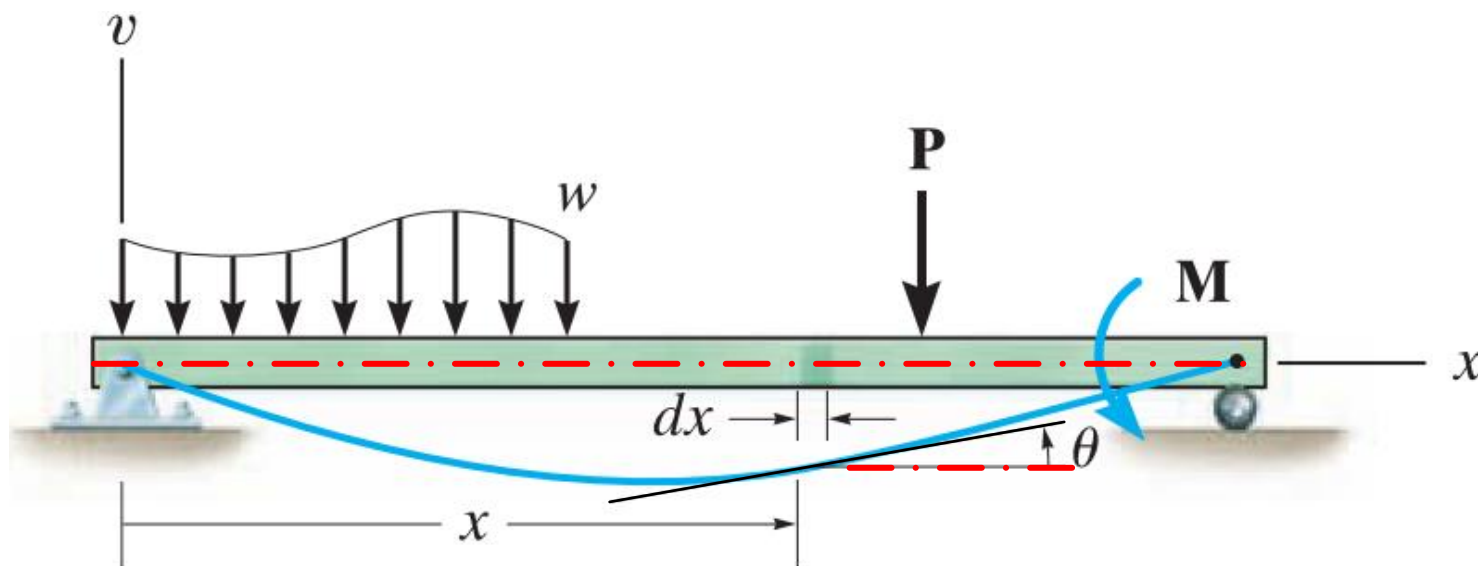
# LINHA ELÁSTICA

- O eixo longitudinal que passa pelo centroide de cada área da seção transversal da viga é denominado linha elástica.
- Ela é importante para demarcar a **inclinação** e a **deflexão** de uma viga.



# LINHA ELÁSTICA - INCLINAÇÃO

- A inclinação  $\theta(x)$  [rad] da linha elástica de uma viga sob ação de esforços é o ângulo formado entre a reta tangente a um ponto  $x$  e linha elástica desta viga relaxada.



## LINHA ELÁSTICA - INCLINAÇÃO

■ A inclinação  $\theta(x)$  [rad] é dada por:

$$\theta(x) = \int \frac{1}{EI} M(x) dx$$

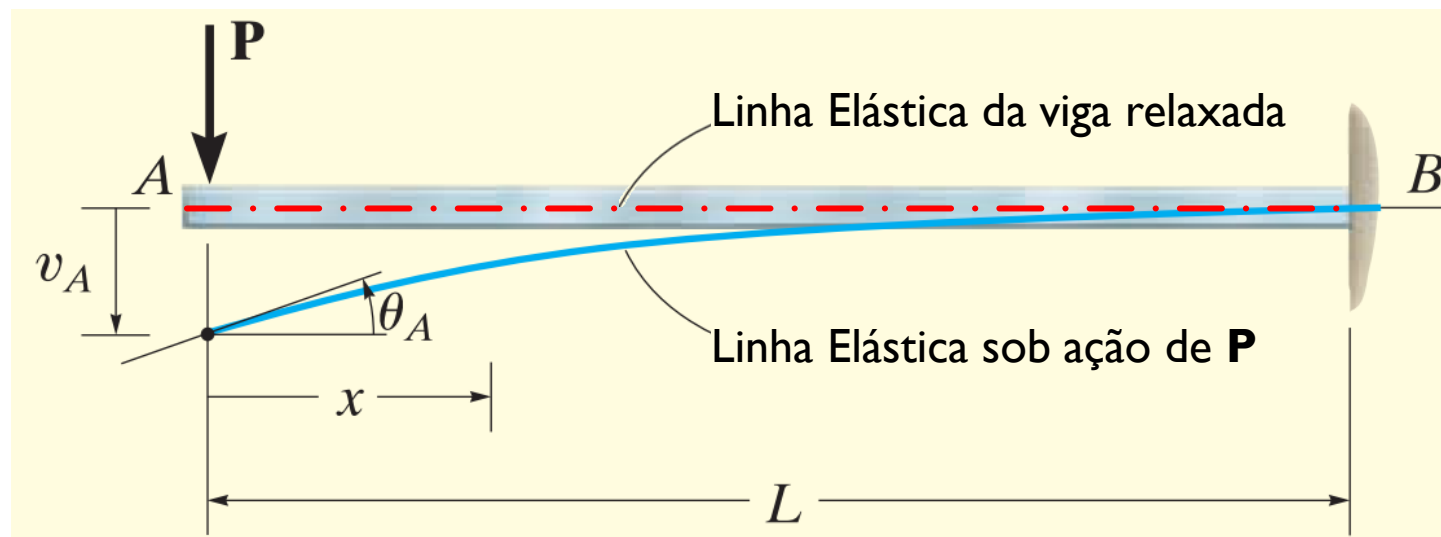
Com:

$E$ : Módulo de Elasticidade (Módulo de Young)

$I$ : Momento de Inércia de Área

# DEFLEXÃO

- Deflexão  $v(x)[m]$  é o deslocamento da linha elástica da viga provocado pela ação de esforços cortantes e momentos fletores. Esse deslocamento é perpendicular à linha elástica da viga relaxada.



# DEFLEXÃO


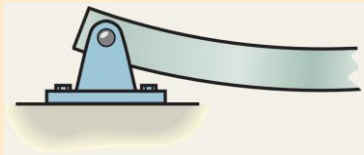
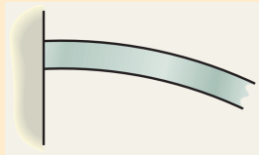
■ Deflexão  $v(x)[m]$  é dada por:

$$v(x) = \int \theta(x) dx$$



# CUIDADO!!!

- Novas constantes de integração aparecerão!!! ( $C_3$  e  $C_4$ )
- Elas devem ser encontradas a partir dos apoios:

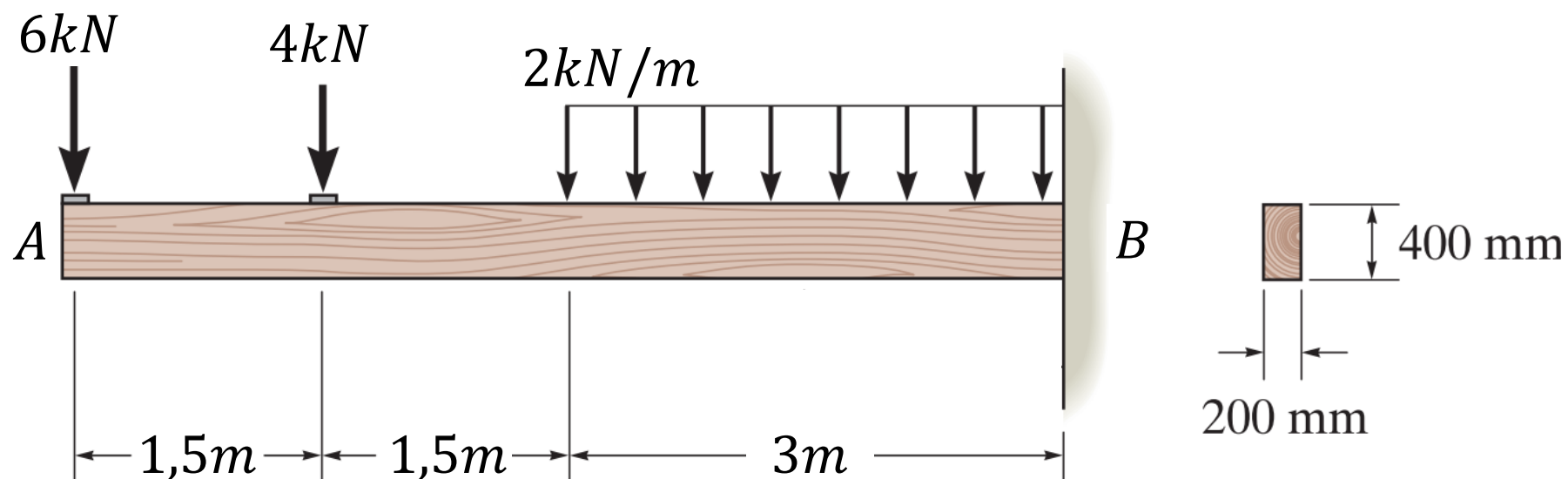
	Apoio Rolete	Apoio Pino	Apoio Fixo
Representação:			
Condição de Contorno:	Deflexão: $v = 0[m]$	Deflexão: $v = 0[m]$	Inclinação e Deflexão: $\theta = 0[rad]$ $v = 0[m]$
Reação de Apoio:	Vertical	Vertical Horizontal	Vertical Horizontal Momento

## REQUISITOS DO PROGRAMA (TRABALHO)

- O programa deve ser capaz de:
  - Resolver os problemas (viga 1D no eixo  $x$ , forças no eixo  $x$  e  $y$ , torques no eixo  $x$ , momentos no eixo  $z$ ) tratados em EM423;
  - Lidar com forças (principais e decompostas), torques e momentos;
  - Lidar com carregamentos distribuídos sobre uma linha (polinomiais);
  - Determinar reações de apoio;
  - Plotar os diagramas de esforços solicitantes.
  - Receber propriedades (todas as necessárias) do material e da seção transversal da viga.
  - Plotar os gráficos de inclinação e deflexão da viga.
- ✱ A lista de requisitos será incrementada conforme novos assuntos forem trabalhados.

## EXERCÍCIO I

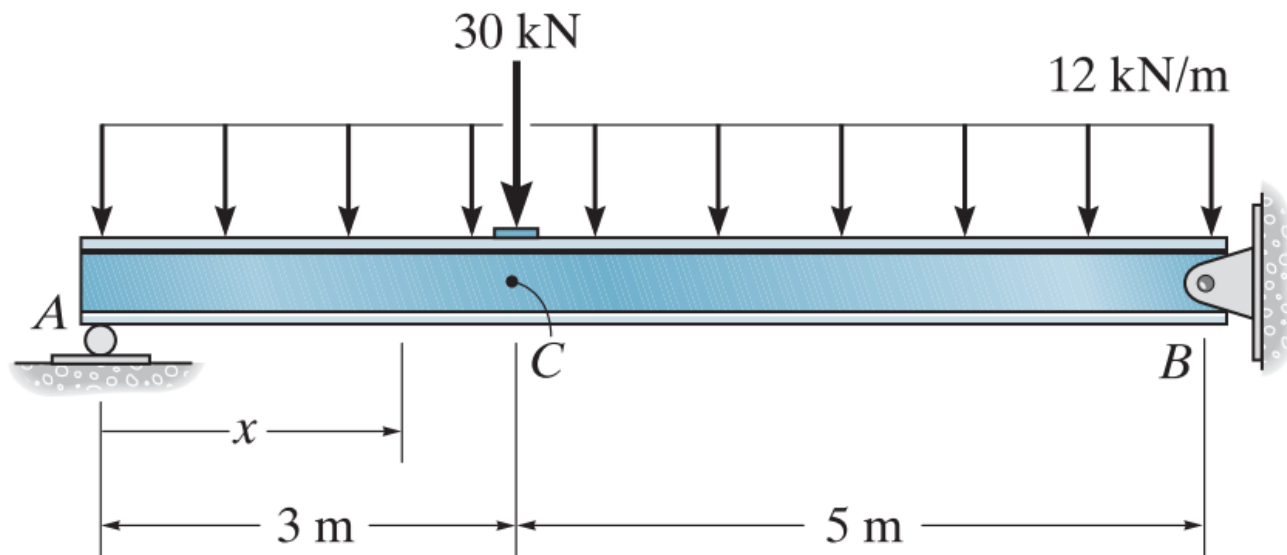
■ Encontre a inclinação e a deflexão ao longo da viga abaixo:



Dado:  $E = 12[\text{GPa}]$

## EXERCÍCIO 2

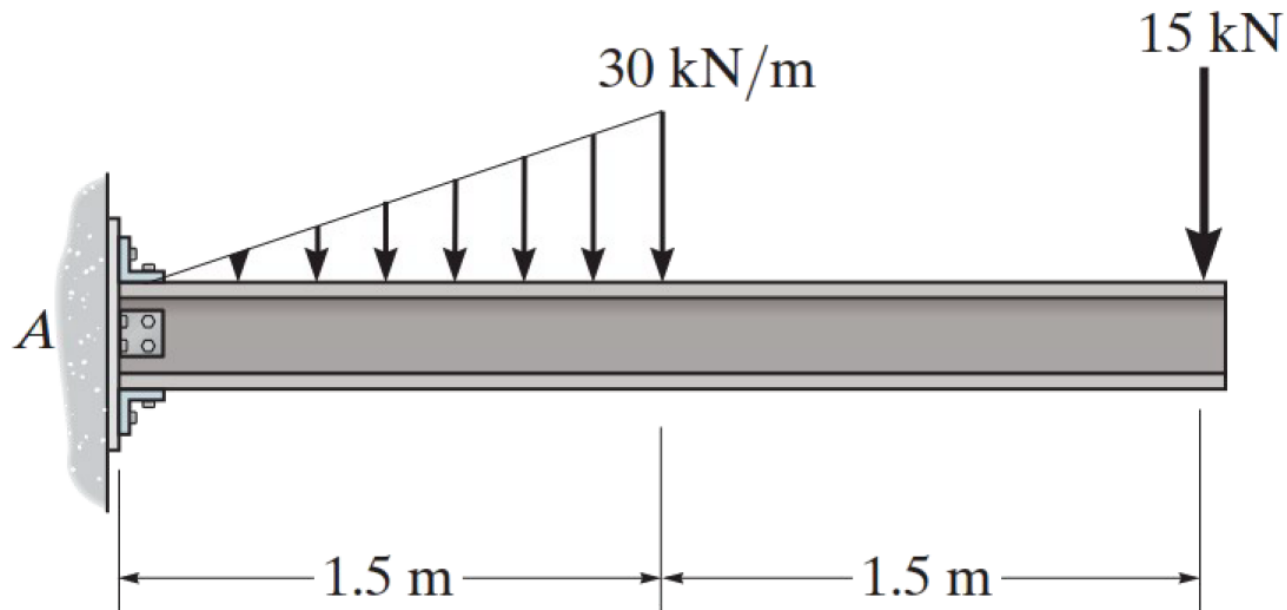
■ Encontre a inclinação e a deflexão ao longo da viga abaixo:



$$\text{Dados: } \begin{cases} E = 200[\text{GPa}] \\ I = 6,5 \times 10^{-5}[\text{m}^4] \end{cases}$$

## EXERCÍCIO 3

■ Encontre a inclinação e a deflexão ao longo da viga abaixo:



$$\text{Dados: } \begin{cases} E = 200[\text{GPa}] \\ I = 6,5 \times 10^{-5}[\text{m}^4] \end{cases}$$

## REFERÊNCIAS

- GERE, J. M. Mecânica dos materiais. Tradução da: 7. edição americana São Paulo, SP: Cengage Learning, 2011. E-BOOK.
- HIBBELER, R. C., Resistência de materiais. Prentice Hall, 2010.
- SCHIEL, F. - Introdução à resistência dos materiais, apostila, vol. I, Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- COELHO, E.; MORI, D. e outros - Exercícios propostos de resistência dos materiais - Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- NASH, W. - Resistência dos materiais, coleção SCHAUM, Ed. Mc Graw Hill.
- BEER, Ferdinand - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.
- TIMOSHENKO, S. - Resistência dos Materiais, Ed. livros técnicos e científicos, vol. I.
- WILLEM, N.; EASLEY, J.; ROLFE, S. - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.