



EM423 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

AULA II



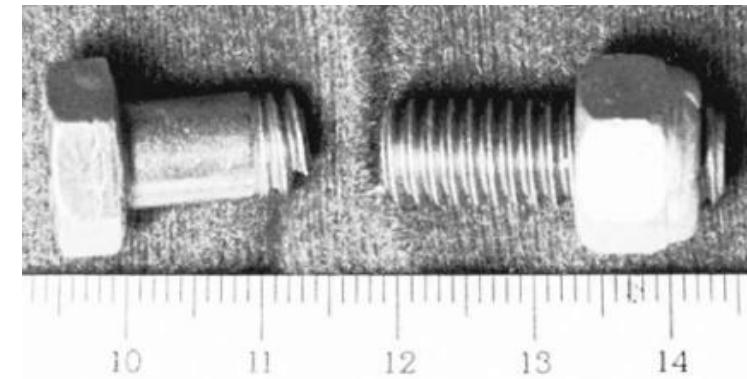
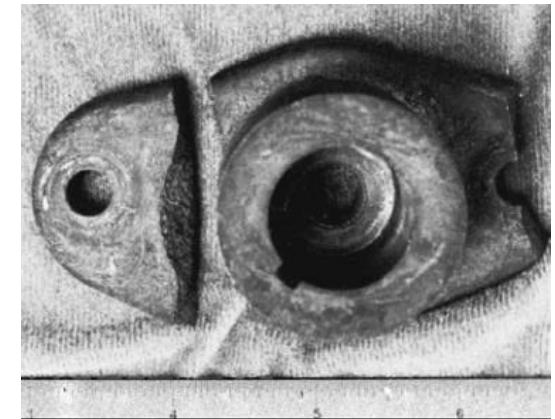
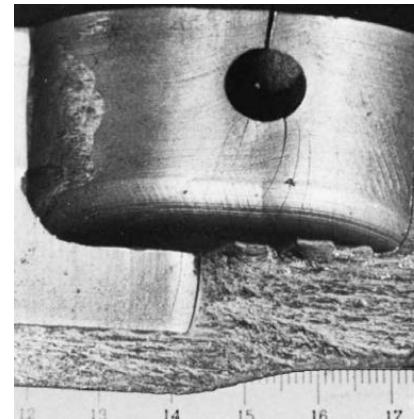
Universidade Estadual de Campinas
Fabio Mazzariol Santiciolli – FabioMaz@unicamp.br
Layse Boere – layseboere@gmail.com

O QUE APRENDEMOS ATÉ AGORA

- Cálculo das forças externas
- Cálculo das reações de apoio
- Cálculo dos esforços internos
- Cálculo das tensões (normais e cisalhantes)
- Cálculo das tensões principais
- Cálculo da tensão cisalhante máxima

O QUE É FALHA

- Se separar em dois ou mais partes
 - Se tornar permanentemente distorcida
 - Confiabilidade depreciada
 - Funcionalidade comprometida
-
- Todas condições acima são caracterizadas como falhas, mas os mecanismos que as causam são muito diferentes!



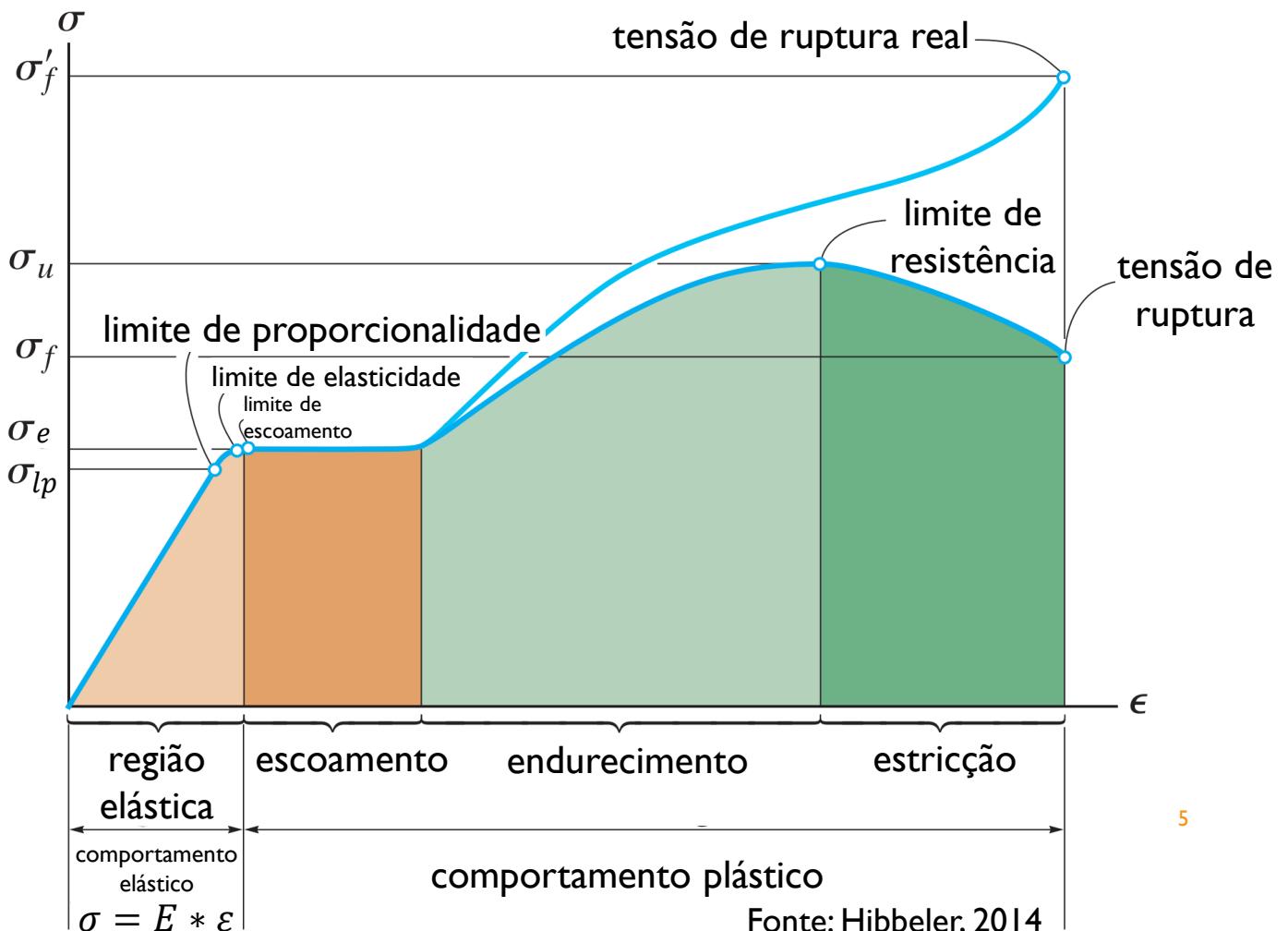
Fonte: Budynas, 2011

TIPO DE CARREGAMENTO

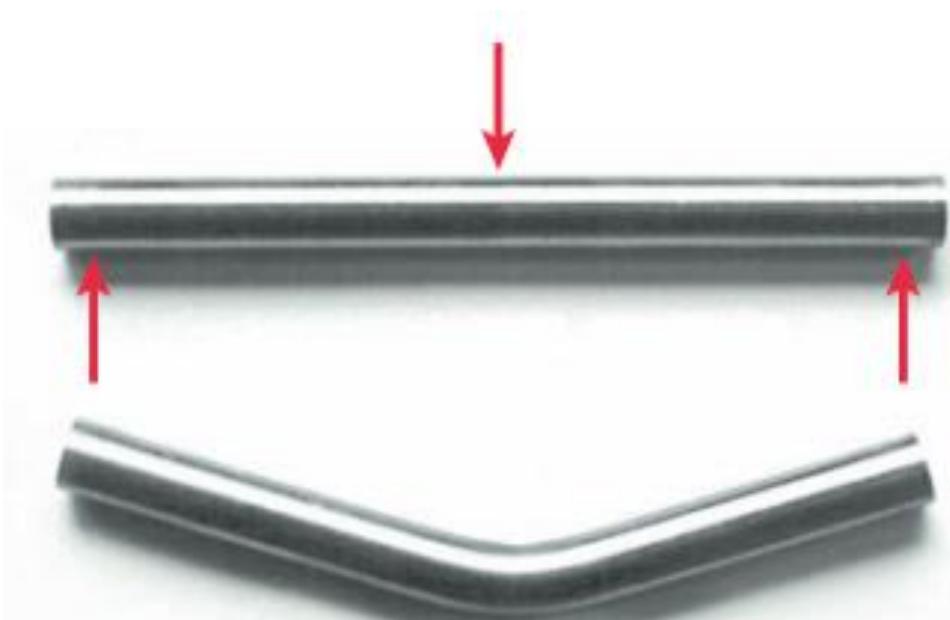
- **Cargas dinâmicas** podem ser tanto aplicadas subitamente (carga de impacto), como variadas repetidamente no tempo (carga de fadiga), ou ambas.
- **Cargas estáticas** são aplicadas lentamente e permanecem essencialmente constantes no tempo.
- Os mecanismos de falha são totalmente diferentes em cada caso

MATERIAL DÚCTIL X MATERIAL FRÁGIL

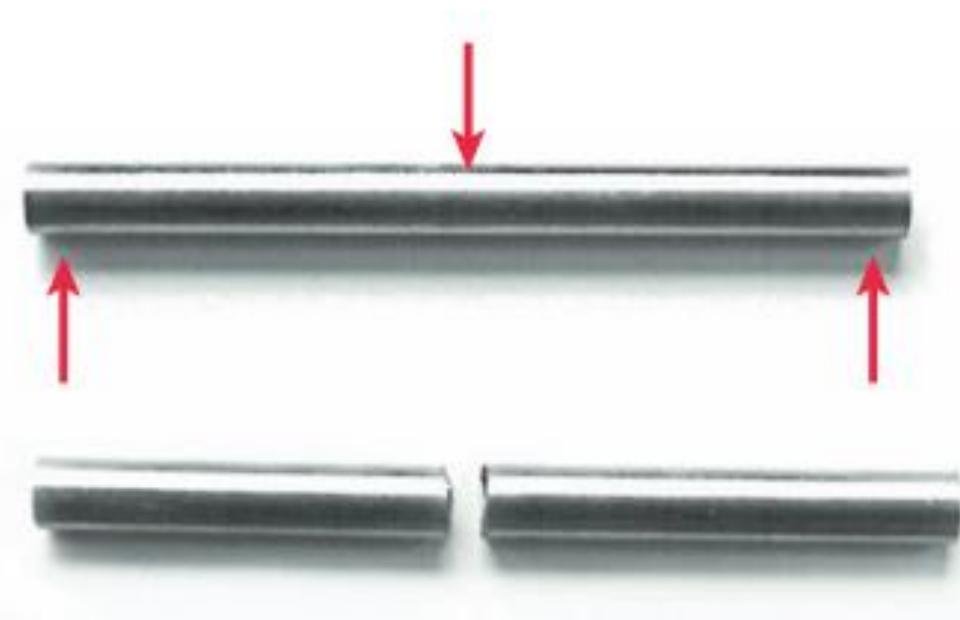
- Apenas materiais dúcteis podem se deformar significativamente antes de romperem
- Materiais frágeis rompem sem mudanças significativas na forma



MATERIAL DÚCTIL X MATERIAL FRÁGIL



(a)



(b)

Fonte: Norton, 2014

TEORIA DE FALHAS

Materiais Dúcteis

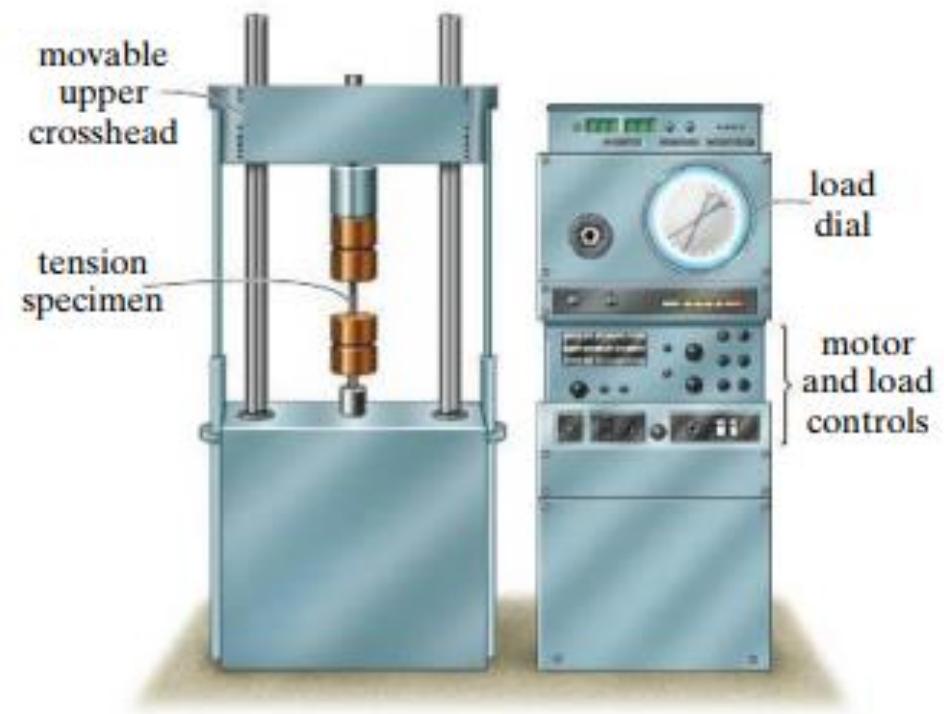
- Tensão de cisalhamento Máxima (MSS)
- Energia de distorção (DE)
- Coulomb-Mohr dúctil (DCM)

Materiais Frágeis

- Tensão normal máxima (MNS)
- Coulomb-Mohr frágil (BCM)
- Mohr Modificado (MM)

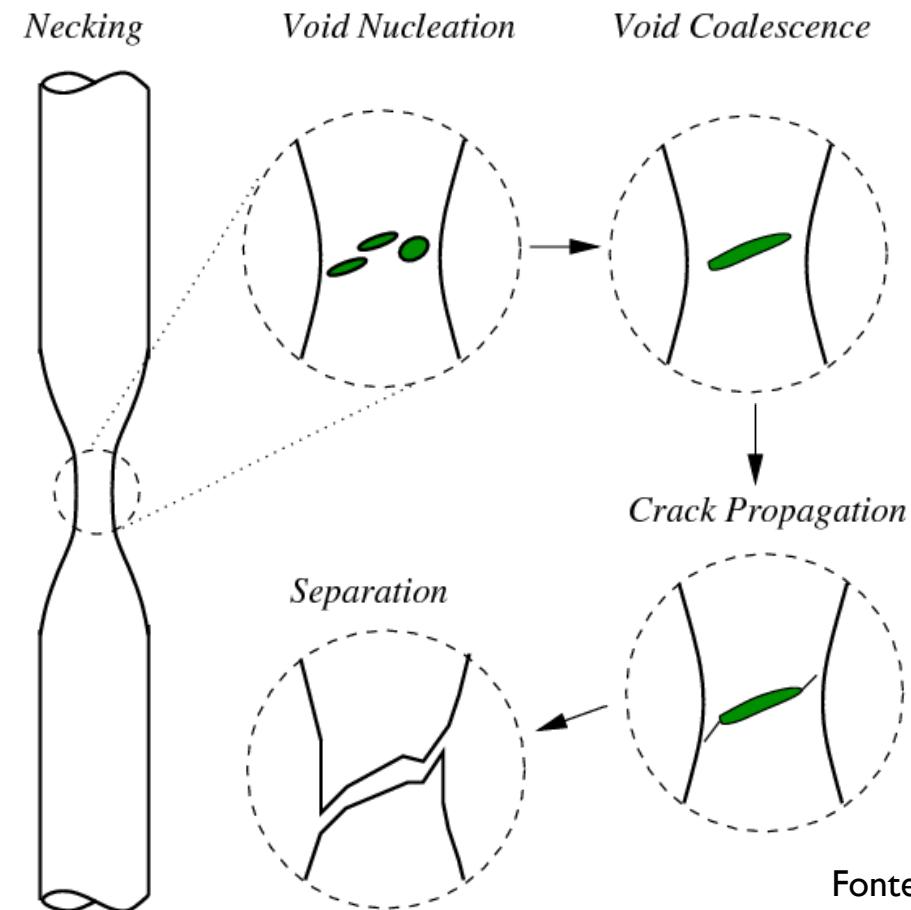
ENSAIO UNIAXIAL

- Os ensaios simples (uniaxiais) podem nos fornecer elongações máximas na direção axial, e assim, as deformações podem ser medidas e as tensões inferidas até a falha!
- **Por conta disso, muitas teorias são postuladas com base nas consequências observadas no ensaio de tração.**



Fonte: Hibbeler, 2014

MECANISMO DE FALHA ENSAIO DE TRAÇÃO



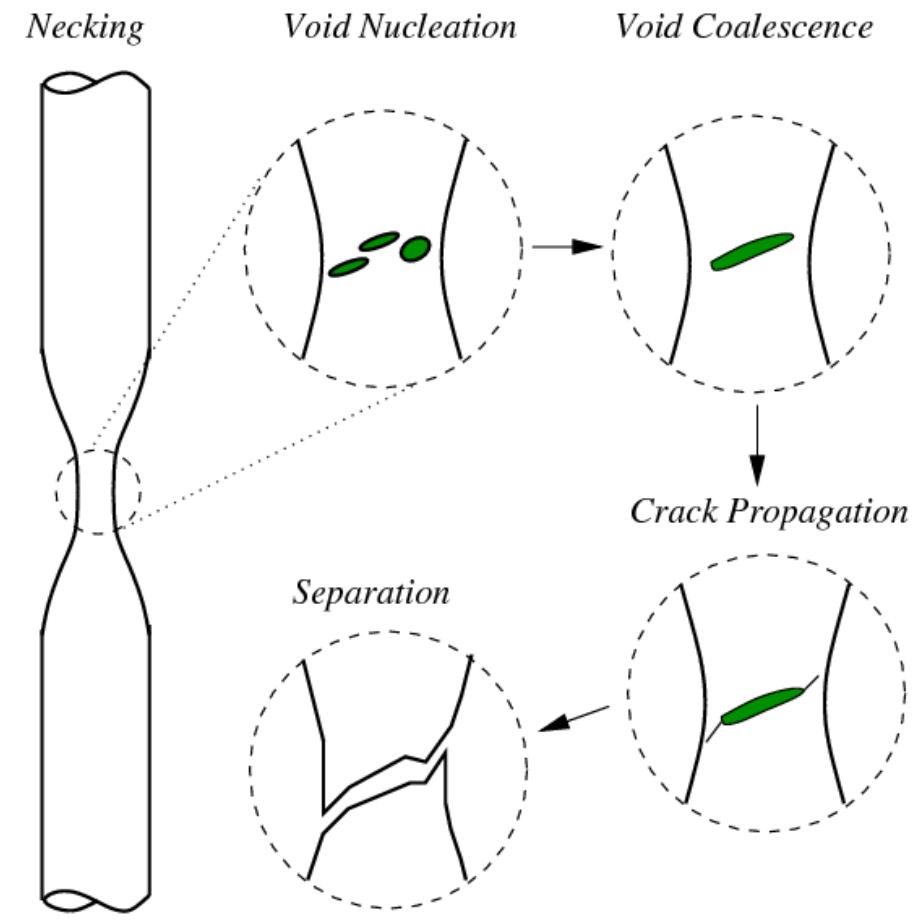
Fonte: Wikipédia

TEORIA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA MATERIAIS DÚCTEIS

- A medida que o material dúctil é submetido à tração, as linhas de deslizamento (Luders) se formam a 45 graus, com o a seção transversal original.
- Essas linhas representam o começo do escoamento, e quando carregadas à fratura, essas linhas também apresentam um ângulo de 45 graus com o eixo de tração.



Fonte: Gere, 2004



Fonte: Wikipédia

TEORIA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA MATERIAIS DÚCTEIS

- Uma vez que a tensão de cisalhamento máxima ocorre em 45 graus com o eixo de tração, faz muito sentido pensar nesse mecanismo de falha!



Fonte: Wikipédia

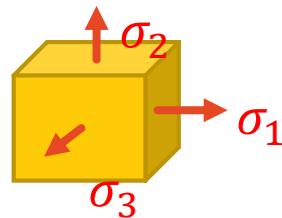
TEORIA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA MATERIAIS DÚCTEIS

- A teoria de Tensão de Cisalhamento Máxima (ou Teoria de Tresca) é um preditor de falha aceitável
- Concordante com a observação física do mecanismo de falha
- Porém é uma teoria **conservativa**
- Uma vez que engenheiros são conservativos, por natureza, ela é bem usada!

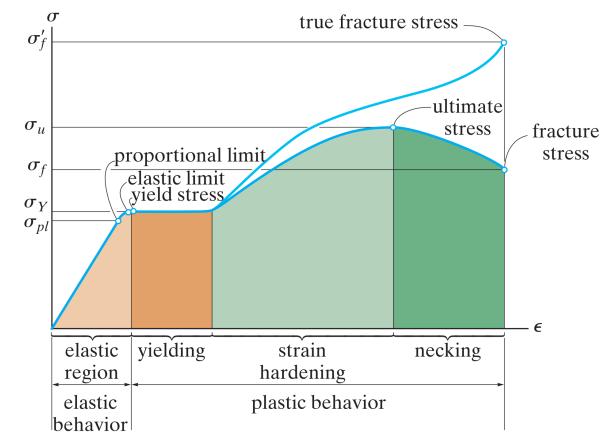
TEORIA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA MATERIAIS DÚCTEIS

- Postulado: O escoamento *começa sempre que a tensão de cisalhamento máxima em qualquer elemento se torna igual ou excede a tensão de cisalhamento máxima em um espécime de ensaio de tração do mesmo material quando aquele espécime começa a escoar.*

Postulado: O escoamento começa sempre que a **tensão de cisalhamento máxima** em qualquer elemento **se torna igual ou excede a tensão de cisalhamento máxima** em um espécime de ensaio de tração do mesmo material quando aquele espécime começa a escoar.



$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

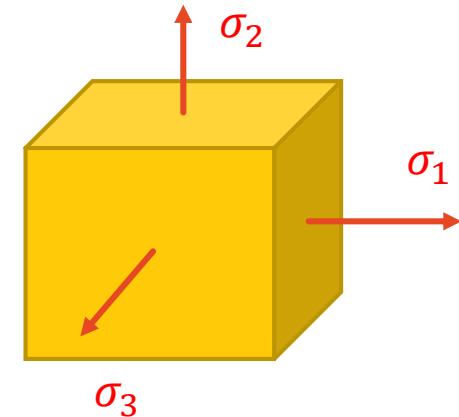


Fonte: Hibbeler, 2014

TEORIA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA MATERIAIS DÚCTEIS

- Para um estado geral de tensões, onde $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$:

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \geq \frac{S_y}{2} \rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 \geq S_y$$



- Propósito de projeto (fator de segurança):

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n}$$

Problemas de Tensão Plana resultantes de uma tensão principal nula

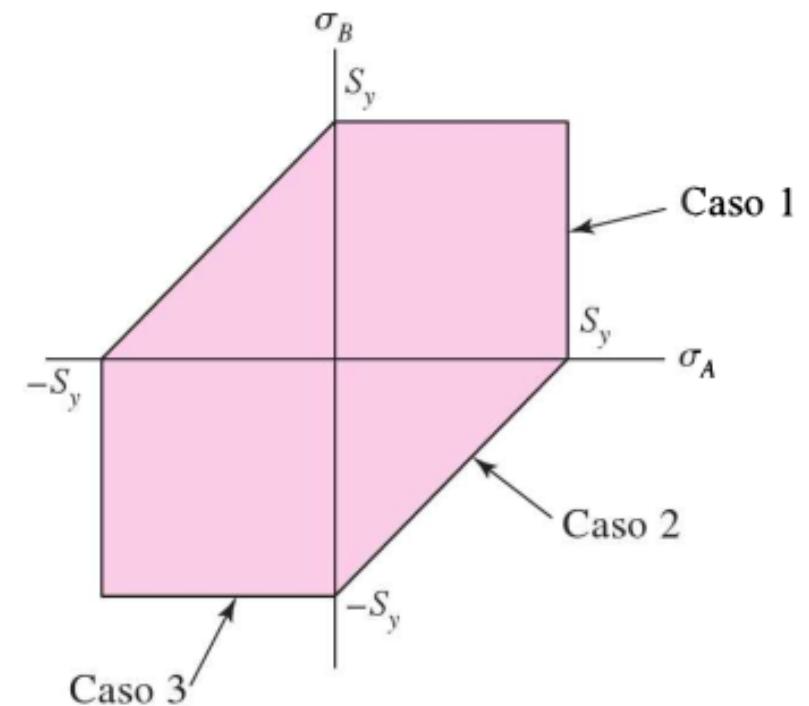
Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 \geq S_y$$

- Caso 1: $\sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$ ($\sigma_1 = \sigma_A$ e $\sigma_3 = 0$)

$$\sigma_A - 0 \geq S_y$$

$$\sigma_A \geq S_y$$



Fonte: Budynas, 2011

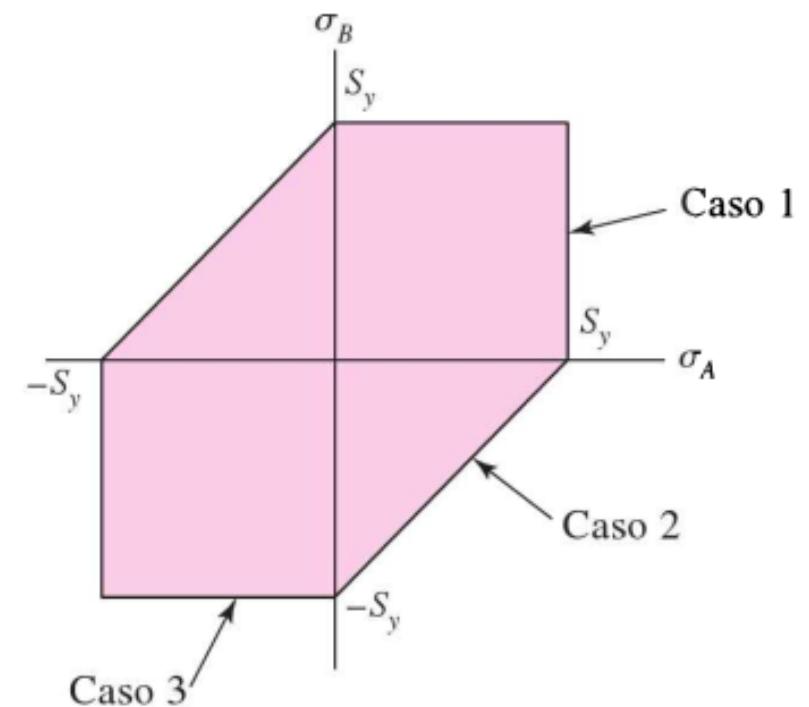
Problemas de Tensão Plana resultantes de uma tensão principal nula

Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 \geq S_y$$

- Caso 2: $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$ ($\sigma_1 = \sigma_A$ e $\sigma_3 = \sigma_B$)

$$\sigma_A - \sigma_B \geq S_y$$



Fonte: Budynas, 2011

Problemas de Tensão Plana resultantes de uma tensão principal nula

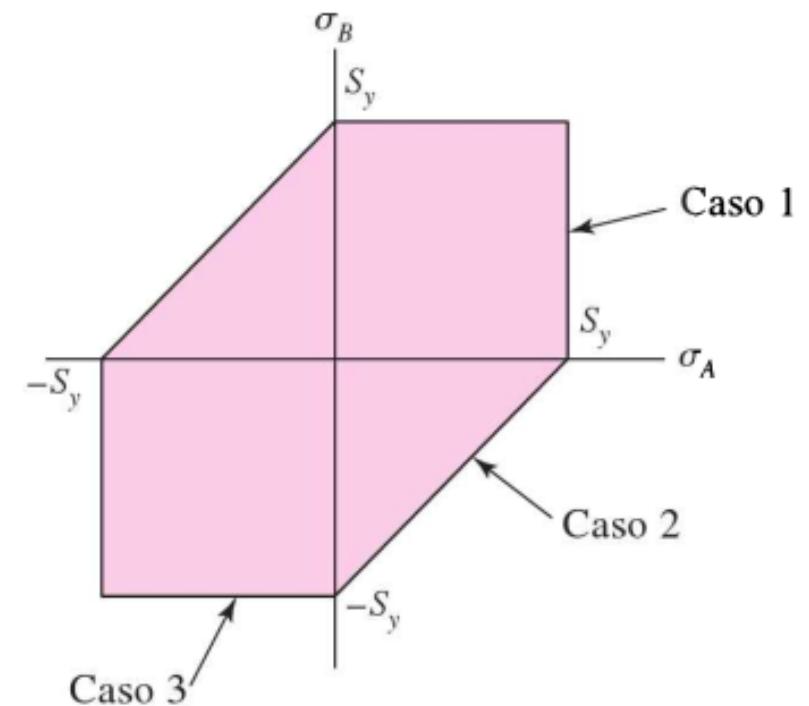
Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 \geq S_y$$

- Caso 3: $0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B$ ($\sigma_1 = 0$ e $\sigma_3 = \sigma_B$)

$$0 - \sigma_B \geq S_y$$

$$\sigma_B \leq -S_y$$

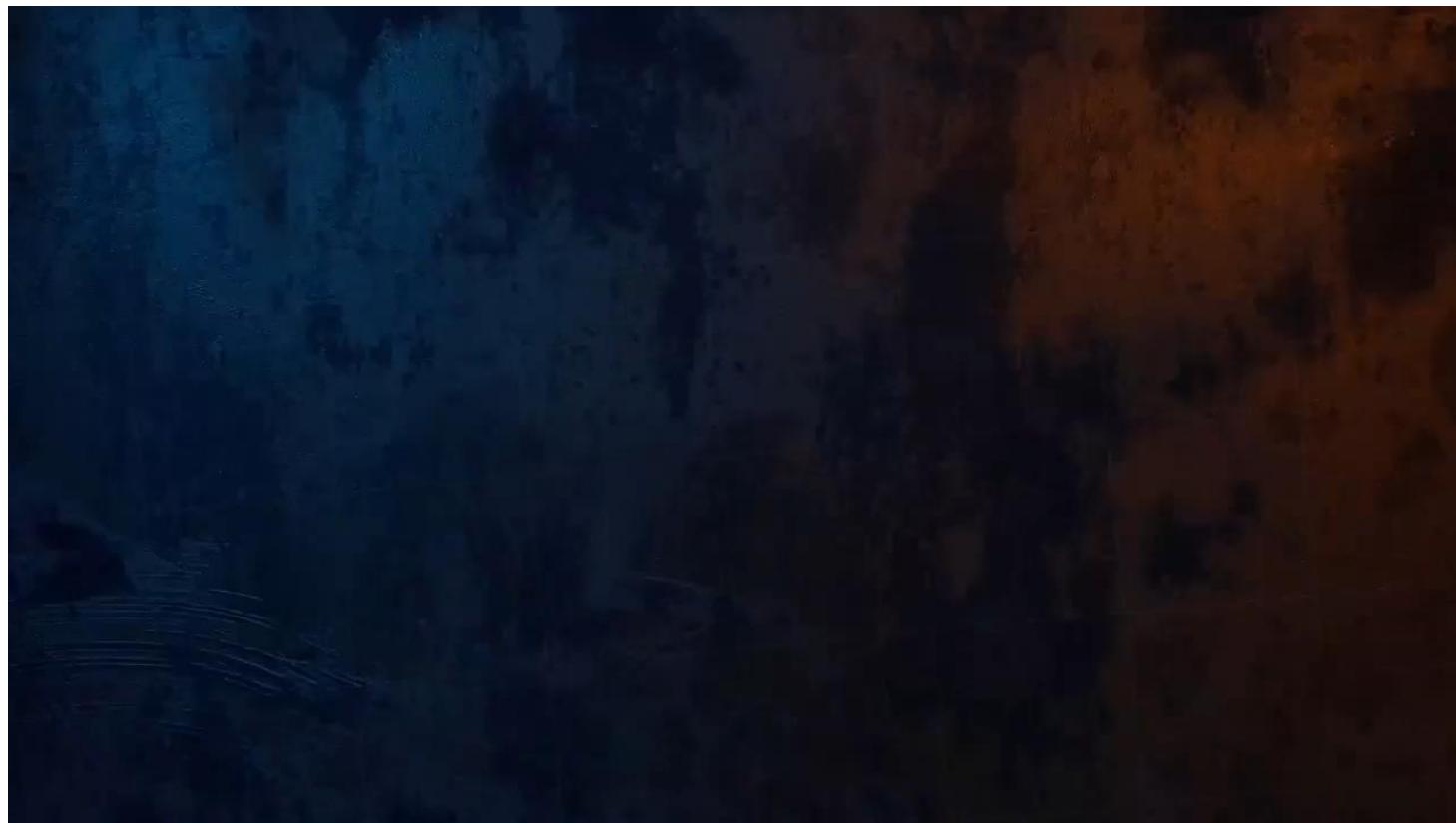


Fonte: Budynas, 2011

TEORIA DA ENERGIA DA DISTORÇÃO MATERIAIS DÚCTEIS

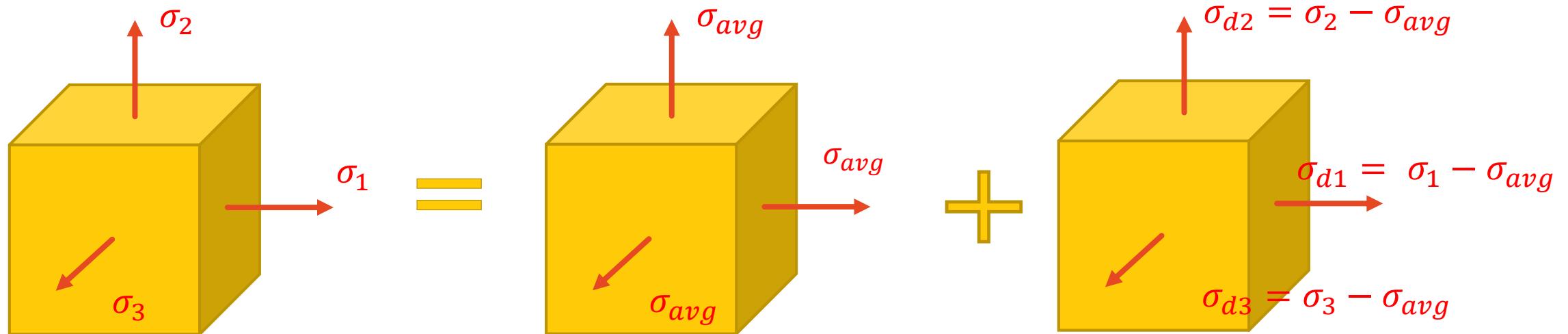
- Originou-se da observação de que materiais dúcteis tensionados hidrostaticamente exibiam resistências de escoamento bem acima dos valores exibidos em ensaios de tensão simples.
- Postulou-se que o escoamento não era um fenômeno simples de tração ou compressão em absoluto, mas que estava relacionado de alguma forma à distorção angular do elemento tensionado

TEORIA DA ENERGIA DA DISTORÇÃO MATERIAIS DÚCTEIS



Fonte: Youtube Interesting Engineering

TEORIA DA ENERGIA DA DISTORÇÃO MATERIAIS DÚCTEIS



Tensões Triaxiais

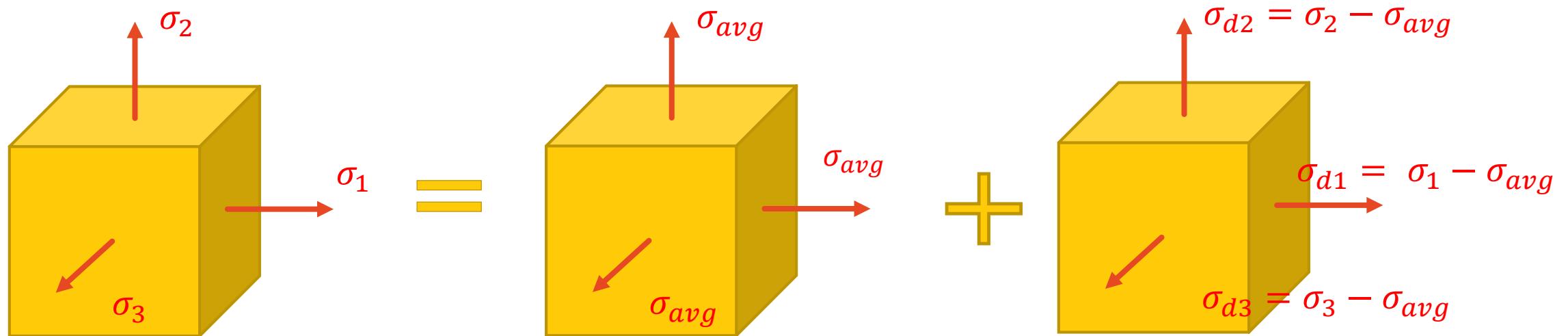
Componente Hidrostática

Componente Distorcional

$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{d1} &= \sigma_1 - \sigma_{avg} \\ \sigma_{d2} &= \sigma_2 - \sigma_{avg} \\ \sigma_{d3} &= \sigma_3 - \sigma_{avg}\end{aligned}$$

TEORIA DA ENERGIA DA DISTORÇÃO MATERIAIS DÚCTEIS



Tensões Triaxiais

Componente Hidrostática

Componente Distorcional

$$u_{Total} = u_{Hid} + u_{Dist}$$

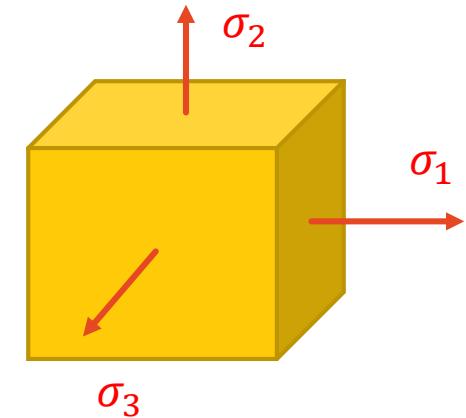
TEORIA DA ENERGIA DA DISTORÇÃO MATERIAIS DÚCTEIS

- Postulado: O escoamento ocorre quando **a energia de deformação por distorção em uma unidade de volume** alcança ou excede **a energia de deformação por distorção por unidade de volume** no escoamento sob tração ou compressão simples do mesmo material.

- Postulado: O escoamento ocorre quando a energia de deformação por distorção em uma unidade de volume alcança ou excede a energia de deformação por distorção por unidade de volume no escoamento sob tração ou compressão simples do mesmo material.

$$u_{\text{Distorção estrutura}} \geq u_{\text{Distorção do ensaio tração}}$$

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]$$

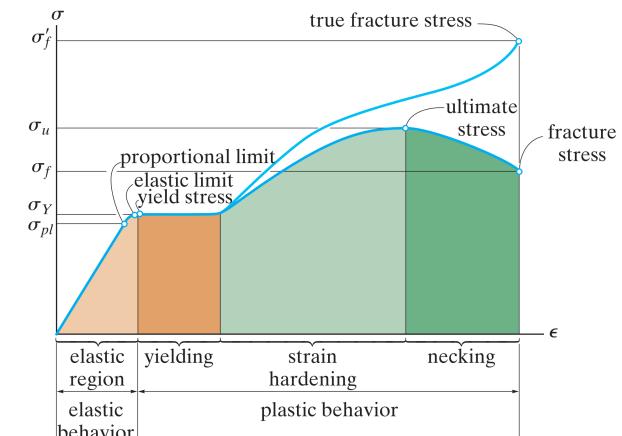


- Postulado: O escoamento ocorre quando a energia de deformação por distorção em uma unidade de volume alcança ou excede a energia de deformação por distorção por unidade de volume no escoamento sob tração ou compressão simples do mesmo material.

$$u_{\text{Distorção estrutura}} \geq u_{\text{Distorção do ensaio tração}}$$

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]$$

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} \sigma_1^2 \quad \longrightarrow \quad u_d = \frac{1 + \nu}{3E} S_y^2$$



Fonte: Hibbeler, 2014

TEORIA DA ENERGIA DA DISTORÇÃO MATERIAIS DÚCTEIS

$$\frac{1+\nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \geq \frac{1+\nu}{3E} S_y^2$$

$$\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \geq S_y$$

Tensão de Von Mises σ'

Tensão única, equivalente ou efetiva
para o estado geral de tensão
completo dado por $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Problemas de Tensão Plana

Von Mises

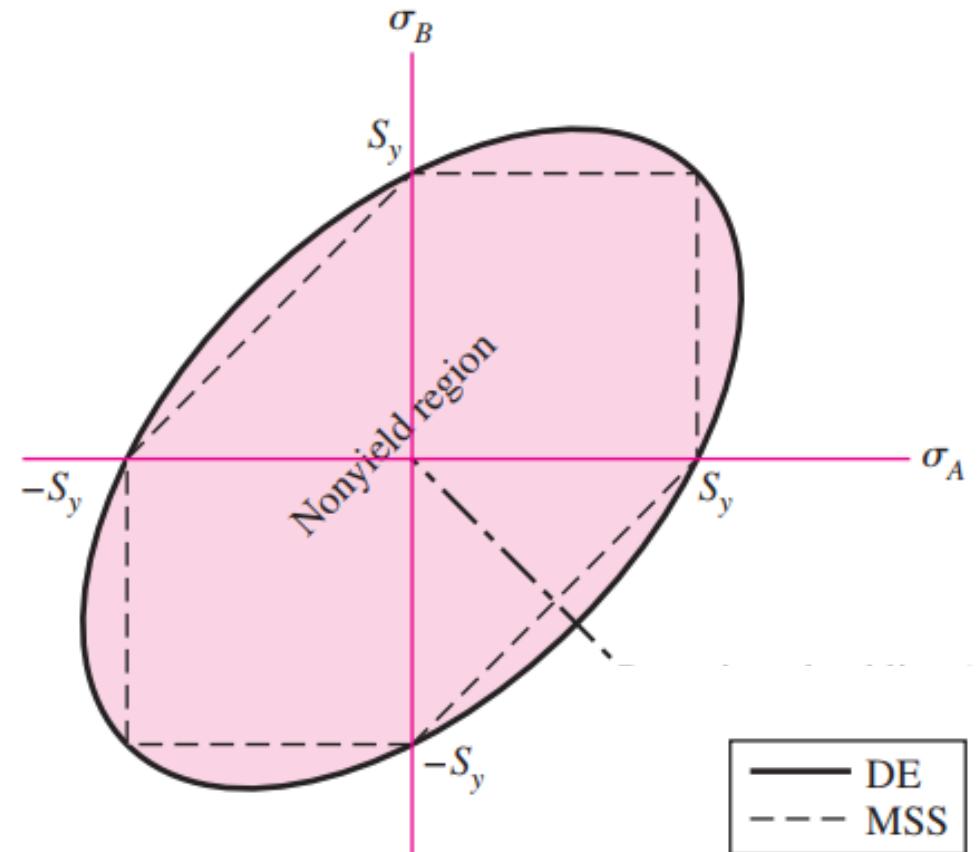
$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

- Sejam σ_A e σ_B as duas tensões principais não nulas ($\sigma_2 = 0$):

$$\sigma' = [\sigma_A^2 - \sigma_A\sigma_B + \sigma_B^2]^{\frac{1}{2}}$$

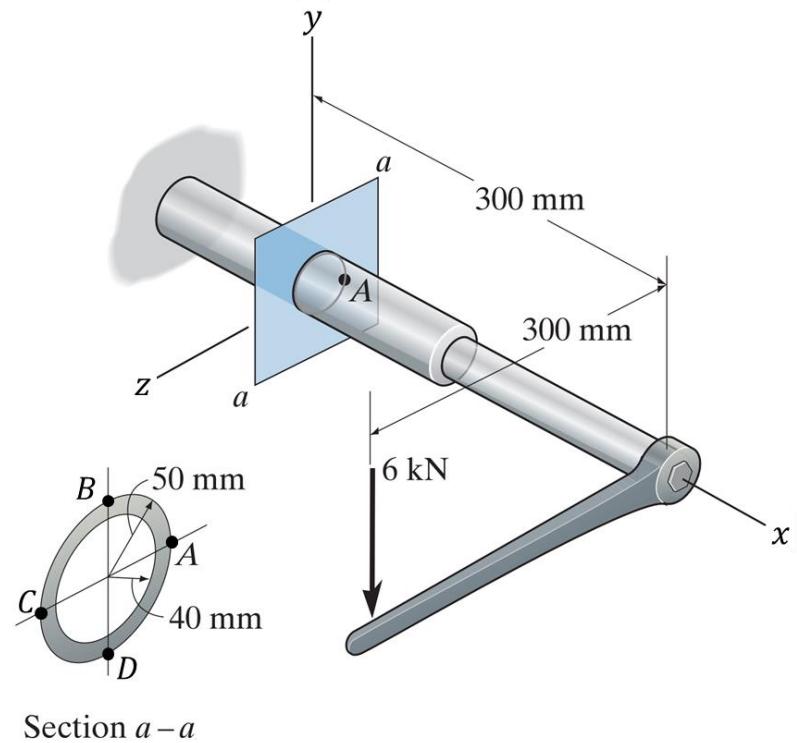
- Propósito de projeto:

$$\sigma' = \frac{S_y}{n}$$



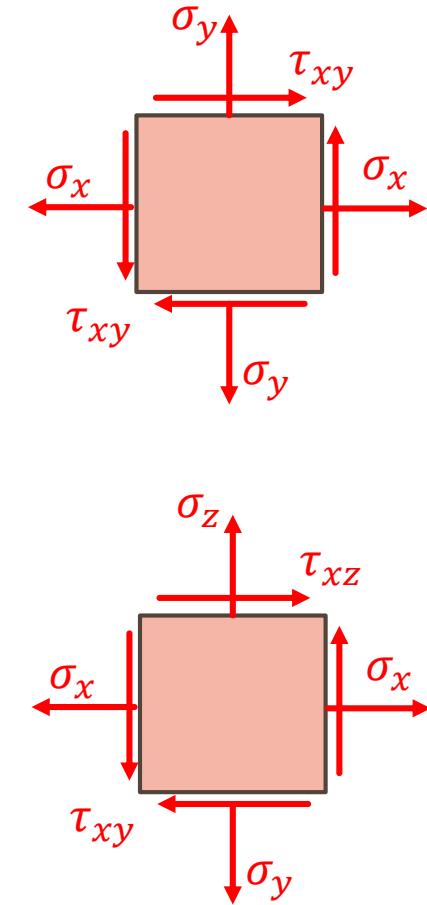
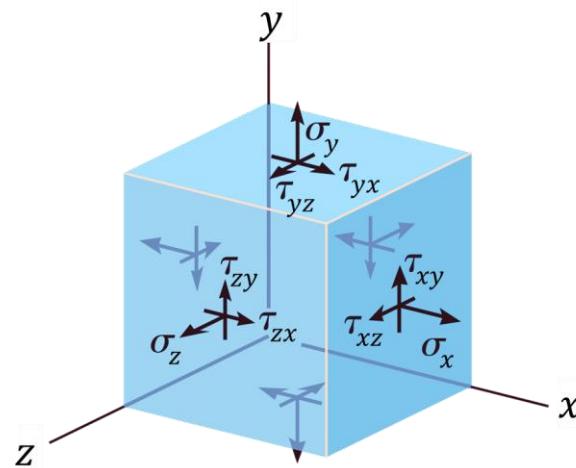
Fonte: Budynas, 2011

Exercício de Aplicação

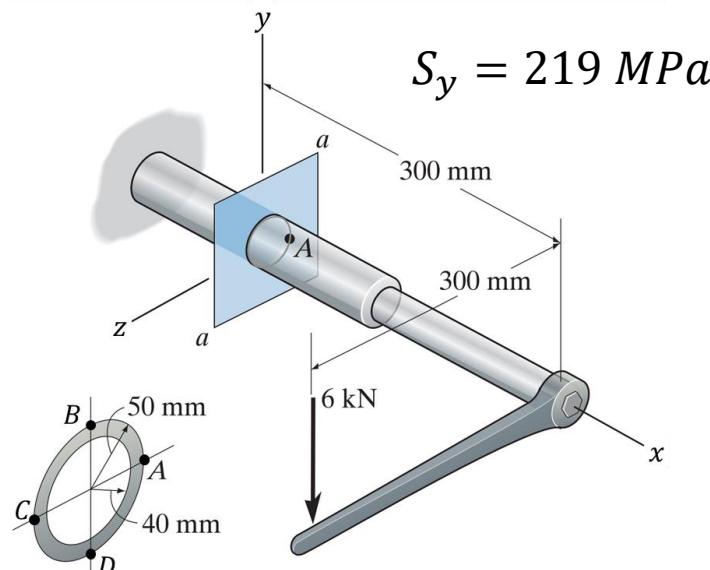


$$S_y = 219 \text{ MPa}$$

Estado de Tensões



Exercício de Aplicação



Section $a-a$

Ponto A	
σ_x	0 MPa
τ_{xy}	11,311 MPa

Tensões Principais

$$\sigma_p = \frac{0 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 - 0}{2}\right)^2 + (11,311)^2}$$

$$\sigma_1 = +11,331 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = -11,331 \text{ MPa}$$

$$11,331 \geq 0 \geq -11,331 \text{ [MPa]}$$

Tresca

$$11,331 - (-11,331) = \frac{219}{n}$$

$$n_{\text{Tresca}} = 9,68$$

Energia de Distorção

$$\sigma' = [(11,311)^2 - (11,311)(-11,311) + (11,311)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = 19,59 \text{ MPa}$$

$$n_{ED} = \frac{219}{19,59} = 11,18$$

Von Mises

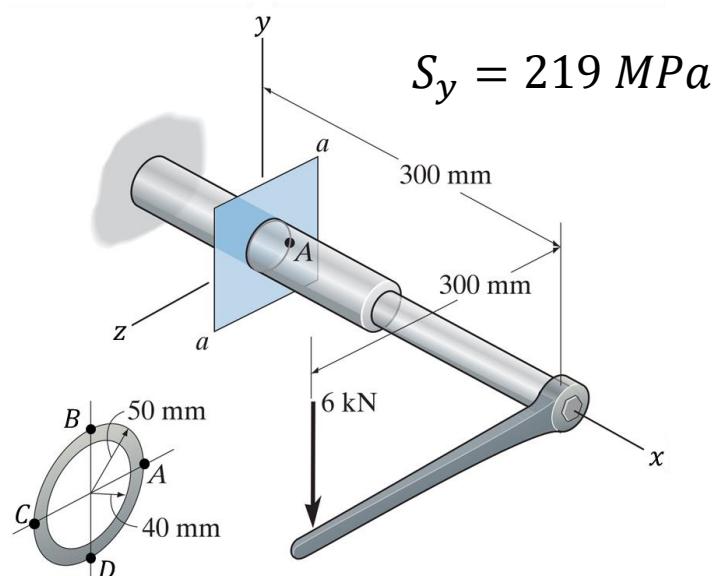
$$\sigma' = [\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = \frac{S_y}{n}$$

Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n}$$

Exercício de Aplicação



Section $a-a$

Ponto B	
σ_x	31,034 MPa
τ_{xz}	15,517 MPa

Tensões Principais

$$\sigma_p = \frac{0 + 31,034}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 - 31,034}{2}\right)^2 + (15,517)^2}$$

$$\sigma_1 = +37,46 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = -6,43 \text{ MPa}$$

$$37,46 \geq 0 \geq -6,43 [\text{MPa}]$$

Tresca

$$37,46 - (-6,43) = \frac{219}{n}$$

$$n_{\text{Tresca}} = 4,98$$

Energia de Distorção

$$\sigma' = [(37,46)^2 - (37,46)(-6,43) + (6,43)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = 141,54 \text{ MPa}$$

$$n_{ED} = \frac{219}{19,59} = 5,33$$

Von Mises

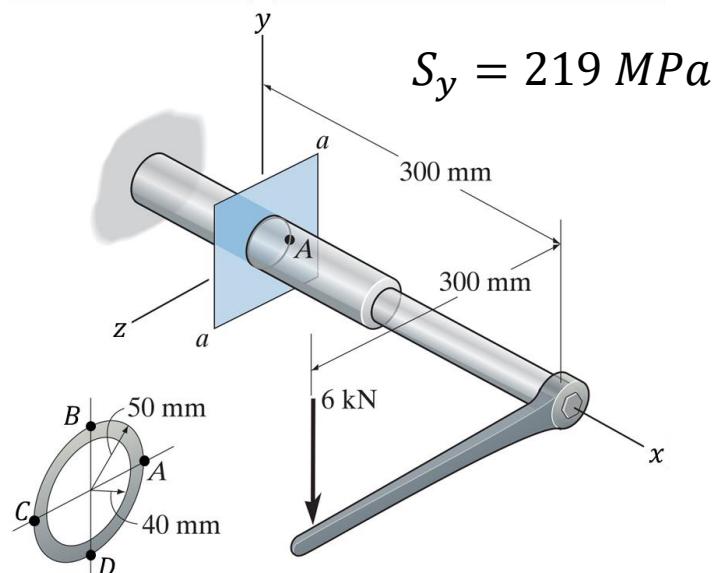
$$\sigma' = [\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = \frac{S_y}{n}$$

Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n}$$

Exercício de Aplicação



Section $a-a$

Ponto C	
σ_x	0 MPa
τ_{xy}	-19,723 MPa

Tensões Principais

$$\sigma_p = \frac{0 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 - 0}{2}\right)^2 + (-19,723)^2}$$

$$\sigma_1 = +19,723 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = -19,723 \text{ MPa}$$

$$19,723 \geq 0 \geq -19,723 [\text{MPa}]$$

Tresca

$$19,723 - (-19,723) = \frac{219}{n}$$

$$n_{\text{Tresca}} = 5,55$$

Energia de Distorção

$$\sigma' = [(19,723)^2 - (19,723)(-19,723) + (-19,723)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = 34,16 \text{ MPa}$$

$$n_{ED} = \frac{219}{34,16} = 6,41$$

Von Mises

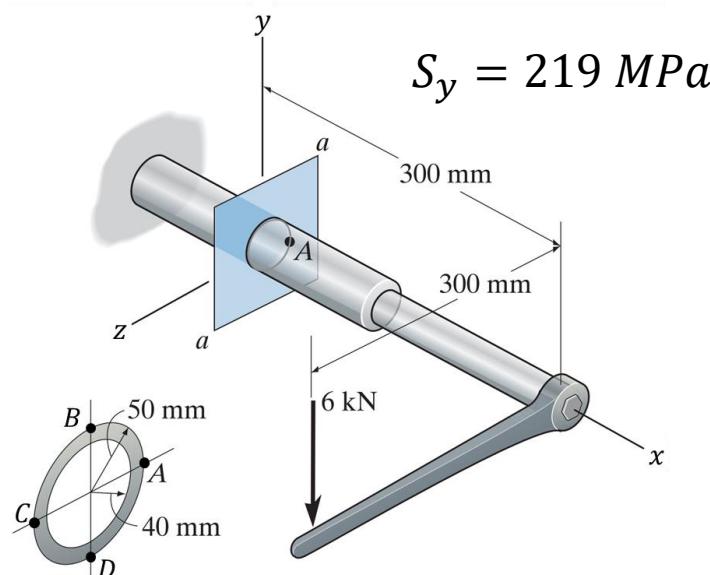
$$\sigma' = [\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = \frac{S_y}{n}$$

Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n}$$

Exercício de Aplicação



Section a-a

Ponto D	
σ_x	-31,034 MPa
τ_{xz}	-15,517 MPa

Von Mises

$$\sigma' = [\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = \frac{S_y}{n}$$

Tresca

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n}$$

Tensões Principais

$$\sigma_p = \frac{0 + (-31,034)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 - (-31,034)}{2}\right)^2 + (-15,517)^2}$$

$$\sigma_1 = +6,43 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = -37,46 \text{ MPa}$$

$$6,43 \geq 0 \geq -37,46 \text{ [MPa]}$$

Tresca

$$6,43 - (-37,46) = \frac{219}{n}$$

$$n_{tresca} = 4,99$$

Energia de Distorção

$$\sigma' = [(6,43)^2 - (6,43)(-37,46) + (-37,46)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma' = 41,054 \text{ MPa}$$

$$n_{ED} = \frac{219}{19,59} = 5,33$$

REQUISITOS DO PROGRAMA (TRABALHO)

- O programa deve ser capaz de:
 - Resolver os problemas (viga 1D no eixo x , forças no eixo x e y , torques no eixo x , momentos no eixo z) tratados em EM423;
 - Lidar com forças (principais e decompostas), torques e momentos;
 - Lidar com carregamentos distribuídos sobre uma linha (polinomiais);
 - Determinar reações de apoio;
 - Plotar os diagramas de esforços solicitantes.
 - Receber propriedades (todas as necessárias) do material e da seção transversal da viga.
 - Plotar os gráficos de inclinação e deflexão da viga.
 - Plotar os gráficos de alongamento e de ângulo de torção da viga.
 - Encontrar Tensões, Tensões Principais e Tensões de Cisalhamento Máximas Absolutas para os pontos extremos (positivos e negativos) em y e em z em todas as seções transversais de vigas circulares e vigas circulares vazadas.
 - Verificar os coeficientes de segurança referentes ao Critério de Tresca e ao Critério de von Mises.
- * A lista de requisitos será incrementada conforme novos assuntos forem trabalhados.

REFERÊNCIAS

- GERE, J. M. Mecânica dos materiais. Tradução da: 7. edição americana São Paulo, SP: Cengage Learning, 2011. E-BOOK.
- HIBBELER, R. C., Resistência de materiais. Prentice Hall, 2014.
- SCHIEL, F. - Introdução à resistência dos materiais, apostila, vol. I, Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- COELHO, E.; MORI, D. e outros - Exercícios propostos de resistência dos materiais - Escola de Engenharia de São Carlos, depto de publicações.
- NASH, W. - Resistência dos materiais, coleção SCHAUM, Ed. Mc Graw Hill.
- BEER, Ferdinand - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.
- TIMOSHENKO, S. - Resistência dos Materiais, Ed. livros técnicos e científicos, vol. I.
- WILLEM, N.; EASLEY, J.; ROLFE, S. - Resistência dos materiais, Ed. Mc Graw Hill.
- NORTON, R.L. Projeto de máquinas: uma abordagem integrada. Tradução da 4^a edição americana. Porto Alegre: Booaman, 2013.
- BUDYNAS R.; NISBETT, J.K. Elementos de máquinas de Shigley: projeto de engenharia mecânica. Tradução da 8^o edição americana. Porto Alegre:AMGH, 2011.