Problemas
Capítulo 1 Física: Medição e modelação

1. Foram medidos dois comprimentos:

$P = 25 \pm 1$ cm

$Q = 10 \pm 1$ cm

a) Calcule a soma das duas quantidades $S = P + Q$

b) Calcule a diferença das duas quantidades $D = P - Q$

c) Calcule o produto das duas quantidades $M = P\,Q$

2. Foram medidos dois comprimentos:

$P = 15.2 \pm 0.1$ cm

$Q = 14.9 \pm 0.3$ cm

a) Calcule a soma das duas quantidades $S = P + Q$

b) Calcule a diferença das duas quantidades $D = P - Q$

c) Calcule o erro relativo da diferença D

3. Um carro americano segue à velocidade de 85,0 milhas/hora. Passa por uma estrada com o limite de velocidade 50 km/h.

a) Está o carro a exceder o limite de velocidade?

b) Expresse a velocidade do carro em m/s.

Note: 1 milha = 1609 m

4. Use análise dimensional para determinar quais das seguintes expressões podem estar corretas:

a) $v(t) = Acos(2\pi \mathrm{t}/\mathrm{l})$

b) $v(t) = Acos(2\pi \mathrm{x}/x_0)/\mathrm{t}$

c) $x = x_0 + vt + ct^2$

d) $a = \left(\frac{m\, v_{max}}{t} + F\right)\frac{1}{m}$

e) $x - x_0 = ((v - v_0) + ta)(t - t_0)$

Assume que t têm dimensões de tempo, x de comprimento, v de velocidade, a de aceleração, m de massa, A e l de comprimento, F de força e π, c são sem dimensão.

5. Quando se tem um conjunto x, y de N medições, o método dos mínimos quadráticos oferece o ajuste linear que apresenta a menor diferença entre os valores medidos e os estimados por uma reta $y = m\,x + b$. Se se considerar que os erros que afetam os valores de y são iguais, as expressões que o método fornece são:

$$m = \frac{N\ \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i\ \sum_{i=1}^{N} y_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2\ \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i\ \sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}$$

$$r^2 = \frac{(N \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i\ \sum_{i=1}^{N} y_i)^2}{[N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2]\ [N \sum_{i=1}^{N} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} y_i)^2]}$$

$$\Delta m = |m| \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2} - 1}{N - 2}}$$

O coeficiente de determinação r^2 é tal que quando ~1 indica um ótimo ajuste, enquanto que ~ 0 indica que o modelo não é linear.

$$\Delta b = \Delta m \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N}}.$$

Escreva um programa em python que calcule as quantidades anteriores. Como teste ao programa escrito, compare os seus resultados com os de um problema conhecido, indicado na tabela abaixo,

L (cm)	X (cm)
222.0	2.3
207.5	2.2
194.0	2.0
171.5	1.8
153.0	1.6
133.0	1.4
113.0	1.2
92.0	1.0

Com os valores $\sum_{i=1}^{N} x_i y_i = 2322.4$; $\sum_{i=1}^{N} x_i = 1286.0$; $\sum_{i=1}^{N} y_i = 13.5$;
$\sum_{i=1}^{N} x_i^2 = 221719.5$; $\sum_{i=1}^{N} y_i^2 = 24.33$;

$$m = 0.01015505\ ;\ \Delta m = \ 0.000162973$$
$$b = 0.05507544;\ \Delta b = 0.02713077$$
$$r^2 = 0.99845714$$

a) Comece por representar os dados experimentais num gráfico.

b) Calcular as somas das expressões acima.

c) De seguida calcule o declive, a ordenada na origem e o coeficiente de determinação ou de correlação r^2.

d) faça um gráfico com os pontos experimentais e a reta cujos parâmetros *m* e *b* calculou anteriormente.

e) Encontre o valor de X, quando $L = 165.0$ cm. Use a reta determinada pela regressão linear.

f) Afaste da reta encontrada um dos valores medidos de y. Compare o coeficiente de determinação com o valor anterior. Faça um gráfico com os novos pontos experimentais e a nova reta.

Nota: os valores da tabela acima são as medições realizadas numa experiência de difração por uma dupla fenda de um feixe de luz, em que L é a distância da dupla fenda ao alvo e X a distância entre máximos luminosos consecutivos da figura de difração.

6. Um ciclista tenta percorrer a velocidade constante (uniforme) uma distância de 10 km. O seu treinador nos primeiros 9 minutos e a cada minuto mede a distância percorrida, e regista os valores em km:

0.00 0.735 1.363 1.739 2.805 3.814 4.458 4.955 5.666 6.329

a) Apresente estas medições num gráfico. A analisar o gráfico, a relação entre o tempo e a distância percorrida é linear?

b) Encontre o declive, a ordenada na origem, os erros respetivos e o coeficiente de determinação.

É uma relação linear bem aproximada? O ciclista conseguiu manter a mesma velocidade uniforme durante o percurso?

c) Qual a velocidade média do ciclista?

d) Use a função *polyfit* dos pacote *numpy* ou do pacote *pylab* para encontrar a reta que mais se aproxima das medições.

O declive e a ordenada na origem concordam com os valores calculados na alínea b)?

e) Apresente a velocidade em km/hora.

7. O período de oscilação de uma massa, M**,** presa a uma mola foi medido para massas diferentes. As medições efetuadas estão registadas na seguinte tabela:

M (kg)	T (s)
0,15	1,21
0,20	1,40
0,16	1,26
0,11	1,05
0,25	1,60
0,32	1,78
0,40	2.00
0,45	2,11
0,50	2,22
0,55	2,33

a) Apresente estas medições num gráfico. A analisar o gráfico, a relação ente o período de oscilação e a massa é linear?
b) Apresente as medições num gráfico log-log. Qual a dependência entre as quantidade período e massa?
c) Considerando a relação entre o período e a massa descoberta na alínea anterior, transforme as quantidades de modo a obter um gráfico que apresente uma relação linear. Encontre o declive, a ordenada na origem, os erros respetivos e o coeficiente de determinação. É um bom ajuste?
d) Calcule a constante elástica, definida como $K = 4\pi^2 \frac{M}{T^2}$ (o que equivale a se ter $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$).

8. Foi medida a energia por segundo (potência) emitida por um corpo negro (corpo que absorve toda a energia que incide nele) de área 100 cm^2 em função da temperatura absoluta, T, e registada na seguinte tabela

T (K)	200.	300.	400.	500.	600.	700.	800.	900.	1000.	1100.
E (J)	0.6950	4.363	15.53	38.74	75.08	125.2	257.9	344.1	557.4	690.7

a) Apresente estas medições num gráfico. A analisar o gráfico, a relação entre a energia emitida e a temperatura é linear?
b) Apresente as medições num gráfico log-log. Qual a dependência entre as quantidade energia emitida e a temperatura?

9. Foi medida a atividade de uma amostra do isótopo radioativo ^{131}I tem de 5 em 5 dias. Os valores medidos da atividade com o tempo são, em mCi:

9.676 , 6.355, 4.261, 2.729, 1.862, 1.184, 0.7680, 0.4883, 0.3461, 0.2119

a) Apresente estas medições num gráfico. A analisar o gráfico, a relação entre a atividade e o tempo é linear?

b) Apresente as medições num gráfico semilog. Como depende a atividade com o tempo?

A unidade curie indica $3{,}7 \times 10^{10}$ desintegrações nucleares/s

10. A aceleração da gravidade sentida por um corpo de 1 kg em órbita é $a = \frac{K}{R^2}$, onde K é o produto entre a constante gravitacional universal e a massa da terra, $K = G \times M_T$, e R a distância ao centro da terra. Foram feitas medições da aceleração a diferentes altitudes. Os valores medidos estão registados na tabela:

R (10^6m)	a (m/s^2)
6.37	9.8
7.02	8.0
7.61	6.6
8.02	6.3
8.43	5.5
8.92	5.1
9.31	4.6
9.78	4.1
10.25	3.8
10.74	3.6

Determine a constante K. Que quantidades serão a abcissa e a ordenada de modo a linearizar a expressão da aceleração a.

11. Uma bola é chutada a partir do solo. Altura da trajetória da bola em função da distância horizontal percorrida está registada na tabela para 4 chutos:

Distance trial1 trial2 trial3 trial4 (em polegadas)
x y1 y2 y3 y4
1080 0.0 0.0 0.0 0.0
1044 2.25 3.25 4.5 6.5
1008 5.25 6.5 6.5 8.75
972 7.5 7.75 8.25 9.25
936 8.75 9.25 9.5 10.5
900 12.0 12.25 12.5 14.75
864 13.75 16.0 16.0 16.5
828 14.75 15.25 15.5 17.5
792 15.5 16.0 16.6 16.75
756 17.0 17.0 17.5 19.25
720 17.5 18.5 18.5 19.0
540 19.5 20.0 20.25 20.5
360 18.5 18.5 19.0 19.0
180 13.0 13.0 13.0 13.0
0 0.0 0.0 0.0 0.0
.

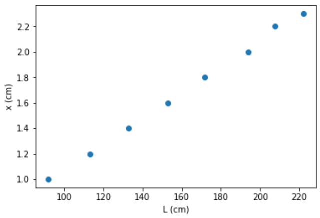
a) Apresente estas medições num gráfico. A analisar o gráfico, a relação entre a altura (y) e a distância horizontal percorrida é linear?

b) Analise a curva obtida com a função polyfit do pacote numpy de python e compare-a com um polinómio do 2º grau (parábola). Apresente no mesmo gráfico os dados experimentais da trajetória da bola e a parábola obtida. Comente a acordo entre as duas curvas.

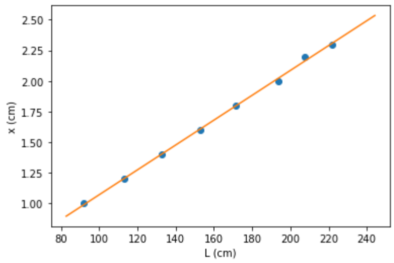
Soluções Problemas Cap. 1

1. a) 35 ± 2 cm; b) 15 ± 2 cm; c) 250 ± 35 cm
2. a) $30{,}1 \pm 0{,}4$ cm; b) $0{,}3 \pm 0{,}4$ cm; c) 1.3
3. a) 137 km/h; b) 38,0 m/s
4. a) Não b) Sim c) Não d) Sim e) Sim

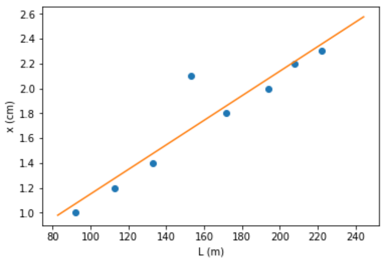
5. a)



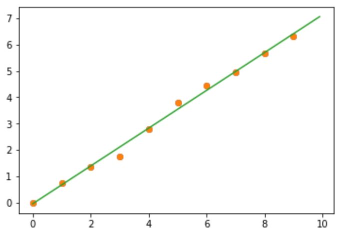
d)



e) 1.7 cm
f) com $L(171.5 \text{ cm}) = 2.1$ cm , r^2 =0.87420251



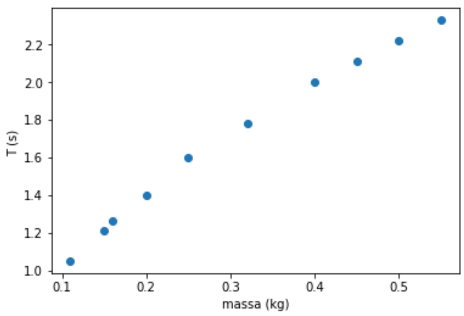
6. a)



Sim;

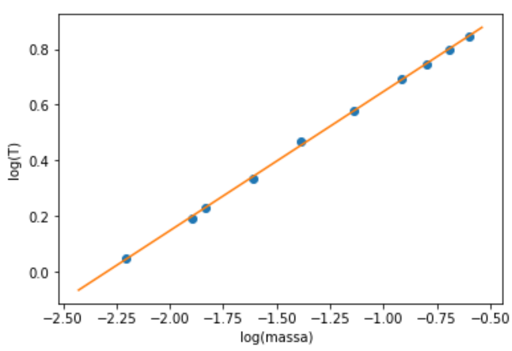
b) $v = 0.72 \pm 0.02$ km/minuto, $b = -0.0 \pm 0.1$ km, $r^2 = 0.994$;
c) 6.329/9 = 0.703 km/minuto, pelo declive da reta 0.719 km/minuto;
d) c1=numpy.polyfit(t,x,1) , concorda;
e) 43.1 km/h.

7.a)



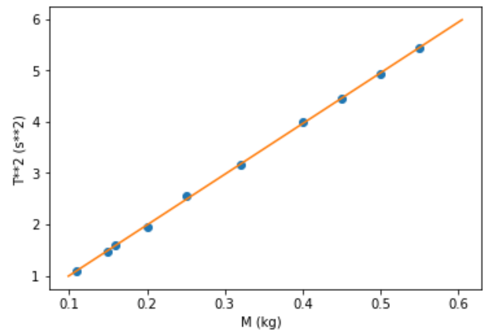
Não é linear;

b)



$T = CM^{0.5}$ (declive é o expoente de uma lei de potência, $m = 0.499 \pm 0.005$;

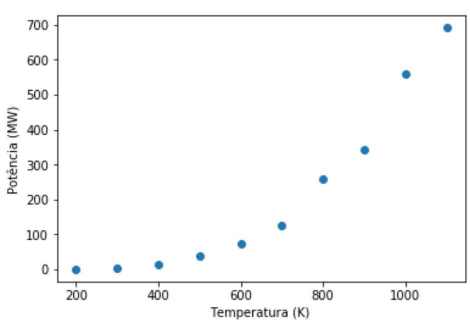
c)



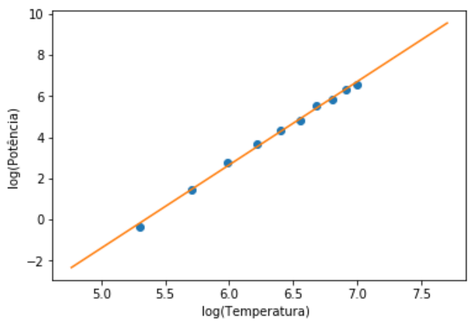
$m = 9.87 \pm 0.08$ s^2/kg; $b = 0.02 \pm 0.03$ s^2; r^2 =0.9995

d) $k = 4.00 \pm 0.03$ kg/s^2

8. a) Não;

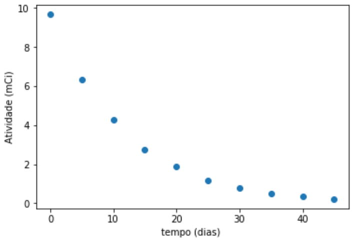


b)

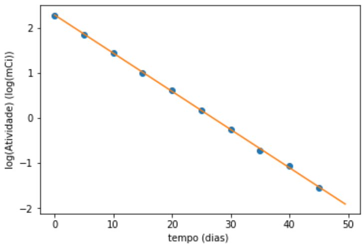


$m = 4.05 \pm 0.08$, r^2 =0.997

9. a) Não;



b)

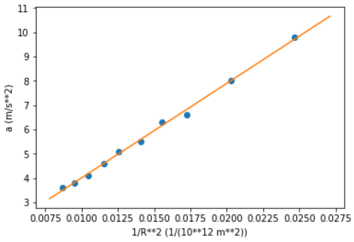


$m = -0.0847 \ \pm 0.0006$ l dias^{-1}

$\log\left(\frac{\text{atividade(t)}}{\text{atividade(0)}}\right) = (-0.0847 \ \pm 0.0006)\ t$ $\quad$ t em dias

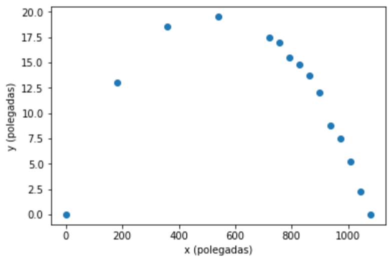
$$\text{atividade} = \text{atividade}(0) \ \times \ e^{(-0.0847 \ \pm 0.0006)\ t}$$

10.



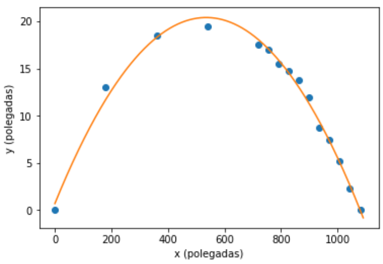
$K = (389 \ \pm 8) \ \times 10^{12}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}^2$; $x \equiv 1/R^2, y \equiv a$

11. a)



Não.

b) polyfit c2= [-6.87260098e-05 7.35804301e-02 7.10488194e-01]



Bom acordo.