Departamento de Física
Universidade de Aveiro

Modelação de Sistemas Físicos

3ª aula Prática

Sumário:

Cálculo simbólico em python
Resolução de problemas sobre o cap. 2

Bibliografia:
Serway, cap. 2
Sorenssen, cap. 4

Problema cap 2

1. Um carro A segue numa estrada à velocidade constante de 70 km/h onde o limite de velocidade é de 50 km/h. Ao passar por um carro patrulha, B, este último parte em sua perseguição à aceleração constante de 2,0 m/s^2.

a) Faça o gráfico da lei do movimento do carro A e do carro patrulha B, $x = x(t)$.

b) Em que instante e qual a distância percorrida pelo carro patrulha quando este último alcança o carro em infração? Encontre a solução numericamente, e confirme com cálculo analítico.

Pergunta 1:
Descreve uma vantágem do uso de cálculo analítico para obter a solução.

cálculo symbólico com sympy

A biblioteca sympy permite fazer cálculos simbólicos no python. Experimente as seguintes instruções.

Importar a biblioteca `import sympy`

Definir variáveis simbólicos: `x,y,m,b = sympy.symbols('x, y, m, b')`

Definir uma expressão: `y = m*x + b` nota que *y* é uma função de 3 variáveis, *x, m,* e *b*

Impôr valores especificos para variáveis: `y2 = y.subs([(m,0.01),(b,0.0)])` agora *y2* é uma função só de *x*

Podemos avaliar y2 num determinado valor de x com o método evalf:

```
y2_at_1 = y2.evalf(subs={x:1})
```

usar um dicionário para definir o valor de x onde avaliar

Se quisermos avaliar múltiplas vezes, é mais eficiente transformar uma expressão sympy numa lambda function numpy:

```
y_lam = sympy.lambdify(x,y,"numpy")
```

`Agora y_lam` é uma função de *x*, que pode ser chamada assim:

```
y(x)
```

Outras instruções uteis:

`sympy.diff(y,x)` derivada de y em função de x

`sympy.nsolve(y,x,x0)` encontrar solução x numérica para y=0, com valor inicial x0

Problema cap 2

Um volante de badmington foi largado de uma altura considerável. A lei do movimento é

$$y(t) = \frac{v_T^2}{g} \log\left[\cosh\left(\frac{gt}{v_\mathrm{T}}\right)\right],$$

em que a velocidade terminal do volante v_T é 6.80 m/s.

a) Faça o gráfico da lei do movimento $y(t)$ de 0 a 4.0 s.

b) Determine a velocidade instantânea em função do tempo, usando cálculo simbólico. Faça o gráfico da velocidade em função do tempo de 0 a 4 s, usando o pacote matplotlib.

c) Determine a aceleração instantânea em função do tempo, usando cálculo simbólico. Faça o gráfico da aceleração em função do tempo de 0 a 4 s, usando o pacote matplotlib.

d) Mostre que a aceleração é compatível com a forma geral $a_y(t) = g - \frac{g}{v_T^2} v_y |v_y|$.

e) Se o volante for largado de uma altura de 20 m, quanto tempo demora a atingir o solo? Compare com o tempo que demoraria se não houvesse resistência do ar.

f) Nas condições da alínea anterior, qual o valor da velocidade e da aceleração quando o volante chega ao solo?

Nota:

$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ e $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$;

$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$; $\tanh(\mathrm{x}) = \sinh(\mathrm{x}) / \cosh(\mathrm{x})$

Pergunta 2:
Se a velocide terminal v_T fosse muito elevada, como seria o movimento?