Departamento de Física
Universidade de Aveiro

Modelação de Sistemas Físicos

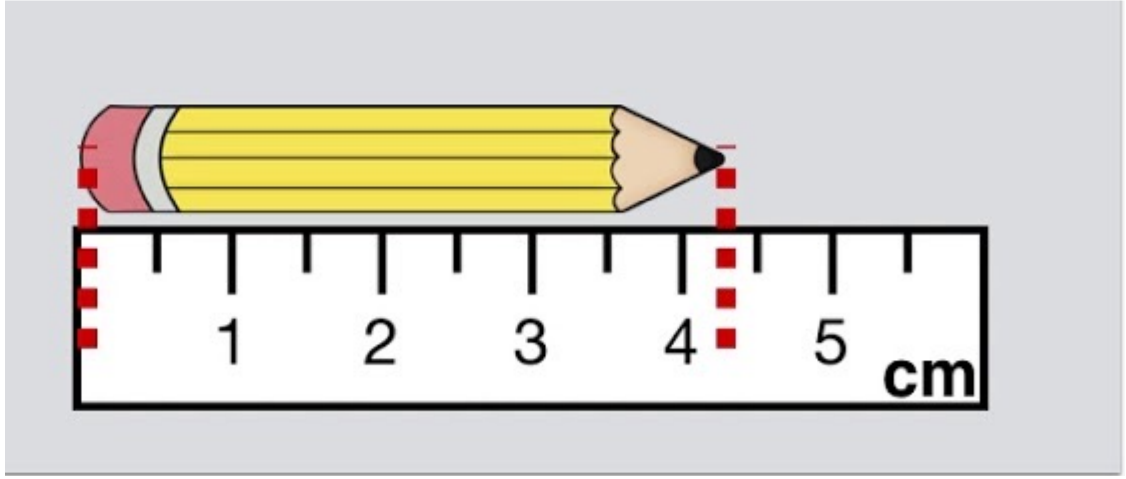
1ª aula Prática

Sumário:

Resolução de problemas sobre o cap. 1

Bibliografia:
Serway, cap. 1
Sorenssen, cap. 3

Observação e medição



Registo de uma quantidade usando só uma medição:
O valor da medição de uma quantidade (como também a representação digital de um número real) está sempre afetado de uma **incerteza**.

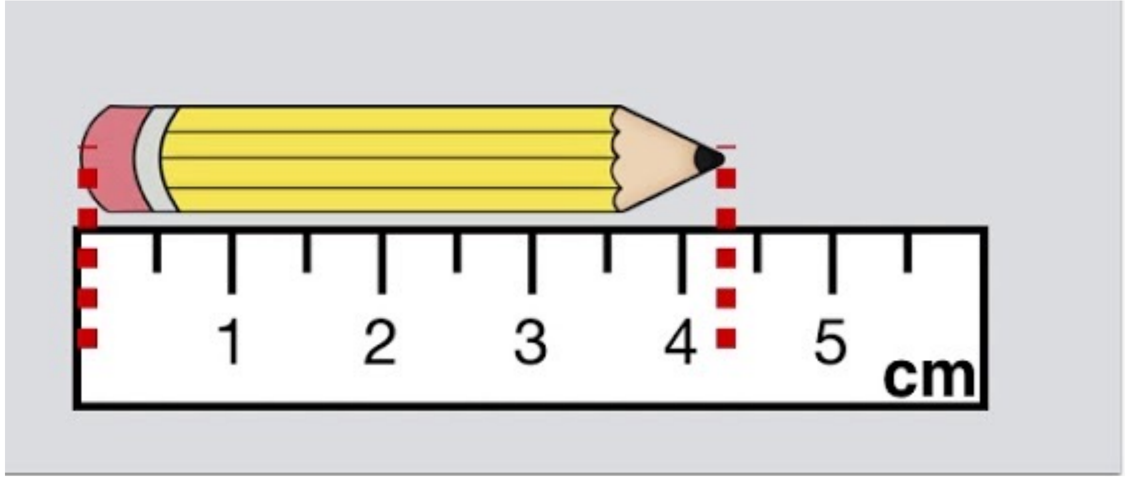
À quantidade que se mede, na figura o comprimento do lápis, c,
associamos ao valor que melhor se estima, $\bar{c}$, um outro valor, Δc, chamado erro ou indeterminação,
Tal que se tem a certeza que o comprimento está entre $\bar{c} - \Delta c$ e $\bar{c} + \Delta c$

Pela figura tem-se a certeza que $4{,}0 \text{ cm} < c < 4{,}5 \text{ cm}$

E pode-se considerar $\bar{c} = 4{,}25 \text{ cm}$ e $\Delta c = 0{,}25 \text{ cm}$

O comprimento do lápis indica-se $c = 4{,}3 \pm 0{,}3 \text{ cm}$

Observação e medição

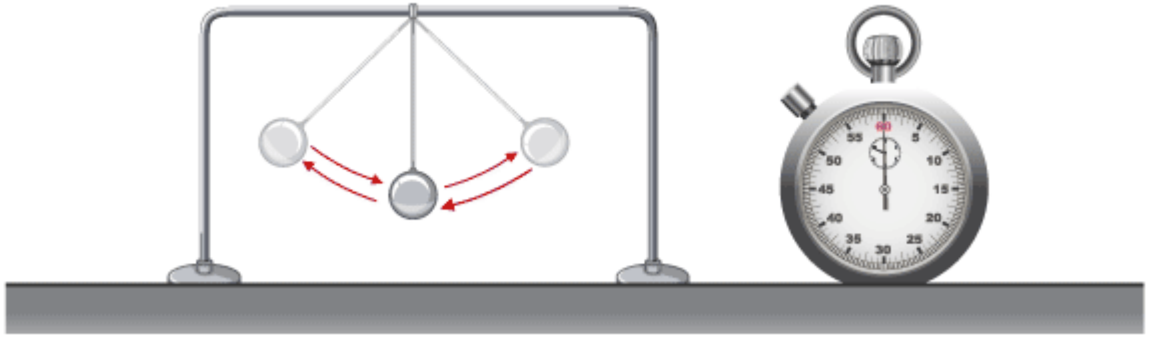


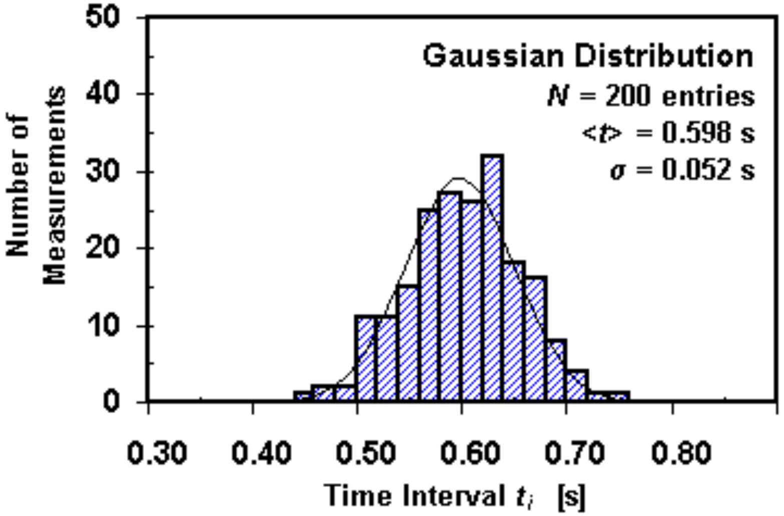
Este erro é considerado um exemplo de um **erro de leitura** ou instrumental.

Instrumentos de escala contínua: O erro é metade da menor divisão da escala

Instrumentos de escala digital: O erro é uma divisão da escala.

Observação e medição





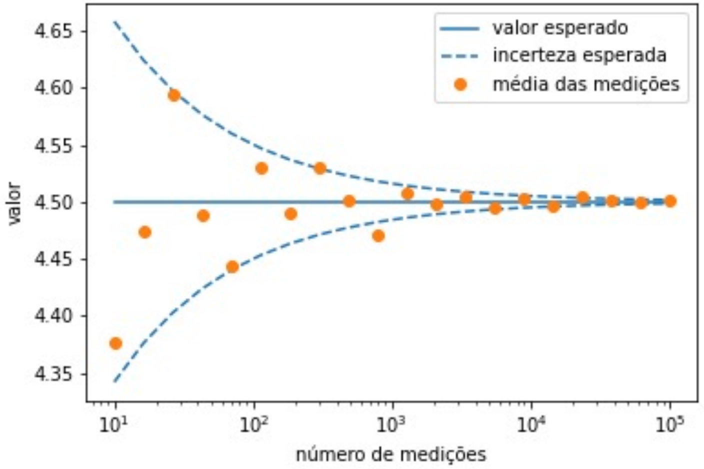
Registo de uma quantidade usando 10 ou mais medições:

Cada vez que se mede o tempo de uma oscilação completa (período, T) obtêm-se um valor diferente.

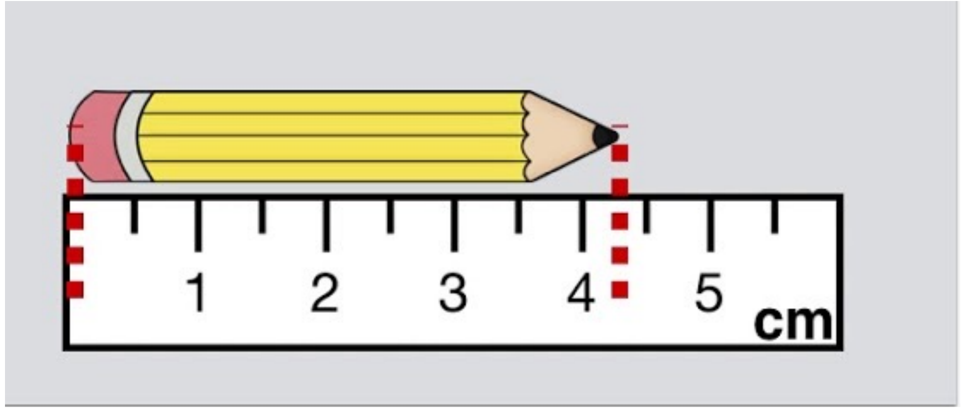
- A **melhor estimativa** do período é o valor **médio** $\bar{T} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_i$
- O desvio padrão indica a **variação em cada medição**: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(T_i - \bar{T})^2}$
- O **erro na media diminuia** com o número de medições: $S = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

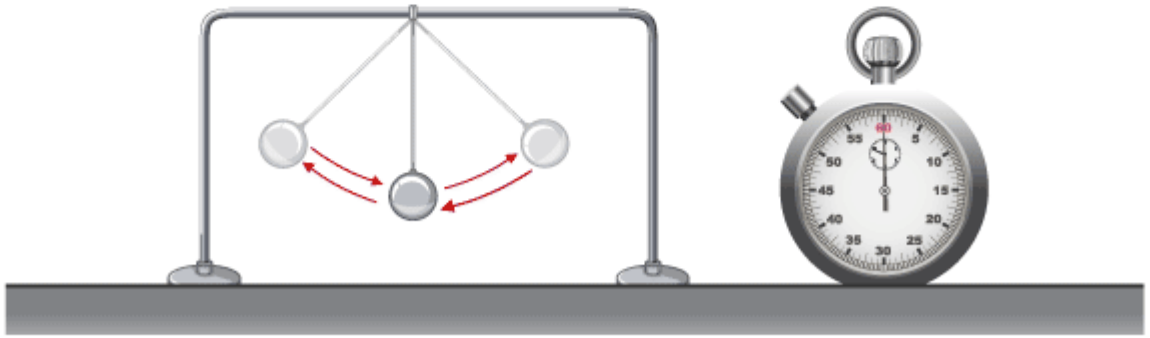
Este é um erro de observação

Então o valor do período indica-se por $T = \bar{T} \pm S$



Observação e medição





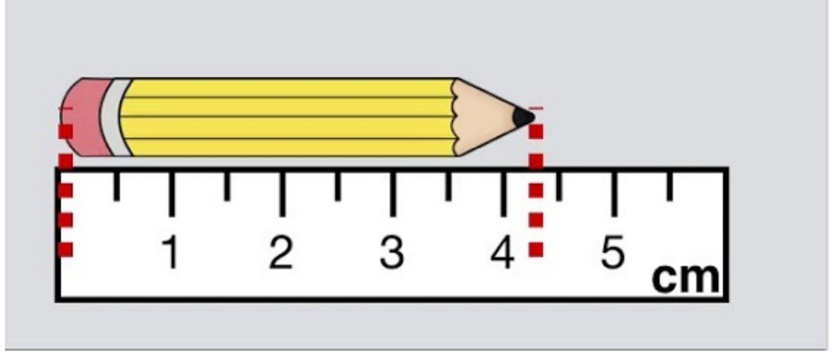
Erro de leitura

Erro de observação

Os erros de leitura e os erros de observação são independentes.

Como erro a associar ao valor, toma-se como erro o maior destes dois erros.

Observação e medição



Precisão e Exatidão:

- **Precisão** mede o grau de variação da medição obtido na experiência.

  erro relativo = $\left|\frac{\Delta c}{\bar{c}}\right|$

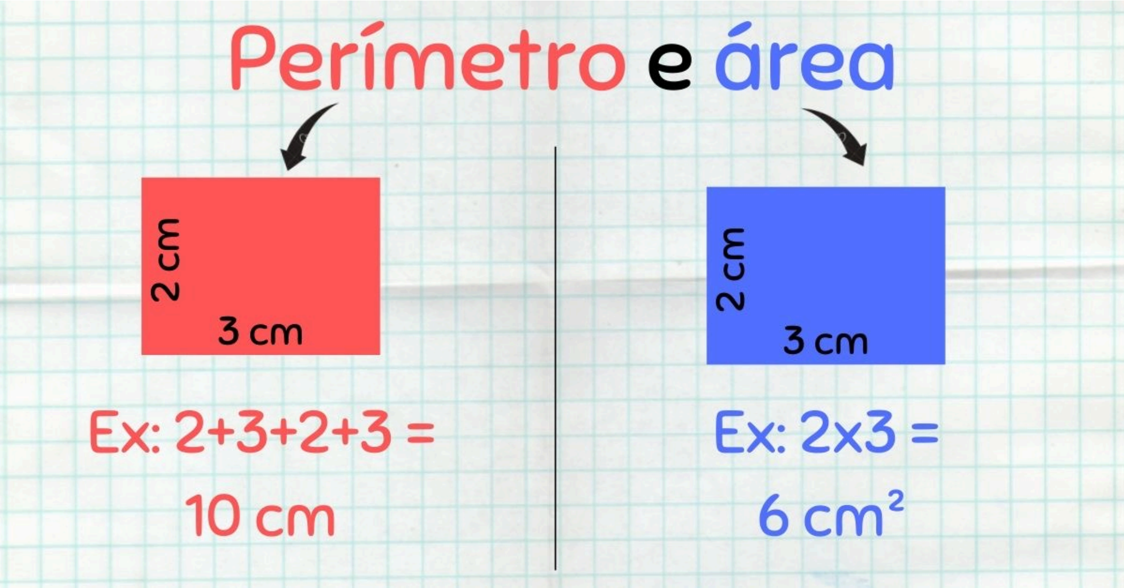
  A precisão é tanto maior quanto o erro relativo for menor.

- **Exatidão** mede a proximidade do valor medido do valor correto.

  Quanto menor for a diferença entre estes últimos dois valores maior é a exatidão.

- **Precisão e Exatidão são dois conceitos diferentes.**

Observação e medição

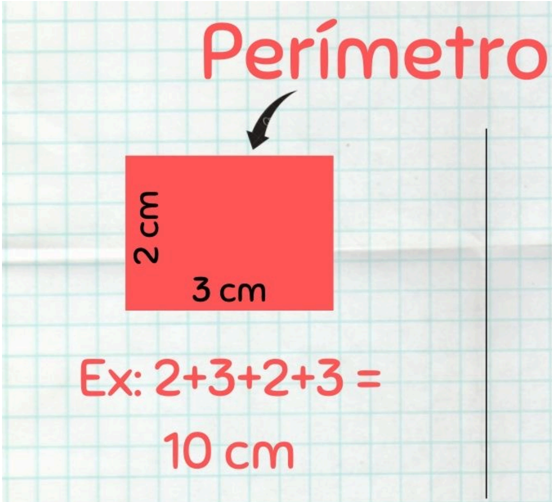


Como se determina o erro de quantidades que não se medem, mas que são funções de quantidades medidas?

Exemplo: O perímetro e a área de um retângulo?

Observação e medição

Como se determina o erro de quantidades que não se medem, mas que são funções de quantidades medidas?



Adição de duas parcelas: largura, L, e profundidade, P,

$$S = L + P$$

Em que $L = 3{,}0 \pm 0{,}1$ cm
$P = 2{,}0 \pm 0{,}1$ cm

$S = 5{,}0$ cm **mas o que deve ser ΔS?**

O valor mínimo de $S = 5{,}0 - (\Delta L + \Delta P)$
O valor máximo de $S = 5{,}0 + (\Delta L + \Delta P)$

$$\Delta S = \Delta L + \Delta P$$

O mesmo de a subtração de duas parcelas, $D = L - P$

$$\Delta D = \Delta L + \Delta P$$

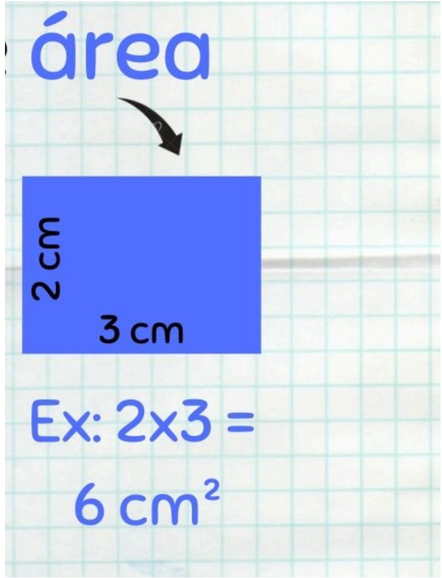
Pergunta 1:

O perímetro é em facto

$$C = 2L+2P$$

como devemos calcular o erro em C?

Observação e medição



Como se determina o erro de quantidades que não se medem, mas que são funções de quantidades medidas?

E o produto de 2 quantidades? Exemplo, a área do retângulo?

$$A = L \times P$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \left|\frac{\Delta L}{L}\right| + \left|\frac{\Delta P}{P}\right|$$

Igual expressão para a divisão de duas quantidades.

Geral: $F = F(x, y, \cdots)$ $\qquad \Delta F = \left|\frac{\partial F}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial F}{\partial y}\right| \Delta y + \cdots$

Problema cap 1

1. Foram medidos dois comprimentos:

$$P = 25 \pm 1 \text{ cm}$$
$$Q = 10 \pm 1 \text{ cm}$$

a) Calcule a soma das duas quantidades $S = P + Q$

b) Calcule a diferença das duas quantidades $D = P - Q$

c) Calcule o produto das duas quantidades $M = P\,Q$

Experiência numérica

Observação e medição

1. Verificar bibliotecas…

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

2. Simular medições com incerteza

```
N = 10 #número de medições

#gerar N valores de X com media 4.5 e desvio padrão 0.5
X = np.random.normal(4.5,0.5,size=N)
Xmedia = np.mean(X)
Xerro = np.std(X)/np.sqrt(N)

#gerar N valores de Y com media 12 e desvio padrão 0.7
Y = np.random.normal(12.0,0.7,size=N)
Ymedia = np.mean(Y)
Yerro = np.std(Y)/np.sqrt(N)
```

3. Calcular a soma

```
Z = X+Y #soma de cada par de valores
Zmedia = np.mean(Z) #melhor est. do valor de Z
```

- Calcule a incerteza na media de Z, diretamente do desvio padrão dos valores

- Calcule a incerteza na media de Z com a fórmula e compare

4. Calcular o produto

```
W = X*Y #produto de cada par de valores
Wmedia = np.mean(W)
```

- Calcule a incerteza na media de W, usando o desvio padrão dos valores

- Calcule a incerteza na media de W com a fórmula e compare

Pergunta 2:

As fórmulas para combinação de erros concordam com os resultados? o que mais nota?

Observação e medição

Algarismos Significativos de uma quantidade

São os algarismos que se conhecem com certeza (100%) mais o 1º algarismo que é afetado pelo erro

Ex: Comprimento

a) $4{,}10 \ \pm 0{,}02$ m possui 3 algarismos significativos (o erro afeta as centésimas)

b) $4{,}100 \ \pm 0{,}02$ m possui 3 algarismos significativos (o erro afeta as centésimas)

c) $4{,}100 \ \pm 0{,}2$ m possui 2 algarismos significativos (o erro afeta as décimas)

Permite escrever os valores de um modo mais simples: Escrever só os algarismos significativos

a) 4,10 m possui 3 algarismos significativos
b) 4,10 m possui 3 algarismos significativos
c) 4,1 m possui 2 algarismos significativos

Em Física $4{,}10\ \mathrm{m}\ \neq 4{,}1\ \mathrm{m}$

Serway, 1.6; Sorenssen, 3.3

Observação e medição

Operações

- **Produto e divisão**: O resultado da operação deve apresentar o número de algarismos significativos igual ao menor dos fatores

ex: Círculo de raio $r = 6{,}0 \ \pm 0{,}1$ cm

de área $A = \pi \times (6{,}0 \text{ cm})^2 = 113{,}097 \cdots \text{ cm}^2$

apresenta-se com 2 algarismos significativos

$A = \pi \times (6{,}0 \text{ cm})^2 = 1.1 \times 10^2 \text{ cm}^2$

- **Adição e subtração:** O resultado da operação deve apresentar o número de casas decimais igual ao menor número de casa decimais das parcelas.

ex:

$$23{,}2 + 5{,}174 = 28{,}4$$
$$3{,}4 + 10 = 13$$
$$1{,}0001 + 0{,}0003 = 1{,}0004$$
$$1{,}002 - 0{,}998 = 0{,}004$$

Cálculos intermédios fazem-se com os todos os algarismos (na máquina de calcular ou computador)

Problema cap 1

2. Foram medidos dois comprimentos:

$$P = 15.2 \pm 0.1 \text{ cm}$$
$$Q = 14.9 \pm 0.3 \text{ cm}$$

a) Calcule a soma das duas quantidades $S = P + Q$

b) Calcule a diferença das duas quantidades $D = P - Q$

c) Calcule o erro relativo da diferença D

Problema cap 1

4. Um carro americano segue à velocidade de 85,0 milhas/hora. Passa por uma estrada com o limite de velocidade 50 km/h. Está o carro a exceder o limite de velocidade?
Note: 1 milha = 1609 m

Observação e medição

Problema cap 1

4. Um carro americano segue à velocidade de 85,0 mil has/hora. Passa por uma estrada com o limite de velocidade 50 km/h. Está o carro a exceder o limite de velocidade? Expresse a velocidade do carro em m/s?
Note: 1 milha = 1609 m

Resolução:

85.0 milhas / hora =

$$85.0\,\frac{\text{milhas}}{\text{hora}} = \frac{85.0\times 1609\ \text{m}}{\text{hora}} = \frac{136765\ \text{m}}{\text{hora}} = 137\times 10^{3}\ \text{m} = 137\ \text{km/h}$$

$$85.0\,\frac{\text{milhas}}{\text{hora}} = \frac{85.0\times 1609\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = 38.0\ \text{m/s}$$