

# Modelação de Sistemas Físicos - Aula Prática nº1

Nome: José Coutinho

email: jose.coutinho@ua.pt

Gabinete: 13.2.2.1 (Departamento de Física)

Avaliação Prática:

- Mostrar e explicar os problemas resolvidos na aula, 12 valores;
- Responder às perguntas apresentadas durante a aula, 8 valores;
- Nota final será a média das 9 melhores avaliações.

Software:

- Spyder IDE, <https://www.spyder-ide.org/>
- Jupyter Notebook (Install on windows using Anaconda), <https://www.xda-developers.com/how-install-jupyter-notebook-windows/>

Ambiente Conda:

```
$ conda create --name msf
$ conda activate msf
(msf) $ conda install python=3.8 ipykernel numpy
matplotlib sympy
(msf) $ python -m ipykernel install --user --name msf --
display-name 'MSF'
(msf) $ conda deactivate
```

## Pergunta 1

O perímetro de um retângulo é  $C=2L+2P$ .

Sendo  $\Delta L$  e  $\Delta P$  os erros associados a  $L$  e  $P$ , qual será o erro associado a  $C$ ?

### Resposta:

$$2(L - \Delta L) + 2(P - \Delta P) \leq C \leq 2(L + \Delta L) + 2(P + \Delta P)$$

ou

$$2L + 2P - (2\Delta L + 2\Delta P) \leq C \leq 2L + 2P + (2\Delta L + 2\Delta P)$$

portanto,

$$\Delta C = 2\Delta L + 2\Delta P$$

## Problema 1 (cap 1)

Foram medidos dois comprimentos:

$$P = 25 \pm 1 \text{ cm}$$

$$Q = 10 \pm 1 \text{ cm}$$

a) Calcule a soma das duas quantidades,  $S = P + Q$

b) Calcule a diferença das duas quantidades,  $S = P - Q$

c) Calcule o produto das duas quantidades,  $S = PQ$

a)  $P + Q = 25 + 10 \pm (1 + 1) \text{ cm}$   $P + Q = 35 \pm 2 \text{ cm}$

b)  $P - Q = 25 - 10 \pm (1 + 1) \text{ cm}$   $P - Q = 15 \pm 2 \text{ cm}$

a)  $PQ = 25 \times 10 \pm (1/25 + 1/10) \times 250 \text{ cm}^2$   $PQ = 250 \pm 35 \text{ cm}^2$

## Experiência numérica

1. Verificar as bibliotecas

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

2. Simular medições com incerteza

In [2]: *# número de medições*

*N = 1000*

*# gerar N valores de X com média 4.5 e desvio padrão 0.5*

*X = np.random.normal(4.5, 10.5, size = N)*

*Xmedia = np.mean(X)*

*Xerro = np.std(X)/np.sqrt(N)*

*#print("X = ", X)*

*print("Xmedia = ", Xmedia)*

*print("Xerro = ", Xerro)*

*# gerar n valores de Y com média 12 e desvio padrão 0.7\*

*Y = np.random.normal(12.0, 20.7, size = N)*

*Ymedia = np.mean(Y)*

*Yerro = np.std(Y)/np.sqrt(N)*

*#print("Y = ", Y)*

*print("Ymedia = ", Ymedia)*

*print("Yerro = ", Yerro)*

Xmedia = 4.09133808532908

Xerro = 0.3305020735526861

Ymedia = 12.169537559513312

Yerro = 0.6692429483659751

3. Calcular a soma e o erro associado

In [3]: *# soma de X e Y componente-a-componente*

*Z = X + Y*

*# melhor estimativa do valor de Z*

*Zmedia = np.mean(Z)*

*print("Zmedia = ", Zmedia)*

*# Calcular a incerteza na média de Z, diretamente do desvio padrão dos va*

*Zerro = np.std(Z)/np.sqrt(N)*

*print("Zerro = ", Zerro)*

*# Calcular incerteza na média de Z com fórmula e comparar*

*Zerro\_frm = Xerro + Yerro*

*print("Zerro\_frm = ", Zerro\_frm)*

Zmedia = 16.260875644842393

Zerro = 0.7388124324493693

Zerro\_frm = 0.9997450219186612

4. Calcular o produto e o erro associado

```
In [4]: # produto de X e Y componente-a-componente
W = X * Y
Wmedia = np.mean(W)
print("Wmedia = ", Wmedia)

# Calcular a incerteza na média de W, usando o desvio padrão dos valores
Werro = np.std(W)/np.sqrt(N)
print("Werro = ", Werro)

# Calcular incerteza na média de W com fórmula e comparar
W_frm = Xmedia * Ymedia
Werro_frm = (np.abs(Xerro / Xmedia) + np.abs(Yerro / Ymedia)) * W_frm
print("W_frm = ", W_frm)
print("Werro_frm = ", Werro_frm)
```

```
Wmedia = 44.152725388852396
Werro = 8.720453617868358
W_frm = 49.789692498079525
Werro_frm = 6.7601565605840825
```

## Pergunta 2

As fórmulas para combinação de erros concordam com os resultados? o que mais nota?

- A fórmula de propagação dos erros **majora** o erro obtido pelo desvio padrão.

$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y > \frac{\sigma_Z}{\sqrt{N}}$   $\Delta W = |W| \left| \frac{\Delta X}{X} \right| + |W| \left| \frac{\Delta Y}{Y} \right| > \frac{\sigma_W}{\sqrt{N}}$ , em que

$W = \bar{X} + \bar{Y}$

## Problema 2 (cap 1)

Foram medidos dois comprimentos:

$P = (15.2 \pm 0.1) \text{ cm}$

$Q = (14.9 \pm 0.3) \text{ cm}$

- Calcule a soma das duas quantidades,  $S = P + Q$
- Calcule a diferença das duas quantidades,  $D = P - Q$
- Calcule o erro relativo que afeta a diferença,  $\Delta D/D$

**Resposta:**

a)  $S = (15.2 + 14.9) \text{ cm} = 30.1 \text{ cm}$

b)  $D = (15.2 - 14.9) \text{ cm} = 0.3 \text{ cm}$

c)  $\Delta D = (0.1 + 0.3) \text{ cm} = 0.4 \text{ cm}$

portanto,  $\Delta D/D = 0.4/0.3 = 1.3$

## Problema 3 (cap 1)

Um carro americano segue à velocidade de 85.0 milhas/hora. Passa por uma estrada com o limite de velocidade de 50 km/h. Está o carro a exceder o limite de velocidade?

Nota: 1 milha = 1609 m

**Resposta:**

$$v = 85.2 \text{ mi/h}$$

em que  $1 \text{ mi} = 1609 \text{ m} = 1.609 \text{ km}$ .

$$v = 85.2 \text{ mi/h} = 85.2 \times 1.609 \text{ km/h}$$

```
In [5]: 85.2 * 1.609
```

```
Out[5]: 137.0868
```

$$v = 137 \text{ km/h}$$

Está claramente em excesso de velocidade!

Atenção ao número de algarismos significativos na resposta.

```
In [ ]:
```