

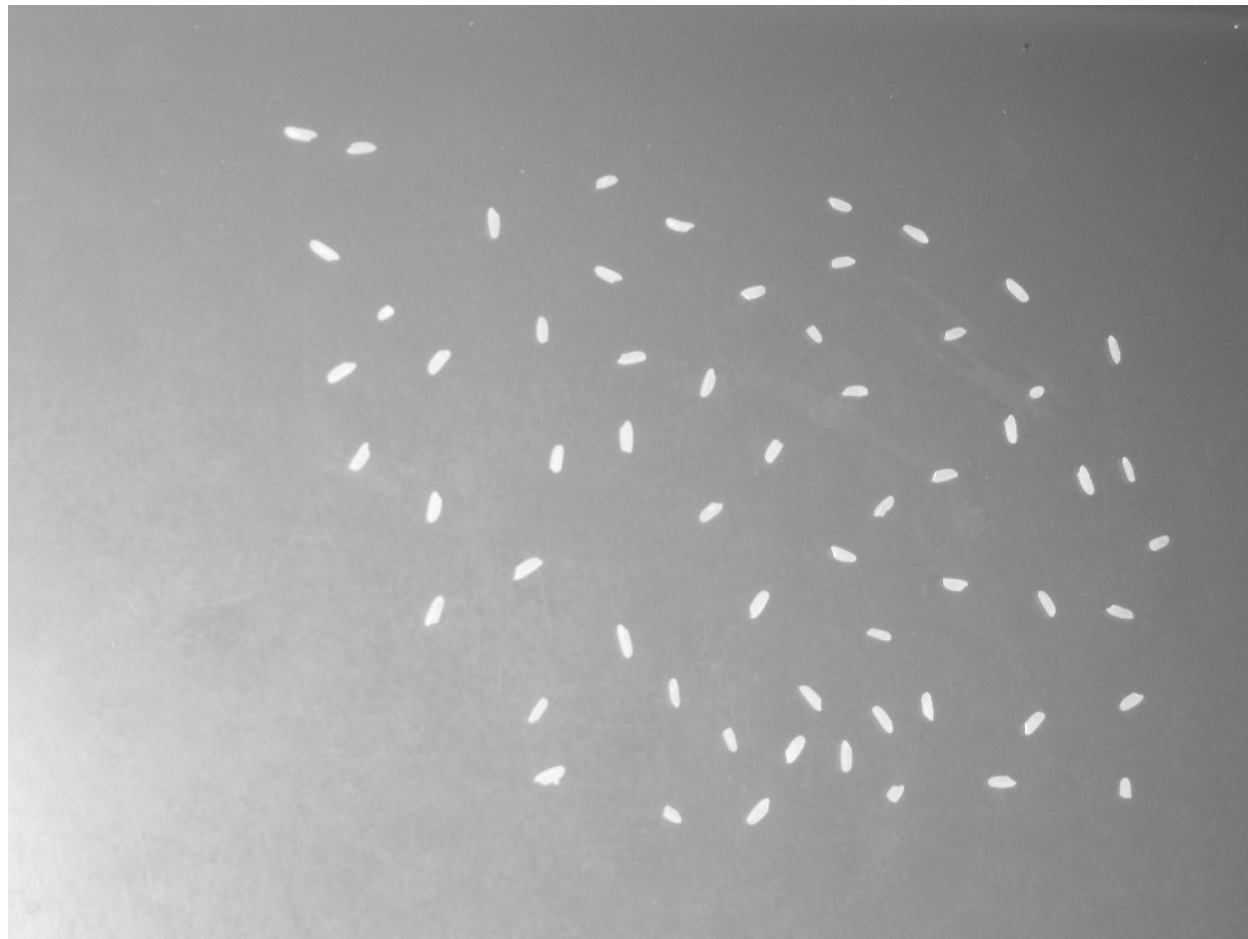
Processamento Digital de Imagens

Prof. Bogdan Tomoyuki Nassu



Hoje

- Como tratar imagens com variações locais de iluminação?
 - Isso é um desafio para a nossa abordagem usando binarização.



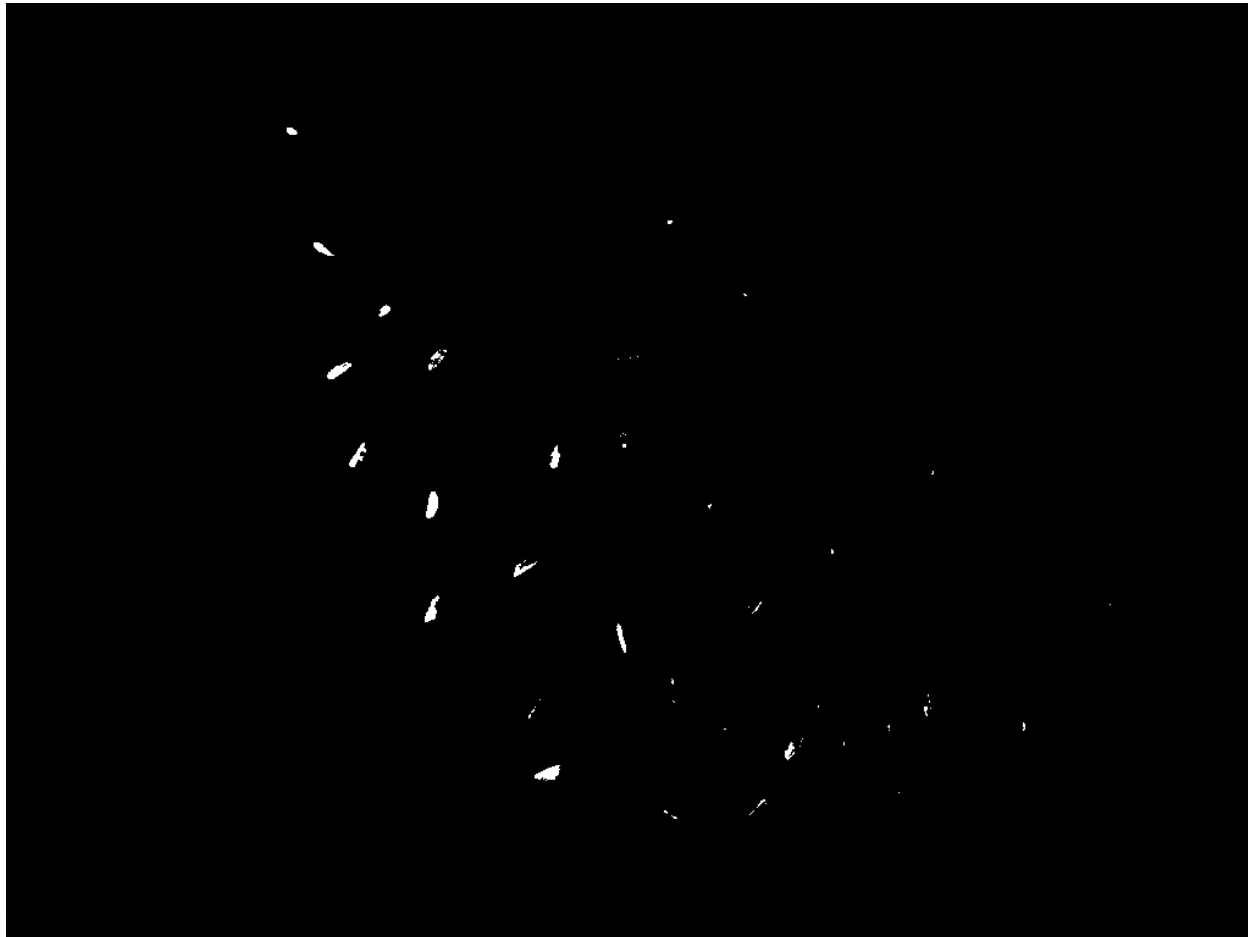
Hoje

- O limiar sempre fica muito baixo...



Hoje

- ... ou muito alto.



Variações locais de iluminação

- Como modificar a binarização com limiarização para que ela trate variações locais de iluminação?



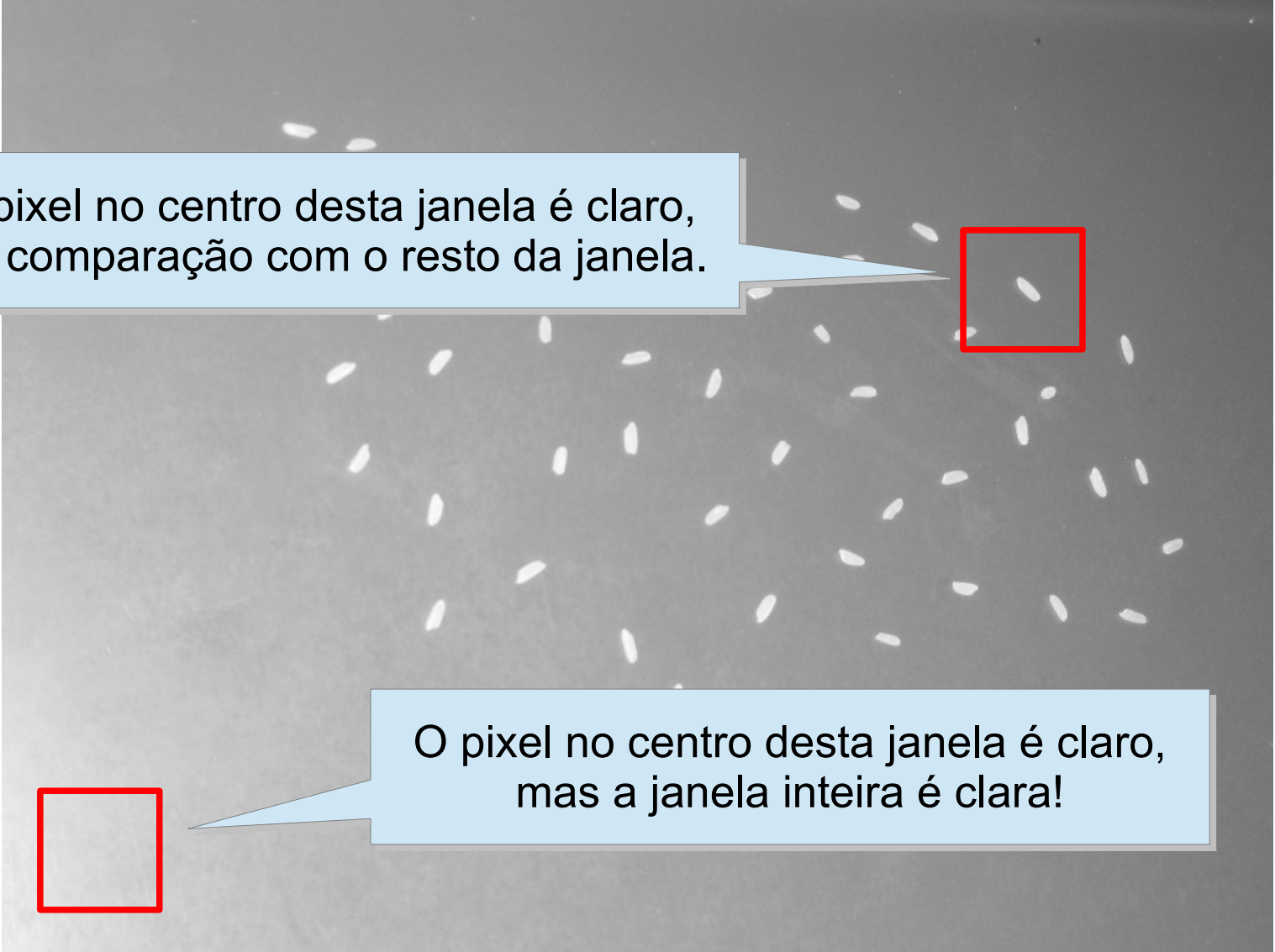
Variações locais de iluminação

- Como modificar a binarização com limiarização para que ela trate variações locais de iluminação?
 - Dica: precisamos de limiares diferentes para cada posição.

Variações locais de iluminação

- Como modificar a binarização com limiarização para que ela trate variações locais de iluminação?
 - Dica: precisamos de limiares diferentes para cada posição.
- Em vez de comparar cada pixel com um limiar fixo, podemos comparar cada pixel com a sua vizinhança.
 - = Não importa tanto se o pixel é claro, e sim se ele é claro em comparação com o que está em volta dele!
 - Como fazer esta comparação?

Limiarização adaptativa



O pixel no centro desta janela é claro, em comparação com o resto da janela.

O pixel no centro desta janela é claro, mas a janela inteira é clara!

Limiarização adaptativa

- Uma medida simples: a média das intensidades dos pixels ao redor de um pixel.
 - Normalmente, usamos uma janela quadrada ou retangular.
 - Motivo: eficiência (veremos isso em breve).

```
for (cada pixel  $f(x,y)$ )  
  define uma janela de largura  $w$   
    esquerda em  $x-w/2$   
    direita em  $x+w/2$   
    topo em  $y-w/2$   
    baixo em  $y+w/2$   
  toma a média  $\mu(x,y)$  dos pixels na janela  
  se  $f(x,y) - \mu(x,y) > \text{limiar}$   
     $g(x,y) = 1$   
  senão  
     $g(x,y) = 0$ 
```

Calculando as médias locais

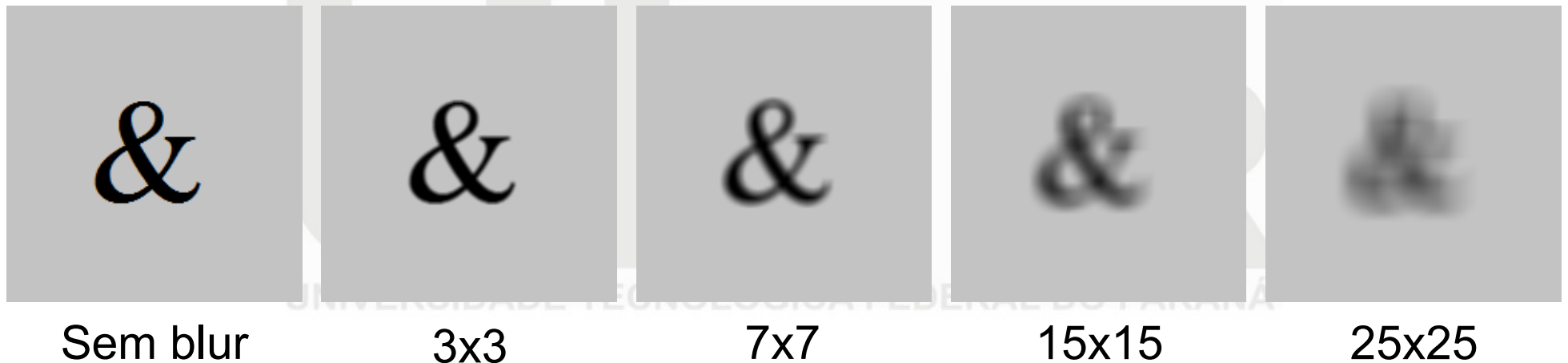
- Nosso desafio é então calcular a média para cada janela.
- Isso pode ser feito através do *filtro da média*.
 - *Blur, box blur, box filter, mean filter.*
 - Entrada: uma imagem.
 - Parâmetros: a largura e a altura da janela.
 - Os dois valores precisam ser ímpares.
 - Saída: outra imagem, com cada pixel $g(x,y)$ tendo o valor médio dos pixels ao redor do pixel $f(x,y)$ na imagem original.
 - Para uma janela quadrada de largura $2w+1$:

$$g(x, y) = \frac{1}{(2w+1)^2} \sum_{i=-w}^{i=+w} \sum_{j=-w}^{j=+w} f(x+i, y+j)$$

- Qual é a aparência da imagem de saída?

Filtro da média

- Qual é a aparência da imagem de saída?
 - R: uma versão borrada da imagem de entrada.
 - Quanto maior o tamanho da janela, mais borrada a imagem.



- O filtro da média tem outras utilidades, além de produzir as médias para a limiarização adaptativa.
 - Mais sobre isso em breve...

Aplicando o filtro da média

- O filtro da média pode ser aplicado com uma “janela deslizante”.
 - Vejamos um exemplo com uma janela 3x3.
 - Por enquanto, vamos ignorar pixels cujas janelas ficariam fora da imagem (as margens).

Filtro da média: exemplo 3x3

$$\frac{0+0.4+0.5+0.2+0.7+0.9+0+0+0}{9}$$

Entrada

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |

Saída

| | | | | | |
|--|-----|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | 0.3 | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Filtro da média: exemplo 3x3

| Entrada | | | | | | Saída | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-----|-----|--|--|--|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 | | | | | | |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 | | 0.3 | 0.4 | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |

Filtro da média: exemplo 3x3

| Entrada | | | | | | Saída | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-----|-----|-----|--|--|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 | | | | | | |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 | | 0.3 | 0.4 | 0.3 | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |

Filtro da média: exemplo 3x3

Entrada

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |

Saída

| | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|--|
| | | | | | |
| | 0.3 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Filtro da média: exemplo 3x3

| Entrada | | | | | | Saída | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-----|-----|-----|-----|--|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 | | | | | | |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 | | 0.3 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0.2 | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 | | | | | | |

Filtro da média: exemplo 3x3

Entrada

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |

Saída

| | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|--|
| | | | | | |
| | 0.3 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | |
| | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| | 0 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | |
| | 0 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | |
| | | | | | |

Implementando o filtro da média

- Como implementar o filtro da média?
 - Primeiro: como seria um algoritmo “ingênuo”?
 - Por enquanto, vamos simplesmente ignorar as margens.
 - Vamos supor uma janela de altura h e largura w .

Algoritmo ingênuo

```
for (cada linha  $y$ )
  for (cada coluna  $x$ )
  {
    soma = 0;
    for (cada linha  $y'$  no intervalo  $[y-h/2, y+h/2]$ )
      for (cada coluna  $x'$  no intervalo  $[x-w/2, x+w/2]$ )
        soma +=  $f(x', y')$ 
     $g(x, y) = \text{soma} / (h*w)$ 
  }
```

Algoritmo ingênuo

- Por que o algoritmo ingênuo é... “ingênuo”?

Algoritmo ingênuo

- Por que o algoritmo ingênuo é... “ingênuo”?
 - R: Ele realiza muitas operações redundantes.
- Como poderíamos reaproveitar computações anteriores?

Algoritmo menos ingênuo

- Por que o algoritmo ingênuo é... “ingênuo”?
 - R: Ele realiza muitas operações redundantes.
- Como poderíamos reaproveitar computações anteriores?
 - R: Podemos guardar a soma da coluna anterior. Quando a janela “desliza”, precisamos apenas remover os valores que “saem” e adicionar os valores que “entram” na janela.

Algoritmo menos ingênuo

Soma = 2.7
 $2.7 / 9 = 0.3$

Entrada

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |

Saída

| | | | | | |
|--|-----|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | 0.3 | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Algoritmo menos ingênuo

$$\text{Soma} = 2.7 - (0+0.2+0) + (1.0+0.2+0) = 3.7$$
$$3.7 / 9 = 0.4111$$

Entrada

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |

Saída

| | | | | | |
|--|-----|-----|--|--|--|
| | | | | | |
| | 0.3 | 0.4 | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Algoritmo menos ingênuo

$$\text{Soma} = 3.7 - (0.4+0.7+0) + (0.3+0.1+0) = 3$$
$$3 / 9 = 0.3333$$

Entrada

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 0.3 | 0.5 |
| 0.2 | 0.7 | 0.9 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1.0 | 0 | 0 |

Saída

| | | | | | |
|--|-----|-----|-----|--|--|
| | | | | | |
| | 0.3 | 0.4 | 0.3 | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

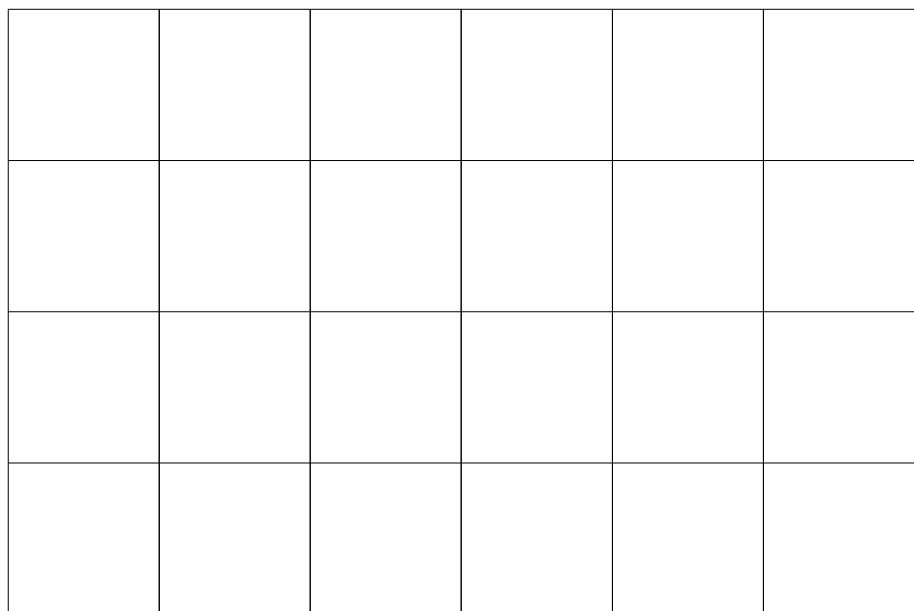
Comparando os algoritmos

- O quanto o algoritmo que mantém as somas é melhor?
 - Vejamos quantos pixels cada alternativa acessa, aproximadamente.
 - Considere que temos N linhas x M colunas e uma janela h x w .
 - O tempo de execução nós vamos comparar em breve.
- Algoritmo ingênuo:
- Algoritmo que mantém as somas:

Melhorando mais

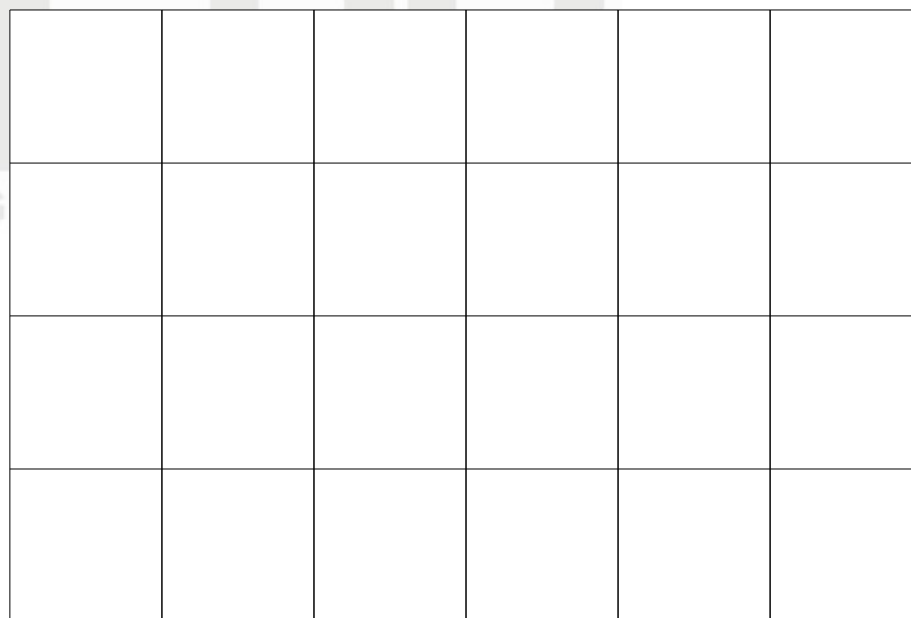
- É possível melhorar o algoritmo se observarmos que a soma de uma região retangular é *separável*.
 - = Podemos calcular a média na horizontal, e a “média das médias horizontais” na vertical.
 - É mais fácil de entender vendo um exemplo de execução.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a | b | c | d | e | f |
| g | h | i | j | k | l |
| m | n | o | p | q | r |
| s | t | u | v | w | x |



Na horizontal...

Na vertical...

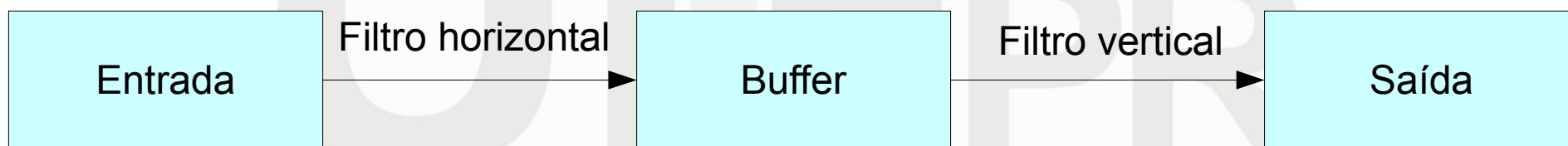


Comparando os algoritmos

- Vamos contar os pixels acessados considerando que o filtro da média é separável.
 - Conta aproximada.
 - N linhas x M colunas e uma janela h x w .
- Algoritmo ingênuo:
- Algoritmo que mantém as somas:
- Filtro separável:
- Filtro separável + mantém as somas:

Sobre alocação de memória

- Os dois primeiros algoritmos precisam de uma imagem de entrada e outra de saída.
 - Não podemos realizar a filtragem *in-place* porque precisamos dos valores originais.
- O filtro separável precisa ainda de uma terceira imagem.



- A alocação de memória consome tempo!
 - Este aspecto é frequentemente negligenciado.
 - Considerar o filtro da média como um filtro separável pode ser vantajoso apenas quando a janela é grande.
 - Outro “truque” é criar um buffer e reaproveitá-lo para várias funções / chamadas que precisam dele.

Imagens integrais

- Podemos criar um algoritmo ainda mais rápido para o filtro da média usando *imagens integrais*.
 - A imagem integral é obtida somando cada pixel com todos os pixels que estão acima e à esquerda.

$$g(x, y) = \sum_{\substack{x' \leq x \\ y' \leq y}} f(x', y')$$

```
for (cada linha y)
{
    g(0, y) = f(0, y)
    for (cada coluna x fora a primeira)
        g(x, y) = f(x, y) + g(x-1, y)
}
```

```
for (cada linha y fora a primeira)
    for (cada coluna x)
        g(x, y) = g(x, y) + g(x, y-1)
```

Imagens integrais

- Como aproveitar uma imagem integral para implementar o filtro da média?
 - Vejamos um exemplo...

| | | | |
|---|---|---|---|
| a | b | c | d |
| e | f | g | h |
| i | j | k | l |
| m | n | o | p |

| | | | |
|-----------------|---------------------------------|---|---|
| a | $a + b$ | $a + b + c$ | $a + b + c + d$ |
| $a + e$ | $a + b + e + f$ | $a + b + c + e + f + g$ | $a + b + c + d + e + f + g + h$ |
| $a + e + i$ | $a + b + e + f + i + j$ | $a + b + c + e + f + g + i + j + k$ | $a + b + c + d + e + f + g + h + i + j + k + l$ |
| $a + e + i + m$ | $a + b + e + f + i + j + m + n$ | $a + b + c + e + f + g + i + j + k + m + n + o$ | $a + b + c + d + e + f + g + h + i + j + k + l + m + n + o + p$ |

Imagens integrais

- Como aproveitar uma imagem integral para implementar o filtro da média?
 - R: A imagem integral nos permite calcular a soma de *qualquer* região da imagem apenas com a soma e subtração de 4 valores.

$$g(x, y) = \sum_{\substack{x' \leq x \\ y' \leq y}} f(x', y')$$

$$\sum_{\substack{l < x \leq r \\ t < y \leq b}} f(x, y) = g(r, b) - g(r, t) - g(l, b) + g(l, t)$$

- Para implementar o filtro da média, basta obter a soma para cada janela e dividir pelo tamanho da janela.

Comparando os algoritmos

- Vamos contar os pixels acessados considerando que o filtro da média é separável.
 - Conta aproximada.
 - N linhas x M colunas e uma janela h x w .
- Algoritmo ingênuo:
- Algoritmo que mantém as somas:
- Filtro separável:
- Filtro separável + mantém as somas:
- Algoritmo com imagens integrais:
 - Este algoritmo também precisa de um buffer auxiliar.
- Vamos comparar os tempos obtidos por implementações dos 4 algoritmos!

Margens

- O que fazer com os pixels cuja janela ficaria fora da imagem?



Margens

- O que fazer com os pixels cuja janela ficaria fora da imagem?
- Várias alternativas:
 - Ignorar completamente (simplesmente pular!).
 - Preencher com uma cor constante.
 - Preencher com os valores da imagem de entrada.
 - Supor uma margem de cor constante.
 - Valores nas extremidades se repetem infinitamente.
 - Imagem se repete infinitamente.
 - Imagem se repete espelhada.
 - Aplicar o filtro para janelas menores nas margens.
- Qual a melhor alternativa para o filtro da média?

Margens

- O que fazer com os pixels cuja janela ficaria fora da imagem?
- Várias alternativas:
 - Ignorar completamente (simplesmente pular!).
 - Preencher com uma cor constante.
 - Preencher com os valores da imagem de entrada.
 - Supor uma margem de cor constante.
 - Valores nas extremidades se repetem infinitamente.
 - Imagem se repete infinitamente.
 - Imagem se repete espelhada.
 - Aplicar o filtro para janelas menores nas margens.
- Qual a melhor alternativa para o filtro da média?
 - R: isso não existe, mas normalmente a última alternativa produz resultados mais “agradáveis”.
 - A implementação é simples para o algoritmo com imagens integrais!

Voltando...

- Podemos agora retornar à limiarização adaptativa.
- Atualizando o algoritmo:

```
boxBlur ( $f$ ,  $\mu$ ,  $h$ ,  $w$ )
```

```
for (cada pixel  $f(x,y)$ )  
  se  $f(x,y) - \mu(x,y) > \text{limiar}$   
     $g(x,y) = 1$   
  senão  
     $g(x,y) = 0$ 
```

- Vejam os resultados da subtração e da limiarização para alguns exemplos.

Outras alternativas

- A média de uma região quadrada é apenas uma das medidas que podemos usar na limiarização adaptativa.
 - Ela é normalmente usada por ter baixo custo computacional.
- Outras medidas podem ser usadas, como valores mínimos ou a mediana.
 - Funcionamento similar ao filtro da média: janela deslizante com regiões quadradas.
 - Vejamos alguns exemplos usando a mediana...

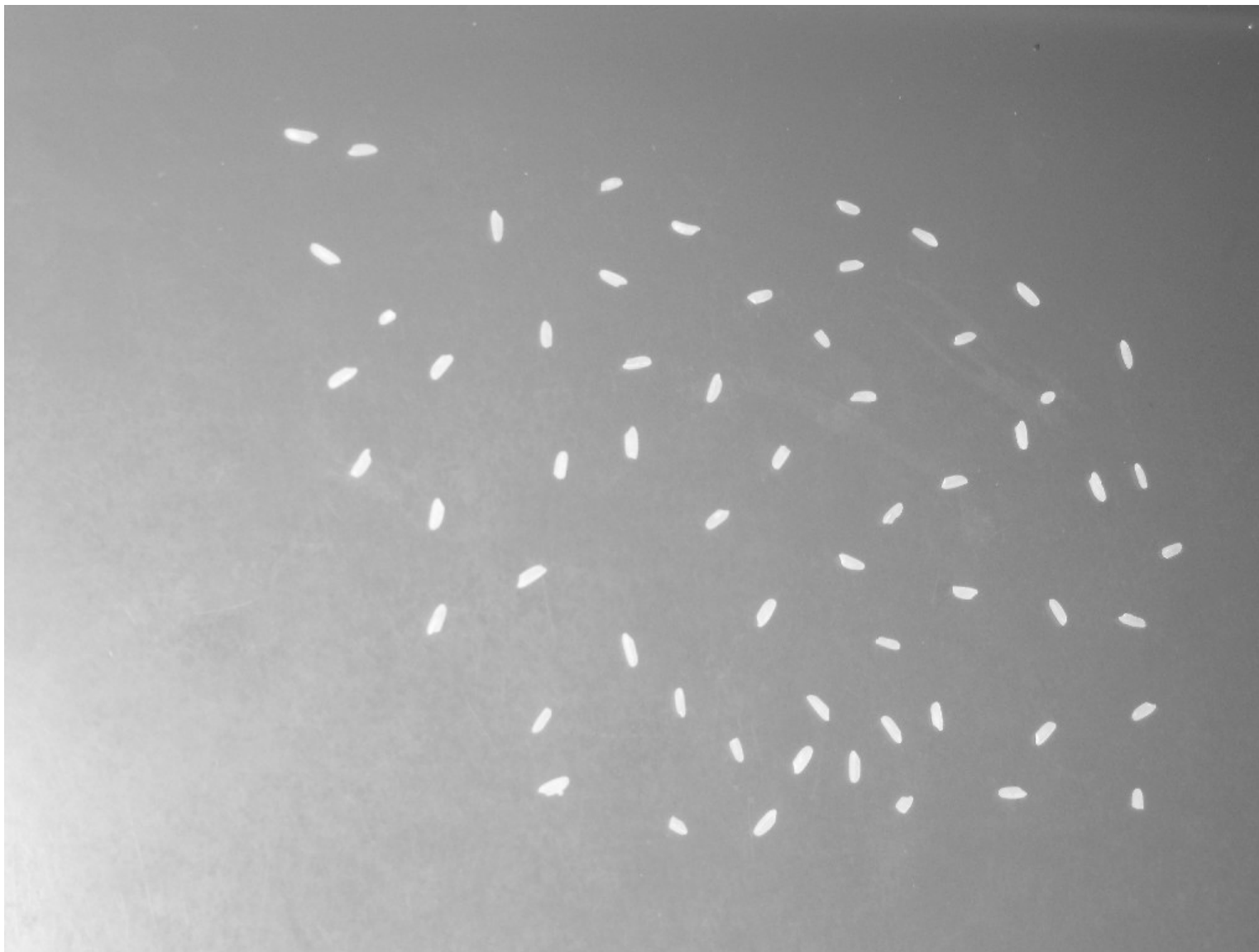
Outras alternativas

- A média de uma região quadrada é apenas uma das medidas que podemos usar na limiarização adaptativa.
 - Ela é normalmente usada por ter baixo custo computacional.
- Outras medidas podem ser usadas, como valores mínimos ou a mediana.
 - Funcionamento similar ao filtro da média: janela deslizante com regiões quadradas.
 - Vejamos alguns exemplos usando a mediana...
 - O objetivo aqui é fazer algo como “estimar o fundo” removendo da imagem filtrada os detalhes que queremos encontrar.
 - Quando fizermos a subtração da limiarização adaptativa, o que restará serão exatamente os objetos de interesse!

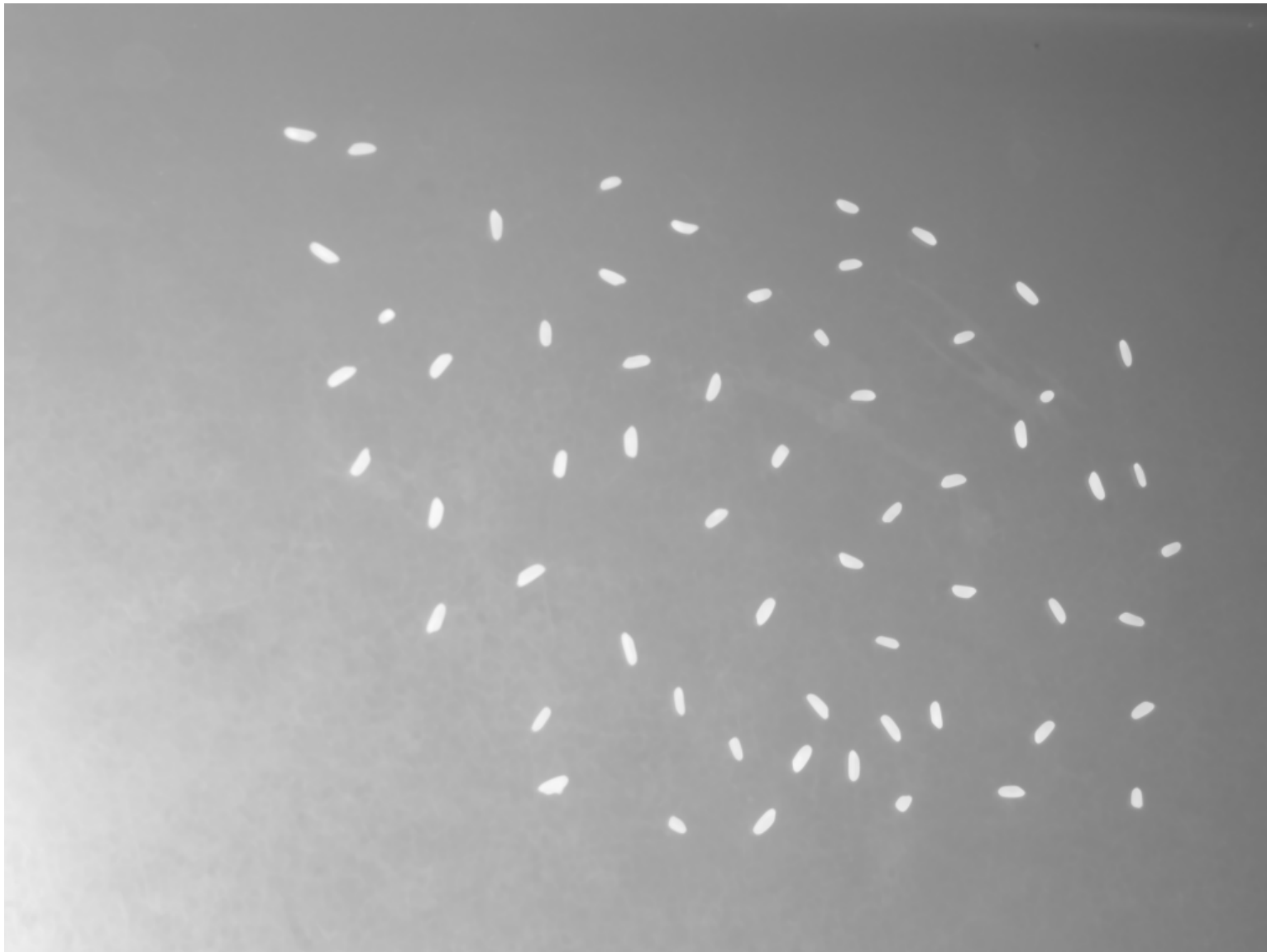
Filtro da mediana

- Não entraremos em detalhes sobre como implementar o filtro da mediana, mas...
 - Como seria um algoritmo ingênuo?
 - O filtro da mediana é separável?
 - Como seria um algoritmo mais eficiente?
 - Como é o custo computacional, comparado ao filtro da média?
 - Como fica uma imagem filtrada pelo filtro da mediana?

Imagem original...



Após filtro da mediana 21x21



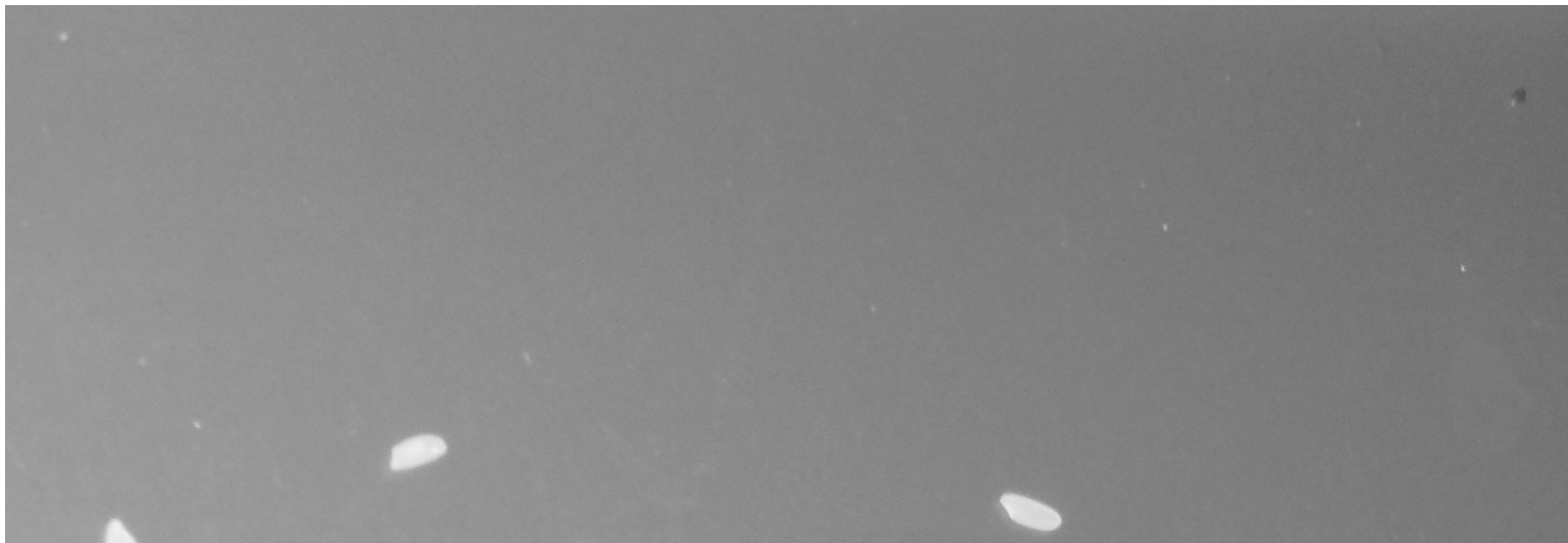


Imagem original



Após filtro da mediana 7x7



Após filtro da mediana 15x15



Após filtro da mediana 51x51

